



کنترل تطبیقی و مقاوم کشتی هوایی استراتوسفر

بهنام میری پور فرد^{1*}، پگاه عبدالله زاده²

1- استادیار، مهندسی رباتیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

2- دانشجوی کارشناسی، مهندسی رباتیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

* همدان، صندوق پستی 65155-579، bmf@hut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 آبان 1394

پذیرش: 19 دی 1394

ارائه در سایت: 19 بهمن 1394

کلید واژگان:

کشتی هوایی استراتوسفر کامل تحریک

مختصات تعمیم یافته

کنترل دینامیک معکوس تطبیقی

کنترل تطبیقی و مقاوم بر اساس پسوبودن

نامعینی در پارامترهای اینرسی

چکیده

کشتی‌های هوایی استراتوسفر راه‌حل‌های جالبی را برای بسیاری از چالش‌های صنعت هوافضا فراهم ساخته‌اند. نیروهای رانشی و شناوری که توسط کشتی هوایی تولید می‌شود این وسیله را قادر به پروازهای طولانی مدت و داشتن عملکرد کارا کرده است. با وجود همه پیشرفت‌ها، هنوز هم چالش‌های اساسی در این زمینه وجود دارد. در این مقاله، ابتدا مدل دینامیکی کشتی هوایی استراتوسفر کامل تحریک دارای شش درجه آزادی با استفاده از مختصات تعمیم یافته استخراج شده است. سپس مقادیر مطلوب جهت‌گیری و سرعت‌های خطی و زاویه‌ای کشتی هوایی با توجه به مسیر مطلوب و استفاده از شبه معکوس معادله‌ی سینماتیکی موقعیت و جهت‌گیری به دست آورده شده است. با فرض نامعینی در پارامترهای اینرسی ابتدا در روش کنترل دینامیک معکوس تطبیقی با استفاده از خاصیت پارامتری‌سازی خطی و قانون به روز رسانی گرادین پارامترها به صورت برخط تخمین زده می‌شوند. در ادامه با طراحی الگوریتم حرکت بر اساس پسوبودن، قانون کنترل و معادله‌ی غیرخطی حرکت استخراج می‌شوند و روش‌های کنترل تطبیقی و مقاوم بر اساس پسوبودن برای کنترل کشتی هوایی به کار گرفته می‌شود. پایداری سیستم حلقه بسته نیز به طور مختصر با استفاده از تئوری پایداری لیانوف شرح داده می‌شود. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی برای ردیابی مسیر دلخواه متغیر با زمان ارایه می‌شود. مقایسه بین نتایج کنترل تطبیقی و مقاوم دینامیک معکوس و کنترل تطبیقی و مقاوم بر اساس پسوبودن ارائه می‌شود.

Adaptive and robust control of a stratospheric airship

Behnam Miripour Fard*, Pegah Abdollahzadeh

Department of Robotics Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.

* P.O.B. 65155-579 Hamedan, Iran, bmf@hut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 November 2015
Accepted 09 January 2016
Available Online 08 February 2016

Keywords:

Fully-actuated stratospheric airship
generalized coordinate
inverse dynamics control
adaptive and robust control based on passivity
unknown inertial parameters

ABSTRACT

Stratospheric airships have introduced interesting solutions for many challenges in the aerospace industries. Buoyant and propulsion forces produced by airships make them capable of long-time flight and efficient operation. In spite of much progress, there are still many challenges in this exciting field of study. In this paper, first the dynamic model of fully-actuated stratospheric airship with 6-DOF is expressed by the generalized coordinates, then desired values of the airship attitude, linear and angular velocities are obtained according to desired path and using pseudo inversion of the kinematics and dynamics equations. In view of the unknown inertial parameters, first in adaptive inverse dynamic control, inertial parameters are estimated online using linearization parameters and gradient update law. Next, control law and nonlinear dynamic equation are deduced by designing passivity based control algorithm, and according to that, adaptive and robust control based on passivity is applied to control the airship. The stability of the closed loop control system is briefly proved using the Lyapunov stability theory. Finally, the simulation results for tracking of a desired path are shown and comparison between the results of all methods is presented.

1- مقدمه

تروپوسفر پایینترین لایه اتمسفر است که خود از لایه‌های کوچکتری تشکیل شده است. وجه تمایز این لایه با دیگر لایه‌های اتمسفر، تجمع تمامی بخار آب جو زمین در آن است؛ به همین دلیل بسیاری از پدیده‌های جوی که با رطوبت ارتباط دارند و عاملی تعیین کننده در وضعیت هوا به شمار می‌آیند (از قبیل ابر، باران، برف، مه و رعد و برق) تنها در این لایه رخ می‌دهند. منبع حرارتی لایه تروپوسفر انرژی تابشی سطح زمین است. از این رو با افزایش ارتفاع با کاهش دما مواجه خواهیم بود. ضخامت تروپوسفر، از شرایط حرارتی متفاوتی که در عرض‌های جغرافیایی مختلف حاکم است تبعیت می‌کند. این

کشتی هوایی نوعی وسیله سبک است که نیروی بویانسی¹ باعث شناور ماندن آن در هوا می‌شود، بنابراین دارای حجم بزرگ است و به آهستگی حرکت می‌کند. همچنین یک کشتی هوایی دارای سطوح کنترلی و موتورهای تأمین کننده نیروی پیشران است.

با افزایش ارتفاع از سطح زمین یک طبقه بندی اتمسفری وجود دارد که بعضی پارامترها در این طبقه بندی اهمیت ویژه‌ای دارند.

1- Buoyancy

مدل کشتی هوایی نشان داده شده در شکل 1 دارای حجمی بیضی گون است و نیروی شناوری آن توسط هلیوم تامین می شود. سطوح کنترل دینامیکی نظیر بالابرها و سکان های کشتی به سطوح دم آن متصل شده اند. در اینجا فرض شده است که سکان های بالا و پایین باهم و بالابرها چپ و راست نیز باهم حرکت می کنند، که تأثیر این انحرافات به صورت $u_\delta \triangleq \{\delta_{RUD}, \delta_{ELV}\}$ نوشته می شود، و بردار نیروهای کنترلی که توسط موتورها تامین می شوند با u_F نشان داده می شود. بنابراین ورودی کنترل به صورت $u = [u_F, u_\delta]^T$ می شود که طبق رابطه ی (1) تعریف می شود.

$$u = [F_{T,L}C\mu_l, F_{T,R}C\mu_r, F_{T,L}S\mu_l, F_{T,R}S\mu_r, \delta_{ELVL}, \delta_{ELVR}]^T \quad (1)$$

که $F_{T,L}$ و $F_{T,R}$ نیروهای موتور و μ_L و μ_R زوایای دورانی پروانه های چپ و راست نسبت به محور y در دستگاه متصل به بدنه است.

مطابق با شکل 1 چهارچوب اینرسی و مبدا آن O_g در یک نقطه ی ثابت روی زمین قرار گرفته است. محور $O_g x_g$ به طرف شمال و محور $O_g z_g$ به طرف هسته ی زمین و محور $O_g y_g$ به طرف شرق است. چهارچوب متصل به بدنه با مبدا O در مرکز حجم کشتی مقید شده است. محور O_x به طرف دماغه ی کشتی، محور O_z عمود بر آن و به طرف پایین است و محور O_y با توجه به قاعده ی دست راست به دست می آید. موقعیت و جهت گیری کشتی هوایی به ترتیب با $\zeta = [x_g, y_g, z_g]^T$ و زوایای اولیه $\gamma = [\varphi, \theta, \psi]^T$ در دستگاه اینرسی مشخص می شوند. سرعت های خطی و زاویه ای کشتی هوایی نیز با $v = [u, v, w]^T$ و $\omega = [p, q, r]^T$ در دستگاه متصل به بدنه تعریف می شوند. به علت اینکه ساختار کشتی هوایی حول صفحه ی عرضی متقارن است مختصات y مرکز جرم $y_{cg} = 0$ و حاصل ضرب های اینرسی $\{I_{xy}, I_{yz}\} = 0$ است.

