



طراحی معماری بهینه لوله پره‌دار حلقوی با استفاده از تئوری ساختاری

حسین شکوهمند¹، شعیب محبوب²، محمدرضا سلیم پور^{3*}

1- استاد، مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشجوی دکتری تخصصی، مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

* اصفهان، کد پستی 84156-83111، salimpour@cc.iut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 18 آبان 1394

پذیرش: 07 آذر 1394

ارائه در سایت: 28 دی 1394

کلید واژگان:

لوله پره‌دار حلقوی

تئوری ساختاری

بهینه سازی

مبدل حرارتی هوا-خنک

چکیده

در کار حاضر طراحی ساختاری لوله پره‌دار حلقوی بررسی شده است. پارامترهای هندسی مورد بررسی شامل قطر پره، ضخامت پره، گام پره، قطر خارجی لوله، طول لوله و پارامترهای فیزیکی شامل عدد افت فشار و عدد استانتون، نسبت قابلیت هدایت حرارتی پره به هوا و نسبت قابلیت هدایت حرارتی سیال داخل لوله به هوا است. هدف این مطالعه افزایش تبادل حرارت با تغییر متغیرهای هندسی است. مشاهده شد که در یک شرایط جریانی مشخص، ساختار لوله پره‌دار حلقوی دارای هندسه بهینه و تعداد پره بهینه می‌باشد، به گونه‌ای که مقاومت حرارتی به کمترین مقدار خود می‌رسد. در افت فشار کم و عدد استانتون پایین، راندمان پره و ضریب انتقال حرارت داخلی بالاست. در این شرایط روابطی تحلیلی برای تبادل حرارت بهینه، تعداد پره بهینه و هندسه بهینه ارائه گردید. مشاهده شد که نسبت ضخامت به گام پره در حالت بهینه فقط تابع درصد حجمی پره می‌باشد و این مقدار با افزایش درصد حجمی پره زیاد می‌شود. همچنین تعداد پره بهینه متناسب با نسبت فاصله بین دو پره به گام پره در حالت بهینه و عکس عدد استانتون است. بعلاوه دیده شد که در محدوده پارامترهای مورد بررسی در این مطالعه، لوله با تعداد پره 3400 و نسبت منظر 0.63 دارای حداکثر انتقال حرارت است.

Optimal architecture design of circular finned tube using constructal theory

Hossein Shokouhmand¹, Shoeib Mahjoub¹, Mohammad Reza Salimpour^{2*}

1- School of Mechanical Engineering, University College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

* P.O.B. 84156-83111, Isfahan, Iran, salimpour@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 November 2015
Accepted 28 November 2015
Available Online 18 January 2016

Keywords:
Circular (Annular) Finned Tube
Constructal Theory
Optimization
Air-Cooled Heat Exchanger

ABSTRACT

In the present work, constructal design of annular finned tube has been studied. Geometrical parameters include fin diameter, fin thickness, fin pitch, tube outer diameter, tube length, while physical parameters involve pressure drop number, Stanton number, fin-to-air conductivity ratio, and in-tube fluid-to-air conductivity ratio. The aim of this study is to enhance heat transfer by allowing the geometrical degrees of freedom to morph. It was observed that at certain flow conditions, there exist optimal geometry and fin number for the finned tube construct in which its thermal resistance is minimum. Fin efficiency and tube-side convective heat transfer coefficient are higher at low pressure drops and Stanton numbers. In these conditions, analytical relationships were proposed to predict optimal heat transfer, optimal fin number and optimal geometry. It was seen that the optimal fin thickness-to-fin pitch ratio is merely dependent on the fin volume fraction; and it rises with the increase in fin volume fraction. Moreover, the optimum fin number is directly proportional to fin spacing – to- fin pitch ratio and inversely proportional to Stanton number. Furthermore, it was seen that in the range of parameters considered in this study, the tube with 3400 fins and aspect ratio of 0.63 has the highest heat transfer rate.

1- مقدمه

افزایش انتقال حرارت همراه با حداقل افت فشار است. یکی از عوامل مهم در میزان تبادل حرارت، هندسه سطوح گسترده است. اضافه نمودن پره‌ها در یک مبدل حرارتی روشی متداول برای افزایش ضریب کلی انتقال حرارت است. این مبدل‌ها عمدتاً بصورت صفحه‌ای پره‌دار و لوله‌ای پره‌دار ساخته می‌شوند. در مبدل‌های لوله‌ای پره‌دار، شکل پره اغلب بصورت حلقوی است. در کاربردهای واقعی هنگام استفاده از پره‌های حلقوی محدودیت‌هایی وجود دارد و انتخاب صحیح مشخصه‌های هندسی مؤثر در پره نظیر ارتفاع پره، فضای بین پره‌های مجاور و ضخامت پره، می‌تواند کارایی مبدل را به مقدار زیادی بهبود بخشد.

امروزه بکارگیری هوا به عنوان سیال خنک‌کن در مبدل‌های حرارتی به دلیل در دسترس بودن و کم هزینه بودن آن، بطور قابل ملاحظه‌ای رو به رشد است. اما برای استفاده از هوا برای خنک‌کاری دو مشکل اساسی وجود دارد. اولاً به دلیل بالا بودن حجم مخصوص هوا، توان مصرفی فن بسیار زیاد است، ثانیاً ضریب انتقال حرارت جابجایی هوا بسیار پایین است. در نتیجه برای جریان پایین بودن ضریب انتقال حرارت ناچار به استفاده از سطوح گسترده خواهیم بود. اما استفاده از این سطوح منجر به افزایش افت فشار شده توان مصرفی فن را افزایش می‌دهد. در این مبدل‌ها هدف اساسی در طراحی،

Please cite this article using:

H. Shokouhmand, Sh. Mahjoub, M. R. Salimpour, Optimal architecture design of circular finned tube using constructal theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 317-323, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

البراهیم و بژان [12]، یک طراحی ساختاری مناسبی برای فین‌های استوانه‌ای با پره‌های حلقوی خنک شونده توسط مواد با رسانش بالا و توسط سیال در جریان جابجایی، ارائه نمود. نقطه عطف این کار معرفی حجم المانی مناسب است. حجم المانی در آن از بهینه کردن هندسی فاصله بین دو پره برای رسیدن به ضریب انتقال حرارت جابجایی بالا بدست آمد. کلباسی و سلیم‌پور [13,14] با استفاده از تئوری ساختاری به طراحی و بهینه‌سازی پره‌های مستطیلی جهت بهبود عملکرد چاه‌های حرارتی دارای مواد تغییر فاز دهنده پرداختند. آن‌ها ابتدا حجم المانی را بهینه کردند و در ادامه به بهینه کردن ساختارهای مرتبه بالاتر اقدام نمودند.

