



مساله راهرفتن ربات معلول: رویکردی متفاوت به مساله راهرفتن ربات های دوپا

برهان بیگزاده*

استادیار، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه تحقیقاتی بیومکانیک و مهندسی شناختی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 16846-13114، b_beigzadeh@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 دی 1394

پذیرش: 25 بهمن 1394

ارائه در سایت: 22 اسفند 1394

کلید واژگان:

راهرفتن ربات های دوپا

جابجایی دینامیکی اشیاء

ربات معلول

مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راهرفتن ربات های دوپا، هرچند به نظر می رسد که در نگاه اول کاملاً متفاوت باشند، ولی در واقع می توان نشان داد که ارتباط های بسیار عمیقی بین این دو نوع سیستم رباتیکی وجود دارد. در این مقاله به بررسی ارتباط بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راهرفتن ربات های دوپا در کلیه سطوح غیرفعال، نیمه فعال و فعال پرداخته می شود. در این راستا مساله ای مجازی تحت عنوان «مساله راهرفتن ربات معلول» تعریف می گردد و بر اساس آن نحوه ارتباط بین این دو سیستم تشریح می گردد. با این دیدگاه، راه رفتن ربات های دوپا نوعی ویژه از مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی است که در آن، شیئی با ساختاری درست شبیه به ساختار ربات دوپا بوسیله بازوهای مکانیکی صفر درجه ای آزادی (که دیگر وجود خارجی ندارند) جابجا می شود. به عبارتی می توان گفت که زمین، ربات دوپا را به عنوان شیئی چندلینکی جابجا می کند. برای هر سه حوزه غیرفعال، نیمه فعال و فعال، با ذکر مثال هایی نشان داده می شود که می توان از تعریف یک مساله مادر (جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی) به توسعه مساله راهرفتن ربات دوپای نظیر در همان حوزه دست پیدا کرد. نشان داده می شود که کلیه جزئیات مساله راهرفتن، از جمله مسائل مربوط به پایداری، قابل استخراج از مساله مادر (جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی) هستند.

Amputee walking robot: a different approach to biped walking problem

Borhan Beigzadeh*

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, b_beigzadeh@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 January 2016
Accepted 14 February 2016
Available Online 12 March 2016

Keywords:
Biped Walking
Dynamic Object Manipulation
Amputee Walking Robot

ABSTRACT

Although it seems that two categories of robotic systems, the dynamic object manipulation and dynamic biped walking systems, are completely different in how they are dealt with at the first glance, we believe that there exists a strong relationship between these two types of robotic systems. This paper studies the correlation of the dynamic biped walking and dynamic object manipulation in all areas (passive, underactuated and fully-actuated classes). In this regard, the virtual problem of "the amputee walking robot" is defined to describe the relationship between these two kinds of robotic systems. From this viewpoint, the problem of dynamic biped walking is a special case of dynamic manipulation of multibody objects in which the multibody object has a structure similar to the structure of biped robots. In other words, we can say that the ground manipulates the biped robot which is considered as a multibody object. Then, the concept of correlation is investigated in three different classes of the problem: passive, underactuated, and fully-actuated systems. For each of three categories, appropriate examples are studied. It will be shown that the details of the walking problem could be extracted from the mother problem of dynamic manipulation of multibody objects in all its aspects.

1- مقدمه

صفر¹ و برنامه ریزی زمانی تعقیب مسیرهای مرجع مفصل کنترل شده اند.

چنین ربات هایی همواره تلاش دارند نقطه تعادل مذکور از چندضلعی تکیه گاهی خارج نشود. ربات های شناخته شده ای مانند «آسیمو²» از این دسته اند. اما پیچیدگی های این ربات ها و سختی به کارگیری آنها برای ماموریت های مختلف در محیط های مختلف، محققین را به الهام از حرکت انسان و بهره گیری از پایداری دینامیکی ذاتی راهرونده سوق داده است. لذا مفهوم «راهرفتن دینامیکی غیرفعال³» را نخستین بار مک گیر [1،2] مطرح نمود. او نشان داد یک راهرونده غیرفعال دوپا، می تواند صرفاً تحت تاثیر نیروی گرانش، از سطح شیب دار بصورت کاملاً پایدار پایین رود. از آن پس، تلاشها

دو دسته ای عمده سیستم های رباتیکی، یعنی سیستم های جابجایی اشیاء و همچنین سیستم های راه رفتن ربات های دوپا همواره مورد توجه پژوهشگران و محققین بوده اند؛ چرا که این دو سیستم بیانگر و نماینده غالب توانمندی های انسان هستند. این دو شاخه به طور مستقل، بسیار مورد مطالعه و تحقیق و بررسی قرار گرفته اند، ولی به طور همزمان و در قالب یک مساله واحد، تاکنون بدانها توجهی نشده است.

در حوزه ربات های دوپا، تحقیقات زیادی در سه سطح ربات های فعال، نیمه فعال و غیرفعال انجام شده است. در حوزه ربات های فعال، ربات های موفقی بر اساس معیارهای پایداری حول یک نقطه تعادل مانند نقطه لنگر

1- ZMP (Zero Moment Point)
2- ASIMO
3- Passive walking

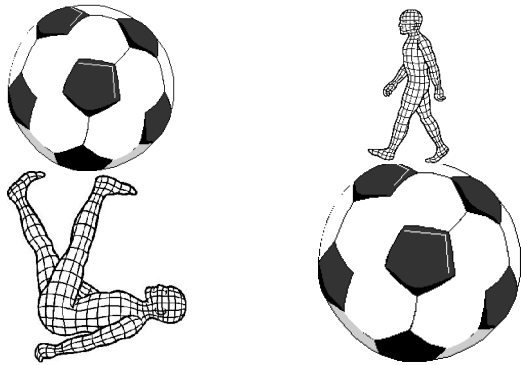


Fig. 1 Walking and object manipulation [20]

شکل 1 راه رفتن انسان و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء [20]

بر روی کره زمین انجام می‌دهد (شکل 1). بدین منظور، ابتدا مساله‌ای تحت عنوان جابجایی یک دیسک یا توپ بوسیله دو بازوی مکانیکی تعریف می‌گردد که طی آن، بازوهای مکانیکی توپ را متناوباً پرتاب نموده و می‌گیرند و عمل جابجایی را بدین صورت بر روی آن انجام می‌دهند. سپس در مرحله بعدی، با تغییر برخی شرایط مرزی و پارامترهای مساله، سعی می‌شود که ابعاد و جرم توپ به ابعاد و جرم کره زمین میل داده‌شود و در عوض ابعاد و جرم پایه بازوهای مکانیکی به ابعاد و جرم بالاتنه‌ی انسان تغییر یابد (شکل 2).