2-1- مدل دینامیکی کشتی هوایی

در مدل سازی کشتی هوایی معمولاً برای راحتی چند فرض در نظر گرفته می شود. مشابه مرجع [8] فرضیات در نظر گرفته شده در مقاله حاضر عبارتند از: فرض 1- بدنه ی کشتی دارای ساختاری صلب است تا بتوان از تأثیرات آئروالاستیک چشم پوشی کرد.

فرض 2- مرکز حجم و مرکز بویانسی منطبق برهم هستند.

فرض 3- به علت تأثیر کم زاویه ی رول، حرکت افقی و در صفحه ی xy در نظر گرفته می شود.

معادله ی سینماتیکی موقعیت از رابطه ی (2) به دست می آید.

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\theta c\psi s\varphi - s\psi c\varphi & s\theta c\psi c\varphi + s\psi s\varphi \\ c\theta s\psi & s\theta s\psi s\varphi + c\psi c\varphi & s\theta s\psi c\varphi - c\psi s\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \triangleq R_b(\gamma)v \quad (2)$$

معادله ی سینماتیکی جهت گیری نیز از (3) به دست می آید.

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\varphi & t\theta c\varphi \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & s\varphi/c\theta & c\varphi/c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \triangleq R_\gamma(\gamma)\omega \quad (3)$$

و معادله ی دینامیکی حرکت طبق معادله ی (4) تعریف می شود.

$$\bar{A} \begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \bar{N} + \bar{G} + \bar{B} \begin{bmatrix} u_F \\ u_\delta \end{bmatrix} \quad (4)$$

پارامترهای معادله (4) به صورت زیر تعریف می شود:

ضخامت معمولاً از 17 تا 18 کیلومتر در استوا به 10 تا 11 کیلومتر در مناطق معتدل و 7 تا 8 کیلومتر در قطب ها تغییر می کند.

لایه استراتوسفر بر روی لایه تروپوسفر قرار دارد و ضخامت متوسط آن حدود 23 کیلومتر است. در 3 کیلومتر اول استراتوسفر، دمای هوا ثابت است، اما در قسمت های بالاتر دمای هوا با ارتفاع افزایش می یابد. در استراتوسفر به ندرت ابر تشکیل می شود. این لایه امن ترین لایه اتمسفر است و برای عملکرد کشتی هوایی بسیار مطلوب است. سرعت باد در این لایه از اتمسفر بسیار پایین است و به همین خاطر بسیاری از دانشمندان تلاش زیادی کرده اند کشتی های هوایی برای کار در این لایه توسعه دهند. در این ارتفاع کشتی های هوایی نسبت به سایر پرنده های هوایی و همچنین ماهواره ها جهت کاوش های علمی، کارهای نظارتی برخط¹، حمل بار و غیره برتری دارند.

کنترل کشتی های هوایی در لایه استراتوسفر یکی از مسائل مهم در توسعه این وسایل می باشد. در کنترل کشتی هوایی روش هایی مانند کنترل تناسبی-انتگرال-مشتق گیر² برای کنترل سرعت طولی و کنترل تناسبی-مشتق گیر³ برای کنترل ارتفاع و جهت گیری کشتی هوایی استفاده شده است [1]. تئوری کنترل خطی برای کنترل پایداری کشتی های هوایی در [2] و کنترل پسر و نیز در [3] مورد بررسی قرار گرفته است. البته این روش ها برای مدل خطی سازی شده ی کشتی و حول نقطه ی تعادل قابل اجرا هستند. روش دینامیک معکوس⁴ برای کشتی های خودمختار برپایه ی مدل غیرخطی اعمال می شود [4]. در پیاده سازی این روش داشتن شتاب پیشخورد و معکوس پذیر بودن ماتریس اینرسی الزامی است. برای برطرف کردن این دو مانع، کنترل حرکت براساس پسو بودن ارائه می شود که البته این روش ها برای کشتی های کامل تحریک هستند به این معنی که پایداری سیستم حلقه بسته برای کشتی های زیر تحریک تضمین نمی شود [5, 6].

از آنجا که در تحقیقات گذشته کنترل تطبیقی و مقاوم بر اساس پسو بودن مورد توجه زیادی قرار نگرفته است، در این مقاله کنترل تطبیقی و مقاوم براساس پسو بودن برای مدل دینامیکی کامل تحریک دارای شش درجه آزادی و با سطوح کنترلی سکان ها⁵ و بالابرها⁶ و محرک هایی که در زیر بدنه ثابت اند، انجام شده است.

2-2- مدل کشتی هوایی استراتوسفر

مدل شبیه سازی شده در این مقاله در شکل 1 نشان داده شده است.

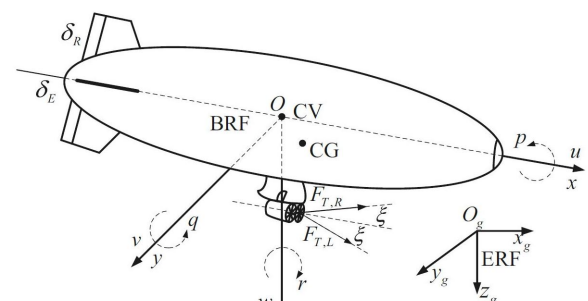


Fig. 1 Structure of stratospheric airship [7]

شکل 1 ساختار کشتی هوایی [7]

- 1- Online
- 2- PID
- 3- PD
- 4- Inverse dynamics
- 5- Rudders
- 6- Elevators

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} & 0 & -mz_{cg} & 0 \\ 0 & I_y + \rho \nabla k_3 & 0 & mz_{cg} & 0 & -mx_{cg} \\ -I_{xz} & 0 & I_z + \rho \nabla k_3 & 0 & mx_{cg} & 0 \\ 0 & mz_{cg} & 0 & m + \rho \nabla k_1 & 0 & 0 \\ -mz_{cg} & 0 & mz_{cg} & 0 & m + \rho \nabla k_2 & 0 \\ 0 & -mz_{cg} & 0 & 0 & 0 & m + \rho \nabla k_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} -(I_z - I_y)qr + I_{xz}pq + mz_{cg}(ur - wp) + L_a \\ -(I_x - I_y - \rho \nabla k_3)pr - I_{xz}(p^2 - r^2) - mz_{cg}(wp - vr) + mx_{cg}(vp - uq) + M_a \\ -(I_y + \rho \nabla k_3 - I_x)pq - I_{xz}qr - mx_{cg}(ur - wp) + N_a \\ -(m + \rho \nabla k_2)(wp - vr) - mz_{cg}pr + mx_{cg}(q^2 + r^2) + X_a \\ (m + \rho \nabla k_2)wp - (m + \rho \nabla k_1)ur - mx_{cg}pq - mz_{cg}qr + Y_a \\ (m + \rho \nabla k_1)uq - (m + \rho \nabla k_2)vp - mx_{cg}rp + mx_{cg}(p^2 + q^2) + Z_a \end{bmatrix}$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} -z_{cg}mg\cos\theta\sin\phi \\ -z_{cg}mg\sin\theta - x_{cg}mg\cos\theta\cos\phi \\ x_{cg}mg\cos\theta\sin\phi \\ (B_g - mg)\sin\theta \\ -(B_g - mg)\cos\theta\sin\phi \\ -(B_g - mg)\cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \cos\xi & \cos\xi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\xi & -\sin\xi & 0 & 0 & 0 & -2QC_{M4} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2QC_{N4} & 0 \\ -zpsin\xi & -zpsin\xi & yp & yp & 0 & 0 \\ zpcos\xi & zpcos\xi & -xp & -xp & -2QC_{Y4} & 0 \\ xpsin\xi - ypcos\xi & xpsin\xi + ypcos\xi & 0 & 0 & 0 & -2QC_{Z4} \end{bmatrix}$$

و ماتریس $\dot{S}$ با استفاده از ماتریس پادمتقارن $S(\omega(t))$ طبق رابطه‌ی (9) به دست می‌آید.

$$s(\omega(t)) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

با تلفیق معادلات (4) و (6) معادله‌ی حرکت بر اساس مختصات تعمیم‌یافته به صورت (10) حاصل می‌شود.

$$A(\mu)\ddot{\mu} + N(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu} + G(\mu) = B(\mu)u \quad (10)$$

که $A(\mu) = \bar{A}S, N(\mu, \dot{\mu}) = \bar{A}\dot{S}, G(\mu) = -\bar{N} - \bar{G}, B(\mu) = \bar{B}$ است. چون $\bar{A}$ و S هر دو معکوس پذیر هستند و $\bar{A}$ مثبت معین است بنابراین A نیز معکوس پذیر و مثبت معین است. و چون $|B(\mu)| \neq 0$ ، $B(\mu)$ نیز معکوس پذیر است.

