



مدل سازی یک بعدی و بهینه سازی پرتابگر گازی دومرحله ای به روش پاسخ سطح

محسن محمدی¹، جمال ارغوانی هادی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی 11155-9567، arghavani@sharif.edu

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 آذر 1394

پذیرش: 26 دی 1394

ارائه در سایت: 19 بهمن 1394

کلید واژگان:

پرتابگر گازی دومرحله ای

شبیه سازی

بهینه سازی

روش پاسخ سطح

چکیده

پرتابگرهای گازی، بخش مهمی از دستگاه های آزمایش ضربه هستند که کاربردهای فراوانی در شناخت خواص مواد دارند. انجام برخی آزمایش ها نیاز به پرتاب در سرعت های بالا دارد که پرتابگرهای تک مرحله ای قادر به پرتاب در چنین محدوده سرعتی نمی باشند، لذا از پرتابگرهای دومرحله ای بدین منظور استفاده می گردد. پارامترهای متعددی عملکرد این گونه پرتابگرها را تحت تاثیر قرار می دهد. برای تنظیم بهینه این پارامترها، مدل سازی و بهینه سازی پرتابگر امری ضروری و غیر قابل اجتناب است. بدین منظور در این مقاله مدلی یک بعدی برای تعیین کارایی پرتابگر و بهینه سازی آن پیشنهاد می گردد که در آن از اطلاعات تجربی نرخ سوختن جهت مدل سازی احتراق استفاده گردیده است. برای بررسی صحت مدل پیشنهادی و شبیه سازی پرتابگر، نتایج برای چندین حالت با نتایج تجربی مقایسه شده است که نشان می دهد مدل مورد استفاده از دقت کافی برخوردار است. نتایج حاصل از مدل سازی یک بعدی برای بهینه سازی عملکرد پرتابگر و تعیین مقادیر بهینه پارامترهای مختلف استفاده می گردد. علاوه بر این، مدل یک بعدی ارائه شده می تواند برای محاسبات طراحی اولیه پرتابگر و بررسی امکان پذیری ساخت و تخمین هزینه ها مورد استفاده قرار گیرد. در این تحقیق از روش آماری پاسخ سطح برای یافتن مدل های چندجمله ای درجه دو برای پاسخ سرعت و فشار استفاده شده است و سپس از این مدل ها جهت کمینه سازی فشار بیشینه وارد بر پرتابه در شرایط مختلف، از روش سیمپلکس استفاده شده است. در نهایت جهت تسهیل استفاده از پرتابگر گازی دومرحله ای، منحنی و جدول عملکردی پرتابگر ارائه شده است که برای عملکرد بهینه پرتابگر می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

One-dimensional modeling and optimization of two-stage light gas launcher with response surface methodology

Mohsen Mohammadi, Jamal Arghavani*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 11155-9567, Tehran, Iran, arghavani@sharif.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 December 2015
Accepted 16 January 2016
Available Online 08 February 2016

Keywords:
Two-stage light gas launcher
Simulation
Optimization
response surface methodology

ABSTRACT

Gas launchers are an important part of impact testing apparatus which have many applications in material parameters identification. Some experiments call for very high velocity which is beyond the limit of one-stage gas launchers; thus, two-stage gas launchers are employed. Several parameters affect the operation of such launchers. For optimum adjustment of such parameters, modeling and simulation is necessary and inevitable. To this end, in this paper, a one dimensional model for a two-stage light gas launcher is proposed and utilized for performance optimization. To simulate combustion, experimental data for burning rate has been used. The proposed model is verified by comparing its predictions with the available experimental data. It is shown that the proposed model is accurate enough to predict the two-stage light gas launcher performance. The results of one dimensional model can be used in the basic design of the launcher to investigate the feasibility of manufacturing and estimate the costs. Moreover, the model is used to optimize the launcher performance as well as to determine optimum parameters. The statistical method of response surface is employed to find suitable second order polynomial models to predict the projectile velocity and maximum base pressure. The presented models are used to maximize the projectile velocity as well as to minimize the maximum projectile base pressure. To this end, Simplex method is employed to minimize the maximum base pressure in different conditions. Finally, the table of optimum conditions is presented to simplify the optimum use of the two-stage light gas launcher.

1- مقدمه

بارگذاری های ضربه ای عمدتاً متفاوت از رفتار آن ها در بارگذاری های استاتیکی یا شبه استاتیکی است، بنابراین لازم است رفتار مواد و سازه ها در بارگذاری های ضربه ای به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گیرد. بدین

در بسیاری از قطعات، سازه های مهندسی و برخی فرآیندهای شکل دهی، بارگذاری ها به صورت ناگهانی و ضربه ای می باشد. رفتار مواد و سازه ها در

Please cite this article using:

M. Mohammadi, J. Arghavani, One-dimensional modeling and optimization of two-stage light gas launcher with response surface methodology, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 129-139, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

که در آن از گاز سبک هلیوم استفاده شد، توسط کروزی و هوم² در سال 1946 ساخته شد [11]. از آن زمان به بعد، پرتابگرهای گازی دومرحله ای متنوعی ساخته شده اند. تفاوت عمده آن ها در نحوه فشردن گاز سبک به فشار مورد نیاز برای ایجاد سرعت بالا است. توسعه کامپیوترهای سرعت بالا و روش های جدید اندازه گیری در دستیابی به فهم بهتر فرآیند پرتاب، که فرآیندی پیچیده است، کمک نموده است. توسعه فناوری پرتابگرهای گازی دومرحله ای توسط آزمایشگاه های تحقیقاتی در آمریکا، کانادا و انگلستان به منظور حصول سرعتی به بزرگی 11 کیلومتر بر ثانیه، انجام گرفته است [12-14].

با گذشت حدود نیم قرن از عمر پرتابگر گازی دومرحله ای، تحقیقات مختلفی (عمدتاً توسط آزمایشگاه های سندیا و لوس آلاموس³ آمریکا) انجام گرفته است. امروزه با رشد علمی کشور و نیاز به انجام تحقیقات مورد نیاز صنایع در این حوزه، نیاز به طراحی و ساخت پرتابگر گازی دومرحله ای به شدت احساس می گردد؛ لذا آزمایشگاه مکانیک ضربه و نفوذ دانشگاه صنعتی شریف برای طراحی و ساخت چنین پرتابگری مطالعات اولیه و امکان سنجی را از سال 1392 شروع نمود. یکی از گام های مهم در طراحی پرتابگر مذکور، طراحی اولیه⁴ برای تعیین ابعاد، اندازه ها، فشار گاز، خصوصیات مواد مورد نیاز و همچنین بهینه سازی راندمان پرتابگر می باشد. این اطلاعات در مرحله طراحی جزئیات مورد نیاز خواهد بود.

در این مقاله، هدف ارائه یک مدل ساده یک بعدی برای تعیین کارایی پرتابگر پیشنهادی برای ساخت در داخل کشور و همچنین بهینه سازی آن با استفاده از روش پاسخ سطح⁵ می باشد. برای رسیدن به سرعت بیشینه و حداقل نمودن فشار بیشینه، عملکرد بهینه پرتابگر تعیین خواهد گردید. بدین منظور در سرعت های مختلف، پارامترهای پرتابگر تعیین می گردند و جدولی جهت استفاده بهینه استخراج می گردد. در نهایت نمودار کارکرد بهینه پرتابگر ارائه می گردد.

بدین منظور پس از این مقدمه در بخش 2 به معرفی پرتابگر گازی دومرحله ای پرداخته می شود و سپس در بخش 3 مدل یک بعدی پرتابگر و معادلات مربوطه ارائه خواهد شد. در بخش 4 به حل عددی معادلات بدست آمده پرداخته می شود و با ارائه نتایج مختلف و مقایسه آن با نتایج موجود، مدل ارائه شده صحت گذاری می گردد. پس از آن در بخش 5 از مدل معرفی شده برای تحلیل و بهینه سازی عملکرد پرتابگر با روش پاسخ سطح استفاده می شود. در نهایت در بخش 6 جمع بندی ارائه می گردد.

2- معرفی پرتابگر گازی دومرحله ای

اجزای مختلف پرتابگر گازی دومرحله ای در شکل 2 نشان داده شده است. قسمت سمت چپ پرتابگر از یک محفظه احتراق و یک لوله تشکیل شده است که همانند پرتابگرهای تک مرحله ای است با این تفاوت که پرتابه با یک پیستون جایگزین شده و مخزن فشار بالا و شیر با محفظه احتراق جایگزین شده اند. لوله ای که پیستون درون آن قرار می گیرد، لوله پمپ نام دارد. در انتهای لوله پمپ محفظه ای با قطر خارجی زیاد قرار دارد که محفظه میانی نام دارد، لوله ای که در سمت راست محفظه میانی قرار دارد لوله پرتاب نامیده می شود. قبل از پرتاب، ابتدا پرتابه در ابتدای لوله پرتاب قرار داده شده و شیر سریع بازشونده در حالت بسته قرار می گیرد، این شیر در فشار خاصی باز

منظور آزمایش های مختلفی مانند آزمایش ضربه تیلور، آزمایش میله های فشاری هاپکینسون، آزمایش سقوط وزنه و آزمایش تست ضربه صفحه مورد استفاده قرار می گیرند. در اغلب آزمایش های ضربه از یک دستگاه پرتابگر برای سرعت دهی به پرتابه در انجام تست استفاده می شود. به همین دلیل پرتابگر قلب اصلی یک دستگاه آزمایش ضربه است. با توجه به جرم و ابعاد پرتابه، سرعت پرتاب و خصوصیات فیزیکی ماده از روش های مختلفی برای پرتاب و طراحی پرتابگر استفاده می شود [1]. در این میان پرتابگرهای گازی به دلیل سادگی، در دسترس بودن، هزینه پایین و قابلیت کنترل دقیق سرعت به وفور مورد استفاده قرار می گیرند.

پرتابگرهای گازی براساس شتاب دادن به یک پرتابه با استفاده از یک گاز فشرده شده عمل می نمایند. از آنجایی که در حین تبدیل انرژی پتانسیل گاز فشرده به انرژی جنبشی پرتابه برای سرعت دهی به آن، بخشی از انرژی نیز می بایست صرف سرعت دهی به مولکول های خود گاز شود، سرعت پرتابه محدود می گردد. توزیع مطلوب تر انرژی بین گاز و پرتابه برای ایجاد سرعت بیش تر با استفاده از گازهای سبک همچون هیدروژن و هلیوم بدست می آید [2]. شکل 1 طرح ساده ای از پرتابگر گازی تک مرحله ای را نشان می دهد. هم اکنون چندین پرتابگر گازی تک مرحله ای در آزمایشگاه مکانیک ضربه و نفوذ دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف برای انجام تست های نفوذ، تست ضربه تیلور و تست هاپکینسون مورد استفاده قرار می گیرند. دستگاه پرتابگر گازی مورد استفاده، از گاز سبک برای پرتاب نمونه هایی با حداکثر قطر 18 میلیمتر و وزن 20 گرم تا سرعت نزدیک به 1000 متر بر ثانیه در تست های نفوذ استفاده می نماید.