شکوهمند و همکاران [15]، به بررسی بهینه‌سازی لوله پره‌دار حلقوی با استفاده از تئوری ساختاری پرداختند. هدف آن‌ها یافتن هندسه بهینه برای افزایش تبادل حرارت بود. ایشان پارامترهای هندسی و فیزیکی مؤثر در تبادل حرارت را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که هندسه بهینه تحت تاثیر شرایط جریان است. در این تحقیق حجم مبدل و کسر حجمی ماده پره ثابت فرض شد و نشان داده شد که در هر شرایط جریانی، ساختار بهینه دارای یک هندسه، تعداد پره و درصد حجمی پره مشخص است.

همان‌گونه که مشاهده گردید تئوری ساختاری مبنای کار پژوهشگران زیادی در طراحی و بهینه‌سازی سیستم‌های مختلف بوده است. با این وجود، تاکنون بجز مرجع [15] مطالعه‌ای در زمینه استفاده از این تئوری جهت بررسی تحلیلی مبدل‌های هواخنک صورت نگرفته است. کار حاضر درحقیقت ادامه کار قبلی این نویسندگان است. در این پژوهش، قصد بر این است که رابطه‌ای تحلیلی برای پیش‌بینی انتقال حرارت و ابعاد هندسی بهینه این مبدل‌ها در شرایط خاص ارائه شود.

2- بیان مسأله

در اینجا سعی شده هندسه یک لوله پره‌دار حلقوی با استفاده از تئوری ساختاری بهینه شود. بدین منظور لوله پره‌دار دایروی نشان داده شده در شکل 1 در نظر گرفته می‌شود. ساختار لوله‌ای به طول L و قطر D_1 شامل n پره به ارتفاع H_f ، گام H_0 و ضخامت D_0 می‌باشد. در این شکل سیال گرم از داخل لوله عبور می‌کند در حالیکه هوای خنک بصورت متقاطع از روی لوله پره‌دار عبور داده می‌شود.

برای کاهش متغیرها و درجه آزادی، در این مسأله حجم کلی مبدل V و درصد حجمی پره ϕ ، ثابت در نظر گرفته می‌شوند. خواص و پارامترهای فیزیکی ثابت فرض می‌شوند.

3- معادلات حاکم بر مسأله

حرارت تبادل شده از یک گام پره شامل یک پره و سطح لوله بدون پره به طول H_0-D_0 ، محاسبه شده و سپس روی سطح لوله به طول H_0 و قطر D_1

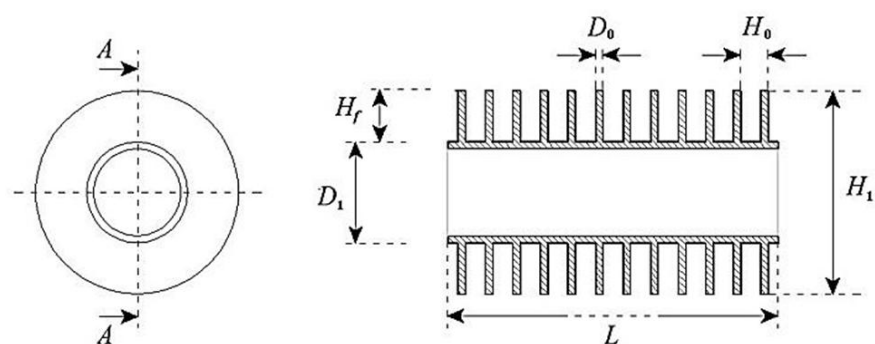


Fig. 1 Geometry of a typical finned tube

شکل 1 شماتیک ابعاد هندسی لوله پره‌دار

استفاده از دسته لوله‌های پره‌دار حلقوی در صنایع عمومیت دارد. به منظور افزایش ضریب انتقال حرارت سمت هوای این دسته لوله‌ها، بررسی‌های تجربی زیادی انجام شده است [1]. جستجوها بیشتر برای چینش متناوب در جریان متقاطع انجام شده و روابط زیادی به دست آمده است. بررسی‌های تجربی که شامل یک مجموعه کلی از پارامترهای مؤثر باشد، نسبتاً کم است. از طرف دیگر، ژی و توریگوشی [2] بیان کردند که مطالعات تجربی خواص گرمایی و جریانی را در مبدل‌های با لوله پره‌دار بطور دقیق تعیین نمی‌کنند. هدف اصلی در طراحی یک مبدل حرارتی مشخص کردن سطح انتقال حرارت لازم برای تبادل حرارت بهینه بین دو سیال با نرخ گرمی مشخص می‌باشد. طبق نظر برآور [3]، "سطح کلی انتقال حرارت دسته لوله پره‌دار و ضریب انتقال حرارت h ، کاملاً به هم مرتبطند و تحت تأثیر آرایش و هندسه و نحوه قرارگیری پره‌ها و لوله‌ها می‌باشند". بنابراین، در طراحی هندسه بهینه توجه به این نکته بسیار ضروری است که افزایش سطح پره‌ها باید حتی‌المقدور بدون تأثیر بر کاهش ضریب انتقال حرارت انجام شود.

مون [4]، بصورت عددی به بررسی اثر پارامترهای هندسی از قبیل ارتفاع پره، ضخامت پره، گام پره، قطر لوله، سرعت سیال و نوع چیدمان دسته لوله‌های پره‌دار بر روی ضریب انتقال حرارت پرداخت.

واضح است که افزایش سطح پره می‌تواند با افزایش ارتفاع پره H_f ، یا افزایش تعداد پره در طول لوله انجام شود. اما افزایش ارتفاع پره‌ها باعث کاهش راندمان و کارایی پره می‌شود. بژان [5,6]، بژان و لورنته [7] و سیوبا [8] با روش تقاطع مجانب‌ها نشان دادند فاصله بین پره‌ها یا به عبارتی تعداد پره در واحد طول لوله دارای یک مقدار بهینه است. فاصله کم پره‌ها از یکدیگر ضرایب انتقال حرارت کوچکی ایجاد خواهد کرد و این روند بستگی به توسعه لایه مرزی دارد. هنگامی که فاصله بین پره‌ها خیلی کوچکتر از ضخامت لایه مرزی آرام باشد، سیال خنک‌کن نمی‌تواند به راحتی در مجموعه جریان یابد. هنگامی که این فاصله خیلی بزرگتر از ضخامت لایه مرزی باشد، سطح تماس گرمایی بین صفحات و خنک‌کن خیلی کم خواهد بود و درصدی از سیال بدون اینکه حرارتی جذب کند از مجموعه خارج می‌شود. برای بهینه کردن هندسه پره‌های حلقوی کارهای تئوری، تجربی و عددی معدودی صورت گرفته است. اغلب این کارها بر مبنای کمینه کردن تولید آنتروپی است.