با در نظر گرفتن $\tau = B(\mu)u$ معادله‌ی (10) به فرم (11) بازنویسی می‌شود.

$$A(\mu)\ddot{\mu} + N(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu} + G(\mu) = \tau \quad (11)$$

3- شبه مشتقات

معکوس مدل در کنترل سیستم‌های با دینامیک غیرخطی مسئله‌ای مهم به شمار می‌رود چون مشتقات سیگنال‌های مدل سیستم از حالت‌های فعلی و بعدی به دست می‌آیند، مشتق دقیق از معکوس مدل به حالت‌های بعدی سیستم نیاز دارد که این انجام‌شدنی نیست، در نتیجه از تقریبی به اسم شبه معکوس استفاده می‌شود.

در حالت کلی دو نوع شبه مشتق وجود دارد یکی از مرتبه‌ی اول و دیگری از مرتبه‌ی دوم، که در اینجا همانند [8] از شبه مشتقات مرتبه‌ی دوم مطابق با معادله‌ی (12) استفاده شده است.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\omega_d^2(x_1(t) - \delta(t)) - 2\xi_d\omega_d x_2(t) \\ \sigma(t) &= x_2(t) \end{aligned} \quad (12)$$

که $\sigma(t)$ شبه مشتق $\delta(t)$ است. ξ_d برابر با مقدار ثابت 0.707، به عنوان ضریب میرایی بهینه در نظر گرفته شده و ω_d پهنای باند است که هرچه بزرگ‌تر باشد تقریب بهتر است که در اینجا برابر با 0.5 در نظر

در عبارت‌های بالا، m جرم، ∇ حجم بدنه‌ی کشتی هوایی $\{x_{cg}, z_{cg}\}$ مختصات مرکز جرم کشتی (CG)، $\{k_1, k_2, k_3\}$ ضرایب اینرسی بیضی برای محاسبه‌ی جرم افزوده و ماتریس اینرسی، ξ زاویه‌ی باز پروانه‌های چپ و راست است. $\{x_p, y_p, z_p\}$ موقعیت موتور سمت راست و $\{x_p, -y_p, z_p\}$ موقعیت موتور سمت چپ در دستگاه متصل به بدنه است. $B_g \equiv mg$ آن g شتاب جاذبه و B_g نیروی بویانسی است و به مرکز حجم کشتی هوایی وارد می‌شود. $Q = \rho U^2/2$ فشار دینامیکی است که در آن ρ چگالی اتمسفر در ارتفاع پرواز و $U = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ سرعت کشتی هوایی است. C_{i4} ($i = L, M, N, Y, Z$) ضرایب آئرو دینامیکی است که در مرجع [9] با جزئیات بیان شده است. $\{L_a, M_a, N_a\}$ و $\{X_a, Y_a, Z_a\}$ به ترتیب نیروها و گشتاورهای آئرو دینامیکی در دستگاه متصل به بدنه هستند که در پیوست تعریف شده‌اند.

2-2- مدل دینامیکی با استفاده از مختصات تعمیم یافته

با انتخاب مختصات تعمیم یافته‌ی (5) و با توجه به معادلات سینماتیکی (2) و (3) معادله‌ی (6) که بیانگر سرعت‌های خطی و سرعت‌های زاویه‌ای کشتی است به دست می‌آید. در اینجا فرض شده است که γ همواره شرط $|\theta| < \pi/2$ و $|\phi| < \pi/2$ را برای معکوس پذیر بودن $R_\gamma(\gamma)$ برآورده می‌سازد [4].

$$\mu = [\phi, \theta, \psi, x_g, y_g, z_g]^T \quad (5)$$

$$V = \begin{bmatrix} S_1 & O_3 \\ O_3 & S_2 \end{bmatrix} \dot{\mu} \triangleq S \dot{\mu} \quad (6)$$

که در آن

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi s\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\theta c\psi s\phi - s\psi c\phi & s\theta c\psi c\phi + c\psi c\phi & c\theta s\phi \\ s\theta c\psi c\phi + s\psi s\phi & s\theta c\psi c\phi - c\psi s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$

با مشتق گرفتن از معادله‌ی (6) معادله‌ی (7) حاصل می‌شود که با ضرب ماتریس $\bar{A}$ در دو طرف آن، رابطه‌ی (8) به دست می‌آید.

$$\dot{V} = \dot{S}\dot{\mu} + S\ddot{\mu} \quad (7)$$

$$\bar{A}\dot{V} = \bar{A}\dot{S}\dot{\mu} + \bar{A}S\ddot{\mu} \quad (8)$$

گرفته شده است.

$$\begin{aligned} e &= \mu_d - \mu \\ v &= \dot{\mu}_r = \mu_d + \Lambda(\mu_d - \mu) = \dot{\mu}_d + \Lambda e \\ a &= \dot{v} = \ddot{\mu}_r = \ddot{\mu}_d + \Lambda(\dot{\mu}_d - \dot{\mu}) = \ddot{\mu}_d + \Lambda \dot{e} \\ r &= v - \dot{\mu} = \dot{\mu}_r - \dot{\mu} \end{aligned}$$

که K_d و Λ ماتریس‌های قطری مثبت معین و ثابت هستند. برای پرهیز از محاسبات پیچیده ماتریس‌های A, N, G و B از سمت چپ در S^T ضرب می‌شوند، و قانون کنترل به صورت (24-الف) و (24-ب) می‌شود.

$$\tau = A(\mu)\ddot{\mu}_r + N(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu}_r + G(\mu) + S^{-T}K_d(\dot{\mu}_r - \dot{\mu}) \quad (24\text{-الف})$$

$$u = B^{-1}(\mu)[A(\mu)\ddot{\mu}_r + N(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu}_r + G(\mu) + S^{-T}K_d(\dot{\mu}_r - \dot{\mu})] \quad (24\text{-ب})$$

با معادل قراردادن معادلات (16) و (24) معادله‌ی (25) که هنوز یک سیستم غیرخطی کوپل شده است، نتیجه می‌شود.

$$A(\mu)\ddot{r} + N(\mu, \dot{\mu})\dot{r} + G(\mu) + S^{-T}K_d\dot{r} = 0 \quad (25)$$

1-6- طراحی قانون کنترل تطبیقی بر اساس پسو بودن

در این قسمت نیز با فرض نامعینی در پارامترهای اینرسی قانون کنترل به صورت (26-الف) و (26-ب) به دست می‌آید.

$$\tau = \hat{A}(\mu)\ddot{\mu}_r + \hat{N}(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu}_r + \hat{G}(\mu) + S^{-T}\hat{K}_d(\dot{\mu}_r - \dot{\mu}) \quad (26\text{-الف})$$

$$u = B^{-1}(\mu)[\hat{A}(\mu)\ddot{\mu}_r + \hat{N}(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu}_r + \hat{G}(\mu) + S^{-T}\hat{K}_d(\dot{\mu}_r - \dot{\mu})] \quad (26\text{-ب})$$

با جایگزینی معادله‌ی (26) در (11) معادله‌ی (27) نتیجه می‌شود.

