



## مدل سازی و تحلیل ارتعاشات خود تحریک رشته حفاری در فرآیند حفاری افقی

محمد مهدی صالحی<sup>۱</sup>، حامد مرادی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۹۵۶۷-۱۱۱۵۵، hamedmoradi@sharif.edu

### چکیده

امروزه استخراج اقتصادی نفت و گاز و امکان تولید فرآورده های آن ها برای کشورها از اهمیت بالایی برخوردار است. تاکنون بیشتر توجهات به منظور استخراج نفت، منوط به استفاده از چاه های عمودی بوده است. اما مدتی است که عدم دسترسی به منابعی که نمی توان به سادگی به وسیله ی چاه های عمودی به آن ها دسترسی داشت (مانند منابع زیر دریا)، دولت ها و به تبع آن دانشمندان و مهندسان را بر آن داشته است تا راهی دیگر برای استخراج آن ها بیابند. حفاری افقی از جمله راه کارهای کنونی می باشد. در این مقاله ابتدا به بررسی دینامیک رشته حفاری افقی پرداخته می شود و با توجه به نیروهای تاثیرگذار، ارتعاشات میله حفاری و معادله حاکم بر آن استخراج می گردد. پس از به دست آوردن معادلات حاکم و تعیین شرایط مرزی مسئله، مودهای اصلی سیستم استخراج شده و جابجایی مکان مته حفاری به وسیله روش جمع مودها به دست می آید. در ادامه، شبیه سازی مساله انجام می گردد و نتایج آن با توجه به تعداد مودهای انتخابی ارائه گشته و در نهایت همگرایی پاسخ سیستم با افزایش تعداد مودها دیده می شود.

کلید واژگان: حفاری افقی، مدل دینامیکی، روش جمع مودها، ارتعاشات

## Dynamic modeling and analysis of self-excited vibration in horizontal drill strings

Mohammad Mahdi Salehi, Hamed Moradi\*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 11155-9567, Tehran, Iran, hamedmoradi@sharif.edu

### ABSTRACT

Today economical extraction of oil and gas and their products is an important issue for many countries. Up to now, vertical wells have been used for oil extraction but some existing wells cannot be reached by using vertical drilling; for example the wells under a sea. Therefore, this makes the governments and scientists to concentrate on the solutions of finding a new way to reach them. Horizontal drilling is one of the new ways to reach such worthy wells. In this article, dynamics of the horizontal drill string is studied. Then, according to the forces that affect the dynamics of drilling, its vibration is analyzed. After finding the boundary conditions and normal modes of the system with using mode summation method, displacement of the bit is obtained. Finally, dynamics of the horizontal drill string is simulated and the effect of increasing the number of modes and the mode convergence phenomenon is discussed.

**Keywords:** Dynamic Model, Horizontal Drilling, Mode Summation, Vibration.

### ۱- مقدمه

به منظور اعمال وزن به مته استفاده می شود [۲]. لوله حفاری که به صورت توخالی است، دارای طول های چند کیلومتری است که وظیفه انتقال تورک<sup>۲</sup> را از سیستم حرکتی به مته بر عهده دارد [۳]. به علت عملکرد مهم دو جزء مته و طوق حفاری، به ترکیب این دو قسمت مجموعه ته چاهی (BHA<sup>۳</sup>) گفته می شود [۴].

با توجه به کاربرد رو به گسترش حفاری افقی در دنیا، برای بهره گیری از آن می بایست مراحل ابتدایی تحلیلی را انجام نمود. در میله حفاری به علت ماهیت نوسانی بودن انجام فرآیند، سیستم دارای حرکتی هارمونیک گونه است. در نتیجه تحلیل ارتعاشات این سیستم از دوجهت دارای اهمیت است:

- بررسی حرکت های خروجی میله حفاری به منظور شناخت دقیق سیستم
- ایجاد امکانی برای جذب ارتعاشات نامطلوب، به منظور افزایش بازده حفاری

صنعت نفت و گاز دارای وزن زیادی در اقتصاد دنیا می باشد که مهم ترین قدم برای رسیدن به آن، استفاده از عملیات حفاری می باشد [۱]. یکی از راه های جدید در استخراج نفت و گاز، استفاده از حفاری های افقی می باشد. تا کنون بیشتر حفاری ها به صورت عمودی انجام می شده است که دارای محدودیت هایی در رسیدن به برخی از منابع می باشد. اگر مخزن به گونه ای باشد که نتوان به صورت عمودی به آن رسید، می بایست از این روش استفاده کرد که مثال آن چاه هایی است که در زیر منابع طبیعی مانند دریاها و دریاچه ها قرار دارد که در این صورت اگر نتوان از سکو استفاده نمود و یا هزینه آن بالا باشد، حفاری افقی گزینه مناسبی برای استخراج می باشد.