گرچه ممکن است این رویکرد در بعد دینامیکی، مساله را پیچیده‌تر نماید، لیکن حداقل از نگاه سینماتیکی می‌تواند به درک ما از راه رفتن بر اساس مساله جابجایی اشیاء کمک نماید [20]. این دیدگاه به ما القاء می‌کند که این دو مساله، یعنی مساله جابجایی اشیاء و مساله راه رفتن دوبا، به نوعی مساله‌های دوگان یکدیگر هستند.

در مقاله پیش‌رو، رویکرد جدیدی به مساله راه رفتن ربات‌های دوبا مورد بحث قرار می‌گیرد که با آنچه اشاره شد متفاوت است. لذا ابتدا یک مساله کلی جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی تعریف می‌شود و سپس تحت شرایط و قیودی خاص نشان داده می‌شود که مساله راه رفتن ربات‌های دوبا نوع خاصی از این مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. در واقع هدف این مقاله تبیین چگونگی ارتباط بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوبا است. در ادامه مباحث مفهومی مربوط به این استدلال ارائه خواهد شد، سپس با اشاره به کلیات مدلسازی و فرمولاسیون مربوطه، شبیه‌سازی‌هایی ارائه خواهد شد که نتایج آن موید این موضوع است.

2-ارتباط مفهومی بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوبا

ابتدا لازم است که ارتباط مفهومی بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوبا مورد مطالعه قرار گیرد. اولین نکته مهم در این راستا، توجه به این مساله است که در ربات‌های دوبا، برای راه رفتن معمولاً از دو پا (و گاهی هم دو دست؛ مثلاً در ربات‌ها و افراد ژیمناست) استفاده می‌شود. مهمترین ویژگی فرآیند راه رفتن، جابجایی نسبی راهرونده نسبت به زمین است که به کمک همین دو عضو مذکور انجام می‌گردد. دومین نکته در راه رفتن این است که تماس‌های بین پاها و زمین، تماس‌های یک‌سویه هستند. به عبارتی، پاها نمی‌توانند هنگام راه رفتن زمین را بگیرند و یا آن را بکشند، بلکه تنها قادرند که زمین را فشار دهند و به آن نیرو وارد کنند. در حقیقت شخص یا ربات راهرونده با مدیریت و کنترل درست این نیروهای تماسی، قادر به راه رفتن می‌گردد. از آنجا که این نوع نیروها، یک‌سویه

برای بهره‌گیری از این ایده در پایداری و کنترل ربات‌های دوبا آغاز شد و دسته دیگری از تحقیقات شکل گرفت که تمرکز آنها روی پایداری دینامیکی¹ حول یک سیکل حدی پایدار² بود [3-5]. با این ایده، ربات‌ها می‌توانستند بطور قابل ملاحظه‌ای نسبت به قبل طبیعی‌تر و با مصرف انرژی کمتر، و البته شبیه انسان، حرکت کنند. در حد فاصل این دو دسته از ربات‌های دوبا، ربات‌های نیمه‌فعال هستند که تعداد عملگرهای آنها برای کنترل کلیه درجات آزادی ربات کافی نیست که مسایل و مشکلات پایداری را در پی دارد. به عنوان مثال گریزل و همکارانش در تیم تحقیقاتی خود چرخش ربات‌های دوپای نیمه‌فعال را بصورت پایدار در فضای سه‌بعدی بررسی کرده‌اند [6،7]. همچنین در برخی تحقیقات با تعریف روش‌های کنترلی تقلیل‌یافته سعی شده است تا مفهوم چرخش در ربات‌های دوپای نیمه‌فعال و در فضای سه‌بعدی پیاده‌سازی شود [8].

محققین داخلی نیز در حوزه ربات‌های دوبا و راه رفتن آنها فعالیت‌های پژوهشی زیادی داشته‌اند که به عنوان نمونه می‌توان به برخی از آنها اشاره داشت. در برخی از این پژوهش‌ها، طراحی مسیر در ربات‌های سه‌بعدی انجام شده‌است [9]؛ برخی به طراحی مسیر بهینه برای راه رفتن ربات‌های دوبا پرداخته‌اند [10] و بعضی نیز انجام پژوهش‌هایی به همراه آزمایشات عملی در حوزه ربات‌های دوپای غیرفعال [11] را مورد توجه قرار داده‌اند.

اما مساله جابجایی دینامیکی اشیاء صورت خاصی از مساله جابجایی اشیاء است که برای نخستین بار توسط ماتئو میسون مطرح شد [12] و بعدها توسط سایرین، مثلاً لینچ و همکارانش، کارهای مهمی در این زمینه صورت پذیرفت [13،14] که در آنها مفاهیم مربوط به جابجایی دینامیکی اشیاء مطرح شد و گفته شد که در این رویکرد از خصوصیات دینامیکی شیء برای جابجایی آن استفاده می‌شود و به این ترتیب ساختار ربات‌های جابجاکننده ساده‌تر می‌شود. برخی محققین داخلی نیز انواعی از این نوع سیستم‌های جابجاکننده دینامیکی اشیاء را مورد توجه قرار داده‌اند؛ در برخی پژوهش‌ها طراحی مسیر و کنترل برای جابجایی دینامیکی یک کره بوسیله دو بازوی مکانیکی مورد مطالعه قرار گرفت [15]. تارویری‌زاده و همکاران نیز جابجایی دینامیکی اشیاء را بوسیله بازوی مکانیکی انعطاف‌پذیر به صورت تئوری و عملی بررسی نمودند [16]. اکبری‌مجد و همکاران نیز بحث جابجایی اشیاء ساده بوسیله زنجیره‌ای از بازوهای یک لینکی پشت‌سرهم را مورد تحقیق و آزمایش قرار دادند [17].