$$\begin{aligned} A(\mu)\ddot{r} + N(\mu, \dot{\mu})\dot{r} + G(\mu) + S^{-T}K_d\dot{r} \\ = \hat{A}(\mu, \eta - \hat{\eta})\ddot{\mu}_r + \hat{N}(\mu, \eta - \hat{\eta})\dot{\mu}_r + \hat{G}(\mu, \eta - \hat{\eta}) \\ = \hat{A}(\mu, \dot{\mu}_r, \hat{\eta})\ddot{\mu}_r + \hat{N}(\mu, \dot{\mu}_r, \hat{\eta})\dot{\mu}_r + \hat{G}(\mu, \hat{\eta}) \\ = [\hat{A}(\mu, \dot{\mu}_r) + \hat{N}(\mu, \dot{\mu}_r) + \hat{G}(\mu)]\hat{\eta} \\ \triangleq Y(\mu, \dot{\mu}_r, \hat{\eta})\hat{\eta} \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن $\hat{A} = A - \hat{A}$, $\hat{N} = N - \hat{N}$, $\hat{G} = G - \hat{G}$, $\hat{\eta} = \eta - \hat{\eta}$. بدین ترتیب معادله‌ی دینامیکی (27) با استفاده از فضای پارامتری پنج بعدی برای تخمین پارامتر $\hat{\eta}$ و استفاده از قانون به روزرسانی گرادیان رابطه‌ی (28)، تعریف می‌شود.

$$\dot{\hat{\eta}} = \Gamma^{-1}Y^T S r \quad (28)$$

که در آن Γ ماتریس مثبت معین است.

2-6- طراحی قانون کنترل مقاوم بر اساس پسو بودن

این قسمت همانند بخش 1-6 است که با فرض نامعینی در پارامترهای اینرسی قانون کنترل همانند (26-الف) و (26-ب) در نظر گرفته می‌شود و با توجه به خاصیت پارامتری سازی خطی معادله‌ی (27) به دست می‌آید، با این تفاوت که جمله‌ی $\hat{\eta}$ به صورت (29) تعریف می‌شود.

$$\hat{\eta} = \eta_0 + \delta\eta \quad (29)$$

که η_0 بردار پارامتر اسمی ثابت و $\delta\eta$ جمله‌ی کنترلی اضافی است. بادر نظر گرفتن $\hat{\eta} = \eta_0 - \eta$ که برداری ثابت و بیانگر نامعینی پارامتری در سیستم است، معادله‌ی (27) به صورت (30) می‌شود.

$$\begin{aligned} A(\mu)\ddot{r} + N(\mu, \dot{\mu})\dot{r} + G(\mu) + S^{-T}K_d\dot{r} \\ = Y(\mu, \dot{\mu}_r, \hat{\eta})\hat{\eta} + \delta\eta \\ \zeta_c = [500 \sin(0.01t), 500 \cos(0.01t), 0.1t \\ + 20000]^T \end{aligned} \quad (30)$$

با در نظر گرفتن کران ثابت $\rho_i \geq 0$ به طور جداگانه برای هر پارامتر اینرسی به صورت (31) قانون کنترل (32) به دست می‌آید [10].

4- محاسبه‌ی مقادیر مطلوب

در هر لحظه از زمان t ، مماس بر ζ_c برابر با $\dot{\zeta}_c = [\dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c]^T$ می‌شود. θ_c زاویه‌ی بین $\dot{\zeta}_c$ و صفحه‌ی $O_g x_g y_g$ در دستگاه اینرسی است، که طبق معادله‌ی (13) تعریف می‌شود. همچنین ψ_c زاویه‌ی بین تصویر $\dot{\zeta}_c$ در صفحه‌ی $O_g x_g y_g$ و محور $O_g x_g$ است، بنابراین از رابطه‌ی (14) به دست می‌آید.

$$\theta_c = \arctan 2(-\dot{z}_c, \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2}) \quad (13)$$

$$\psi_c = \arctan 2(\dot{y}_c, \dot{x}_c) \quad (14)$$

سرعت‌های خطی کشتی از معادله‌ی سینماتیکی موقعیت (2) مطابق با رابطه (15) به دست می‌آیند.

$$v_c = R_b^{-1}(\gamma_c)\dot{\zeta}_c \quad (15)$$

که در آن $\dot{\zeta}_c$ از ζ_c و شبه مشتقات معادله‌ی (12) نتیجه می‌شود. و سرعت‌های زاویه‌ای از معادله‌ی سینماتیکی جهت گیری (3) طبق رابطه‌ی (16) به دست می‌آیند.

$$\omega_c = R_\gamma^{-1}(\gamma_c)\dot{\gamma}_c \quad (16)$$

که در آن $\dot{\gamma}_c$ از γ_c و شبه مشتقات معادله‌ی (12) نتیجه می‌شود.

5- کنترل دینامیک معکوس تطبیقی

با در نظر گرفتن بردار پارامترهای اینرسی $\eta = [I_{x_x}, I_{y_y}, I_{z_z}, I_{x_z}, I_{y_z}, I_{x_y}, m\hat{z}_{cg}]^T$ و بردار پارامترهای اینرسی $\hat{\eta} = [\hat{I}_{x_x}, \hat{I}_{y_y}, \hat{I}_{z_z}, \hat{I}_{x_y}, \hat{I}_{y_z}, \hat{I}_{x_z}, m\hat{z}_{cg}]^T$ به عنوان تخمینی از η قانون کنترل فیدبک غیرخطی به صورت (17) در نظر گرفته می‌شود.

$$u = B^{-1}(\mu)[\hat{A}(\mu)a_x + \hat{N}(\mu, \dot{\mu})\dot{\mu} + \hat{G}(\mu)] \quad (17)$$

که $\hat{G}$ ، $\hat{N}$ و $\hat{A}$ بر حسب $\hat{\eta}$ تخمینی از ماتریس‌های G ، N و A هستند. با جایگذاری (17) در معادله‌ی (16)، و قرار دادن (18) در آن و با استفاده از خاصیت پارامتری سازی خطی معادله‌ی (19) حاصل می‌شود.

$$a_x = \ddot{\mu}^d - K_0(\mu - \mu^d) - K_1(\dot{\mu} - \dot{\mu}^d) \quad (18)$$

$$\ddot{\mu} + K_1\dot{\mu} + K_0\mu = \hat{A}(\mu)^{-1}Y(\mu, \dot{\mu}, \hat{\eta})\hat{\eta} \quad (19)$$

که Y ماتریس رگرسیون است. معادله‌ی (19) در فضای حالت به صورت (20) می‌شود.

$$\dot{e} = Ae + B\Phi\hat{\eta} \quad (20)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0_6 & I_6 \\ -K_0 & -K_1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_6 \\ I_6 \end{bmatrix}, \Phi = \hat{A}(\mu)^{-1}Y(\mu, \dot{\mu}, \hat{\eta})$$

و K_0 و K_1 ماتریس‌های قطری هستند. با فرض اینکه P ماتریس معین مثبت، متقارن یکتا است که معادله‌ی لیاپانوف (21) را برآورده می‌سازد، قانون به روزرسانی پارامتر به صورت (22) انتخاب می‌شود [6].

$$A^T P + P A = -Q \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = -\Gamma^{-1}\Phi^T B^T P e \quad (22)$$

6- الگوریتم کنترل حرکت بر اساس پسو بودن

در این قسمت برخلاف روش دینامیک معکوس تطبیقی سیستم به صورت غیرخطی باقی می‌ماند و در آن قانون کنترل به صورت (23) انتخاب می‌شود.

$$\tau = A(\mu)a + N(\mu, \dot{\mu})v + G(\mu) + K_d r \quad (23)$$

که در آن

$$\varepsilon = [10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-6}, 0.5 \times 10^{-4}, 0.5], \Lambda = I_{6 \times 6}, \Gamma = I_{6 \times 6}$$

$$\rho = [2 \times 10^7, 0.4 \times 10^8, 0.4 \times 10^8, 4 \times 10^4, 5.6 \times 10^5]$$

بهره‌های روش دینامیک معکوس تطبیقی (به روش سعی و خطا)

به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$K_0 = \text{diag}\{2, 3, 2, 1, 1, 1\}, K_1 = \text{diag}\{1, 1, 1, 10, 10, 10\}$$

بهره‌های روش تطبیقی و مقاوم براساس پسو بودن نیز (به روش سعی و

خطا) به صورت زیر است.

$$K_0 = \text{diag}\{10^8, 10^9, 10^8, 10^4, 10^5, 10^6\}$$

مقادیر پارامترها و ضرایب کشتی هوایی در جدول 1 آورده شده است.