سیستم های دریل معمولاً از چند قسمت عمده تشکیل شده است که عبارتند از مته حفاری، طوق<sup>۱</sup> حفاری و لوله حفاری است. مته ای که در انتهای مجموعه قرار دارد برای شکستن سنگ ها و نفوذ در زمین می باشد. طوق دریل

2. Torque

3. Bottom Hole Assembly

Please cite this article using:

M. M. Salehi, H. Moradi, Dynamic modeling and analysis of self-excited vibration in horizontal drill strings, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference*, Vol. 15, No. 13, pp. 471-475, 2015 (in Persian)

1. Collar

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

پایداری و ارتعاشات رشته حفاری تحقیق نموده‌اند. براساس این مقاله، سرعت گردش گل حفاری را بر روی پایداری و ارتعاشات سیستم دارد. مدل این سیستم براساس حفاری عمودی است و ارتعاشات خمشی و محوری در آن مورد بررسی قرار گرفته است.

اگر ملاک ادامه‌ی کار، مقاله‌ی آقای ریتو [۸] قرار داده شود، می‌بایست ابتدا همان مدل ساده شده بررسی گردد و بتوان براساس همین مقاله، اطلاعات دقیق‌تری از نیروهای مختلف بدست آورد. سپس با استفاده از مقالات و مراجع دیگر به تدریج نیروها را به سمت واقعی شدن سوق داد تا نتایج به واقعیت نزدیک‌تر گردد. البته در مراحل بعدی کار می‌بایست براساس اشکال واقعی اجزای حفاری آن‌ها را به وسیله‌ی نرم‌افزارهای المان محدود<sup>۶</sup> تحلیل نمود و در صورت در اختیار قرار گرفتن امکانات، نتایج را با نتایج عملی مقایسه نمود تا در نهایت بتوان از این تحقیق در پروژه‌های عملی آینده استفاده نمود.

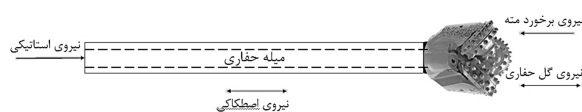
با توجه به مقالات مرتبط که در این زمینه بررسی گردیده‌اند، خلا تحلیل سیستم حفاری از ابتدا احساس می‌گردد. در مورد حفاری عمودی این نوع از تحلیل‌ها انجام گرفته است [۱۳] اما در موضوع حفاری افقی نتایج تنها در یک مقاله و آن هم به صورت کلی و تحلیل نرم‌افزاری گنجانده شده است [۸]. در نتیجه اولویت این مقاله که بر روی آن تمرکز بیشتری وجود خواهد داشت، استخراج معادلات حاکم بر سیستم به صورت تحلیلی خواهد بود که می‌توان در تحلیل‌های پایداری و ارتعاشات از آن استفاده نمود همان‌طور که در برخی از مقالات، مدل‌های دینامیکی کاهش یافته<sup>۷</sup> مورد استفاده قرار گرفته است [۱۴].

## ۲- استخراج معادلات

با توجه به مطالعات انجام شده، سیستم حفاری افقی شامل یک میله افقی می‌باشد که در آن تمرکز بر روی استخراج معادلات سیستم در راستای افقی است. به علت ماهیت یکپارچه سیستم، از معادلات ارتعاشی پیوسته در تحلیل آن کمک گرفته می‌شود. ابتدا به نیروهای درگیر در مسئله اشاره می‌شود تا با شناخت آن‌ها، اثرشان بر روی سیستم مشخص گردد سپس به استخراج معادله سیستم به صورت کلی پرداخته می‌شود و با توجه به شرایط مرزی تعریف شده، مدل‌های اصلی سیستم استخراج می‌گردد. در نهایت جواب معادلات حاکم بر سیستم با استفاده از روش جمع موده‌های اصلی، استخراج خواهد شد.