یکی از راه‌های بهینه‌سازی هندسی سیستم‌ها، استفاده از تئوری ساختاری است [9]. تئوری ساختاری که توسط بژان [5] و بژان و لورنته [7,10] ارائه شد با هندسه و پیکربندی سیستم‌ها سروکار دارد و مدعی است که اگر هندسه جریان درجه آزادی برای تغییر شکل داشته باشد، پیکربندی سیستم به گونه‌ای خواهد بود که کمترین مقاومت برای جریان‌ها ایجاد نماید. در تئوری ساختاری شکل بهینه المان حجمی با کمینه کردن مقاومت جریان، بدست آمده و با چیدمان مناسب این بلوک‌ها (المان حجمی بهینه شده) ساختمان بهینه (شبکه مورد نظر) ساخته می‌شود و همین‌طور از کوچکترین المان حجمی به سوی سازه‌های بزرگتر پیش می‌رود. یکی از زمینه‌های رایج بکارگیری تئوری ساختاری، استفاده از آن در انتقال حرارت و بهینه‌سازی مبدل‌های حرارتی است. بلواوچنده و بژان [11]، به کمک تئوری ساختاری، استفاده از استوانه‌های چند مقیاسه برای افزایش تبادل حرارت را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که با استفاده از سازه‌های تک مقیاسه در حالت بهینه نیز درصدی از سیال در تبادل حرارت مشارکت ندارد و برای افزایش تبادل حرارت می‌بایست از سازه‌های چند مقیاسه استفاده نمود.

درحالی که شکل بی بعد ضرایب انتقال حرارت و راندمان مطابق روابط (10,11) می باشد.

$$\hat{h}_1 = \frac{\eta}{\hat{D}_1 \hat{H}_0} (\hat{H}_1^2 - \hat{D}_1^2) \left(-\frac{\hat{D}_0}{\hat{H}_0} \right) \quad (10)$$

$$\eta = \left[\frac{(\hat{H}_1 - \hat{D}_1) C_2}{(\hat{D}_0)^{\frac{1}{2}}} \frac{\hat{H}_1}{\hat{D}_1} \right] \quad (11)$$

که راندمان پره حلقوی بصورت تابع بسل است. درصد حجمی ماده پره $\phi = V_f/V$ می باشد که شکل بدون بعد آن مطابق رابطه (12) است.

$$\phi = n \frac{\pi}{4} (\hat{H}_1^2 - \hat{D}_1^2) \hat{D}_0 \quad (12)$$

با بی بعدسازی معادله (5) به معادله تبادل حرارت (13) بدست می آید.

$$\hat{q} = \frac{\pi \hat{D}_1^2}{4} \left[-\left\{ -\frac{\hat{h}_e}{\hat{D}_1} \hat{L} \right\} \right] \quad (13)$$

که در فرمول های (9)، (11) و (13)، پارامترهای فیزیکی بصورت زیر بیان می شوند.

$$1 \quad \Pi^{-\frac{1}{4}}, \quad 2 \quad \hat{k}_f^{-\frac{1}{2}} \Pi^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{h_0}{\rho_i C_{p_i} U_i}, \quad \Pi \quad \frac{\Delta P V^2}{\mu \alpha}$$

همچنین مقدار $\hat{h}_e$ در فرمول (13) با صرف نظر از مقاومت جداره لوله و مقاومت رسوب در دو سمت لوله بصورت رابطه (14) است.

$$\overline{\hat{h}_e} = \overline{\hat{h}_1} = \overline{\hat{h}_i} \quad (14)$$

ضریب انتقال حرارت بی بعد داخل لوله به صورت فرمول (15) بیان می شود:

$$\hat{h}_i = \hat{k}_i \left\{ \frac{\Pi^{0.5} \hat{D}_1}{\hat{k}_i} \right\}^{0.8} \frac{0.4}{\hat{D}_1 \Pi^{0.5}} \quad (15)$$

دستگاه معادلات فوق شامل 9 معادله (7) تا (15) و یازده پارامتر مجهول $\hat{H}_1$ ، $\hat{h}_e$ ، $\hat{h}_1$ ، $\hat{h}_i$ ، $\hat{q}$ ، n ، $\hat{D}_0$ ، $\hat{H}_0$ ، $\hat{L}$ ، $\hat{D}_1$ و η می باشد. پارامترهای فیزیکی $\hat{k}_i$ ، $\hat{k}_f$ ، ϕ ، St ، و Π ثابت فرض می شوند. حال در نظر است میزان نرخ انتقال حرارت نسبت به دو متغیر بهینه شود.

5- روش حل مسأله

از آنجا که مقدار D_0 مثبت است و برای پره های بلند H_f/D_1 می باشد، می توان کران بالا و پایینی برای $\hat{H}_1$ را از رابطه (16) بدست آورد:

$$\frac{1}{n \pi} (1 - \phi) \hat{H}_1^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{n \pi} (1 - \phi) \quad (16)$$

معادله (16) فوق نشان می دهد که کران $\hat{H}_1$ نمی تواند تا هر اندازه دلخواهی کاهش یا افزایش یابد. داشتن حدود یک پارامتر مانند $\hat{H}_1$ در بررسی های عددی مفید می باشد، زیرا حجم محاسبات را کاهش می دهد. به کمک رابطه فوق می توان بصورت تحلیلی با تخمین خوبی، هندسه بهینه را مورد ارزیابی قرار داد. مثلاً طبق رابطه فوق در ϕ های کم، در اختلاف فشار ثابت، مقدار $n \hat{H}_1^{2.5}$ تقریباً ثابت است. یعنی با افزایش تعداد پره، ساختار دارای شعاع خارجی پره کوچکتر و طول لوله بلندتر خواهد بود.

با توجه به رابطه (16) می توان مقدار $\hat{H}_1^{2.5}$ را بصورت (17) نوشت:

$$\hat{H}_1^{\frac{5}{2}} = \frac{\xi}{n \pi} \quad (17)$$

که در آن $(1 - \phi) \xi$ می باشد.