از نظر تئوری بسته به نوع گاز (سرعت انتشار موج در گاز)، حداکثر سرعت پرتابه از رابطه زیر بدست می آید [3]:

$$v_{\max} = \frac{2a_0}{\gamma - 1} \quad (1)$$

که a_0 سرعت انتشار موج در گاز و γ نسبت ظرفیت گرمایی گاز است. بر اساس معادله (1) حداکثر سرعت پرتابه برای هیدروژن 6197، برای هلیوم 2926 و برای هوا 1715 متر بر ثانیه است. با توجه به این معادله، در کاربردهایی که به سرعت پرتاب بزرگتری نیاز باشد، پرتابگر تک مرحله ای مناسب نخواهد بود و به همین دلیل از پرتابگر گازی دومرحله ای استفاده می گردد. به عنوان مثال برخورد میکرو شهاب سنگ ها و زباله های فضایی باعث کاهش عمر و گاهی تخریب ماهواره ها می گردند، این پرتابه ها به طور میانگین سرعتی در حدود 10 کیلومتر بر ثانیه دارند که می توان به وسیله پرتابگرهای دومرحله ای این سرعت ها را ایجاد کرد و با انجام آزمایش، سیرهای محافظتی مناسب را طراحی نمود [4-6]. معادله حالت مواد در فشارهای بسیار بالا در بسیاری از مسائل فیزیک، ژئوفیزیک و ستاره شناسی کاربرد دارد، با استفاده از تراکم شوکی¹ می توان به فشار و دماهای بالا رسید. پرتابگر دومرحله ای با گاز سبک به دلیل توانایی تولید شوک های صفحه ای یکی از مهم ترین ابزارهای تولید و بررسی تراکم شوکی است [7-10]. اولین پرتابگر گازی دومرحله ای

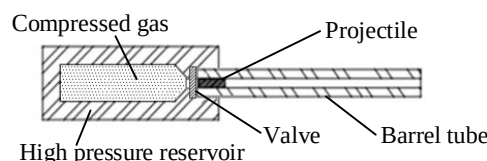


Fig. 1 Scheme of one-stage gas launcher

شکل 1 طرح ساده پرتابگر گازی تک مرحله ای

2- Crozier and Hume

3- Sandia and Los Alamos

4- Basic design

5- Response surface methodology

1- Shock compression

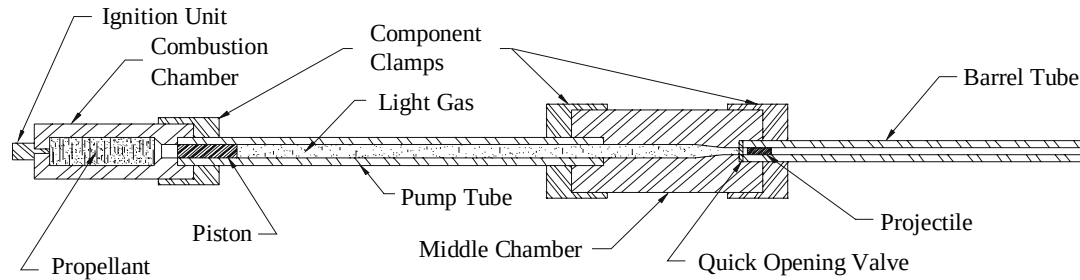


Fig. 2 Different parts of two-stage gas launcher [15]

شکل 2 اجزای مختلف پرتابگر دومرحله‌ای [15]

نیاز به اطلاع از مشخصات عملکردی پرتابگر، دو روش برای طراحی و ساخت مطلوب وجود دارد، اول ساخت با ابعاد تقریبی و رسیدن به ابعاد بهتر با آزمایش و دیگری مدل‌سازی و بهینه‌سازی به منظور رسیدن به تقریب‌های بهتر. قطعات پرتابگر دارای ویژگی‌های خاصی از قبیل تحمل فشار و دمای بالا و مقاومت در برابر سایش هستند که ساخت دستگاه را به فرآیندی پرهزینه تبدیل می‌کند، از این رو روش مناسب‌تر برای تعیین ابعاد دستگاه و ویژگی‌های قطعات مختلف پرتابگر، مدل‌سازی و بهینه‌سازی پرتابگر است.

3- ارائه مدل یک‌بعدی جهت بررسی کارایی پرتابگر

به‌منظور درک بهتر فرآیند پرتاب و اثر هر یک از پارامترهای مؤثر در خروجی پرتابگر، مدل‌سازی‌هایی صورت گرفته است. مدل‌سازی‌ها و شبیه‌سازی‌های انجام‌شده تاکنون به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند: 1- مدل‌های مبتنی بر فرض جرم متمرکز 2- روش مشخصه‌ها 3- روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی. استفانسون¹ و همکاران عملکرد پرتابگر با استفاده از گاز سبک هیدروژن و تراکم شوکی را به روش مشخصه‌ها بررسی کردند. آنان با استفاده از روابط بی‌بعد، اثرات پارامترهای جرم، سرعت پیستون و اثر پیش‌گرم کردن گاز سبک را بر روی عملکرد پرتابگر مورد مطالعه قراردادند و مقادیر را با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه کردند [16]. یک مدل‌سازی یک‌بعدی به روش جرم متمرکز توسط پاتین² و همکاران ارائه شد که فرآیند پرتاب را به چهار قسمت تقسیم کرده و روابط موجود را برای هر یک به‌صورت جداگانه به دست آورده‌اند. درنهایت مسئله به حل دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی می‌انجامد که با حل آن به‌صورت عددی، عملکرد پرتابگر شبیه‌سازی می‌شود [17].

در این قسمت، هدف ارائه مدلی برای پیش‌بینی کارایی پرتابگر گازی دومرحله‌ای می‌باشد. بدین جهت از روش ارائه‌شده توسط پاتین و همکاران [17] استفاده می‌گردد. بدین منظور، معادله مربوط به سوختن پیش‌رانه جامد با توجه به اطلاعات نوع پیش‌رانه مورد استفاده در داخل کشور انتخاب گردیده و پارامترهای آن از اطلاعات تجربی موجود تعیین گردیده است. علاوه بر این، مدل دقیق‌تری از اکستروژن پیستون در محفظه میانی ارائه گردیده است.

به صورت کلی در این مدل چهار فرآیند فیزیکی موجود به‌صورت جداگانه مدل‌سازی می‌شوند. همچنین برای ارتباط دادن این روابط به یکدیگر از روابط ترمودینامیکی و سینماتیکی استفاده می‌شود. معادلات حاصل با استفاده از نرم‌افزار متلب³ در بخش 4 حل می‌گردد. با حل این مدل، امکان مطالعه عملکرد و بهینه‌سازی پرتابگر مقدور می‌گردد که در

می‌شود. پس از آن پیستون که قسمت عقبی و جلویی لوله پمپ را از هم جدا می‌نماید و نقش آب‌بندی بین گازهای سبک و گازهای سنگین حاصل از احتراق را ایفا می‌کند، در داخل لوله پمپ قرار داده می‌شود. سپس لوله پمپ با گاز سبکی مثل هلیوم با فشار اولیه مورد نیاز پر می‌شود و در نهایت پیش‌رانه در محفظه احتراق قرار داده می‌شود.

مراحل مختلف عملکرد پرتابگر دومرحله‌ای با گاز سبک در شکل 3 مشاهده می‌شود. ابتدا پیش‌رانه جامد محترق شده و شروع به تولید گاز با فشار بالا می‌کند، فشار بالای گازهای حاصل از احتراق، پیستون را درون لوله پمپ جابجا کرده و به آن سرعت می‌دهد. با حرکت پیستون درون لوله پمپ، گاز سبک فشرده شده و به فشار بالایی می‌رسد. هنگامی که فشار گاز سبک به مقدار معینی رسید، شیر سریع‌بازشونده عمل کرده و گاز سبک وارد لوله پرتاب می‌شود و پرتابه را به جلو می‌راند. در هنگام حرکت پرتابه درون لوله پرتاب، پیستون به حرکت خود ادامه می‌دهد و گاز سبک را به صورت پیوسته داخل لوله پرتاب پمپ می‌کند که باعث عدم افت قابل توجه در فشار وارده به پرتابه می‌شود. هنگامی که پیستون به قسمت مخروطی انتهای محفظه میانی می‌رسد دچار تغییر شکل پلاستیک شده و نیروی تغییر شکل و نیروی وارده به آن از طرف سطح مخروطی باعث متوقف کردن پیستون برای جلوگیری از آسیب زدن به لوله پرتاب می‌شود. پرتابه درون لوله پرتاب به حرکت خود ادامه داده و سرعت آن افزایش می‌یابد و در نهایت از لوله پرتاب خارج می‌شود.

ساخت پرتابگر دومرحله‌ای نیازمند اطلاعات دقیقی از فرآیندهای موجود در پرتابگر است، مشخصات فرآیندهای مختلف در پرتابگر می‌تواند جهت تعیین اندازه و جنس قطعات مختلف پرتابگر به کار رود. با توجه به

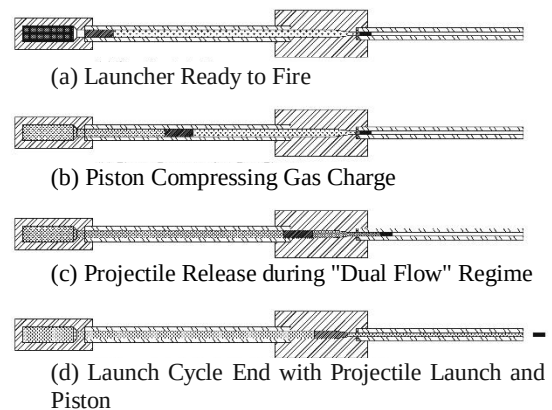


Fig. 3 Light-gas launcher sketches showing various stages in the firing process [15]

شکل 3 مراحل مختلف عملکرد پرتابگر دومرحله‌ای با گاز سبک [15]

1- Stephenson
2- Patin
3- Matlab

بخش 5 ارائه خواهد شد.