## ۳- نیروهای درگیر در مسئله

در حفاری افقی چند نیروی اساسی وجود دارد که مشخص شدن آن و مدل دینامیکی آن برای حل معادلات الزامی می‌باشد. در ادامه به بررسی هر یک از این نیروها پرداخته می‌شود. کلیات این نیروها با توجه به مقاله آقای ریتو [۸] می‌باشد. در شکل ۱ به نام هر یک از نیروها و محل اثر هر یک از آن‌ها اشاره شده است.



شکل ۱ نیروهای وارد شده به میله حفاری

به علت آن که ارتعاشات باعث خوردگی اجزای حفاری می‌گردد و بازده و نرخ تولید را کاهش می‌دهد، کنترل آن از اهمیت بالایی برخوردار است [۵]. به منظور کنترل ارتعاشات ایجاد شده در دریل حفاری می‌توان از روش‌های گوناگونی استفاده نمود. ابتدا با استفاده از سیستم خطی‌سازی شده حول نقطه کاری می‌توان کنترل ساده‌ای را بر روی سیستم اعمال نمود و در صورت کارکرد مناسب از آن استفاده کرد. البته در مراحل آینده در صورت عدم پاسخ‌دهی مناسب می‌توان از انواع جاذب‌های مختلف (جاذب غیرفعال [۶] و فعال [۷]) و یا روش‌های کنترل غیرخطی مناسب مانند روش مدهای لغزشی<sup>۸</sup> استفاده نمود که این موارد در کارهای آینده مورد بررسی قرار خواهد گرفت. مقاله‌ی آقای ریتو [۸]، اولین مقاله در رابطه با حفاری افقی می‌باشد و سعی کرده است تا مقدمات بحث و همچنین تحلیل‌هایی براساس فرضیات مطابق با حفاری، مطرح گردد. در این مقاله یکی از مشکلات این بود که مدل اصطکاک عدم قطعیتی همراه خود داشت. به همین دلیل با استفاده از مدل‌های اتفاقی<sup>۲</sup> در مورد اصطکاک معادلات استخراج گردیده است. در این مدل تابعی با توزیع گوسین<sup>۳</sup> برای تابع تصحیح کننده‌ی اصطکاک در نظر گرفته شده است.

در مقاله‌ای دیگر، آقای ساموئل [۹] به بررسی دقیق‌تری از اصطکاک پرداخته‌اند. در این مقاله هدف رسیدن به جمع‌بندی جامعی برای بدست آوردن ضریب اصطکاک ( $COF^4$ )، که یک ضریب بدون بعد می‌باشد، است. در ادامه سعی گردیده است تا تخمین‌های مناسبی از تورک، نیروی درگ<sup>۵</sup>، نیروهای جانبی وارد شده به مته، جابجایی‌ها برای تحلیل ارتعاشات و در نظر گرفتن نیروهای الاستیک برای تخمین فشار انجام پذیرد.

برخی از عدم قطعیت‌هایی که در این مقاله به آن‌ها اشاره شده است عبارتند از: تأثیر ویسکوزیته، نشیمن‌گاه برش، میزان روان‌کاری گل حفاری آقایان آدنی و اندرسون [۱۰] پس از توضیحات کلی درباره حفاری، اصطکاک را یک عامل محدود کننده در فرآیند حفاری می‌داند. این مقاله بر روی طراحی چاه نفت تمرکز دارد که اصطکاک را به حداقل برساند و در آن به تعدادی از اشکال مختلف چاه اشاره شده است و معادلاتی برای یافتن تورک و نیروی درگ ارائه شده است.