در این مقاله قصد داریم که به مطالعه ارتباط بین این دو شاخه از رباتیک بپردازیم. می‌توان گفت که تحقیقات در حیطه ارتباط بین راه رفتن دینامیکی ربات‌های دوبا با سیستم‌های جابجاکننده دینامیکی اشیاء بسیار اندک است. شاید مهمترین رباتی که دو حوزه راه رفتن و جابجایی دینامیکی اشیاء را به نوعی با هم بکار گرفته‌است، ربات موبیپولیتور³ باشد که رباتی چهارچرخ است و به وسیله چرخ‌های خود هم می‌تواند حرکت کند و همزمان نیز جابجایی اشیاء مانند کاغذ را انجام دهد [18]. در برخی پژوهش‌ها نیز محققین به بررسی شباهت‌های بین مساله پریدن درجا با مساله پرتاب اشیاء پرداختند [19].

پیشتر، بر روی گونه‌ای از ارتباط بین راه رفتن ربات‌های دوبا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء بحث شده‌است [20] که بر اساس این دیدگاه، ربات دوبا در حین راه رفتن، کره‌ی زمین را می‌غلطاند و نوعی عمل جابجایی اشیاء

1- Dynamic stability
2- Stable limit cycle
3- Mobipulator

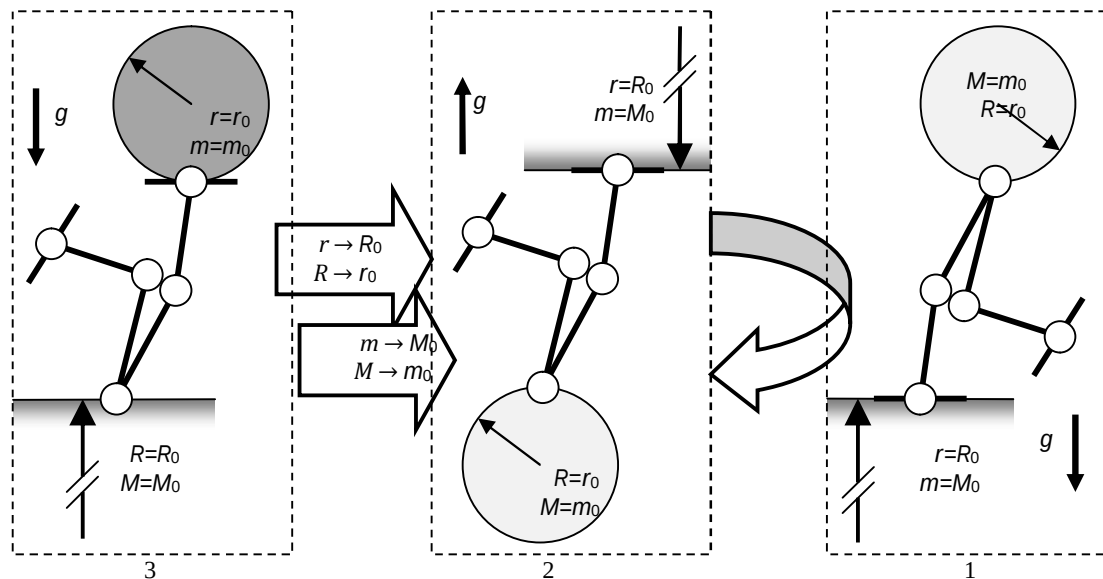


Fig. 2 Evolutionary process of extracting dynamic biped walking from dynamic object manipulation [20]

شکل 2 روند تبدیل مساله جابجایی اشیاء به مساله راه رفتن ربات های دوبا از یک دیدگاه خاص [20]

ادامه، به مساله ای تحت عنوان «مساله راه رفتن ربات معلول» پرداخته می-شود و به کمک توضیح و تشریح آن، مفاهیم مورد نظر تبیین و ارائه خواهد شد.

1-1-2- مساله راه رفتن ربات معلول

اصطلاح «ربات معلول» در واقع نمی تواند منطقی باشد. چراکه یک ربات برای هدف خاصی ساخته می شود که بدین ترتیب معلولیت برای یک ربات بی-معنی است. با این اوصاف، با طرح این عبارت، سعی می شود که روند تکاملی تبدیل مساله جابجایی اشیاء به مساله راه رفتن ربات دوبا ارائه گردد. در این مساله، ربات معلول ربات دوپایی است که به نوعی از ناحیه ی پاهای خود معلول است. معلولیت این ربات در پاها از صفر تا صد درصد می تواند تغییر کند. حال فرض کنید مساله عبارت از راه رفتن رباتی با صد درصد معلولیت (یعنی رباتی بدون پا) است. یکی از راه های ممکن برای این کار، استفاده از بازوهای مکانیکی است که بر روی زمین به طور ثابت قرار گرفته اند و ربات معلول را به اندازه یک گام جابجا می کنند. حال اگر آرایش بازوهای مکانیکی نصب شده بر روی زمین به گونه ای باشد که درست در انتهای ماموریت یک بازو، بازوی مکانیکی دیگری ربات معلول را تحویل گرفته و آن را به اندازه ی گام دیگری حمل کند و آن را به بازوی بعدی تحویل دهد، آنگاه می توان گفت که ربات معلول توانسته جابجا شود و یا «راه برود». اما آنچه در اینجا مطرح شد، در واقع یک مساله جابجایی اشیاء بود و نه یک مساله راه رفتن واقعی؛ مساله ای که در آن ربات معلول بدون پا، در نقش یک شیء ساده (احتمالاً چندلینکی) عمل کرده، بازوهای مکانیکی آن را جابجا نمودند.