3-1- مدل سازی نرخ احتراق

نرخ احتراق پودر بیانگر نرخ تبدیل جرم پیشرانه جامد به گاز فشار بالای حاصل از احتراق می باشد که به صورت زیر قابل بیان می باشد [18]:

$$\frac{dN_b}{dt} = r S_b \rho_p \quad (2)$$

که در آن S_b سطح محترق ذرات پودر، N_b جرم پودر محترق شده، ρ_p چگالی پودر و r رگرسیون سرعت سوختن پیشرانه است. این رگرسیون بسته به پیشرانه مورد استفاده، می تواند متفاوت باشد. برای عملکرد مناسب پرتابگر، با بررسی پرتابگرهای مختلف و عملکرد آنها، پیشرانه بدون دود (پیشرانه با پایه دوگانه) با ترکیب 52.25% نیتروسولوز، 42.75% نیتروگلیسرین و 5% دیگر افزودنی ها با انرژی 1100 کالری بر گرم استفاده می شود. برای این ماده، رگرسیون در فشارهای مختلف متفاوت بوده و می توان آن را به صورت معادله زیر بیان نمود [19]:

$$r = \begin{cases} B_1 P_{av}^{N_1} + K_V \dot{X}_p, & P_{av} \leq 11 \text{ bar} \\ B_2 P_{av}^{N_2} + K_V \dot{X}_p, & 11 \text{ bar} \leq P_{av} \leq 141 \text{ bar} \\ B_3 P_{av}^{N_3} + K_V \dot{X}_p, & 141 \text{ bar} \leq P_{av} \end{cases} \quad (3)$$

در این معادله B_1 ، B_2 و B_3 به ترتیب ضریب نرخ احتراق در حالت اول، دوم و سوم، N_1 ، N_2 و N_3 برابر با اندیس نرخ احتراق در حالت های مختلف، P_{av} فشار میانگین گاز حاصل از احتراق، $\dot{X}_p$ موقعیت پیستون و K_V ثابت فرسایش پودر است. از طرفی سطح محترق ذرات پودر با رابطه زیر بدست می آید [18]:

$$S_b = \frac{2C_w}{\rho_p w_0} \quad (4)$$

که w_0 ضخامت شبکه ای ذرات پودر و C_w جرم اولیه پودر است. با ترکیب روابط (2)، (3) و (4)، نرخ احتراق پیشرانه جامد به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{dN_b}{dt} = \begin{cases} (B_1 P_{av}^{N_1} + K_V \dot{X}_p) \frac{2C_w}{w_0}, & P_{av} \leq 11 \text{ bar} \\ (B_2 P_{av}^{N_2} + K_V \dot{X}_p) \frac{2C_w}{w_0}, & 11 \text{ bar} \leq P_{av} \leq 141 \text{ bar} \\ (B_3 P_{av}^{N_3} + K_V \dot{X}_p) \frac{2C_w}{w_0}, & 141 \text{ bar} \leq P_{av} \end{cases} \quad (5)$$

به عبارت دیگر معادله (5) نرخ تولید گاز حاصل از احتراق را نشان می دهد که برای تعیین فشار گاز تولیدی در بخش بعد مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

3-2- مدل سازی گاز حاصل از احتراق

پس از بررسی احتراق پیشرانه، برای تعیین نرخ افزایش فشار گاز حاصل از احتراق از اصل بقای انرژی استفاده می شود:

$$E_1 = E_2 + E_3 + E_4 \quad (6)$$

که در آن E_1 انرژی آزاد شده از سوختن پودر، E_2 انرژی جنبشی پیستون، E_3 اتلاف حرارتی و E_4 انرژی جنبشی گاز حاصل از احتراق است. برای توصیف رفتار گاز حاصل از احتراق از معادله حالت نوبل-آبل استفاده می گردد [20]:

$$P_{av}(V_c - \eta N_b) = N_b R_p T_0 \quad (7)$$

در این رابطه V_c حجم محفظه احتراق، η حجم کمکی گاز حاصل از احتراق، R_p ثابت گاز و T_0 دمای شعله پودر است. عبارت $R_p T_0$ تحت عنوان نیروی محرک، وابسته به نوع گاز حاصل از احتراق بوده و نشانگر توانایی آزادسازی انرژی توسط جرم مشخصی از گاز است:

$$F_p = R_p T_0 \quad (8)$$

انرژی آزاد شده از گاز حاصل از احتراق به صورت زیر بدست می آید.

$$E_1 = N_b c_v (T_0 - T_f) \quad (9)$$

که T_0 دمای اولیه گاز، T_f دمای نهایی گاز و c_v ظرفیت گرمایی گاز در حجم ثابت است. انرژی جنبشی پیستون به صورت زیر محاسبه می شود.

$$E_2 = \frac{1}{2} m_p \dot{X}_p^2 \quad (10)$$

که m_p جرم پیستون است. فرض می کنیم انرژی اتلافی به صورت درصدی از انرژی جنبشی پیستون و گاز حاصل از احتراق، قابل بیان باشد:

$$E_3 = \frac{1}{2} \beta m_a \dot{X}_p^2 \quad (11)$$

که β ضریب انتقال حرارت است و m_a جرم معادل پیستون و گاز حاصل از احتراق است که از رابطه زیر بدست می آید.

$$m_a = m_p + \frac{N_b}{\delta} \quad (12)$$

که δ پارامتر توزیع جرم گاز حاصل از احتراق است. در نهایت انرژی جنبشی گاز حاصل از احتراق به صورت زیر بیان می شود.

$$E_4 = \frac{1}{2} \frac{N_b}{\delta} \dot{X}_p^2 \quad (13)$$

با جایگذاری معادلات (7)-(13) در معادله (6)، مشتق گیری نسبت به زمان و ساده سازی رابطه بدست آمده، معادله نرخ تغییرات فشار گاز حاصل از احتراق به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{dP_{av}}{dt} \left[V_c + X_p A_{pt} - \frac{C_w - N_b}{\rho_p} \right] = \frac{dN_b}{dt} F_p - (\gamma_p - 1) \times (1 + \beta) m_a \frac{d\dot{X}_p}{dt} \frac{dX_p}{dt} \quad (14)$$

که در این رابطه A_{pt} مساحت سطح مقطع لوله پمپ و γ_p نسبت گرمای ویژه گاز حاصل از احتراق می باشد. در این معادله جمله نرخ تولید گاز حاصل از احتراق $\left(\frac{dN_b}{dt} \right)$ از رابطه (5) قابل محاسبه است و شتاب پیستون $\left(\frac{d\dot{X}_p}{dt} \right)$ در ادامه بررسی می گردد.

3-3- مدل سازی حرکت پیستون

چهار نیروی مختلف در حین پرتاب بر روی پیستون اثر می نمایند: (1) نیروی گازهای حاصل از احتراق (2) نیروی اصطکاک (3) نیروی ناشی از فشار گاز سبک (4) نیروی اکستروژن وقتی پیستون به ناحیه مخروطی محفظه میانی پرتابگر می رسد.

فشار در طول فرآیند و در نواحی مختلف ممکن است متفاوت باشد، لذا فشار میانگین برای کل ناحیه در نظر گرفته می شود. برای لحاظ کردن اثرات گرادین فشار، رابطه انتشار موج که فشار پشت پیستون را به فشار میانگین ارتباط می دهد، مورد استفاده قرار می گیرد [21]:

$$P_{pb} = P_{av} \left[1 + \frac{\gamma_p - 1}{2} \frac{\dot{X}_p^2}{\gamma_p F_p} \right]^{\frac{\gamma_p}{\gamma_p - 1}} \quad (15)$$

که P_{pb} فشار وارد بر پشت پیستون است. با دانستن فشار پشت پیستون، نیروی عمل کننده گاز حاصل از احتراق بر روی پیستون (F_{p1}) قابل محاسبه می باشد:

$$F_{p1} = P_{pb} A_{pt} \quad (16)$$

حرکت پیستون زمانی آغاز می شود که فشار گاز حاصل از احتراق به حد معینی برسد. به این فشار، فشار آغاز پرتاب (P_{sp}) می گویند. اصطکاک از این نقطه به بعد وارد عمل می شود. مقدار اولیه نیروی اصطکاک که باید به وسیله فشار آغاز پرتاب بر آن غلبه شود (F_{R1}) برابر است با [18]:

$$F_{R1} = (P_{sp} - P_{LG1}) A_{pt} \quad (17)$$

که P_{LG1} فشار اولیه گاز سبک است. از این پس میزان نیروی اصطکاک (F_{p2}) با توجه به میزان سرعت تغییر می کند و از رابطه زیر به دست می آید:

که σ_m تنش برشی در حین تغییر شکل است. از آنجاکه فرآیند اکستروژن با نرخ بسیار بالایی انجام می شود باید اثرات اینرسی نیز در نظر گرفته شود. رابطه زیر توان لازم برای غلبه بر نیروهای اینرسی ($\dot{W}_k$) را ارائه می دهد:

$$\dot{W}_k = \frac{1}{2} \rho_{pm} \pi V_0 R_0^2 (V_e^2 - V_0^2) \quad (27)$$

که ρ_{pm} چگالی پیستون است. در نهایت نیروی ناشی از اکستروژن (F_{P4}) از رابطه زیر به دست می آید:

$$F_{P4} = \frac{(\dot{W}_i + \dot{W}_{S1} + \dot{W}_{S2} + \dot{W}_{S3} + \dot{W}_k)}{V_{ex}} \quad (28)$$

که کمیت V_{ex} نشان دهنده سرعت اکستروژن است. با توجه به نیروهای موجود، شتاب پیستون با استفاده از قانون دوم نیوتن به دست می آید:

$$\frac{d^2 X_P}{dt^2} = \frac{(F_{P1} - F_{P2} - F_{P3} - F_{P4})}{m_P} \quad (29)$$

با مشخص شدن شتاب پیستون، تمامی عبارات در معادله (13) معلوم می شوند.