یکی از مسائل موردنظر در حفاری، مبحث مدل‌سازی برخورد مته می‌باشد. آقای پرنل و همکاران [۱۱] در مورد قانون برخورد مته با سنگ در فرآیند حفاری جهت‌دار تحقیق نموده‌اند. ایشان سه عامل را در روشن نبودن مدل‌های قبل اشاره می‌کنند که در ادامه می‌آیند. (۱) طبیعت قانون برخورد با سنگ در حفاری و رابطه بین نیرو و نفوذ. (۲) شناسایی کمیت‌های حرکتی موثر در نیرو و ممان وارد بر مته. (۳) جدا نمودن هندسه مته و مشخصات سنگ در قانون برخورد.

گاهی اوقات مته به صورت یک بلوک ساده که دارای دوران است مدل‌سازی شده است تا مدل بدست آمده ساده‌تر گردد [۱۱]. این مقاله، تحقیق را به دو بخش کلی تقسیم نموده است. در ابتدا بررسی معادله حاکم موردنظر است و پس از آن یافتن پارامترهای درگیر در معادله را در دستور کار قرار می‌دهد.

آقای جعفری و همکاران [۱۲] درباره اثرات گل حفاری و وزن مته در

1. Sliding Mode Control
2. Stochastic Model
3. Gaussian
4. Coefficient of Friction
5. Drag

6. Finite Element  
7. Reduced Order Model  
8. Mode

## ۳-۱- نیروی استاتیکی

این نیرو در ابتدای دریل حفاری وجود دارد که همواره میله را با نیرویی ثابت به سمت جلو می‌راند.

## ۳-۲- نیروی ناشی از گل حفاری

به علت جریان داشتن گل حفاری در مجموعه، این نیرو به وجود می‌آید. گل حفاری در سطح زمین توسط یک موتور به سوی مته جریان می‌یابد که وظیفه خنک کاری و حمل براده‌های ایجاد شده در اثر حفاری را برعهده دارد. به علت وجود موتور در پمپاژ گل حفاری، نیرو به صورت سینوسی خواهد بود.

## ۳-۳- نیروی ناشی از اصطکاک

به علت حرکت دریل به صورت افقی و تماس آن با سطح زیرین، اصطکاک وجود دارد. مسئله اصلی در این نیرو، یافتن توزیع ضریب اصطکاک است. می‌توان برای سادگی از یک ضریب اصطکاک ثابت شروع کرد و پس از آن از یک پروفیل نمایی برای تقریب ضریب اصطکاک استفاده نمود، زیرا به علت خیز ایجاد شده در وسط تیر، اصطکاک در وسط بیشتر است و این ضریب در انتها کاهش می‌یابد. در نتیجه برای ساده‌سازی تحلیل سیستم یک ضریب اصطکاک ثابت بر روی میله در نظر گرفته می‌شود.

## ۳-۴- نیروی ایجاد شده از برخورد مته

در صورت برخورد مته با سنگ‌ها در حفاری، نیرویی به علت این برخورد به مته وارد می‌گردد.

## ۴- بررسی ارتعاشات میله و معادله حاکم

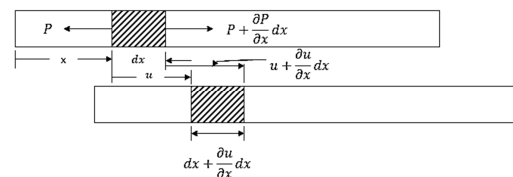
در بررسی ارتعاشات طولی، یک میله در نظر گرفته می‌شود که به علت وجود نیروهای طولی در این مجموعه، جابجایی  $u$  در راستای میله به وجود می‌آید که این جابجایی هم تابع مکان المان موردنظر می‌باشد و به علت خاصیت موجی پاسخ، به زمان نیز وابسته خواهد بود [۱۵]. در شکل ۲ المان جابجایی میله نمایش داده شده است. ابتدا یک المان به طول  $dx$  در نظر گرفته می‌شود و برای آن معادلات دینامیکی استخراج می‌گردد (معادله ۱).

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

در نتیجه معادله حرکت میله در راستای طولی استخراج گردیده است که حل کامل آن برای به دست آوردن نتایج، مستلزم بررسی شرایط مرزی سیستم است.