در مساله گفته شده، برای اینکه بازوها بتوانند حرکتی مانند آنچه در راه-رفتن اتفاق می افتد را بوجود بیاورند، باید ساختاری مانند پاهای یک ربات دوپای عادی را داشته باشند؛ یعنی مثلا شامل ران، ساق و مچ پا باشند. اما هرچه از معلولیت ربات کاسته شود، برای حرکت دادن ربات بر روی زنجیره ای از بازوهای مکانیکی، به بازوهایی با پیچیدگی ساختاری کمتری نیاز است. به عنوان مثال، اگر معلولیت ربات به گونه ای باشد که مثلا پای ربات از زانو قطع شده باشد، آنگاه کافی است که بازوهای مکانیکی دارای ساق و مچ باشند. در

هستند، بنابراین می توان نتیجه گرفت که فرآیند راه رفتن یک فرآیند نیمه-فعال¹ است (راه رونده نمی تواند به صورت دلخواه به سطوح تماسی نیرو وارد کند). این امر، یکی از ویژگی های مساله جابجایی ناگیرنده اشیاء² نیز هست؛ یعنی تماس های یک سوویه. همچنین وقتی که صحبت از جابجایی نسبی شیئی نسبت به زمین می شود، می توان احتمال داد که یک مساله جابجایی اشیاء در این بین قابل تعریف است. این دو امر (جابجایی نسبی و تماس های یک سوویه)، دو پارامتر اساسی و کلیدی در مطالعه ارتباط بین مساله راه رفتن ربات های دوبا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. در ادامه ارتباط بین این دو سیستم تبیین و تشریح می گردد.

1-2- تفسیری دگرگونه از مساله راه رفتن ربات های دوبا

اگر ارتباطی بین مساله راه رفتن ربات های دوبا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء وجود داشته باشد، این ارتباط چیست؟ برای پاسخ دادن به چنین پرسشی، ابتدا مساله راه رفتن ربات های دوبا مورد بررسی قرار می گیرد که برای محققین شناخته شده تر بوده، زوایای مختلف آن روشنتر از مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. تفسیری دگرگونه از راه رفتن دینامیکی ربات های دوبا می تواند در برقراری ارتباط بین دو مساله مذکور، مفید واقع گردد. با اندکی توجه به مساله راه رفتن ربات های دوبا، می توان دریافت که در فرآیند راه رفتن، معمولا عضوی (عمدتا پا و ندرتا دست) با زمین در تماس است و بدن را (شامل پای دیگر) جابجا می کند. در همین حال نیز بدن نسبت به زمین جابجا می شود. از همین جا می توان دریافت که اگر فرض شود که راه رفتن ربات های دوبا، نوعی مساله جابجایی دینامیکی اشیاء باشد، پاها قطعا نقش بازوهای مکانیکی (جابجا کننده ها) را خواهند داشت. اما آیا چنین فرضی را در خود مساله راه رفتن ربات های دوبا نیز می توان در نظر گرفت؟ اگر چنین باشد، می توان در مطالعه ارتباط بین راه رفتن ربات های دوبا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء، رویکردی در نظر گرفت که بر اساس آن پاها بازوهای مکانیکی هستند که بدن را به عنوان یک شیء به صورت دینامیکی جابجا می کنند. در حقیقت، هدف اصلی در مقاله نیز تبیین همین رویکرد است. در

1- Underactuated Process
2- Nonprehensile Manipulation

انجام شد، بدیهی است که برای تعریف و مدل سازی مساله ی راه رفتن ربات دوبا به تعریف نوع خاصی از مساله جابجایی اشیاء نیاز است که در آن اشیائی با ساختار چندلینکی جابجا می گردند، مفهوم «شیء چندلینکی» گستره ی بسیار زیادی از اشیاء را در برمی گیرد؛ به عنوان مثال، یک شیء صلب نیز شیئی چندلینکی محسوب می شود که دارای یک لینک است. ولی در اینجا، فقط اشیائی مدنظر هستند که از لحاظ ساختاری متقارن بوده و حداقل دو سطح تماسی برای ایجاد تماس با بازوهای مکانیکی داشته باشند. با این فرضیات بستری برای تعریف مساله راه رفتن رباتهای دوبا بر پایه مساله جابجایی اشیاء فراهم می آید. با این اوصاف می توان مساله راه رفتن ربات معلول را بر پایه ی مساله جابجایی اشیاء چندلینکی مورد مطالعه قرار داد. بدین منظور به صورت شماتیک، سیستم هایی از جابجایی دینامیکی اشیاء در شکل 3 به نمایش درآمده است. مشاهده می شود که در شکل 3-a تا شکل 3-d تصویری از چهار مساله ی مختلف جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی به تصویر کشیده شده است که ساختار شیء از ابتدا ساده بوده، به ترتیب بر پیچیدگی آن افزوده شده است. ضمن آنکه به ترتیب از پیچیدگی ساختار بازوهای مکانیکی به مرور کاسته شده است. در شکل 3-d به وضوح مشاهده می شود که در واقع به جای یک مساله جابجایی اشیاء، با یک مساله راه رفتن ربات دوبا مواجه هستیم؛ چیزی که بصورت معادل در شکل 3-e قابل مشاهده است.

حقیقت مجموعه پای ربات معلول و یک بازوی مکانیکی باید یک پای عادی را تشکیل دهند. به عبارتی ساختار آنها مکمل هم است. هر قدر معلولیت ربات بیشتر باشد و پیچیدگی ساختاری ربات معلول کمتر باشد، بازوهای مکانیکی نصب شده بر روی زمین پیچیدگی ساختاری بیشتری دارند. لذا اگر معلولیت ربات به صفر درصد کاهش بیابد، این بدان معنا است که بازوهای مکانیکی نصب شده بر روی زمین که مکمل ساختاری پاهای ربات هستند، ساختاری نخواهند داشت و در حقیقت دیگر وجود خارجی ندارند. این مساله ی خاص که صورت خاصی از مساله ی راه رفتن ربات معلول است، همان راه رفتن ربات دوبا است.

نکته حائز اهمیت این بحث آن است که در حقیقت مساله ی راه رفتن ربات معلول، یک مساله ی جابجایی اشیاء است که در آن یک شیء (ربات معلول) بوسیله ی زنجیره ای از بازوهای مکانیکی پی در پی به صورت ویژه ای جابجا می شود. ربات معلول یا در حقیقت همان شیء جابجا شونده، یک شیء عادی و صلب نیست، بلکه بسته به میزان معلولیت ربات، دارای ساختار ساده یا پیچیده است. به این ترتیب می توان گفت که مساله ی راه رفتن ربات معلول یک مساله ی «جابجایی اشیاء چندلینکی بوسیله ی زنجیره ای از بازوهای مکانیکی پی در پی» است. این نگاه همان اساس تعریف مساله راه رفتن رباتهای دوبا بر پایه مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. در ادامه به بررسی بیشتر آن می پردازیم.