3-4- مدل سازی حرکت پرتابه

سه نیرو بر پرتابه عمل می کنند: (1) نیروی ناشی از فشار گاز سبک (2) نیروی ناشی از فشرده شدن گاز پیش روی پرتابه (در صورتی که در خلأ نباشد) (3) نیروی اصطکاک. فشار گاز سبک وابسته به حرکت پیستون و پرتابه است و از رابطه تراکم آیزنتروپیک گاز ایده آل به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$P_{LG} = P_{LG_i} \left[\frac{V_{LG_i}}{V_{LG_i} - X_P A_{Pt} + X_S A_{It}} \right]^{\gamma_{LG}} \quad (30)$$

که در آن X_S موقعیت پرتابه و A_{It} مساحت سطح مقطع لوله پرتاب است. البته این فشار مقدار میانگین است و برای در نظر گرفتن گرادین فشار، از رابطه انتشار موج در گاز به شکل زیر استفاده می گردد:

$$P_{Sb} = P_{LG} \left[1 + \frac{\gamma_{LG} - 1}{2} \frac{X_P^2}{\gamma_{LG} R_{LG} T_{LG}} \right]^{\frac{\gamma_{LG}}{\gamma_{LG} - 1}} \quad (31)$$

که P_{Sb} فشار وارده به پشت پرتابه است. در نهایت نیروی وارد بر پرتابه از طریق گاز سبک (F_{S1}) برابر خواهد بود با:

$$F_{S1} = P_{Sb} A_{It} \quad (32)$$

اگر پیش روی پرتابه خلأ نباشد، وقتی پرتابه شتاب می گیرد، امواج فشاری با هم جمع شده و یک موج شوک پیش روی پرتابه ایجاد می کنند. در این حالت فشار ایجاد شده در جلوی پرتابه (P_{Sf}) به وسیله رابطه زیر به فشار لوله پرتاب ارتباط می یابد [12]:

$$P_{Sf} = P_{It} \left[1 + \left(\frac{X_S}{a_1} \right)^2 \frac{\gamma_1 (\gamma_1 + 1)}{4} + \frac{\gamma_1 X_S}{a_1} \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_1 + 1}{4} \right)^2 \left(\frac{X_S}{a_1} \right)^2} \right] \quad (33)$$

در این رابطه P_{It} فشار متوسط هوای جلوی پرتابه در لوله پرتاب، a_1 سرعت صوت در هوا و γ_1 نسبت گرمای ویژه هوا است. بنابراین نیروی ناشی از هوای پیش روی پرتابه (F_{S2}) برابر خواهد بود با:

$$F_{S2} = P_{Sf} A_{It} \quad (34)$$

در نهایت نیروی اصطکاک (F_{S3}) به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_{S3} = \pi \mu_m (D_{It})^2 P_{Sb} \quad (35)$$

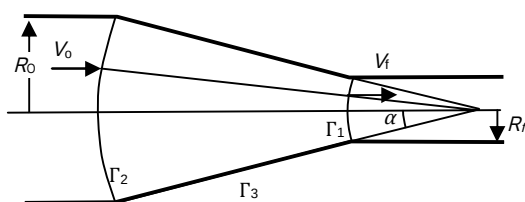


Fig. 4 Conical section of middle chamber in flow field

شکل 4 ناحیه مخروطی محفظه میانی در میدان جریان

$$F_{P2} = F_{R1} - \dot{X}_P F_{R2} \quad (18)$$

که F_{R2} ضریب استهلاک سرعت می باشد و به صورت نسبت F_{R1} به حداکثر سرعت پیستون تعریف می گردد:

$$F_{R2} = \frac{F_{R1}}{\sqrt{2 F_P \frac{C_W}{m_P}}} \quad (19)$$

لوله پمپ حاوی گاز سبکی است که پرتابه را به حرکت درمی آورد. فرض می شود که گاز سبک به صورت غیر لزج یعنی گاز ایده آل با گرمای ویژه ثابت است، فشرده شدن گاز و سایر فرآیندهای چرخه، آیزنتروپیک در نظر گرفته می شوند و شیر سریع بازشونده ناگهانی باز می شود. فشار گاز سبک تا حدی افزایش می یابد که شیر سریع بازشونده عمل کرده و باز شود. وقتی که پیستون با فشار گاز حاصل از احتراق به سمت انتهای لوله حرکت می کند، گاز سبک فشرده می شود. سرعت پیستون در این حالت در مقایسه با سرعت صوت در گاز سبک کوچک تر بوده و فشرده شدن بدون شوک به عنوان یک فرآیند آیزنتروپیک قابل مدل سازی است. این افزایش فشار از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{LG} = P_{LG_i} \left[\frac{V_{LG_i}}{V_{LG_i} - X_P A_{Pt}} \right]^{\gamma_{LG}} \quad (20)$$

در این رابطه P_{LG} فشار گاز سبک، V_{LG_i} حجم اولیه گاز سبک و γ_{LG} نسبت گرمای ویژه آن است. به دلیل وجود گرادین فشار در طول فرآیند، از رابطه زیر استفاده می شود:

$$P_{Pf} = P_{LG} \left[1 + \frac{\gamma_{LG} - 1}{2} \frac{X_P^2}{\gamma_{LG} R_{LG} T_{LG}} \right]^{\frac{\gamma_{LG}}{\gamma_{LG} - 1}} \quad (21)$$

که T_{LG} دما، R_{LG} ثابت گاز سبک و P_{Pf} فشار پیش روی پیستون است. با این تعریف نیروی حاصل از فشار گاز سبک (F_{P3}) از رابطه زیر به دست می آید:

$$F_{P3} = P_{Pf} A_{Pf} \quad (22)$$

که A_{Pf} سطح پیش روی پیستون است. نیروی دیگر بر پیستون ناشی از نیروهای اکستروژن است. در این قسمت فرض می شود که ماده تشکیل دهنده پیستون غیر قابل تراکم و به صورت پلاستیک کامل رفتار می کند و از معیار تسلیم فون میسز پیروی می نماید.

وقتی پیستون به ناحیه مخروطی محفظه میانی می رسد، دچار تغییر شکل شده و یک الگوی جریان ایجاد می گردد. برای محاسبه نیروی داخلی تغییر شکل ماده پیستون از رابطه زیر استفاده می گردد [22]:

$$\dot{W}_i = 2 \pi \sigma V_0 R_0^2 \ln \left(\frac{R_0}{R_e} \right) \quad (23)$$

در این رابطه σ تنش تسلیم ماده پیستون، V_0 سرعت پیستون در حال ورود به ناحیه مخروطی، R_0 شعاع ورودی مخروطی، R_e شعاع وجه پیستون در زمان اکستروژن و $\dot{W}_i$ توان مورد نیاز برای این تغییر شکل است که در شکل 4 پارامترهای هندسی مشاهده می شوند. همچنین توانی صرف غلبه بر عدم پیوستگی سرعت در سطوح Γ_1 و Γ_2 (به ترتیب $\dot{W}_{S1}$ و $\dot{W}_{S2}$) که به ترتیب در خروجی و ورودی ناحیه مخروطی قرار دارند، می شود و با روابط زیر قابل محاسبه است [22].

$$\dot{W}_{S1} = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{3}} V_f R_f^2 \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right] \quad (24)$$

$$\dot{W}_{S2} = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{3}} V_0 R_0^2 \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right] \quad (25)$$

در این روابط V_f سرعت پیستون در حال خروج از مخروطی، R_f شعاع خروجی مخروطی و α نیم زاویه قسمت مخروطی شکل است. علاوه بر این، وقتی پیستون وارد ناحیه مخروطی می شود، باید بر نیروی اصطکاک در سطح Γ_3 که دیواره مخروطی است غلبه کند. توان لازم برای غلبه ($\dot{W}_{S3}$) از رابطه زیر به دست می آید [22]:

$$\dot{W}_{S3} = \frac{2 \pi}{\sqrt{3}} \sigma_m V_0 R_0^2 \cot \alpha \ln \left(\frac{R_0}{R_e} \right) \quad (26)$$

جدول 1 مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی و نتایج آزمایشگاهی برای سرعت پرتابه
Table 1 Comparison of simulation and experimental results for projectile velocity

شماره آزمایش	1	2	3	4	5
جرم پیشرانه جامد (kg)	0.7	0.65	0.7	1.25	0.6
جرم پیستون (kg)	3.401	2.5	3.4	5.625	3.175
جرم پرتابه (kg)	0.05	0.06	0.055	0.03	0.068
فشار پاره شدن دیسک (ksi)	12	6	12	12	12
فشار اولیه گاز هلیوم (psi)	300	200	200	250	200
فشار در لوله پرتاب (psi)	0	0	0	0	0
سرعت تجربی [17] (m/s)	2895	2987	2987	3444	2377
سرعت پیش بینی شده (m/s)	2871	2652	2844	3729	2453
درصد خطا	0.83	11.20	4.77	8.28	3.18

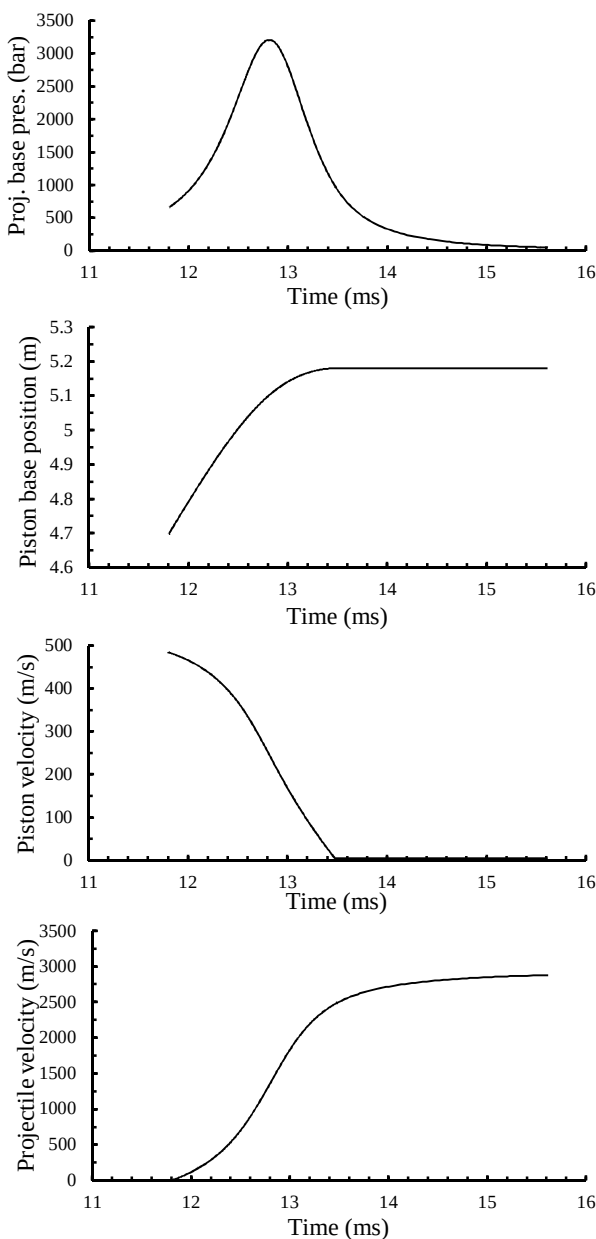


Fig. 5 Important launcher variables vs. time

شکل 5 تغییرات متغیرهای مهم پرتابگر بر حسب زمان

حرکت پرتابه به آن داده شده است و از این جا به بعد سرعت پرتابه تغییر خاصی نمی کند.