## ۵- بررسی شرایط مرزی و تشخیص مودهای اصلی سیستم

با تشخیص شرایط مرزی، می‌توان معادله را حل کرد و با استفاده از آن به فرکانس‌های اصلی سیستم رسید. برای به دست آوردن شرایط مرزی و به تبع آن مودهای سیستم، ابتدا تمام نیروها از مجموعه حذف می‌شوند و سیستم اصلی شناسایی شده و فرکانس‌های طبیعی آن استخراج می‌گردد. این عمل مانند به دست آوردن فرکانس طبیعی یک جرم و فنر می‌باشد که تنها جرم و



شکل ۲ جابجایی المان میله [۱۴]

فنر مورد توجه هستند و نیروهای خارجی و حتی دمپر<sup>۱</sup> کنار گذاشته می‌شوند.

بنابراین مجموعه‌ای که قصد یافتن مودهای آن وجود دارد تنها یک میله<sup>۲</sup> است که به صورت افقی قرار گرفته است. مسئله مورد بحث در پروژه، میله‌ای است که در انتهای آن یک مته وصل شده است.

باتوجه به آزاد بودن میله در سمت چپ، مقدار نیروی محوری در آن برابر با صفر خواهد بود.

در مورد شرط مرزی سمت راست، می‌بایست تعادلی برای جسم به جرم  $M$  نوشته شود.

با فرض این که جرم به صورت یکنواخت توزیع شده است که با توجه به میله حفاری این فرض درست می‌باشد، و اعمال شرایط مرزی معادله (۲) به-دست می‌آید که ثابت‌های استفاده شده در آن در معادله‌های (۳) و (۴) آورده شده است.

$$\tan \alpha = -\alpha \beta \quad (2)$$

که دو مجهول  $\alpha$  و  $\beta$  در ادامه تعریف شده‌اند.

$$\alpha = \frac{\omega}{c} l \quad (3)$$

$$\beta = \frac{M}{\rho A l} = \frac{M}{m} \quad (4)$$

اگر معادله (۲) برای مودهای مختلف بررسی گردد، فرکانس‌های طبیعی سیستم از آن استخراج می‌گردد و مودهای سیستم به صورت معادله (۵) بدست خواهند آمد.

$$\varphi_n = \cos \frac{\omega_n}{c} x \quad (5)$$

براساس مقادیر عددی اشاره شده در مقاله آقای ریتو [۸] می‌توان مودهای اصلی سیستم حفاری را استخراج نمود. حل مسئله اصلی در صورتی-که نیروی خارجی نیز بر مجموعه وارد گردد، براساس همان تحلیل‌های انجام شده برای استخراج معادله حاکم بر سیستم به معادله (۶) منجر می‌شود.

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + p(x, t) = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

مودهای اصلی  $\varphi_i(x)$  که در قسمت قبل به دست آمد، دارای خاصیت تعامد می‌باشد که در روند حل از آن‌ها کمک گرفته خواهد شد. پاسخ به صورت معادله (۷) در نظر گرفته می‌شود. که موسوم به روش جمع مودها<sup>۳</sup> است [۱۴].

$$u(x, t) = \sum \varphi_i(x) q_i(t) \quad (7)$$

با جای‌گذاری متغیرهای اشاره شده، معادله دیفرانسیلی برای بدست آوردن  $q_i$  ایجاد می‌گردد (معادله ۸).

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{1}{M_i} \int_0^l p(x, t) \varphi_i(x) dx \quad (8)$$

در نتیجه، تنها نکته‌ای که می‌بایست قبل از حل معادله (۸) مورد نظر قرار گیرد این است که تمام نیروهای درگیر در مسئله به صورت انتگرال نیرو در مود ارتعاشی تغییر کنند تا پس از یافتن  $q_i$  مقدار جابجایی کل از معادله (۷) به دست آید. پس از مشخص شدن معادله نهایی، نیروهای درگیر در مسئله در این معادله جایگزین می‌گردد و معادله (۹) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = & \frac{1}{M_i} \int_0^l \{ F_{sta} \delta(x) + F_0 \sin(\omega_f t) \delta(x-l) \\ & + [C_1 \exp(-C_2 \dot{u}(x, t)) - C_1] \delta(x-l) \\ & - \mu \rho A g \operatorname{sign}(\dot{u}(x, t)) \} \varphi_i(x) dx \end{aligned} \quad (9)$$