2-2- جابجایی اشیاء چندلینکی بوسیله ی زنجیره ای از بازوهای مکانیکی پی در پی

ایده جابجایی اشیاء چندلینکی¹ و اشیاء فعال² پیشتر مطرح شده بود و بر اساس این ایده روش های کنترلی نیز در مبحث جابجایی دینامیکی اشیاء پیاده شده بود [19,21,22]. از نتایج بحث مختصری که در بخش پیش

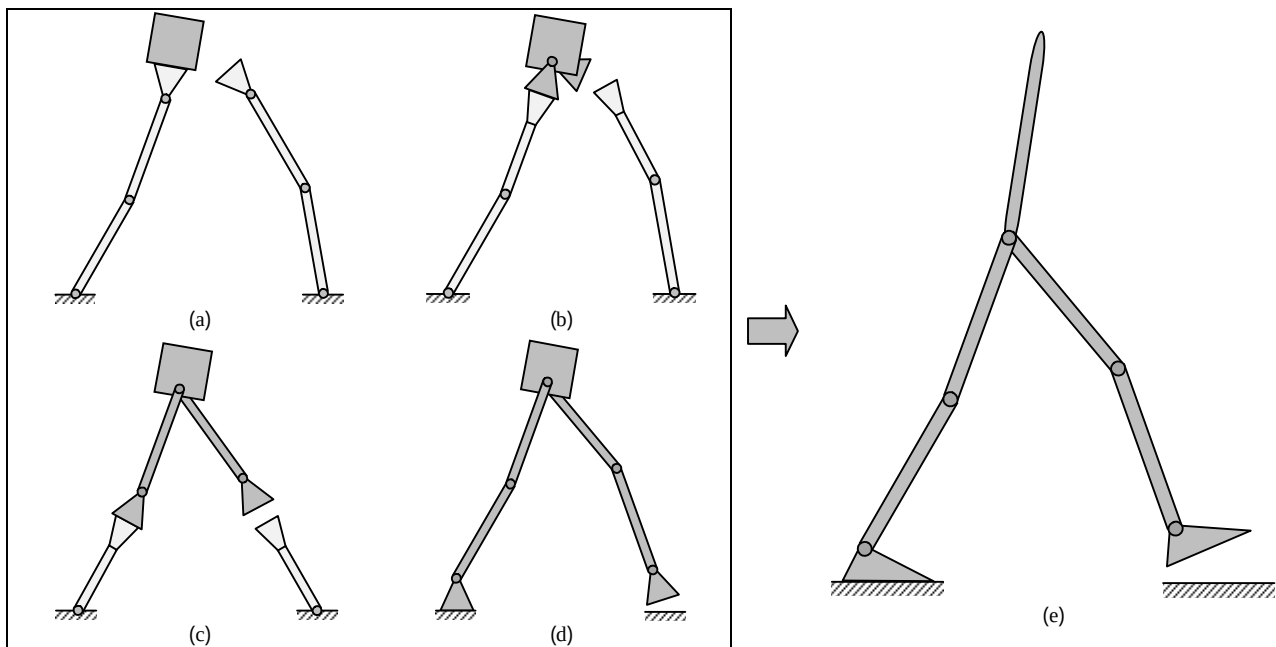


Fig. 3 Four different models of dynamic (multibody) object manipulation resulting in defining of dynamic walking problem

شکل 3 چهار مدل مختلف از مسائل جابجایی اشیاء که نهایتا منجر به تعریف مساله راه رفتن رباتهای دوبا می شوند

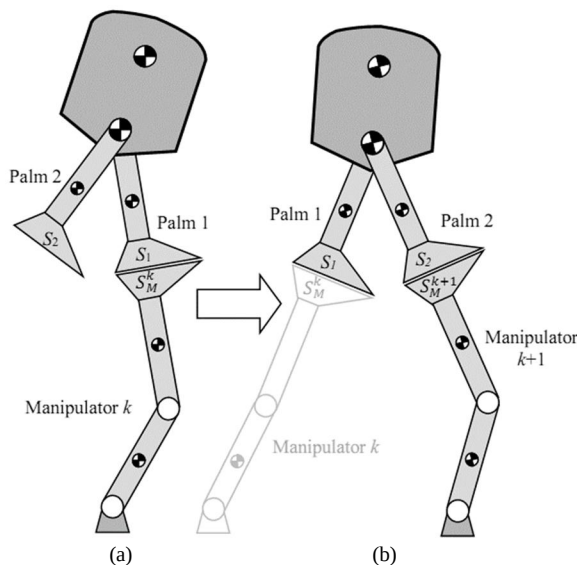


Fig. 4 Contact phase (a) and impact phase (b) in manipulation of multibody objects

شکل 4 دو فاز جابجایی اشیاء چند لینکی (a) فاز تماس و (b) فاز برخورد

فرآیند جابجایی اشیاء چندلینکی یک فاز تماسی است که متناوباً فازهای برخورد در آن اتفاق می‌افتد. لذا در واقع با یک سیستم دینامیکی با اثرات ضربه‌ای روبرو هستیم که به طور واضح از مشهورترین سیستم‌های دینامیکی هیبرید است.

3-2- معادلات دینامیکی حاکم

برای فاز تماس اگر شرایطی فراهم آید که شیء از بازو جدا نگردد و بر روی آن نلغزد، می‌توان سطوح تماسی را یکپارچه در نظر گرفت و آخرین لینک بازوی مکانیکی را متصل به اولین لینک شیء فرض نمود. با این شرایط، برای یک شیء n لینکی و بازوهای m لینکی، معادلات دینامیکی سیستم به قرار زیر است:

$$\ddot{h} = \dots \quad (1)$$

که در آن ماتریس‌های M و C و G و B ماتریس‌های ضرایب معادله دینامیکی، و بردارهای u و v به ترتیب بردارهای ورودی و خروجی سیستم، و نیز تابع برداری h مربوط به تعریف خروجی‌های سیستم دینامیکی است. همچنین بردار متغیرهای تعمیم‌یافته q و مشتقات آن دارای بعد $m + n - 1$ هستند. در این فاز همواره S_1 با S_M^{k+1} در تماس است. به محض اینکه S_2 به S_M^{k+1} رسید و با آن برخورد کرد، فاز لحظه‌ای برخورد آغاز می‌شود که معادلات آن به صورت زیر است:

$$\ddot{h} = \dots + \Delta_p \quad (2)$$

$$\ddot{h} = \dots + \Delta_v \quad (3)$$

که در این روابط، علامتهای $+$ و $-$ برای کمیت‌های بلافاصله بعد و بلافاصله قبل از برخورد استفاده می‌شوند. همچنین توابع Δ_p و Δ_v در حقیقت بیانگر تغییرات سرعت و همچنین تعویض نامگذاری سطوح تماسی و به تناسب آنها، نامگذاری دوباره اجزاء و متغیرهای نظیر در شیء است. به این ترتیب پس از فاز برخورد، نامگذاری‌ها به گونه‌ای خواهد بود که مجدداً در فاز تماس جدید، S_1 با S_M^{k+1} در تماس است.

مکانیکی نسبت به هم نلغزند و از هم جدا نشوند، درجه عملگری کل سیستم برابر با مجموع درجات عملگری شیء و بازوی مکانیکی است. به این ترتیب می‌توان چند دسته و آرایش مختلف را برای سیستم جابجایی اشیاء چند لینکی در نظر گرفت؛ یعنی سیستم جابجایی اشیاء:

- فعال است اگر تعداد عملگرهای کل سیستم برابر با مجموع تعداد مفاصل در شیء و بازوی مکانیکی باشد؛
 - نیمه‌فعال است اگر تعداد عملگرهای کل سیستم از مجموع تعداد مفاصل در شیء و بازوی مکانیکی کمتر باشد؛
 - غیر فعال است اگر هیچ عملگری در بازوی مکانیکی و شیء نباشد.
- البته چینش عملگرها و چگونگی عملکرد آنها نسبت به مفاصل و درجات آزادی، در تعیین اینکه سیستمی فعال است یا خیر نقش تعیین‌کننده‌ای دارد. مثلاً اگر فرض شود تماس بین شیء و بازوی مکانیکی همراه با لغزش باشد یا سطح تماس به صورت نقطه‌ای باشد، درجات آزادی کلی سیستم اضافه می‌شود و حال آنکه درجات عملگری سیستم تغییری نکرده‌است. به همین ترتیب، سیستم‌های راه‌رونده‌ی دوپای متناظر با دسته‌بندی‌های بالا می‌توانند فعال (رباتهایی که می‌چ دارند و در میچ دارای عملگر هستند)، نیمه‌فعال (رباتهایی با پای سوزنی) و یا غیرفعال (رباتهایی بدون عملگر که از شیب پایین می‌روند) باشند که در مورد هر سه دسته مذکور تحقیقات زیادی انجام پذیرفته است. لازم به ذکر است که این دسته‌بندی بر اساس انواع ربات‌های راه‌رونده‌ای که در تحقیقات حال حاضر دنیا مورد مطالعه هستند انجام گرفته‌است. در بخش‌های بعدی و ضمن نمایش دادن نتایج شبیه‌سازی‌های سیستم‌های مختلف، دسته‌بندی‌های مذکور بیشتر و بهتر خود را نمایان می‌سازند.

3-3- مدل‌سازی مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی

در این بخش نتایج حاصل از مدل‌سازی مساله جابجایی اشیاء چندلینکی مطرح می‌شود و فرضیات انجام شده در این راستا ارائه خواهد شد. روند انجام مدل‌سازی و معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم به همراه روابط مربوطه به طور کامل در مرجع [23] و نیز در پیوست این مقاله آورده شده‌است.

3-1- تعاریف و فرضیات

فرض کنید می‌خواهیم یک شیء چندلینکی را بوسیله‌ی زنجیره‌ای از بازوهای پی‌درپی یکسان در مسیری خاص جابجا کنیم. از آنجا که هدف از انجام چنین فرآیندی، در حقیقت تکرار یک حرکت است، لذا می‌توان کل فرآیند را به سیکل‌های متوالی که هر کدام شامل جابجایی شیء بین دو بازوی متوالی است، تقسیم نمود. پس کافی است که فرآیند جابجایی شیء را از یک بازو به بازوی بعدی مطالعه نمود. شکل 4 را در نظر بگیرید. شیء با آغاز تماس با یک بازو، فرآیندی را آغاز می‌نماید و همواره با آن بازو در تماس است بی‌آنکه بلغزد یا جدا شود؛ سپس ضمن برخورد با بازوی بعدی از بازوی قبلی جدا شده و فرآیند را مجدداً تجربه می‌نماید. بنابر تعریف، سیکل k درست پس از برخورد شیء با بازوی مکانیکی k آغاز شده و با برخورد آن با بازوی $k+1$ به پایان می‌رسد. بنابراین واضح است که در هر سیکل سه مورد به صورت واضح حضور فعال دارند: شیء، بازوی k و بازوی $k+1$. همچنین هر سیکل به دو فاز تقسیم می‌گردد: فاز تماس و فاز برخورد. در فاز تماس معادلات دینامیکی مجموعه بازوی مکانیکی و شیء حاکم بر سیستم هستند و حال آنکه در فاز برخورد که فرآیندی لحظه‌ای است، فقط متغیرهای سرعت سیستم تغییر می‌کنند و تغییری در متغیرهای مکانی سیستم رخ نمی‌دهد. در حقیقت کل

3-3- مدل فضای حالت

با تعریف متغیر حالت x به عنوان:

$$x = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (4)$$

مدل دینامیکی سیستم در فاز تماس عبارت است از:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x) & g(x) \\ h(x) \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن

$$f(x) = \begin{bmatrix} - & -1 & \cdot \\ - & -1 & \cdot \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$g(x) = -1 \quad (7)$$

همچنین مدل فاز ضربه عبارت خواهد بود از:

$$x^+ = \begin{bmatrix} \Delta_p & - \\ \Delta_v & - \end{bmatrix} \Delta x^- \quad (8)$$

روابط دینامیکی (1) تا (8) و نحوه استخراج آنها برای سیستم دینامیکی جابجایی اشیاء چندلینکی، به تفصیل در مرجع [23] آورده شده است.