با توجه به مطالب گفته شده در بخش 4 مقادیر مطلوب پیچ و یاء طبق

روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\theta_c = \arctan 2(0.1, 5) = 0.02$$

$$\psi_c = \arctan 2(-5 \times \sin(0.01 \times t), 5 \times \cos(0.01 \times t))$$

$$\varphi_c = 0$$

نتایج حاصل از شبیه سازی برای جهت گیری کشتی هوایی در شکل های

(2) تا (4) نشان داده شده است. لازم به توضیح است که در شکل های این

بخش عبارت های AID، PBA و PBR به ترتیب نمایانگر روش کنترل

معکوس تطبیقی، کنترل تطبیقی بر مبنای پسو بودن و کنترل مقاوم بر

مبنای مقاوم بودن می باشند.

نتایج حاصل از شبیه سازی برای خطای سرعت های خطی و زاویه ای،

ردیابی مسیر و گشتاور موتورها به ترتیب در شکل های (5) تا (11)

نشان داده شده است.

جدول 1 پارامترها و ضرایب کشتی هوایی استراتوسفر

Table 1 Parameters and coefficients of the stratospheric airship

مقادیر پارامترها	پارامترها [5]
5.6×10^4 (kg)	m
7.4×10^5 (m ³)	V
0.089 (kgm ⁻³)	ρ
$\pi/6$ (rad)	ξ
{0,15} (m)	$\{x_{cg}, z_{cg}\}$
5×10^7 (kgm ²)	I_x
2.9×10^8 (kgm ²)	I_y
2.9×10^8 (kgm ²)	I_z
-6×10^4 (kgm ²)	I_{xz}
0.105	k_1
0.825	k_2
0.52	k_3
-657	C_{Y4}
-657	C_{Z4}
-7.7×10^4	C_{M4}
$-C_{M4}$	C_{N4}

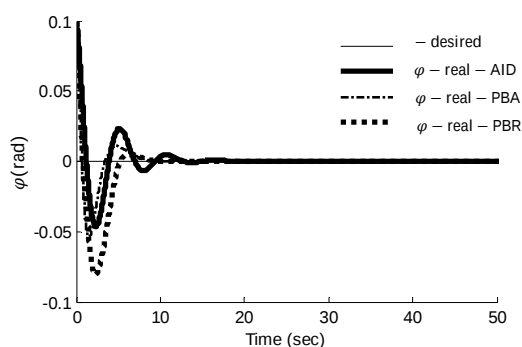


Fig. 2 Roll angle

شکل 2 زاویه رول

$$|\tilde{\eta}_i| \leq \rho_i, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (31)$$

$$\delta \eta = \begin{cases} -\rho_i \xi_i / |\xi_i| & \text{if } |\xi_i| > \varepsilon_i \\ -\rho_i \xi_i / \varepsilon_i & \text{if } |\xi_i| \leq \varepsilon_i \end{cases} \quad (32)$$

که ξ_i بیانگر درایه های ماتریس $Y^T r$ است و ε_i ثابت های مثبتی هستند.

7- تحلیل پایداری

7-1- اثبات پایداری کنترل دینامیک معکوس تطبیقی

در دینامیک معکوس تطبیقی با انتخاب تابع لیاپانوف به فرم (33)

$$L(t) = e^T Q e + \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta} \quad (33)$$

مشتق آن، $\dot{L}(t)$ با توجه به (22) به صورت (34) محاسبه می‌شود.

$$\dot{L}(t) = e^T Q e + 2\tilde{\theta}^T \{\Phi^T B^T P e + \Gamma \dot{\tilde{\theta}}\} = -e^T Q e \quad (34)$$

از (34) نتیجه می‌شود که خطای ردیابی به صورت مجانبی به صفر

همگرا است و خطای تخمین پارامترها کراندار باقی می‌مانند.

7-2- اثبات پایداری کنترل تطبیقی براساس پسو بودن

در تحلیل پایداری این روش تابع کاندید لیاپانوف به صورت (35) انتخاب

می‌شود.

$$L(t) = \frac{1}{2} [r^T S^T \bar{A} S r + \tilde{\eta}^T \Gamma \tilde{\eta}] \quad (35)$$

مشتق تابع کاندید در طول مسیر سیستم حلقه بسته مطابق با (36)

می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) &= r^T S^T \bar{A} S \dot{r} + r^T S^T \bar{A} S \dot{r} + \tilde{\eta}^T \Gamma \dot{\tilde{\eta}} \\ &= r^T S^T (\bar{A} S \dot{r} + \bar{A} S \dot{r}) \\ &= r^T S^T (N r + A \dot{r}) + \tilde{\eta}^T \Gamma \dot{\tilde{\eta}} \\ &= r^T S^T (N r - N r - S^{-T} K_d r + Y \tilde{\eta}) + \tilde{\eta}^T \Gamma \dot{\tilde{\eta}} \\ &= -r^T K_d r \leq 0 \end{aligned} \quad (36)$$

با توجه به (36) می‌توان نتیجه گرفت که $L(t)$ به طور پیوسته محدود

است و ردیابی مسیر به طور مجانبی تضمین می‌شود.

7-3- اثبات پایداری کنترل مقاوم براساس پسو بودن

با انتخاب تابع کاندید لیاپانوف (37) و با انجام محاسباتی ساده به صورت

(38) به دست می‌آید.

$$L(t) = \frac{1}{2} [r^T S^T \bar{A} S r + \tilde{\mu}^T \Lambda S^{-T} K_d \tilde{\mu}] \quad (37)$$

$$\dot{L}(t) = -e^T Q e + r^T Y (\tilde{\eta} + \delta \eta) \quad (38)$$

با توجه به [11] می‌توان نشان داد تابع لیاپانوف رابطه ای $\dot{L}(t) < 0$ را

برای (39) برآورده می‌کند.

$$\|e\| > \left(\frac{1}{\lambda_{\min}(Q)} \sum_{i=1}^p \frac{\rho_i \varepsilon_i}{2} \right)^{1/2} \quad (39)$$

که $\lambda_{\min}(Q)$ مینیمم مقدار ویژه ی Q است.

8- نتایج

مسیر مطلوب جهت شبیه سازی ردیابی یک مسیر مارپیچ صعودی به صورت

زیر انتخاب شده است:

چون جهت مثبت Z در دستگاه متصل به زمین به سمت پایین تعریف شده

است و در جهت معکوس ارتفاع است، $h = -Z$ به جای Z مورد استفاده

قرار گرفته است. بنابراین $z_c = -h_c$ می‌شود.