1. Damper

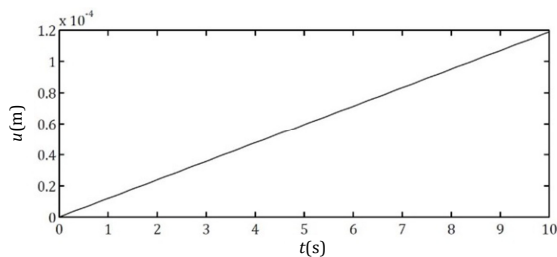
2. Rod

3. Mode Summation

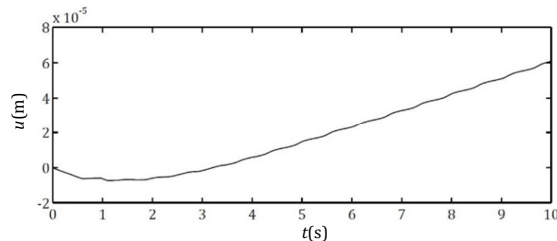
جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی سیستم

| $\frac{\omega_n}{c}$ | $\omega_n$ | $n$ |
|----------------------|------------|-----|
| ۰                    | ۰          | ۱   |
| ۰/۰۵۲۱               | ۲۶۹/۶۴۴    | ۲   |
| ۰/۱۰۴۳               | ۵۳۹/۲۸۷    | ۳   |
| ۰/۱۵۶۴               | ۸۰۸/۹۳۱    | ۴   |
| ۰/۲۰۸۵               | ۱۰۷۸/۵۷۵   | ۵   |

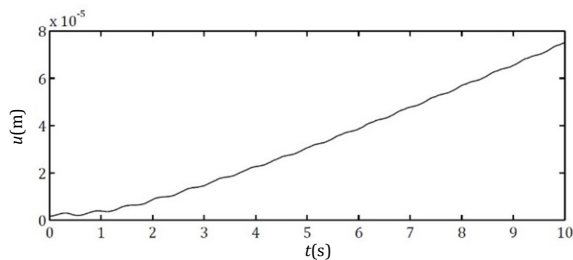
با استفاده از برنامه متلب و کدنویسی در آن اقدام به حل معادله دینامیکی سیستم حفاری شده است. در این برنامه گام حل نمودن معادله، برابر با  $۰/۰۰۰۰۱$  ثانیه می‌باشد. به منظور محاسبه مقدار نیروی اصطکاک که دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به نیروهای دیگر است، میله حفاری در نرم‌افزار به صورت گسسته درآمده است. حال هدف بررسی تعداد مودهای مورد نیاز برای تحلیل سیستم است. بدین منظور پاسخ سیستم از یک مود تا پنج مود بررسی می‌شود و مقایسه‌ای میان آن‌ها انجام می‌شود که در شکل ۵ تا شکل ۱۰ مشاهده می‌شود.



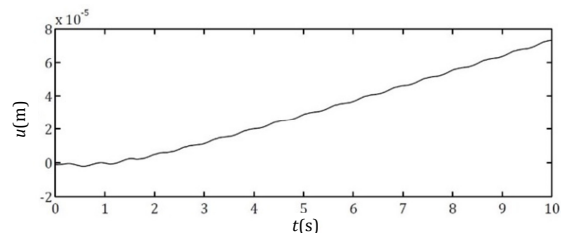
شکل ۵ پاسخ سیستم با استفاده از یک مود



شکل ۶ پاسخ سیستم با استفاده از دو مود



شکل ۷ پاسخ سیستم با استفاده از سه مود



شکل ۸ پاسخ سیستم با استفاده از چهار مود

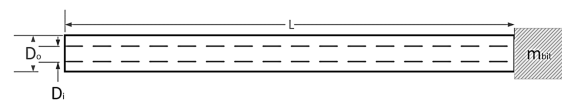
با توجه به وجود تابع ضربه در برخی از مدل‌های ارائه شده، می‌توان معادله (۱۰) را به صورت ساده‌تر استخراج نمود.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{1}{M_i} \{ F_{sta} \phi_i(0) + F_0 \sin(\omega_f t) \phi_i(l) + [C_1 \exp(-C_2 \dot{u}(l, t)) - C_1] \phi_i(l) \} - \frac{1}{M_i} \mu \rho A g \int_0^l \text{sign}(\dot{u}(x, t)) \phi_i(x) dx \quad (10)$$

## ۶- شبیه‌سازی عددی و بررسی نتایج

به منظور شبیه‌سازی عددی سیستم دینامیکی حفاری افقی از مقادیری که در جدول ۱ آورده شده است استفاده می‌گردد که راهنمای ابعاد داده شده در شکل ۳ آمده است.