4-3- مدل هیبرید

مدل ارائه شده در بخش قبل را می توان مساله ای هیبرید تصور کرد که در حقیقت مساله ای دینامیکی با اثرات ضربه ای است. می توان این مساله هیبرید را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) & g(x) & & x \notin S \\ x^+ &= \Delta x^- & & & x^- \in S \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن

$$S = \{x | E(x) \in (\pi)^{n+m-1} \cdot \in \mathbb{R}^{n+m-1}\} \quad (10)$$

و $E(x)$ می تواند هر تابعی باشد که صفر شدن آن بیانگر رسیدن سطوح تماسی به یکدیگر و وقوع ضربه است (مثلا فاصله اقلیدسی سطوح تماسی که به هم نزدیک می شوند).

5-3- پایداری پیکره ای¹ و پایداری دینامیکی²

پایداری مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی که در بخش قبل مدلسازی آن ارائه شد، از دو منظر قابل بررسی است. پایداری پیکره ای اولین موردی است که باید در کلیه فازهای تماس و ضربه مورد توجه قرار گیرد و بدان معنی است که در طول فرآیند جابجایی، شیء نسبت به بازوهای مکانیکی نلغزد و از آن نیز جدا نشود. بدین منظور در این مقاله، از نقطه ای تحت عنوان PRI (به تناسب مفهوم FRI در رباتهای دوبا [24]) استفاده می شود و مکان آن بر روی سطوح تماسی، بیانگر پایداری و یا ناپایداری پیکره ای فرآیند است [25]. به عبارتی PRI نقطه ای است بر روی S_1 در فاز تماس (یا بر روی S_2 در فاز ضربه) که برآیند گشتاور نیروهای تماسی حول آن صفر است. اگر این نقطه درون S_1 قرار داشته باشد، بدین معنا است که شیء از بازو جدا نمی شود (به صورت شماتیک نقطه PRI بر روی سطح تماسی شیء در شکل 5 دیده می شود). همچنین می توان برای عدم لغزش شیء نسبت به بازو نیز شرطی را استخراج نمود. به این ترتیب داریم:

$$-d_l \leq d_{PRI} \leq d_r \quad (11)$$

$$\frac{1}{c} \in \mathcal{F} \quad (12)$$

که مجموعه ای از بردارهایی است که در درون مخروط اصطکاکی قرار دارند (شکل 5). بی آنکه مجددا معادلات را تکرار کنیم، واضح است که شرایط مشابهی برای فاز ضربه نیز صادق است.

بر اساس روابط (11) و (12)، فقط داخل بودن PRI در محدوده سطوح تماسی متضمن پایداری پیکره ای نیست و باید شرایط مربوط به عدم لغزش نیز برآورده گردد. البته بر اساس نتایج شبیه سازی ها و برخی نتایج عملی، معمولاً لغزش فاکتور مهمی در این پایداری نیست و تحلیل PRI حیاتی تر است.

در اینجا برای تحلیل پایداری دینامیکی (یا پایداری مداری³)، از تحلیل نگاشت پوانکاره⁴ استفاده می گردد که روشی معمول در سیستم های دینامیکی است. به صورت کلی باید گفت که پایداری پیکره ای متضمن پایداری کلی فرآیند نیست و کل فرآیند از لحاظ دینامیکی نیز باید پایدار باشد. از آنجا که انتظار می رود رفتار سیستم رفتاری دوره ای⁵ باشد، برای آنکه پایداری دینامیکی تضمین شود، باید سیستم به یک سیکل حدی نزدیک شود. شرایط لازم برای اینکه چنین اتفاقی رخ دهد و سیکل حدی سیستم در صورت وجود، پایدار هم باشد، به قدر کافی در کتب و مقالات مربوطه مورد بحث های تخصصی قرار گرفته است. نکات قابل توجه در این بحث عبارت از این است که ابرصفحه⁶ مربوط به وقوع ضربه، به عنوان مقطع پوانکاره⁷ در نظر گرفته می شود. همچنین سیستم جابجایی اشیاء که در اینجا مورد بحث است، در شرایطی خاص می تواند رفتار آشوبناک⁸ از خود نشان دهد [26].

4- کاربرد مساله راه رفتن ربات معلول در حالت های مختلف راه رفتن

در ادامه این مقاله، در هر سه دسته ای فعال، نیمه فعال و غیرفعال با ارائه مثالهایی، بحث از مفاهیم پایه در جابجایی اشیاء چندلینکی شروع شده و به صورت زنجیره ای به بررسی رباتهای دوبا نظیر به عنوان نتیجه منطقی ختم می شود؛ همانگونه که به صورت مفهومی در بخش 2 نیز بحث شد. سیر مثال ها، خود گویای چگونگی پیاده سازی مفاهیم ارائه شده در بخش های پیشین است. لیکن به دلیل اینکه رویکرد این مقاله بیشتر مفهومی است، از آوردن

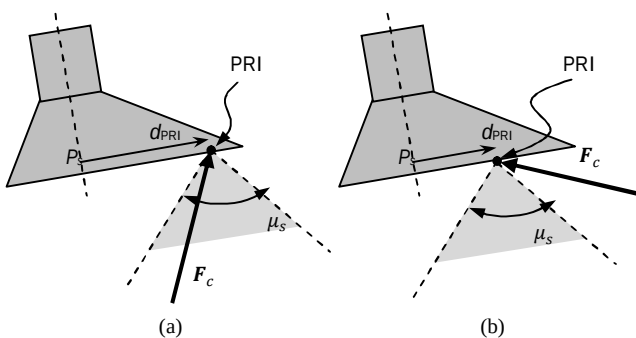


Fig. 5 PRI and frictional cone [25]; (a) contact force inside the frictional cone, (b) contact force outside the frictional cone

شکل 5 نقطه PRI و مخروط اصطکاکی [25]; (a) نیروی تماسی درون مخروط اصطکاکی قرار دارد (b) نیروی تماسی بیرون مخروط اصطکاکی قرار دارد

3- Orbital Stability
4- Poincare Map
5- Periodic Behavior
6- Hyper-Surface
7- Poincare Section
8- Chaotic Behavior

1- Postural Stability
2- Dynamical Stability

بدون آوردن جزئیات، شبیه سازی ها نشان می دهد که به ازای پارامترهای خاصی، سیستم رفتار پایداری از خود نشان می دهد. در شکل 7 قسمت هایی از شبیه سازی انجام شده بر روی شیب 5 درجه نشان داده شده است (در شکل مذکور محور x منطبق بر روی شیب است و بنابراین شیب به صورت ظاهری در این نمودار دیده نمی شود).