همچنین به کمک معادلات (7-9,13) مقادیر هندسی $\hat{L}$ ، $\hat{H}_0$ ، $\hat{D}_0$ و

$\hat{D}_1$ را می توان بر حسب n و ξ نوشت:

$$\hat{L} = \frac{\xi}{\pi} \left(\frac{\xi}{n \pi} \right)^{-\frac{4}{5}} \quad (18)$$

متوسط گیری می شود، و یک ضریب انتقال حرارت جابجایی معادل، h_1 بر مبنای سطح خارجی لوله در نظر گرفته می شود، به گونه ای که اثر پره در این ضریب لحاظ شده باشد. بنابراین، در این مرحله فرض می شود که تعداد پره ها زیاد و بسیار به هم نزدیک می باشند که در واقع چنین است و همچنین جریان داخل لوله توسعه یافته در نظر گرفته می شود. در نتیجه ضریب جابجایی داخل و خارج لوله در طول لوله را می توان یکنواخت و ثابت در نظر گرفت.

$$\frac{q_0}{\pi D_1 H_0} = h_1 (T_s - T_\infty) \quad (1)$$

$$q_0 = \eta \frac{\pi}{4} (H_1^2 - D_1^2) h_0 (T_s - T_\infty) \quad (2)$$

η راندمان پره و تابعی بسل از مشخصات هندسی می باشد و از رابطه (3) بدست می آید.

$$\eta = \left[\left(\frac{H_1 - D_1}{H_1} \right) \left(\frac{h_0}{k_f D_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{H_1}{D_1} \right] \quad (3)$$

با نوشتن رابطه انرژی، پروفیل دما و تبادل حرارت کلی از لوله بصورت روابط (4,5) بدست می آید.

$$\frac{T_m - T_\infty}{T_{mi} - T_\infty} = \left(-\frac{\pi D_1 h_e}{\dot{m} C_p} x \right) \quad (4)$$

$$q = \dot{m} C_p (T_{mi} - T_\infty) \left[-\left(-\frac{\pi D_1 h_e}{\dot{m} C_p} \right) \right] \quad (5)$$

با بررسی کارهای انجام شده در زمینه خنک کاری مشاهده می شود که حجم المانی بهینه از رابطه $(H_0 - D_0)/H_1 = (\mu \alpha / H_1^2 \Delta P)^m$ تبعیت می کند [8]. این حجم با بهینه سازی فاصله بین دو پره متوالی بدست می آید. رابطه فوق نشان می دهد که فاصله بهینه ای بین دو پره وجود دارد که بیشتر یا کمتر شدن فاصله، میزان انتقال حرارت را کاهش می دهد. فاصله بهینه بگونه ای است که لایه مرزی ایجاد شده بین دو پره در انتهای دو پره به هم می رسد. در جریان آرام مطابق مراجع [8,12]، $m = 0.75$ و ضریب تناسب برابر یک است.

$$\frac{H_0 - D_0}{H_1} = \left(\frac{\mu \alpha}{H_1^2 \Delta P} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (6)$$

4- بی بعدسازی معادلات حاکم

از آنجا که حجم ثابت در نظر گرفته شده است، از $V^{\frac{1}{3}}$ برای بی بعد کردن ابعاد طولی استفاده می شود. با استفاده از h_0 ، ضریب انتقال حرارت جابجایی هوا، ضرایب انتقال حرارت داخلی و خارجی و کلی بدون بعد می شوند. همچنین با استفاده از ضریب انتقال حرارت هدایتی هوا، k_0 ، ضرایب هدایتی بی بعد شده اند. با استفاده از این متغیرهای بی بعد، معادلات بی بعد زیر بدست آمده است.

با توجه به اینکه حجم تک لوله پره دار $\frac{\pi}{4} H_1^2 L = V$ می باشد، می توان رابطه (7) را نوشت:

$$\hat{H}_1^2 \hat{L} = \frac{V}{\pi} \quad (7)$$

با تقسیم طول لوله به گام پره ها، تعداد پره ها از رابطه (8) بدست می آید.

$$\frac{\hat{L}}{\hat{H}_0} = n \quad (8)$$

فرم بدون بعد رابطه حجم المانی بهینه شده (6) بصورت رابطه (9) است.

$$\hat{H}_0 - \hat{D}_0 = C_1 \hat{H}_1^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

محاسبه می‌شود. نمونه مورد مطالعه یک تک لوله پره‌دار به حجم ۷^{-3 3} و درصد حجمی پره ϕ می‌باشد. در این بررسی عدد افت فشار Π و عدد استانتون St ، در نظر گرفته می‌شود. آب گرم با دمای $T_{in w}$ °C و سرعت، u_w وارد لوله شده و توسط هوا با دمای $T_{in a}$ °C و سرعت، u_a خنک می‌شود. خصوصیات ترموفیزیکی آب و هوا در جدول 1 آورده شده است.

مقایسه برای دو تعداد پره $n=1304$ و $n=2400$ و سه نسبت منظر S/H_0 ، انجام شده و در جدول 2 نشان داده شده است. همان‌طور که از جدول مشاهده می‌شود، مقدار حرارت بدست آمده از روش حل کار حاضر با حرارت محاسبه شده توسط مرجع [16]، تقریباً برابر است و مقدار خطا ناچیز بوده و رفتار منحنی $\hat{q}$ نسبت به ξ ، به هم نزدیک است. در این جدول برای هر شش نمونه مورد مطالعه مقادیر هندسی محاسبه شده است. همان‌طور که از جدول مشاهده می‌شود، در تعداد پره مشخص، میزان تبادل حرارت در یک نسبت منظر مشخص، بهینه می‌شود.