در این رابطه μ_m ضریب اصطکاک و D_{lt} قطر لوله پرتاب است. به طور مشابه، با به کارگیری قانون دوم نیوتن، شتاب پرتابه به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{d^2 X_S}{dt^2} = \frac{(F_{S1} - F_{S2} - F_{S3})}{m_S} \quad (36)$$

در این رابطه m_S جرم پرتابه است.

3-5- جمع بندی مدل سازی پرتابگر

در این بخش معادلات پرتابگر جمع بندی می گردد. این معادلات عبارت اند از: 1) معادله نرخ سوختن پیشرانه جامد 2) نرخ تغییرات فشار گاز حاصل از احتراق 3) معادله حرکت پیستون 4) معادله حرکت پرتابه، که به صورت زیر قابل ارائه می باشند:

$$\begin{cases} \frac{dN_b}{dt} = \begin{cases} (B_1 P_{av}^{N_1} + K_V \dot{X}_P) \frac{2C_W}{w_0}, & P_{av} \leq 11 \text{ bar} \\ (B_2 P_{av}^{N_2} + K_V \dot{X}_P) \frac{2C_W}{w_0}, & 11 \text{ bar} \leq P_{av} \leq 141 \text{ bar} \\ (B_3 P_{av}^{N_3} + K_V \dot{X}_P) \frac{2C_W}{w_0}, & 141 \text{ bar} \leq P_{av} \end{cases} \\ \frac{dP_{av}}{dt} \left[V_c + X_P A_{pt} - \frac{C_W - N_b}{\rho_p} \right] = \frac{dN_b}{dt} F_p - (\gamma_p - 1)(1 + \beta) m_a \frac{d\dot{X}_P}{dt} \frac{dX_P}{dt} \\ \frac{d^2 X_P}{dt^2} = \frac{(F_{P1} - F_{P2} - F_{P3} - F_{P4})}{m_P} \\ \frac{d^2 X_S}{dt^2} = \frac{(F_{S1} - F_{S2} - F_{S3})}{m_S} \end{cases} \quad (37)$$

معادلات (37) غیر خطی و کوپل می باشند و لذا می بایستی به طور عددی و همزمان حل شوند که در بخش بعد مورد بررسی قرار می گیرد.

4- حل عددی و اعتبارسنجی مدل

برای حل معادلات دیفرانسیل (37) از تابع اودی ای 45¹ نرم افزار متلب که دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی را حل می کند، استفاده می شود. ضرایب تجربی موجود در معادلات (ضریب انتقال حرارت β در معادله (11) و ضریب اصطکاک μ_m در معادله (35)) می بایست تعیین گردند. جهت تعیین این ضرایب با استفاده از روش حداقل مربعات، اختلاف نتایج مرجع [17] در شرایط مختلف با حل عددی کمینه شده و ضرایب مورد نظر تخمین زده شد. برای صحت سنجی نتایج به دست آمده از مدل، خروجی ها با داده های آزمایشگاهی مقایسه می شود. در جدول 1 داده های آزمایشگاهی سرعت خروجی پرتابه برای پرتابگر گازی دومرحله ای مرجع [17] و مقادیر شبیه سازی شده متناظر با شرایط آزمایش مقایسه گردیده و خطای نسبی محاسبه شده است. در بیشترین حالت، خطای سرعت به میزان 11 درصد است و در بهترین حالت این مقدار به 0.8 درصد می رسد. یکی از منابع خطا نبود اطلاعات دقیق از برخی پارامترهای مورد نیاز شبیه سازی است که با استفاده از مقادیر تقریبی این شبیه سازی ها انجام شده است.

برای تبیین بهتر فرآیند پرتاب در پرتابگر، در شکل 5 برای آزمایش 3 جدول 1 نمودارهای فشار وارده بر پرتابه، سرعت پیستون، مکان پیستون و همچنین سرعت پرتابه، از زمان پاره شدن دیسک تا خروج پرتابه از لوله پرتاب ارائه شده است. مشاهده می گردد که با پاره شدن دیسک و شروع حرکت پرتابه به دلیل اینکه هنوز پرتابه سرعت نگرفته است و پیستون در حال حرکت است، گاز سبک متراکم تر شده و فشار افزایش می یابد. در ادامه با حرکت پرتابه و کاهش سرعت پیستون، فشار کاهش می یابد؛ که اکستروژن شدن پیستون درون محفظه مخروطی تا حدی از کاهش سریع فشار پشت پرتابه جلوگیری می کند. هنگامی که پیستون از حرکت می ایستد فشار با نرخ بیشتری کاهش می یابد، در این هنگام، بیشتر انرژی مورد نیاز جهت

قدم بعدی در استفاده از روش پاسخ سطح، انتخاب طراحی آزمایش مناسب و انجام آزمایش است. به این منظور از طراحی آزمایش باکس-بنکن² با 46 آزمایش جهت بررسی پارامترهای پهنجانه انتخابی استفاده می گردد. مزیت این طراحی آزمایش، امکان بررسی اثرات برهم کنشی و مرتبه دو با تعداد کمی آزمایش است. ماتریس آزمایش و مقادیر بدست آمده سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه در جدول 4 مشاهده می گردد. برای انجام رگرسیون و بدست آوردن معادله پاسخ های مورد انتظار، می بایست مدل مناسب انتخاب گردد. به این منظور چندجمله ای درجه دو زیر به عنوان مدل در نظر گرفته شده است.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{1 \leq i \leq j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (38)$$

که در آن، k تعداد متغیرها، β_0 بخش ثابت، β_i ضرایب پارامترهای خطی، β_{ij} ضرایب اثرات متقابل پارامترها، β_{ii} ضرایب جملات درجه دو، x_i متغیرهای مورد مطالعه و ε نیز باقیمانده نتایج آزمایش را نشان می دهد. پس از بدست آوردن داده متناظر با هر یک از نقاط، می بایست یک معادله ریاضی برازش شود تا رفتار پاسخ هر یک از سطوح مورد بررسی را توصیف نماید [23]. به بیان دیگر می بایست تخمینی از مقادیر ضرایب مربوط به هر یک از جملات معادله (38) بدست آید. به این منظور مدل انتخاب شده با روش آماری حداقل مربعات حل می شود. در این روش فرض می شود که خطاها دارای میانگین صفر و واریانس نامعلوم ولی یکسانی هستند. نتایج بدست آمده از این روش برای پاسخ های سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} V = & 3175.199 + 3822.382 A + 38.11983 B \\ & + 0.401506 C \\ & - 36.9032 D - 96221.5 E - 139.903 A B \\ & + 0.342034 A C \\ & + 4.982946 A D + 302.6955 A E + 0.09218 B C \\ & + 0.864529 B D + 3986.563 B E - 0.00698 C D \\ & - 14.1303 C E + 90.10955 D E - 1318.85 A^2 \\ & - 12.558 B^2 \\ & - 0.00029 C^2 + 0.186088 D^2 + 1061172 E^2 \quad (39) \\ P = & -739.166 + 7085.071 A - 378.747 B \\ & + 1.20241 C - 169.65 D \\ & + 114688.6 E - 705.453 A B + 0.751973 A C \\ & - 257.237 A D \\ & + 110918.4 A E + 0.126417 B C + 18.66571 B D \\ & + 1112.6 B E \\ & - 0.0355 C D - 4.86117 C E - 6563.08 D E \\ & + 139.8072 A^2 \\ & + 38.81555 B^2 - 0.00049 C^2 + 9.710588 D^2 \\ & - 1010618 E^2 \quad (40) \end{aligned}$$

یکی از روش های قابل اطمینان برای بررسی کیفیت مدل برازش شده، استفاده از تحلیل واریانس است. ایده اصلی تحلیل واریانس، مقایسه تغییرات حاصل از تغییر متغیرها، با تغییرات ناشی از خطای ذاتی موجود در اندازه گیری و تولید پاسخ ها است. با استفاده از مقایسه واریانس ها، این امکان فراهم می آید که اهمیت رگرسیون استفاده شده برای پیش بینی پاسخ ناشی از واریانس های آزمایش تعیین گردد [24]. لذا با استفاده از تحلیل واریانس، رگرسیون انجام شده تحلیل گردیده است و نتایج تحلیل واریانس پاسخ سرعت و فشار به ترتیب در جدول های 5 و 6 بیان گردیده است. مقدار احتمال $F <$ برای این مدل ها کمتر از 0.05 بوده که نشان می دهد با اطمینان بیش از 95 درصد، نتایج قابل استناد است. این نتایج نشان می دهد با سطح اطمینان 99.99 درصد مدل از نظر آماری قابل توجه است. مقدار R^2 نزدیک 1 بوده که تطابق خوبی بین مدل و مقادیر شبیه سازی شده را نشان می دهد. در واقع این مقدار بیان می کند که مدل رگرسیون شده،

5- تحلیل و بهینه سازی پرتابگر با استفاده از روش پاسخ سطح

به دلیل تعدد پارامترهای درگیر در عملکرد پرتابگر و برهمکنش آن ها، بررسی عملکرد پرتابگر در اثر عوامل مختلف دشوار است و نمی توان از روش های ساده مانند تغییر یک پارامتر در هر زمان جهت تحلیل کارایی پرتابگر استفاده نمود. همچنین دستگاه معادلات دیفرانسیل قابلیت حل تحلیلی ندارد و به صورت عددی حل شده است و حلی زمانبر است، لذا بهینه سازی عملکرد پرتابگر با استفاده از روش هایی مثل الگوریتم ژنتیک نیز عملاً ناکارآمد است، به همین جهت از روش های طراحی آزمایش استفاده می شود. این روش ها با تعدادی مشاهده و آزمایش، عملکرد یک سیستم را تعیین می نمایند. در بین روش های طراحی آزمایش ها، روش های پاسخ سطح به دلیل کارایی بالا در تعیین تاثیرات برهمکنشی عوامل و به ویژه عوامل درجه دو، از اهمیت و کاربرد زیادی برخوردار است.