شرایط سیستم در زیر آورده شده است.

$$\mu_0 = [0.1, 0, 0, 0, 550, 20000]^T, V_0 = [0, 0, 0, 4, 0, 0]^T$$

$$\eta_0 = [3 \times 10^7, 2.5 \times 10^8, 2.5 \times 10^8, -2 \times 10^4, 2.8 \times 10^5]$$

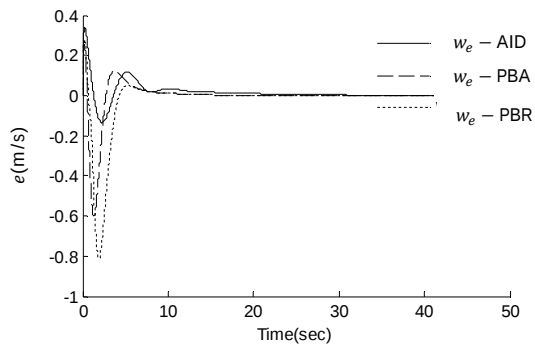


Fig. 7 Error of linear velocity along z

شکل 7 خطای سرعت خطی در راستای محور z

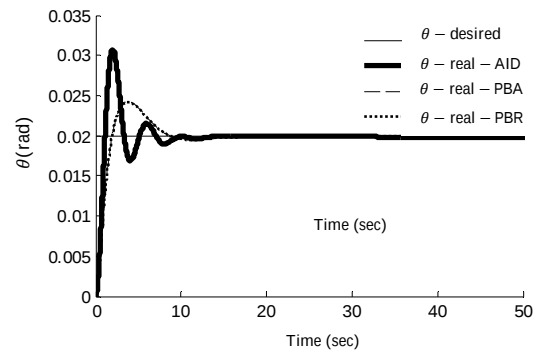


Fig. 3 Pitch angle

شکل 3 زاویه پیچ

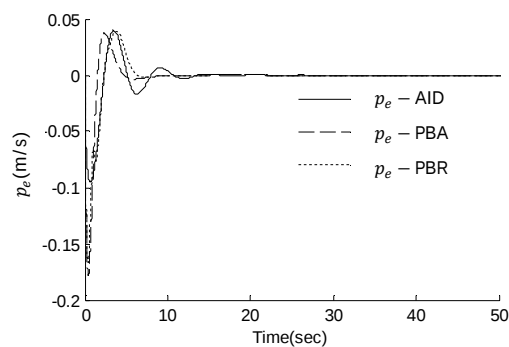


Fig. 8 Error of angular velocity about x

شکل 8 خطای سرعت زاویه‌ای حول محور x

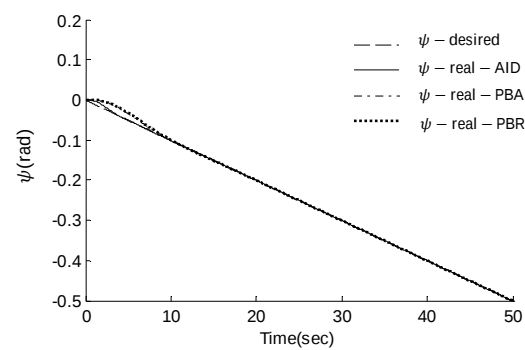


Fig. 4 Yaw angle

شکل 4 زاویه یار

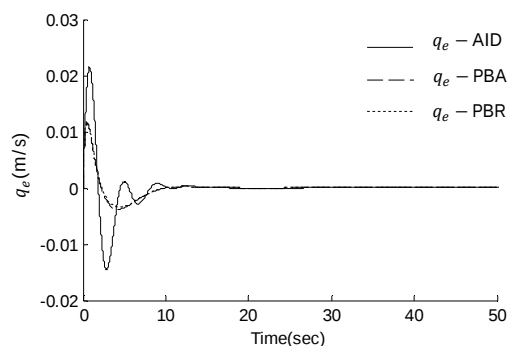


Fig. 9 Error of angular velocity about y

شکل 9 خطای سرعت زاویه‌ای حول محور y

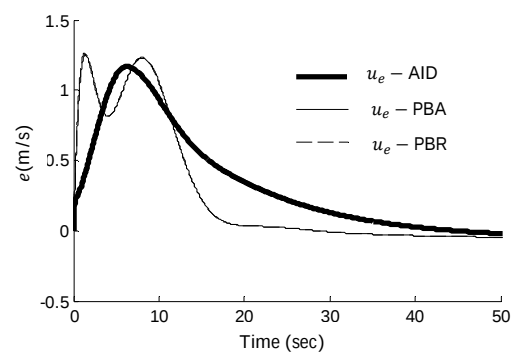


Fig. 5 Error of linear velocity along x

شکل 5 خطای سرعت خطی در راستای محور x

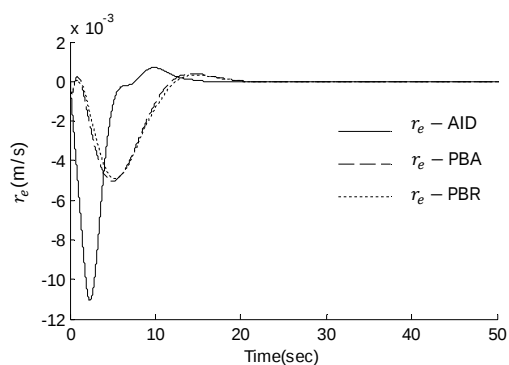


Fig. 10 Error of angular velocity about z

شکل 10 خطای سرعت زاویه‌ای حول محور z

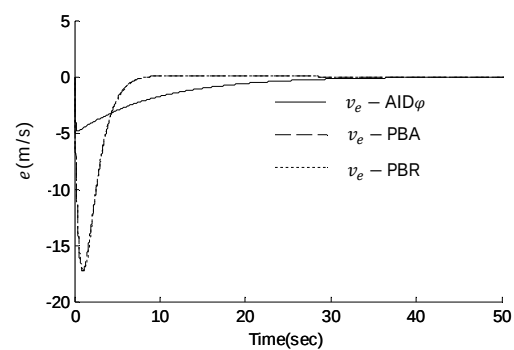


Fig. 6 Error of linear velocity along y

شکل 6 خطای سرعت خطی در راستای محور y

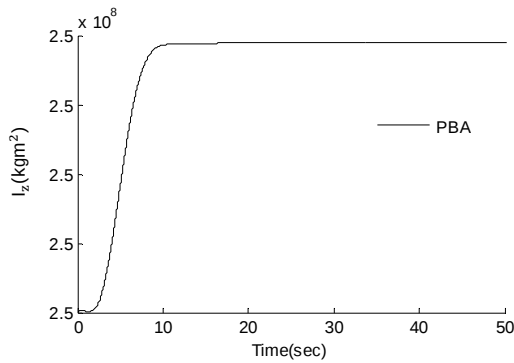
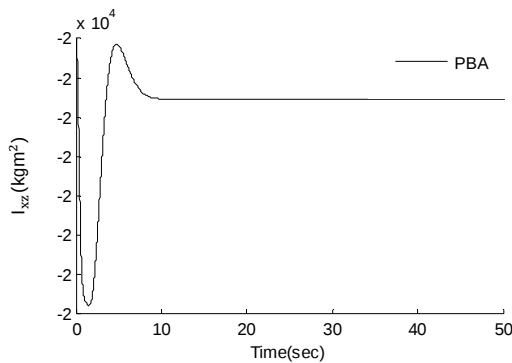
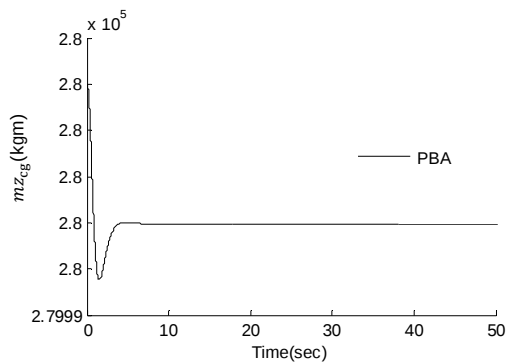
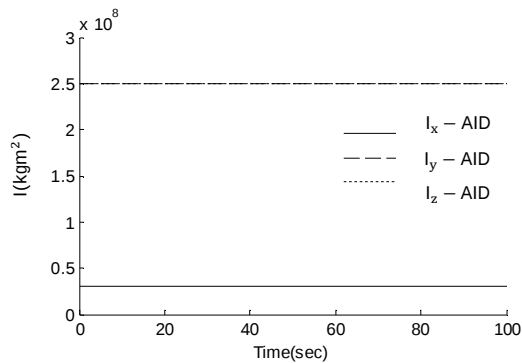
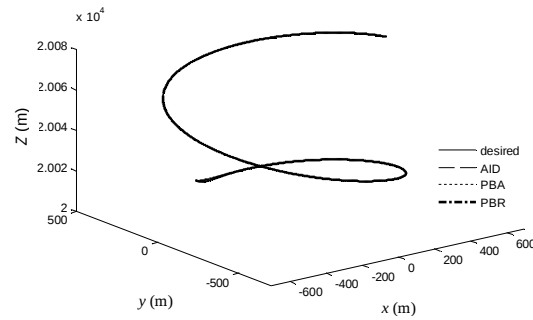
Fig. 14 Variations of inertia parameter I_z شکل 14 تغییرات پارامتر اینرسی I_z Fig. 15 Variations of inertia parameter I_{xz} شکل 15 تغییرات پارامتر اینرسی I_{xz} Fig. 16 Variations of inertia parameter $m z_{cg}$ شکل 16 تغییرات پارامتر اینرسی $m z_{cg}$ Fig. 17 Variations of inertia parameter I_x, I_y, I_z شکل 17 تغییرات پارامتر اینرسی I_x, I_y, I_z 