2-5- حل تحلیلی تعداد پره زیاد و عدد استانتون کم

در حالتی که تعداد پره زیاد باشد، طبق معادله (17) و (18)، ساختار دارای قطر خارجی پره کم و طول زیاد است. با جایگذاری ابعاد هندسی فوق در معادله (27)، رابطه (29) بدست می‌آید.

$$\frac{(\hat{H}_1 - \hat{D}_1)}{(\hat{D}_0)^{\frac{1}{2}}} = n^{-0.3} \Pi^{0.7} \hat{k}_f^{-0.5} \quad (29)$$

با افزایش تعداد پره، افزایش قابلیت هدایت حرارتی و کاهش افت فشار، اندازه پارامتر سمت چپ رابطه (29) کاهش می‌یابد و در نتیجه باعث افزایش راندمان می‌شود. بنابراین چون ارتفاع پره‌ها کم و تعداد آنها زیاد است و پره‌ها معمولاً از جنس مس یا آلومینیوم و فلزاتی با قابلیت هدایت حرارتی بالا می‌باشند، در این حالت مقدار راندمان تقریباً یک است، $\eta \cong 1$. همچنین ضریب جابجایی داخل لوله با جایگذاری ابعاد هندسی در رابطه (15)، در یک ξ ثابت، بصورت رابطه (30) است.

$$\hat{h}_i = n^{0.08} \Pi^{-0.12} \hat{k}_i^{0.2} = 0.6 - 0.8 \quad (30)$$

جدول 1 خصوصیات ترموفیزیکی آب و هوا [16]

Table 1 physical property of water and air					
$\rho \left(\frac{1}{m^3} \right)$	$p \left(\frac{1}{m^2} \right)$	$\mu \left(\frac{1}{m^2} \right)$	$k \left(\frac{1}{m} \right)$		
995	4180	10^{-3}	0.62	5.2	آب) T
1.16	1007	10^{-5}	0.0263	0.7	هوا) T

جدول 2 اعتبار سنجی مطالعه حاضر

Table 2 validation of the present study						
نمونه	1	2	3	4	5	6
n	1304	2400				
ξ	0.84	0.826	0.72	0.84	0.82	0.72
$L(mm)$	2960	3000	3348	4821	4915	5454
H_1	57.6	57	54	45.1	44.7	42.4
H_0	2.27	2.3	2.57	2	2.05	2.27
D_0	0.36	0.4	0.72	0.32	0.37	0.64
D_1	14.4	21.2	37	11.28	18.24	28.9
$\hat{q}_{present}$	61	78.8	70.6	68	94.5	80
$\hat{q}_{ref.[15]}$	56.3	67.7	63	63	85.5	73.5
درصد خطا	8.3	16.4	12	8	10.5	8.8

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{\xi} \left(\frac{\xi}{n \pi_1} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (19)$$

$$\hat{D}_0 = \frac{1}{\xi} \left(\frac{\xi}{n \pi_1} \right)^{\frac{1}{5}} - \xi \quad (20)$$

$$\hat{D}_1 = \left(\frac{\xi}{n \pi_1} \right)^{\frac{2}{5}} \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

با استفاده از روابط (20,19)، مقدار D_0/H_0 بصورت رابطه (22) است.

$$\frac{D_0}{H_0} = \xi \quad (22)$$

با توجه به اینکه فاصله بین دو پره S ، بصورت $S=H_0-D_0$ می‌باشد، به کمک رابطه (22)، ماهیت ξ بصورت رابطه هندسی (23) بیان می‌شود.

$$\frac{S}{H_0} = \xi \quad (23)$$

نسبت ارتفاع خارجی پره به قطر لوله با توجه به اینکه $H_f = H_1 - D_1$ می‌باشد و به کمک روابط (17) و (21)، بر حسب ξ و n بصورت رابطه (24) است.

$$\frac{H_1}{D_1} = \left\{ \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{-\frac{1}{2}} - \right\} \quad (24)$$

ضریب کلی انتقال حرارت بصورت تابعی از ضریب جابجایی داخل و خارج لوله می‌باشد. ضریب جابجایی بی بعد داخلی $\hat{h}'_i$ ، مطابق رابطه (15)، بر حسب پارامترهای جریانی و هندسی نوشته شده است. ضریب جابجایی بی بعد داخلی بصورت $\hat{h}'_o = \hat{h}_1 \eta A_t/A_b$ می‌باشد. مقدار A_t/A_b بکمک روابط فوق بصورت زیر می‌باشد.

$$\frac{A_t}{A_b} = \phi \left\{ \frac{1}{\xi} \left(\frac{n \pi_1}{\xi} \right)^{\frac{1}{5}} \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\xi} - \right) \right\}^{-1} \quad (25)$$

همچنین راندمان طبق رابطه (11)، بصورت تابعی بسل از دو پارامتر H_1/D_1 و $(\hat{H}_1 - \hat{D}_1)/(\hat{D}_0)^{\frac{1}{2}}$ می‌باشد. که بکمک معادلات فوق و با جایگذاری مناسب بر حسب ξ و n نوشته می‌شوند.

$$\frac{H_1}{D_1} = \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (26)$$

$$\frac{(\hat{H}_1 - \hat{D}_1)}{(\hat{D}_0)^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{n \pi_1}{\xi} \right)^{-\frac{3}{10}} \left\{ - \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \left(\frac{1}{\xi} - \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{2}{1^{\frac{1}{2}}} \quad (27)$$

با جایگذاری روابط فوق در معادله (13)، میزان حرارت تبادل شده را می‌توان بر حسب ξ و n با رابطه (28) نوشت.

$$\hat{q} = \frac{\pi \hat{D}_1^2}{4} \left[- \left\{ -\frac{\hat{h}_e}{\hat{D}_1} \hat{L} \right\} \right] \hat{q} n \xi \quad (28)$$

حال بایستی حرارت تبادل شده نسبت به دو پارامتر n و ξ (یا نسبت منظرهای L/H_1 یا D_1/H_f) بهینه شود.

1-5- بررسی اعتبارسنجی

حرارت تبادل شده بدست آمده در اینجا با حرارت محاسبه شده به روش $\theta - P$ مطابق مرجع [16]، مقایسه می‌شود. این روش در حقیقت ترکیبی است از روش‌های LMTD و P-NTU که محدودیت‌های کمتری نسبت به آنها دارد. در این روش، دمای متوسط بی‌بعد، θ که نسبت اختلاف دمای متوسط به اختلاف دمای ورودی دو سیال است، برحسب کارایی درجه حرارت، P ،

حرارت در حالت بهینه طبق رابطه (36)، برابر با $\Pi/0.2$ $\hat{q}_{opt}$ خواهد شد. در جدول 3 شار حرارتی و ابعاد هندسی بهینه برای چند حالت مختلف بدست آمده است. در چهار نمونه مورد مطالعه اول، درصد حجمی پره ϕ و در نمونه آخر ϕ می‌باشد. مشاهده می‌شود که با کاهش درصد حجمی پره مقدار نسبت منظر و تعداد پره افزایش یافته است و ساختار دارای قطر پره کمتر و طول لوله بیشتر است. همچنین مقدار D_0 کاهش می‌یابد. و این باعث کاهش راندمان می‌شود که با فرضیات رابطه (36)، مغایرت دارد. در نتیجه مقدار حرارت بهینه بدست آمده با حرارت واقعی اختلاف دارد. لازم به ذکر است که لوله‌های پره‌دار موجود عموماً دارای 8 تا 14 پره در اینچ می‌باشند که با مقادیر بدست آمده در جدول 3 همخوانی دارد.