در این قسمت به بهینه سازی عملکرد یک پرتابگر با مشخصات ارائه شده در جدول 2 خواهیم پرداخت و از نرم افزار دیزاین اکسپرت 7.0¹ برای انجام محاسبات آماری و بهینه سازی استفاده می گردد. قدم اول در استفاده از روش پاسخ سطح، تعیین متغیرهای مستقل موثر بر تابع هدف و محدود کردن دامنه آزمایش است. متغیرهای جرم پیشران، جرم پیستون، فشار اولیه گاز سبک، فشار دیسک پاره شونده و جرم پرتابه به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شده اند. مهمترین متغیر عملکردی پرتابگر، سرعت پرتابه است. البته فشار بیشینه وارد بر پرتابه نیز از دیگر متغیرهای عملکردی مهم در پرتابگرها می باشد. رفتار پرتابگر در شرایط مختلف متفاوت بوده و میزان فشاری که به پرتابه وارد می شود می تواند بسیار متغیر باشد. در برخی از آزمایش ها از پرتابه های آسیب پذیر استفاده می شود به همین جهت فشاری که به پرتابه وارد می شود، می تواند بسیار تعیین کننده باشد، چرا که اگر فشار بیشینه وارد بر پرتابه مقدار زیادی باشد می تواند به نابودی پرتابه در حین پرتاب بیانجامد. در هنگام پرتاب در سرعت های مختلف، فشار بیشینه وارد بر پرتابه، متفاوت خواهد بود. حالت های مختلفی وجود دارد که می توان یک پرتابه را به سرعت مورد نظر رساند، حالتی مناسب است که در حین این عمل کمترین فشار بیشینه به پرتابه اعمال شود. به این منظور، فشار بیشینه وارد بر پرتابه به عنوان متغیر هدف دیگر انتخاب گردیده است. تحلیل عملکرد پرتابگر با دو هدف بهینه سازی سرعت و کمینه سازی فشار بیشینه وارد بر پرتابه انجام می گیرد. متغیرهای مستقل همراه با محدوده و سطوح آزمایش در جدول 3 مشاهده می شوند.

جدول 2 ابعاد هندسی پرتابگر مورد استفاده

Table 2 Geometrical properties of selected launcher

قطعه	طول (m)	قطر (m)	زاویه
محفظه احتراق	1.2	0.24	-
محفظه میانی	0.7	-	3.9
لوله پمپ	5.5	0.09	-
لوله پرتاب	8	0.03	-
پیستون	0.428	0.09	-

جدول 3 گستره آزمایش و سطوح متغیرهای مستقل

Table 3 Experiment domain and parameters treatments

متغیرهای مستقل	متغیرهای طراحی واحد	بازه و سطوح متغیرها
		-1 0 1
C_w	A	0.4 0.75 1.1 kg
m_p	B	2.5 3.75 5 kg
P_i	C	400 750 1100 bar
P_{rup}	D	5 15 25 bar
m_s	E	0.01 0.02 0.03 kg

جدول 4 ماتریس آزمایش و پاسخ های متناظر

Table 4 Experiment matrix and corresponding responses

#	A (kg)	B (kg)	C (bar)	D (bar)	E (kg)	V (m/s)	P (bar)
1	0.75	3.75	400	15	0.03	3172.75	2320.74
2	0.75	3.75	750	15	0.02	3593.47	2193.45
3	0.75	2.5	750	5	0.02	3930.45	5716.71
4	0.75	3.75	400	25	0.02	3245.98	1281.67
5	0.75	2.5	750	15	0.03	3131.36	2730.19
6	0.75	5	400	15	0.02	3475.18	1654.43
7	0.4	5	750	15	0.02	2832.73	1009.23
8	0.75	3.75	750	5	0.01	4481.49	3026.59
9	0.75	2.5	750	15	0.01	4199.20	1799.94
10	1.1	3.75	1100	15	0.02	4082.91	3687.47
11	0.75	3.75	750	15	0.02	3593.47	2193.45
12	0.75	3.75	1100	15	0.01	4260.27	1866.65
13	0.75	2.5	400	15	0.02	3497.03	2122.46
14	0.75	3.75	750	15	0.02	3593.47	2193.45
15	0.75	5	1100	15	0.02	3674.50	2378.53
16	0.75	3.75	750	15	0.02	3593.47	2193.45
17	0.75	3.75	750	25	0.03	2960.08	1744.21
18	0.75	3.75	750	25	0.01	3896.34	1234.42
19	0.4	3.75	750	25	0.02	2633.52	876.31
20	0.4	3.75	750	5	0.02	3179.71	2174.34
21	0.4	3.75	1100	15	0.02	2819.26	1300.04
22	1.1	3.75	750	25	0.02	3770.63	2363.95
23	0.4	3.75	750	15	0.01	3443.13	934.41
24	1.1	3.75	400	15	0.02	3896.76	2777.17
25	0.75	3.75	1100	5	0.02	3924.63	5028.50
26	1.1	3.75	750	15	0.01	4598.60	2336.14
27	0.75	3.75	1100	25	0.02	3332.13	1752.19
28	0.75	5	750	25	0.02	3304.82	1416.29
29	0.4	3.75	400	15	0.02	2800.71	858.20
30	0.75	2.5	1100	15	0.02	3535.03	2625.34
31	0.75	5	750	15	0.01	4121.07	1434.85
32	0.75	5	750	15	0.03	3252.56	2420.73
33	0.75	3.75	1100	15	0.03	3208.28	2797.26
34	1.1	3.75	750	15	0.03	3648.71	4130.08
35	1.1	2.5	750	15	0.02	4078.10	4046.40
36	0.75	3.75	750	15	0.02	3593.47	2193.45
37	1.1	5	750	15	0.02	3909.68	2727.08
38	0.75	3.75	750	5	0.03	3509.20	6161.61
39	0.75	3.75	750	15	0.02	3593.47	2193.45
40	0.75	3.75	400	15	0.01	4026.91	1322.07
41	0.4	2.5	750	15	0.02	2756.33	1094.02
42	1.1	3.75	750	5	0.02	4247.06	7263.30
43	0.75	2.5	750	25	0.02	3309.12	1749.59
44	0.75	5	750	5	0.02	3882.92	4450.12
45	0.4	3.75	750	15	0.03	2489.00	1175.50
46	0.75	3.75	400	5	0.02	3740.78	4061.04

توصیف خوبی از پاسخ سرعت و فشار نشان می دهد. برای مشخص شدن بهتر اثرات پارامترهای اساسی بر عملکرد پرتابگر، دو پاسخ سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه بر حسب فشار اولیه گاز سبک، فشار پاره شدن دیسک، جرم پیشران، با جرم پرتابه 10 گرمی و جرم پیستون 2.5 کیلوگرمی بررسی گردید. با استفاده از مدل بدست آمده از آزمایش، در شکل 6 (a) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر سرعت بیان شده است که نشان می دهد افزایش فشار اولیه باعث کاهش سرعت شده و افزایش فشار پاره شدن دیسک به افزایش سرعت کمک می کند. در شکل 6 (c) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه بیان شده است که نشان می دهد افزایش فشار اولیه، باعث کاهش فشار بیشینه وارد بر پرتابه شده و افزایش فشار پاره شدن دیسک به افزایش فشار بیشینه وارد بر پرتابه کمک می کند. شکل 6 (b) اثر فشار اولیه و جرم پیشران بر سرعت را نمایش می دهد، مشاهده می شود که با افزایش جرم پیشران و کاهش فشار اولیه، سرعت پرتابه افزایش می یابد. شکل 6 (d) اثر فشار اولیه و جرم پیشران بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه را نمایش می دهد، مشاهده می شود که با افزایش جرم پیشران و کاهش فشار اولیه، فشار بیشینه وارد بر پرتابه افزایش می یابد. با توجه به اینکه افزایش سرعت پرتابه و کاهش فشار بیشینه وارد بر پرتابه مورد نظر می باشد، در نمودارهای شکل 6 مشاهده می شود که اثرات پارامترها بر سرعت و فشار بیشینه مخالف هم هستند. لذا به دو روش می توان بررسی را انجام داد. در روش اول

می بایست بهینه سازی به صورت چند هدفه انجام گیرد و در روش دوم می توان سرعت یا فشار بیشینه را به صورت قید در نظر گرفت و بهینه سازی را به صورت تک هدفه انجام داد. در ادامه برای بهینه سازی از روش دوم استفاده خواهد شد.

پس از اطمینان از صحت مدل سازی انجام شده به وسیله تحلیل واریانس، می توان از مدل ارائه شده به عنوان ابزاری جهت بهینه سازی سیستم استفاده نمود. اکنون به بررسی محدوده سرعت قابل دستیابی با پرتابگر با مشخصات ارائه شده در جدول 2 می پردازیم. لذا برای یافتن محدوده سرعت قابل دستیابی، جرم پرتابه در 5 سطح دسته بندی شده و برای هر حالت بهینه سازی انجام می گیرد. در این قسمت به روش سیمپلکس تابع چندجمله ای درجه دو بهینه سازی شده است. بیشینه سرعت قابل دستیابی برای جرم های مختلف در نمودار شکل 7 ارائه شده است. مشاهده می شود که با کاهش جرم پرتابه از 30 به 10 گرم، سرعت بیشینه از حدود 3600 متر بر ثانیه به حدود 5000 متر بر ثانیه می رسد. با استفاده از این نمودار، آزمایش کننده به قابلیت پرتابگر پی برده و مشخص می شود که این پرتابگر با چه میزان جرمی در چه محدوده سرعتی می تواند پرتاب را انجام دهد. مقادیر پارامترهای متناظر با سرعت های بیشینه در جدول 7 بیان شده است. با استفاده از این جدول، مقادیر بهینه پارامترها برای جرم های مشخص، تعیین می شود. همچنین در این جدول مقادیر شبیه سازی شده (با استفاده از مدل یک بعدی) با مقادیر پیش بینی شده (تحلیل آماری پاسخ سطح) مقایسه شده است و در بیشترین حالت خطای سرعت، 2.2 درصد است، که تطابق مدل با شبیه سازی را نشان می دهد.