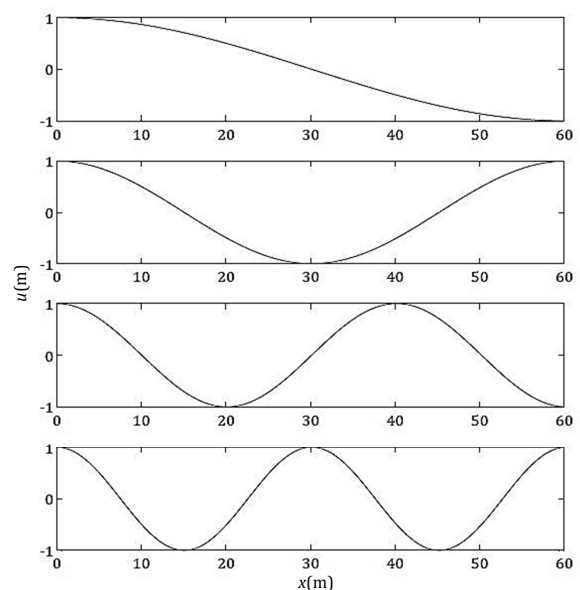
با اعمال مقادیر عددی اشاره شده، فرکانس‌های طبیعی مجموعه به دست می‌آیند که مقادیر آن در جدول ۲ دیده می‌شود. مود اول سیستم، دارای یک حرکت صلب می‌باشد و فرکانس آن صفر است. در شکل ۴ مودهای ارتعاشی دوم تا پنجم سیستم حفاری نمایش داده شده است.



شکل ۳ راهنمای ابعاد مربوط به شبیه‌سازی

جدول ۱ مقادیر استفاده شده در شبیه‌سازی

| مقدار | واحد               | نام پارامتر          | نماد      |
|-------|--------------------|----------------------|-----------|
| ۷۸۵۰  | Kg/ m <sup>3</sup> | چگالی                | $\rho$    |
| ۲۱۰   | GPa                | مدول الاستیسیته      | $E$       |
| ۶۰    | m                  | طول                  | $l$       |
| ۰/۱۵  | m                  | قطر خارجی لوله حفاری | $D_o$     |
| ۰/۱   | m                  | قطر داخلی لوله حفاری | $D_i$     |
| ۲۰    | Kg                 | جرم مته              | $m_{bit}$ |



شکل ۴ مودهای دوم تا پنجم میله حفاری (به ترتیب از بالا به پایین)

- 

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، با افزایش موده‌های سیستم، نتایج همگرا می‌شود و می‌توان از پنج مود برای تقریب سیستم برای انجام تحلیل‌های تکمیلی بر روی آن استفاده نمود.

این مقاله شروعی بر تحلیل‌های ارتعاشی کنترلی آینده خواهد بود. خرابی در سیستم حفاری با این ابعاد دارای هزینه زیادی می‌باشد و نیازمند صرف هزینه‌های گزاف برای رانندازی دوباره آن می‌باشد. بنابراین بر پایه تحلیل‌های ارائه شده، می‌توان خرابی‌های سیستم را تخمین زد و با روش‌های کنترلی از ایجاد آن‌ها جلوگیری نمود.

در این قسمت لازم است که از شرکت ملی گاز استان تهران که از این پایان-  
نامه حمایت نموده‌اند، تشکر شود.

- [1] T. G. Ritto, R. Sampaio, Stochastic drill-string dynamics with uncertainty on the imposed speed and on the bit-rock parameters, *International Journal for Uncertainty Quantification*, Vol. 2, No. 2, 2012.
- [2] X. Liu, N. Vljajic, X. Long, G. Meng, B. Balachandran, State-Dependent Delay Influenced Drill-String Oscillations and Stability Analysis, *Journal of*