3-5- قطر لوله ثابت

اگر در لوله پره‌دار علاوه بر قیود گفته شده (حجم لوله پره‌دار ثابت، حجم ماده پره ثابت)، قطر لوله نیز ثابت باشد ثابت $\bar{D}_1$ ، مسأله دارای حالت بهینه نسبی است. در این حالت بکمک رابطه (21)، میتوان n را بر حسب ξ بدست آورد.

$$n = (\bar{D}_1)^{-\frac{5}{2}} \frac{\xi}{\pi} \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{\frac{5}{4}} C^* \xi \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)^{\frac{5}{4}} \quad (38)$$

با محاسبه n بر حسب ξ مطابق معادله فوق و جایگذاری آن در معادله (28) مقدار حرارت بصورت تابعی یک متغیره از ξ می‌باشد، $\hat{q}(\xi)$ ، که با حل آن مقدار ξ_{opt} و با جایگذاری آن در معادله (38)، مقدار n_{opt} بدست می‌آید. همچنین بیشترین پره مورد استفاده با توجه به قیود گفته شده با مشتق گیری از n نسبت به ξ بدست می‌آید.

$$\xi_{n \max} = -\left(\phi - \left(\phi \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (39)$$

در کندانسورها و اواپراتورهای هواخنک که سیال در حالت دو فازی است و ضریب جابجایی سیال داخل زیاد و دمای سطح لوله ثابت است، ضریب جابجایی کل، معادل با ضریب جابجایی سیال خارج لوله‌هاست. در این حالت دیده می‌شود که هر چه تعداد پره زیاده‌تر باشد تبادل حرارت بیشتری صورت می‌گیرد. در این حالت اگر قطر لوله ثابت باشد، بکمک رابطه (39) می‌توان تعداد پره بهینه را محاسبه نمود.

6- نتیجه گیری

بنابر تحلیل فوق با افزایش تعداد پره، افزایش قابلیت هدایت حرارتی، کاهش افت فشار و کاهش عدد استانتون، ضریب جابجایی داخلی و راندمان پره‌ها

یعنی با کاهش عدد استانتون، کاهش عدد افت فشار، افزایش قابلیت رسانش سیال داخل لوله، کاهش عدد پراتل و افزایش تعداد پره مقدار ضریب جابجایی داخل لوله افزایش می‌یابد. این حالت در اعداد استانتون کم و تعداد پره زیاد بسیار مشهود است. در این حالت بنابر رابطه (14) ضریب کلی انتقال حرارت معادل تقریباً با ضریب انتقال حرارت جابجایی خارج لوله برابر می‌شود. با فرض ξ ثابت و استفاده از روابط فوق فرم معادله تبادل حرارت بر حسب n بصورت رابطه (31) نوشته می‌شود.

$$\hat{q} = \alpha_1 n^{-\frac{4}{5}} - \alpha_2 n \quad (31)$$

که در آن:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{\pi} \left(\frac{\xi}{\pi} \right)^{\frac{4}{5}} \left(-\frac{\phi}{-\xi} \right)$$

$$\alpha_2 = \phi - \xi - \phi^{-1}$$

مقدار حرارت تبادل شده طبق معادله فوق دارای نقاط اکسترمم است. با فرض ξ ثابت و با توجه به مثبت بودن تابع و صفر شدن اندازه آن در مقادیر صفر و بینهایت، معادله فوق نسبت به n دارای مقدار ماکزیمم می‌باشد، بنابراین با حل $\partial \hat{q} / \partial n$ می‌توان رابطه (32) را نوشت.

$$-\alpha_2 n = \frac{\alpha_2 n}{\alpha_2 n} \quad (32)$$

با حل معادله فوق مقدار α_2 بدست می‌آید. یعنی متناظر با هر ξ ، یک مقدار بهینه برای تعداد پره، n_{opt} ، طبق رابطه (33) بدست می‌آید.

$$n_{opt} = \alpha_2 \frac{-\xi - \phi}{\phi} \quad (33)$$

با جایگذاری n_{opt} معادله فوق در معادله (31)، میزان حرارت بر حسب ξ بصورت (34) می‌باشد.

$$\hat{q} = \alpha_1 \alpha_2^{0.8} \frac{-0.2 \pi^{0.8} \phi^{0.8} \xi^{0.8} \left(-\phi - \xi \right)^{0.2}}{-\xi} \quad (34)$$

با توجه به اینکه مقدار $(1 - \phi) \xi$ می‌باشد، مقدار $\hat{q}$ در ξ متناظر با $\partial \hat{q} / \partial \xi$ دارای مقدار ماکزیمم است. با مشتق‌گیری و حل آن مقدار ξ_{opt} بصورت رابطه (35) بدست می‌آید.

$$\xi_{opt} = \frac{-\phi}{\frac{\phi}{4}} \quad (35)$$

با جایگذاری مقدار فوق در رابطه (34)، مقدار شار حرارتی در حالت بهینه بصورت (36) بدست می‌آید.

$$\hat{q}_{opt} = \left(\frac{\Pi}{\pi} \right)^{0.2} \left(-\phi \right) \quad (36)$$

همچنین با جایگذاری رابطه (35) در معادله (33)، مقدار پره بهینه به صورت (37) است.

$$n_{opt} = \frac{-\phi}{\frac{\phi}{4}} \frac{1}{\xi_{opt}} \quad (37)$$

در بیشتر هواخنک‌ها، هوا بعنوان سیال خنک‌کن، آب به عنوان سیال گرم داخل لوله و مس به عنوان جنس پره در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه مقادیر نسبت قابلیت هدایت حرارتی k_f و k_i می‌باشد.