با توجه به اینکه بیشتر پارامترهای مورد بررسی اثری مخالف در اهداف مورد نظر (بیشینه سازی سرعت و کمینه سازی فشار بیشینه) دارند، برای انجام بهینه سازی، مقدار سرعت به صورت قید ثابت در نظر گرفته شد و به کمینه سازی فشار بیشینه وارد بر پرتابه پرداخته شد. جدول 8 مقادیر بدست آمده از بهینه سازی را نشان می دهد. مشاهده می شود که در سطوح مختلف سرعت و به ازای جرم های مختلف، هر یک از پارامترها باید در چه سطحی قرار گیرند که فشار بیشینه وارد بر پرتابه کمینه گردد. این جدول برای تنظیمات دستگاه پرتابگر برای انجام تست ضربه از اهمیت زیادی برخوردار

جدول 5 تحلیل واریانس مدل درجه دو برای سرعت پرتابه

Table 5 Analysis of variances for second order polynomial model of projectile velocity

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	احتمال $F <$
مدل	10848853.2	20	542442.7	643.45	< 0.0001
باقیمانده	21075.712	25	843.0285		
عدم برازش	21075.712	20	1053.786		
خطای خالص	0	5	0		
مجموع	10869928.9	45			

$$C.V. = \% 0.815291122, R^2 = 0.998061099$$

جدول 6 تحلیل واریانس مدل درجه دو برای فشار بیشینه وارد بر پرتابه

Table 6 Analysis of variances for second order polynomial model of maximum projectile base pressure

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	احتمال $F <$
مدل	90519707.82	20	4525985	62.405	< 0.0001
باقیمانده	1813141.699	25	72525.67		
عدم برازش	1813141.699	20	90657.08		
خطای خالص	0	5	0		
مجموع	92332849.52	45			

$$C.V. = \% 10.76189888, R^2 = 0.980362983$$

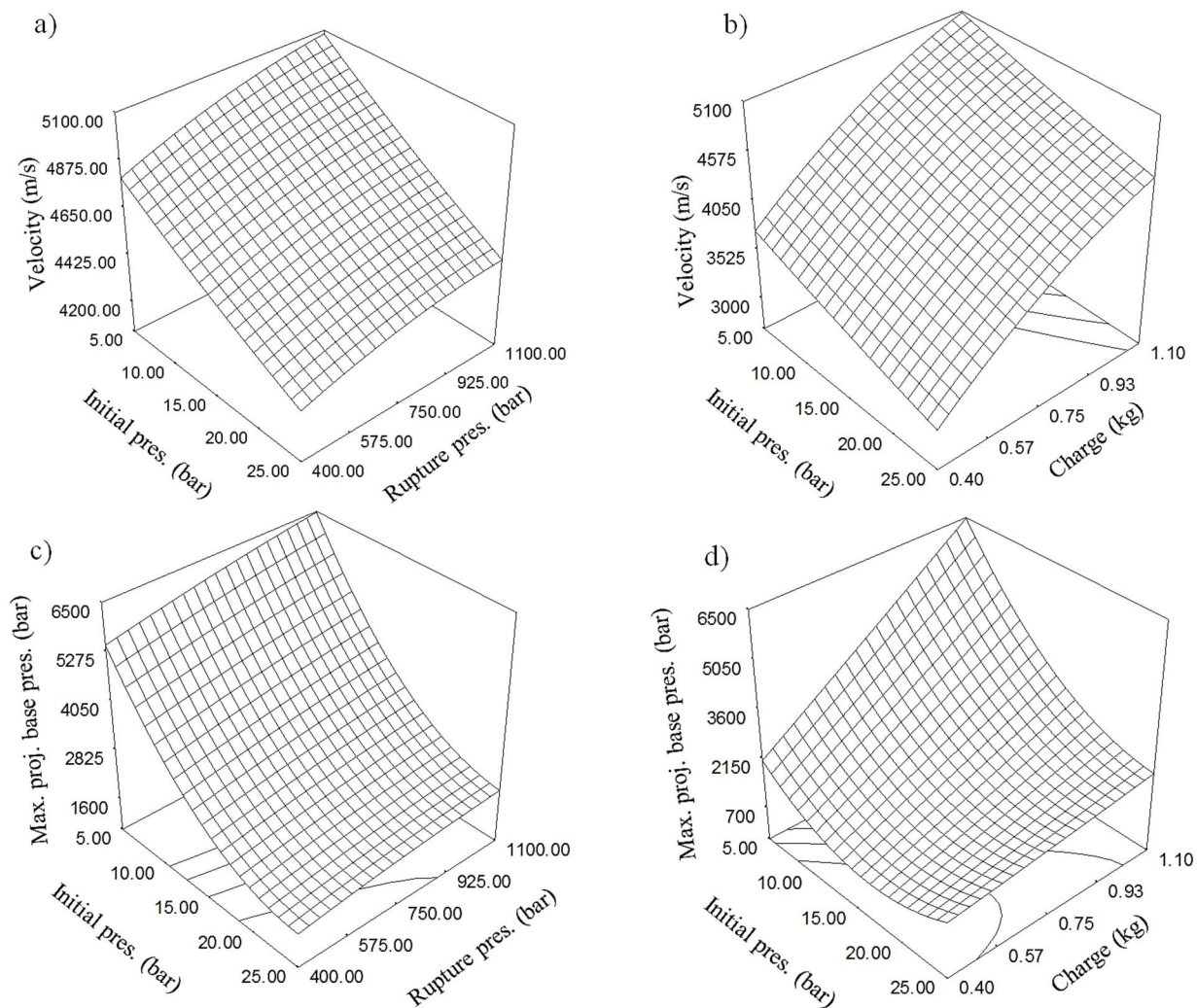


Fig. 6 Different parameters effect on projectile velocity and maximum projectile base pressure: a) initial light gas pressure and rupture disk pressure on velocity b) initial light gas pressure and charge mass on velocity c) initial light gas pressure and rupture disk pressure on maximum pressure d) initial light gas pressure and charge mass on max. pressure

شکل 6 اثر پارامترهای مختلف بر سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه: (a) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر سرعت، (b) اثر فشار اولیه و جرم پیش‌رانه بر سرعت، (c) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه و (d) اثر فشار اولیه و جرم پیش‌رانه بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه

انجام شد و در حالت دوم سرعت به صورت قید در نظر گرفته شد و بهینه‌سازی به منظور رسیدن به فشار بیشینه کمتر انجام گردید و نتایج ارائه شد. با استفاده از جداول و نمودارهای ارائه‌شده که پارامترهای بهینه را نشان

است. شکل 8 نمودار فشار بهینه بر حسب سرعت در جرم‌های مختلف پرتابه را نشان می‌دهد. با استفاده از این نمودار می‌توان برای تست یک پرتابه با جرم مشخص و سرعت مورد نظر، میزان فشار حداکثری وارد بر پرتابه را تعیین نمود.

6- جمع بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل یک‌بعدی پرتابگر دو مرحله‌ای مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور فرآیند احتراق، فشار حاصل از گازهای احتراق، حرکت پیستون و حرکت پرتابه مدل‌سازی گردید. در مدل‌سازی نرخ سوختن از اطلاعات تجربی استفاده شد و با استفاده از روابط شکل‌دهی، کار پلاستیک پیستون محاسبه گردید. در نهایت چهار معادله دیفرانسیل غیرخطی کوپل به‌دست آمد که به روش عددی حل گردید. سپس با مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی موجود در مقالات، صحت مدل مورد تایید قرار گرفت. به منظور بهینه‌سازی و بررسی پارامترهای مختلف بر عملکرد پرتابگر، از طراحی آزمایش‌ها به روش پاسخ سطح استفاده گردید. مدل ریاضی مناسب با استفاده از رگرسیون بدست آمد و با تحلیل واریانس، مناسب بودن آن تایید گردید. به دلیل دو هدفه بودن بهینه‌سازی (بیشینه‌سازی سرعت و کمینه‌سازی فشار بیشینه)، در حالت اول فقط بر اساس سرعت، بهینه‌سازی

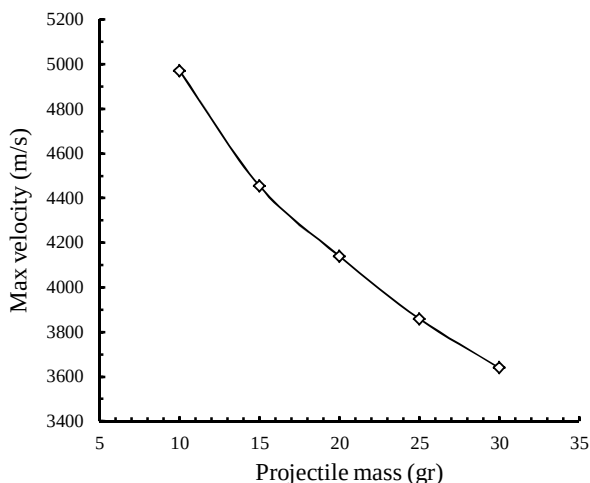


Fig. 7 Maximum velocity vs. projectile mass

شکل 7 بیشینه سرعت قابل دستیابی بر حسب جرم پرتابه

جدول 7 سرعت های بیشینه پیش بینی شده و شبیه سازی شده و پارامترهای متناظر با هر یک به ازای جرم های مختلف پرتابه

Table 7 Predicted maximum velocity, its corresponding parameters and simulation results with different projectile masses

خطا %		پیش بینی شده		شبیه سازی شده		P_i (bar)	P_{np} (bar)	m_p (kg)	C_w (kg)	m_s (kg)
V_p	P_{max}	V_p (m/s)	P_{max} (bar)	V_p (m/s)	P_{max} (bar)					
2.196	16.25	5084	6474	4972	5422	5	1098.07	2.53	1.1	0.01
0.62	3.83	4428	3765	4455	3620	12.38	1099.97	4.17	1.1	0.015
0.84	2.81	4106	3933	4140	3822	13.21	1099.97	4.62	1.1	0.02
0.21	6.72	3851	4046	3860	3774	14.12	1099.91	5	1.1	0.025
0.444	7.81	3656	4063	3639	3746	15.39	1062.34	5	1.1	0.03

جدول 8 مقادیر بهینه سرعت و فشار و پارامترهای متناظر با جرم های پرتابه مختلف

Table 8 Predicted optimum velocity and pressure, and its corresponding parameters with different projectile masses

شبیه سازی شده		D (bar)	C (bar)	B (kg)	A (kg)	پیش بینی شده		m_s (gr)	#
P_{max} (bar)	V_p (m/s)					P_{max} (bar)	V_p (m/s)		
5422.322	4971.921	5	1098.07	2.53	1.1	6474.416	5083.551	10	1
5086.911	4970.054	5.32	887.03	2.87	1.1	5853.141	5000		2
1929.869	4441.97	19.69	1089.84	4.89	1.1	1677.208	4500		3
1171.484	3963.4	19.81	400.04	4.99	0.92	795.9335	4000		4
737.8826	3465.398	13.49	400.04	4.38	0.46	477.7002	3500		5
601.6314	3221.114	16.93	400.01	4.96	0.4	478.4116	3236.138		6
3620.721	4454.963	12.38	1099.97	4.17	1.1	3764.942	4427.655	15	7
2017.051	4033.404	22.07	744.42	5	1.1	1529.971	4000		8
1103.498	3473.013	17.54	400.81	4.99	0.69	974.7029	3500		9
731.8052	2968.887	16.4	400.01	3.6	0.4	532.5877	3000		10
3822.413	4140.051	13.21	1099.97	4.62	1.1	3932.996	4105.755	20	11
3206.325	4026.339	16.84	1099.96	4.76	1.1	3001.454	4000		12
1632.113	3523.815	24.64	400.01	4.94	1.01	1274.548	3500		13
1014.124	3030.324	17.62	400	4.19	0.52	889.0388	3000		14
1101.067	2598.026	21.72	1098.8	2.5	0.4	822.4393	2500		15
3774.45	3859.542	14.12	1099.91	5	1.1	4046.208	3851.427	25	16
2308.206	3555.576	24.74	654.82	4.92	1.1	1736.374	3500		17
1232.133	2993.684	21.07	400.12	4.55	0.65	1118.487	3000		18
817.3516	2517.891	18.76	400.51	3.5	0.4	559.9762	2500		19
3746.208	3639.496	15.39	1062.34	5	1.1	4063.462	3655.721	30	20
2951.388	3497.244	21.31	955.89	5	1.1	2573.328	3500		21
1392.691	2941.459	24.2	400.2	4.81	0.77	1192.803	3000		22
955.2476	2525.416	20.58	400.13	3.88	0.47	628.0783	2500		23
1089.895	2300.411	23.02	1088.8	2.5	0.4	423.0224	2000		24