Fig. 11 Trajectory tracking of Stratospheric airship

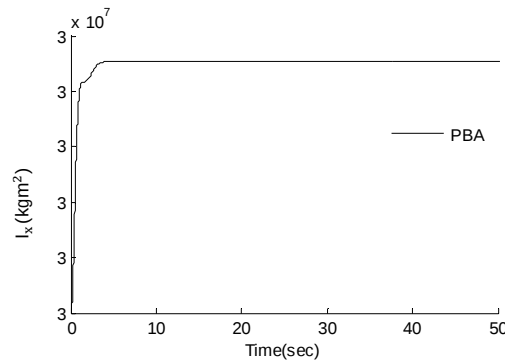
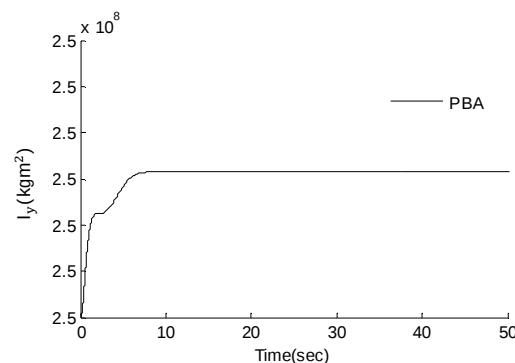
شکل 11 ردیابی مسیر کشتی هوایی استراتوسفر

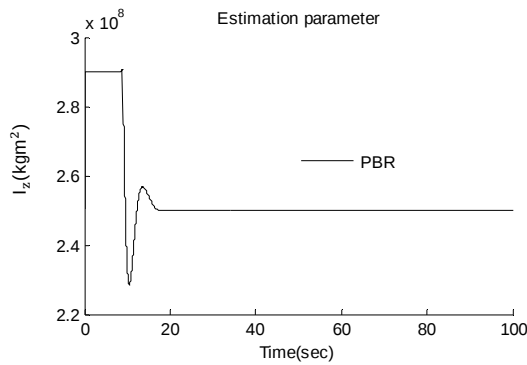
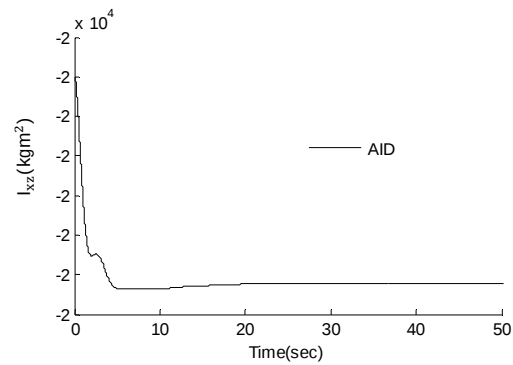
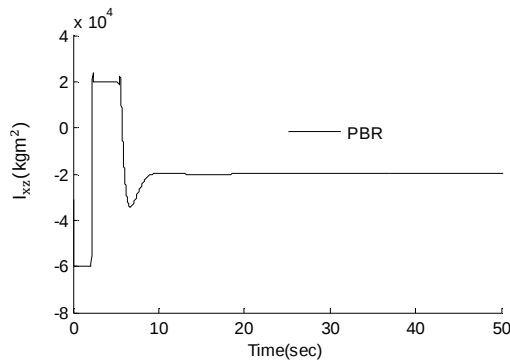
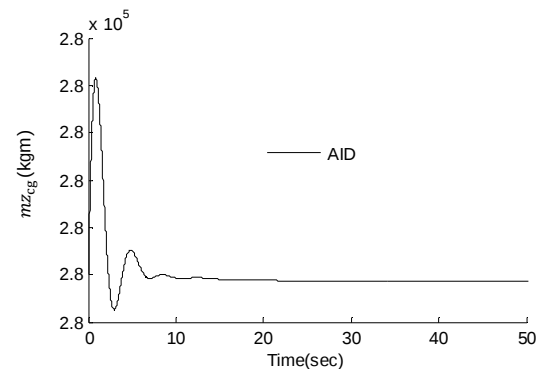
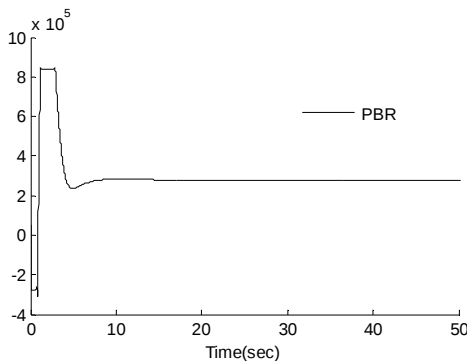
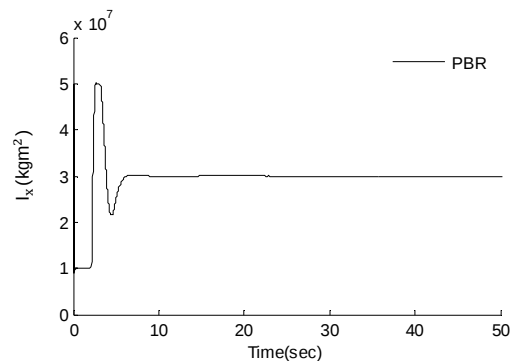
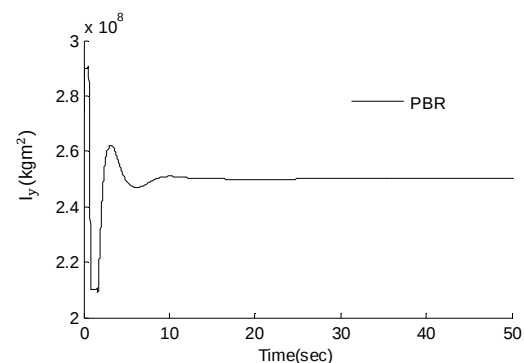
نتایج حاصل از شبیه سازی برای تخمین پارامترهای اینرسی در روش تطبیقی براساس پسو بودن در شکل های (12) تا (16)، روش دینامیک معکوس تطبیقی در شکل های (17) تا (19) و روش مقاوم براساس پسو بودن نیز در شکل های (20) تا (24) نشان داده شده است.

چون تغییرات پارامترها در دو روش اول ناچیز است بنابراین در این نمودارها تغییرات این پارامترها نسبت به مقدار اولیه خود ترسیم شده است. همچنین محور زمان نیز برای بهتر مشخص شدن تغییرات حالت گذرا برحسب لگاریتم کشیده شده است.