بنابراین برای یک نمونه مورد مطالعه با درصد حجمی ماده پره ϕ ، طبق رابطه (35)، مقدار ξ_{opt} و با جایگذاری در رابطه (37)، تعداد پره بهینه / n_{opt} بدست می‌آید و مقدار تبادل

جدول 3 تغییرات ابعاد هندسی نسبت به تغییرات شرایط جریانی و فیزیکی
Table 3 Geometrical dimensions variations with flow and physical conditions

نمونه	1	2	3	4	5
ϕ	0.32	---	---	---	0.1
ξ_{opt}	0.63	---	---	---	0.788
$V(m^3)$	0.02	---	---	0.0001	0.02
Π	1	2	1	20	1
n	50	50	100	0.12	50
پره در اینچ	3384	1692	3384	170	4719
$L(mm)$	10.8	9.5	12.5	10.4	11.0
H_1	8000	4554	6900	415	10940
H_0	57	74.8	60.7	17.5	48
D_0	2.34	2.7	2.04	2.44	2.32
D_1	0.87	1	0.755	0.9	0.28
$\hat{q}_{opt}$	21	27.6	22.4	6.5	20.5
	163	142	187	26.7	215

مسأله دیگری که در شکل 3 مشاهده می‌شود، این است که با افزایش تعداد پره ها مقدار ξ_{opt} کوچکتر می‌شود. همچنین به نکات زیر می‌توان اشاره کرد:

- طبق رابطه (37)، در یک استانتون ثابت، نسبت n_{opt}/ξ_{opt} ثابت است. یعنی با تغییرات ϕ مقادیر $\bar{H}_1$ و $\bar{L}$ تغییر نمی‌کند. همچنین بنابر روابط (19) و (23)، مقدار فاصله بین دو پره (S) نیز ثابت می‌ماند.
- طبق رابطه (25)، مقدار ξ در حالت بهینه، S/H_0 ، فقط تابع درصد حجمی پره ϕ ، می‌باشد. این مقدار با افزایش ϕ ، کاهش می‌یابد. همچنین چون با افزایش ϕ ، مقدار ξ_{opt} کاهش می‌یابد، طبق رابطه (37)، تعداد پره بهینه نیز کاهش می‌یابد.
- با کاهش عدد استانتون، تعداد پره بهینه طبق رابطه (37)، افزایش می‌یابد.
- کاهش استانتون (37)، افزایش تعداد پره و کاهش افت فشار، بنابر روابط (30) و (29)، ضریب انتقال حرارت داخلی و راندمان پره را افزایش می‌دهد و تبادل حرارت بهینه، به رابطه تحلیلی (36)، نزدیک‌تر می‌شود.
- افزایش افت فشار و کاهش عدد استانتون طبق رابطه (36)، باعث افزایش تبادل حرارت می‌شود.
- طبق رابطه (36)، با کاهش ϕ ، مقدار تبادل حرارت بهینه افزایش می‌یابد که در جدول 1 نیز مشاهده می‌شود. اما با کاهش ϕ مشاهده می‌شود که تبادل حرارت واقعی با رابطه (36)، انحراف بیشتری دارد. زیرا با کاهش ϕ ، طبق رابطه (20) مقدار D_0 کاهش می‌یابد. و این باعث کاهش راندمان می‌شود که با فرضیات رابطه (36)، مغایرت دارد. از این استدلال می‌توان نتیجه گرفت که در افت فشار و استانتون کم، درصد حجمی پره‌دارای یک مقدار بهینه می‌باشد.
- در هر n مشخصی یک مقدار بهینه برای ξ وجود دارد که در آن $\hat{q}$ به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در یک شرایط جریانی ثابت، مقدار حداکثر $\hat{q}$ با تغییر n تغییر می‌کند. یعنی مقادیر اکسترمم نسبی $\hat{q}$ ، خود در یک n مشخصی بهینه می‌شود.

7- فهرست علائم

A_b	سطح تبادل حرارت لوله‌ی بدون پره
A_t	سطح تبادل حرارت کلی
C_1	پارامتر، $C_1 = \Pi^{-1/4}$
C_2	پارامتر، $C_2 = (k_0/k_f)^{1/2} \Pi^{1/4}$
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه
D_0	ضخامت پره
D_1	قطر خارجی لوله
H_0	گام پره
H_1	قطر خارجی پره
H_f	ارتفاع پره
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی
h_e	ضریب انتقال حرارت کلی
k	قابلیت هدایت حرارتی
L	طول لوله

افزایش می‌یابد. در این حالت حل معادله انتقال حرارت (28)، به معادله (34) منجر می‌شود. در شکل 2 این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است. برای یک لوله پره‌دار با ϕ ، k_f و k_i مطابق شکل مشاهده می‌شود که با کاهش عدد افت فشار و عدد استانتون از $St = 10^{-5}$ و Π (منحنی خطچین) به $St = 10^{-6}$ و Π (منحنی خط نقطه) مقدار انتقال حرارت تبادل شده به معادله (34) نزدیک می‌شود. لازم به ذکر است مطابق معادله (34) چون نسبت $\Pi/$ ، برای دو مورد یکی است، فرم معادله در دو حالت یکسان است (منحنی خط پر).

حال با فرض ϕ ، $St = 10^{-5}$ و Π به بررسی نحوه تغییرات $\hat{q}$ نسبت به ξ برای چند مقدار n پرداخته می‌شود. همان‌طور که از شکل 3 مشخص است، مقدار $\hat{q}$ با افزایش ξ ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. یعنی یک مقدار بهینه برای ξ در هر n مشخصی وجود دارد که در آن $\hat{q}$ به حداکثر مقدار خود می‌رسد. همچنین مشاهده می‌شود که در یک شرایط جریانی ثابت، مقدار حداکثر $\hat{q}$ با تغییر n تغییر می‌کند. یعنی مقادیر اکسترمم نسبی $\hat{q}$ ، خود در یک n مشخصی بهینه می‌شود. این بدان معنی است که در یک شرایط فیزیکی مشخص، یک مقدار بهینه برای تعداد پره ها وجود دارد که افزایش یا کاهش آن باعث کاهش شار حرارتی می‌شود.