ضریب نرخ سوختن	B
جرم اولیه پیشرانه (kg)	C_w
قطر (m)	D
انرژی داخلی گاز پیشرانه ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)	E_1
انرژی جنبشی پیستون ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)	E_2
اتلاف حرارتی از دیواره ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)	E_3
انرژی جنبشی گاز پیشرانه ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)	E_4
نیرو (kgms^{-2})	F
ثابت نیرویی پیشرانه (m^2s^{-2})	F_p
نیروی اصطکاک ایستایی پیستون (kgms^{-2})	FR_1
ضریب استهلاک سرعت	FR_2
ثابت سوختن سایشی	K_V
جرم (kg)	m
شبه جرم (kg)	m_a
اندیس نرخ سوختن	N
جرم گاز پیشرانه (kg)	N_b
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	P
رگرسیون سرعت سوختن پیشرانه (ms^{-1})	r
ثابت ویژه گاز ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$)	R
شعاع ابتدای ناحیه مخروطی (m)	R_0
شعاع انتهای ناحیه مخروطی (m)	R_f
شعاع خروجی اکستروژن (m)	R_e
شعاع لوله پرتاب (m)	R_{lt}

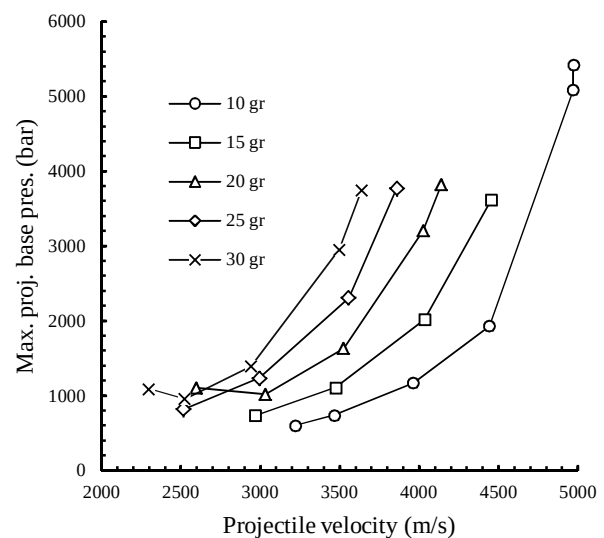


Fig. 8 Velocity and max. base pressure in optimum points with different projectile masses

شکل 8 سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه در نقاط بهینه با جرم های پرتابه مختلف

می دهند، این امکان فراهم می آید که با تنظیم مناسب پارامترهای موثر بر عملکرد پرتابگر، آزمایش ها با کمترین فشار وارد بر پرتابه، در سرعت های معلوم و با جرم های مشخص انجام گردد.

7- فهرست علائم

A سطح مقطع (m^2)

S_b	سطح احتراقی (m^2)	sP	اصطکاک بر پیستون
t	زمان (s)	S1	گاز سبک بر پرتابه
T	متوسط دما (K)	S2	گاز در لوله پرتاب بر پرتابه
V	سرعت (ms^{-1})	S3	اصطکاک بر پرتابه
V_c	حجم محفظه احتراق (m^3)	Sb	پشت پرتابه
V_{LG}	حجم گاز سبک (m^3)	Sf	جلوی پرتابه
V_{LG_i}	حجم اولیه گاز سبک (m^3)		
w_0	ضخامت دانه‌های سوخت (m)		

8- مراجع

- [1] L. C. Chhabildas, M. D. Knudson, *Techniques to launch projectile plates to very high velocities*, in: *High-Pressure Shock Compression of Solids VIII*, Eds., pp. 143-199: Springer, 2005.
- [2] H. Krier, M. Summerfield, Interior ballistics of guns, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 66, 1979.
- [3] H. Bernier, *Scaling and Designing Large-Bore Two-Stage High Velocity Guns*, in: *High-Pressure Shock Compression of Solids VIII*, Eds., pp. 37-83: Springer, 2005.
- [4] A. Stülp, V. Hohler, E. Schneider, K. Weber, Debris cloud expansion studies, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 543-553, 1990.
- [5] A. J. Piekutowski, Characteristics of debris clouds produced by hypervelocity impact of aluminum spheres with thin aluminum plates, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 573-586, 1993.
- [6] N. Kawai, K. Tsurui, S. Hasegawa, E. Sato, Single microparticle launching method using two-stage light-gas gun for simulating hypervelocity impacts of micrometeoroids and space debris, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 81, No. 11, pp. 115105, 2010.
- [7] A. H. Jones, W. Isbell, C. Maiden, Measurement of the Very-High-Pressure Properties of Materials using a Light-Gas Gun, *Journal of Applied Physics*, Vol. 37, No. 9, pp. 3493-3499, 1966.
- [8] G. Lyzenga, T. J. Ahrens, Multiwavelength optical pyrometer for shock compression experiments, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 50, No. 11, pp. 1421-1424, 1979.
- [9] N. Holmes, J. Moriarty, G. Gathers, W. Nellis, The equation of state of platinum to 660 GPa (6.6 Mbar), *Journal of Applied Physics*, Vol. 66, No. 7, pp. 2962-2967, 1989.
- [10] T. Moritoh, N. Kawai, K. G. Nakamura, K. I. Kondo, Projectile acceleration aiming at velocities above 9 km/s by a compact gas gun, *Shock Compression of Condensed Matter-2001: 12th APS Topical Conference*. Vol. 620, No. 1, AIP Publishing, 2002.
- [11] W. Crozier, W. Hume, High-velocity light-gas gun, *Journal of Applied Physics*, Vol. 28, No. 8, pp. 892-894, 1957.
- [12] A. E. Seigel, *The theory of high speed guns*, DTIC Document, 1965.
- [13] B. Lexow, M. Wickert, K. Thoma, F. Schäfer, M.H. Poelchau, T. Kenkmann, The extra-large light-gas gun of the Fraunhofer EMI: Applications for impact cratering research, *Meteoritics & Planetary Science*, Vol. 48, No. 1, pp. 3-7, 2013.
- [14] A. C. Mueller, E. M. Fernando, *The Dynamics of Projectiles Launched by a Two-Stage Light-Gas Gun*. DTIC Document, 1991.
- [15] H. F. Swift, *Light-Gas Gun Technology: A Historical Perspective*, in: *High-Pressure Shock Compression of Solids VIII*, Eds., pp. 1-35: Springer, 2005.
- [16] W. Stephenson, R. Knapp, *Performance of a two-stage launcher using hydrogen*, DTIC Document, 1962.
- [17] R. Patin, R. Courter, *A one-dimensional simulation model for a two-stage light gas gun with deformable piston*, Aerospace Sciences Meetings in: *24th Aerospace Sciences Meeting*, Eds.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1986.
- [18] O. K. Heiney, Ballistics Applied to Rapid-Fire Guns, *Progress in Astronautics & Aeronautics*, Vol. 66, 1979.
- [19] G. Lengellé, J. Duterque, J. Trubert, *Combustion of solid propellants*, DTIC Document, 2002.
- [20] I. A. Johnston, *The Noble-Abel equation of state: Thermodynamic derivations for ballistics modelling*, DTIC Document, 2005.
- [21] M. B. Giles, N. A. Pierce, Analytic adjoint solutions for the quasi-one-dimensional Euler equations, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 426, pp. 327-345, 2001.
- [22] S. Kalpakjian, S. R. Schmid, C.-W. Kok, *Manufacturing processes for engineering materials*: Pearson-Prentice Hall, 2008.
- [23] D. Baş, İ. H. Boyacı, Modeling and optimization I: Usability of response surface methodology, *Journal of Food Engineering*, Vol. 78, No. 3, pp. 836-845, 2007.
- [24] M. A. Bezerra, R. E. Santelli, E. P. Oliveira, L. S. Villar, L. A. Escalera, Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry, *Talanta*, Vol. 76, No. 5, pp. 965-977, 2008.

$\dot{W}_i$	توان تغییر شکل (kgm^2s^{-3})
$\dot{W}_k$	توان غلبه بر اینرسی (kgm^2s^{-3})
$\dot{W}_{S1}$	توان عدم پیوستگی سرعت سطح یک (kgm^2s^{-3})
$\dot{W}_{S2}$	توان عدم پیوستگی سرعت سطح دو (kgm^2s^{-3})
$\dot{W}_{S3}$	توان غلبه بر اصطکاک داخلی (kgm^2s^{-3})
X	مکان (m)

علائم یونانی

α	نیم‌زاویه مخروطی (rad)
β	ضریب انتقال حرارت
γ	نسبت ظرفیت گرمایی گاز
δ	پارامتر توزیع جرم
η	حجم کمکی (m^3kg^{-1})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
Σ	تنش تسلیم ($kgm^{-1}s^{-2}$)
σ_m	تنش تسلیم برشی ($kgm^{-1}s^{-2}$)
μ_m	ضریب اصطکاک

زیر نویس‌ها

0	ابتدایی
av	متوسط
e	خروجی اکستروژن
ex	اکستروژن
f	نهایی
LG	گاز سبک
i	اولیه
l	گاز درون لوله پرتاب
lt	لوله پرتاب
p	گاز پیش‌رانه
pt	لوله پمپ
P	پیستون
P1	گاز پیش‌رانه بر پیستون
P2	اصطکاک بر پیستون
P3	گاز سبک بر پیستون
P4	اکستروژن بر پیستون
Pb	پشت پیستون
Pf	جلوی پیستون
Pm	جنس پیستون