9- جمع بندی و نتیجه گیری

در هر سه روش کنترلی با در نظر گرفتن نامعینی در پارامترهای اینرسی و تخمین برخط آنها مشاهده می شود که سیستم حلقه بسته به طور مجانبی

Fig. 12 Variations of inertia parameter I_x شکل 12 تغییرات پارامتر اینرسی I_x Fig. 13 Variations of inertia parameter I_y شکل 13 تغییرات پارامتر اینرسی I_y

Fig. 22 Variations of inertia parameter I_z شکل 22 تغییرات پارامتر اینرسی I_z Fig. 18 Variations of inertia parameter I_{xz} شکل 18 تغییرات پارامتر اینرسی I_{xz} Fig. 23 Variations of inertia parameter I_{xz} شکل 23 تغییرات پارامتر اینرسی I_{xz} Fig. 19 Variations of inertia parameter m_{zcg} شکل 19 تغییرات پارامتر اینرسی m_{zcg} Fig. 24 Variations of inertia parameter m_{zcg} شکل 24 تغییرات پارامتر اینرسی m_{zcg} Fig. 20 Variations of inertia parameter I_x شکل 20 تغییرات پارامتر اینرسی I_x Fig. 21 Variations of inertia parameter I_y شکل 21 تغییرات پارامتر اینرسی I_y

پایدار است، یعنی همگرایی مجانبی ردیابی مسیر بعد از حالت گذرا برای مسیر مارپیچ تضمین می‌شود. در مقایسه سه روش کنترلی، کنترل تطبیقی و مقاوم بر اساس پس‌یو بودن نتایج تقریباً یکسانی را به دست می‌دهند و به ترتیب در مقایسه با دینامیک معکوس تطبیقی دارای زمان نشست کمتری هستند و سریع‌تر به پایداری می‌رسند، اما فراجشش بیشتری دارند. با توجه به نتایج حاصل از تخمین پارامترهای اینرسی نیز مشخص است که همه‌ی آن‌ها در هر سه روش پایدار هستند. در کنترل تطبیقی بر اساس پس‌یو بودن پارامترها از مقدار اولیه‌ی خود تغییرات اندکی پیدا می‌کند، اما به مقدار درست همگرا نمی‌شوند. در روش دینامیک معکوس تطبیقی نیز فقط دو تا از پارامترها تغییر می‌کنند و بقیه بدون تغییر باقی می‌مانند. همانطور که در [5] و [7] نیز مشاهده می‌شود چون پارامترهای اینرسی مقادیر بزرگی دارند مرحله‌ی همگرایی تقریباً به صورت خط مستقیم می‌شود اما پارامترها به مقدار

پهنای باند (1/s)	ω_{diff}	درست خود میل نمی کنند. در روش مقاوم با اینکه پارامترها در حالت گذرا به مقدار درست میل می کنند اما در نهایت دوباره به مقدار اولیه خود بازمی گردند.
زیر نویس ها	c	باید به این نکته توجه کرد که روش های به کار گرفته شده برای کشتی هوایی کامل تحریک قابل اجرا است و برای کشتی های زیر تحریک نیاز به مطالعه ی بیشتری دارد.
مطلوب	cg	
مرکز جرم	d	
مطلوب		

11- پیوست

نیروها و گشتاورهای آئرو دینامیکی طبق روابط زیر تعریف می شوند [6].

$$\begin{aligned} X_a &= -Q[C_{X1}\cos^2\alpha\cos^2\beta + C_{X2}\sin(2\alpha)\sin(\alpha/2)] \\ Y_a &= -Q[C_{Y1}\cos(\beta/2)\sin(2\beta) + C_{Y2}\sin(2\beta) \\ &\quad + C_{Y3}\sin(\beta)\sin(|\beta|)] \\ Z_a &= -Q[C_{Z1}\cos(\alpha/2)\sin(2\alpha) + C_{Z2}\sin(2\alpha) \\ &\quad + C_{Z3}\sin(\alpha)\sin(|\alpha|)] \\ L_a &= +Q C_{L1}\sin\beta\sin|\beta| \\ M_a &= -Q[C_{M1}\cos(\alpha/2)\sin(2\alpha) + C_{M2}\sin(2\alpha) \\ &\quad + C_{M3}\sin(\alpha)\sin(|\alpha|)] \\ N_a &= +Q[C_{N1}\cos(\beta/2)\sin(2\beta) + C_{N2}\sin(2\beta) \\ &\quad + C_{N3}\sin(\beta)\sin(|\beta|)] \\ \alpha &= \arctan 2(\omega, u) \\ \beta &= \arctan 2(v \cos \alpha, u) \end{aligned}$$

12- مراجع

- [1] J. R. Azinheria, A. Moutinho, Paiva, A backstepping controller for path-tracking of an underactuated autonomous airship, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 19, No. 4, pp. 418-441, 2010.
- [2] G. H. Khoury, J.D. Gillett, *Airship technology*, First edition, pp.126-178, London: Cambridge University Press, 1999.
- [3] E. Hygounenc, P. Soueres, Automatic airship control involving backstepping techniques, *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Tunis, Tunisia, Oct 6-9, 2002.
- [4] A. Moutinho, J.R. Azinheria, Stability and robustness analysis of the aurora airship control system using dynamic inversion, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Barcelona, Spain, April 18-22, 2005.
- [5] W. Yongmei, Z. Ming, Z. Zongyu, Z. Zewei, Adaptive Trajectory Tracking of Stratospheric Airship Based on Input-output Stability Theory, *Computational Intelligence and Design (ISCID)*, Hangzhou, China, Oct 28-30, 2011.
- [6] M. W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, First Edition, pp. 266-269, New York: Wiley, 2006.
- [7] Z. Zheng, L. Sun, Nonlinear adaptive trajectory tracking control for a stratospheric airship with parametric uncertainty, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 82, No. 3, pp. 1416-1430, 2015.
- [8] Z. Zheng, W. Hou, Z. Wu, Trajectory tracking Control for underactuated stratospheric airship, *Space research*, Vol. 50, No. 7, pp. 906-917, 2012.
- [9] J. B. Mueller, M. A. Paluszek, Y. Y. Zhao, B. Kamkari, Development of an aerodynamic model and control law design for a high altitude airship, *AIAA 3rd "Unmanned Unlimited" Technical Conference*, Illinois, USA, September 23, 2004.
- [10] M. W. Spong, , On the robust control of robot manipulators, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 37, No. 11, pp. 1782-1786, 1992.
- [11] B. Zhu, W. Huo, Trajectory linearization control for a quadrotor helicopter, *Control and Automation (ICCA)*, Xiamen, China, Oct 28-30, 2011.

10- فهرست علائم

نیروی بویانسی (N)	B_g
نیروی موتور سمت چپ (N)	$F_{T,L}$
نیروی موتور سمت راست (N)	$F_{T,R}$
شتاب جاذبه (ms^{-2})	g
ضرایب اینرسی	$\{k_1, k_2, k_3\}$
گشتاورهای آئرو دینامیکی	$\{L_a, M_a, N_a\}$
جرم کشتی هوایی (kg)	m
فشار دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-2}$)	Q
ورودی های کنترل	u_F, u_δ
سرعت های خطی کشتی هوایی (m/s)	v
نیروهای آئرو دینامیکی	$\{X_a, Y_a, Z_a\}$
مختصات مرکز جرم (m)	$\{x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}\}$
موقعیت موتور ها (m)	$\{x_p, y_p, z_p\}$
حجم بدنه ی کشتی هوایی (m^3)	∇
جهت گیری کشتی هوایی (rad)	γ
انحراف بالابر ها، انحراف سکان ها (rad)	$\delta_{ELV}, \delta_{RUD}$
موقعیت کشتی هوایی (m)	ζ
پارامترهای اینرسی	η
مختصات تعمیم یافته	μ
زاویه ی دورانی پروانه ی چپ (rad)	μ_L
زاویه ی دورانی پروانه ی راست (rad)	μ_R
زاویه ی باز موتور های چپ و راست (rad)	ξ
ضریب میرایی بهینه	ξ_{diff}
چگالی اتمسفر در ارتفاع پرواز (kgm^{-3})	ρ
کران ثابت پارامترهای اینرسی	ρ_i
سرعت های زاویه ای کشتی هوایی (rad/s)	ω