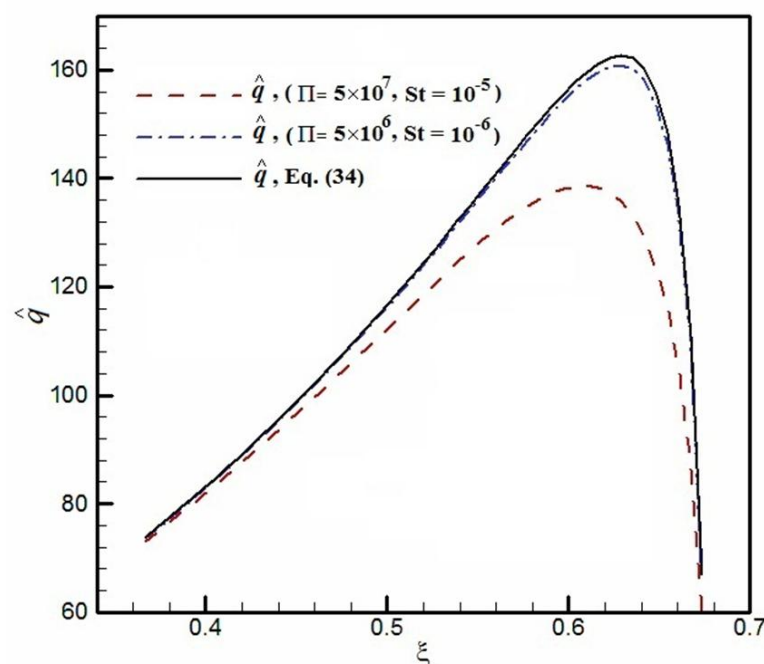


Fig. 2 Comparisons of Eq.(28) and Eq.(34) with Π & St variations

شکل 2 مقایسه معادله (28) و (34) با تغییرات Π و St

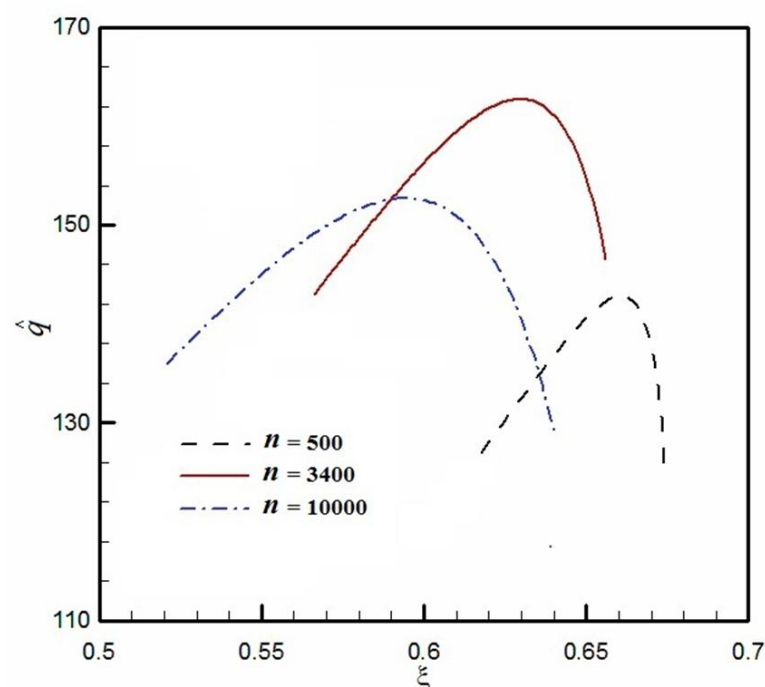


Fig. 3 Variations of $\hat{q}$ with ξ for some n 's

شکل 3 تغییرات $\hat{q}$ نسبت به ξ برای تعداد پره‌ی مختلف

8- مراجع

- [1] R. L. Webb, Air-side heat transfer in finned tube heat exchanger, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 33-49, 1980.
- [2] G. N. Xi, K. Torikoshi, Computation and visualization of flow and heat transfer in finned tube heat exchangers, *International Symposium on Heat Transfer*, Tsinghua University, Beijing China, pp. 632-637, 1996.
- [3] H. Brauer, *Compact Heat Exchangers*, Chemical Progress Engineering, London. Vol. 45, No. 8, pp. 451-460, 1964.
- [4] M. S. Mon, *Numerical Investigation of Air-Side Heat Transfer and Pressure Drop in Circular Finned-Tube Heat Exchangers*, PhD Thesis, der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Germany, 2003.
- [5] A. Bejan, *Shape and Structure from Engineering to Nature*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [6] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, 2nd ed, Wiley, New York, 1997.
- [7] A. Bejan, S. Lorente, *Design with Constructal Theory*, John Wiley and Sons, Inc, 2008.
- [8] A. Bejan, E. Sciubba, The optimal spacing of parallel plates cooled by forced convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 3259-3264, 1992.
- [9] M. Ghazi, M. Amidpour, M. Abbaspour, H. Farzaneh, Constructal theory application for cogeneration heat and power total site retrofit, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 143-152, 2015. (In Persian)
- [10] A. Bejan, S. Lorente, Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering, *Journal of American Institute of Physics*, Vol. 100, pp. 041301, 2006.
- [11] T. Bello-Ochende, A. Bejan, Constructal multi-scale cylinders in cross-flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 1373-1383, 2005.
- [12] A. Alebrahim, A. Bejan, Constructal trees of circular fins for conductive and convective heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 19, pp. 3585-3597, 1999.
- [13] R. Kalbasi, M. R. Salimpour, Constructal design of phase change material enclosures used for cooling electronic devices, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 84, pp. 339-349, 2015.
- [14] R. Kalbasi, M. R. Salimpour, Constructal design of horizontal fins to improve the performance of phase change material rectangular enclosures, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 91, pp. 234-244, 2015.
- [15] H. Shokouhmand, S. Mahjoub, M. R. Salimpour, Constructal design of finned tubes used in air-cooled heat exchangers, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 6, pp. 2385-2391, 2014.
- [16] R. W. Serth, *Process Heat Transfer: Principles and Applications*, Elsevier Science & Technology Books, pp. 630-675, 2007.

 $\dot{m}$ نرخ جرمی n تعداد پره (روی تک لوله)

Pr عدد پرانتل

 q_0 حرارت تبادل شده از حجم المانی q حرارت تبادل شده از تک لوله S فاصله بین دو پره St عدد استانتون، $\frac{h_0}{\rho_i c_{p_i} U_i}$ T_m دمای متوسط سیال در یک مقطع عرضی لوله T_{mi} دمای سیال داخلی در ورودی لوله T_s دمای سطح لوله T_∞ دمای سیال خارج لوله

علائم یونانی

 α ضریب پخش حرارتی ΔP تغییرات فشار η راندمان پره Π فشار بدون بعد ρ چگالی ξ نسبت منظر هندسی، $\frac{S}{H_0}$ ϕ درصد حجمی ماده پره، $\frac{V_f}{V}$ V حجم کلی تک لوله

زیرنویس‌ها

 f پره i داخل o خارج a هوا w آب

opt بهینه شده

 $\wedge$ شاخص بدون بعد شده