همچنین مدلی غیردقیق از سیستم مذکور در نرم افزار ورکینگ مدل دوبعدی¹ ساخته شده است که مکان های بازوهای مکانیکی اصلا منطبق بر آنچه که باید باشند، نیست. لذا تماس های بین شیء و بازوها به صورت غیر دقیق انجام می شود. با این وجود شبیه سازی نشان می دهد که فرآیند به خوبی پیش می رود و با شکست روبرو نمی شود. قسمت هایی از این شبیه سازی را نیز در شکل 8 می توان مشاهده نمود.

حال با اندک تغییراتی در پارامترهای سیستم، مساله به مساله ی راه رفتن ربات های دوبای غیرفعال تغییر می یابد. برای این منظور، طول بازوها را برابر صفر قرار داده و از جرم آنها نیز صرف نظر می کنیم. با این تفاسیر، نوک دستان شیء دولینکی با زمین تماس حاصل می کند؛ ولی از آنجا که بازوها جرمی ندارند و بعدی هم ندارند، رفتار آنها رفتاری استاتیکی است و فقط نیروها را از زمین به شیء منتقل می کنند بی آنکه در مقادیر آن تغییری دهند. از آنجا که نوع مفصل بازوها با زمین غیرفعال نیز هست، می توان فرض کرد که شیء با زمین تماسی لولایی دارد که این معادل ربات دوبای پرگاری شکل است که پاهای سوزنی دارد و از سطح شیب دار پایین می رود. شمای از این ربات را به صورت کلی در شکل 6-b می توان مشاهده نمود. همچنین شبیه سازی این ربات دوبای نشان می دهد که رفتار پایدار مناسبی از خود نشان

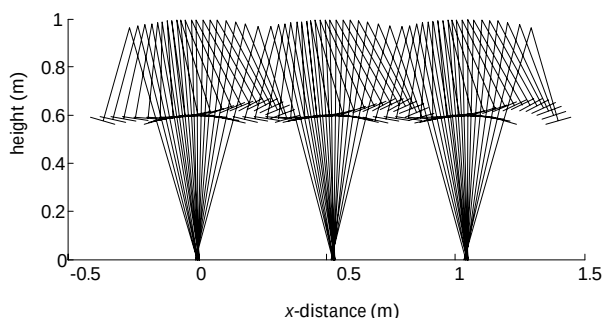


Fig. 7 Simulation of manipulation of a compass-like object using 1-DoF manipulators in a fully-actuated manner

شکل 7 قسمت هایی از شبیه سازی مساله جابجایی اشیاء پرگاری شکل بوسیله ی بازوهای یک درجه آزادی به صورت غیرفعال

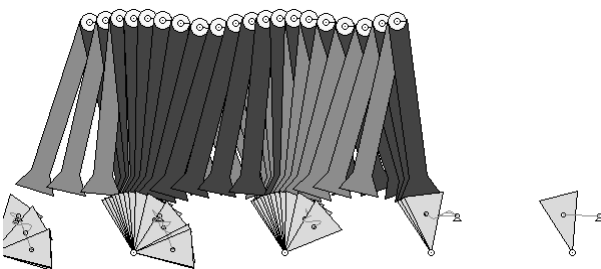


Fig. 8 Simulation of manipulation of a compass-like object using 1-DoF manipulators in Working Model 2D

شکل 8 شبیه سازی مساله جابجایی اشیاء دولینکی غیرفعال بوسیله بازوهای یک درجه آزادی غیرفعال در ورکینگ مدل دوبعدی

اعداد و ارقام و مقادیر پارامترها و جزئیات معادلات خودداری می شود.

1-4- سیستم های غیرفعال

سیستم های غیرفعال سیستم هایی هستند که در آنها از هیچ عملگری استفاده نمی شود و عمدتاً با پایین رفتن از سطوح شیب دار، مدام انرژی پتانسیل به دست آمده از کاهش ارتفاع را به انرژی جنبشی برای ادامه حرکت تبدیل می کنند. در این سیستم ها، معمولاً با استفاده از ضربه و عمدتاً از نوع برخورد پلاستیک، تعادلی بین تغییرات انرژی پتانسیل و اتلاف انرژی ناشی از برخورد بوجود می آید که اگر طراحی سیستم به درستی انجام گیرد، منجر به رفتاری پایدار (با پایداری دینامیکی) می شود.

«سیستم های جابجایی اشیاء غیرفعال» مفهومی است که ابتدا در [27] مطرح شد و با ذکر مثال هایی بدان پرداخته شد؛ مشابه سیستم های غیرفعال راه رونده که در مورد آنها تحقیقات بسیاری انجام شده است (به عنوان مثال رجوع شود به [1,2,28]). در این سیستم ها نیز به منظور جابجایی اشیاء از هیچ عملگری استفاده نمی شود و فقط با کاهش ارتفاع مرکز جرم کل سیستم، شیء می تواند حرکت خود را به صورت پایدار ادامه دهد. برای مثال می توان به سر خوردن بچه ها از سرسره در زمین بازی و یا افتادن دامپینوها به عنوان نمونه ای از اینگونه سیستم ها اشاره نمود. آنچه سیستم های غیرفعال را حایز اهمیت می کند، استفاده از الگوهای حرکتی در این سیستم ها برای طراحی سیستم های کنترلی در سیستم های دینامیکی فعال معادل است (به عنوان مثال رجوع شود به [3,4,29]).

در اینجا مساله جابجایی اشیاء چندلینکی غیرفعال عبارتست از جابجایی یک شیء دولینکی و پرگاری شکل بوسیله زنجیره ای از بازوهای مکانیک یک-لینکی غیرفعال [26]. از آنجا که درجات آزادی شیء نیز به بازوهای حمل-کننده آن اضافه می شود، لذا تحلیل مساله را مشکل می نماید (شکل 6-a).

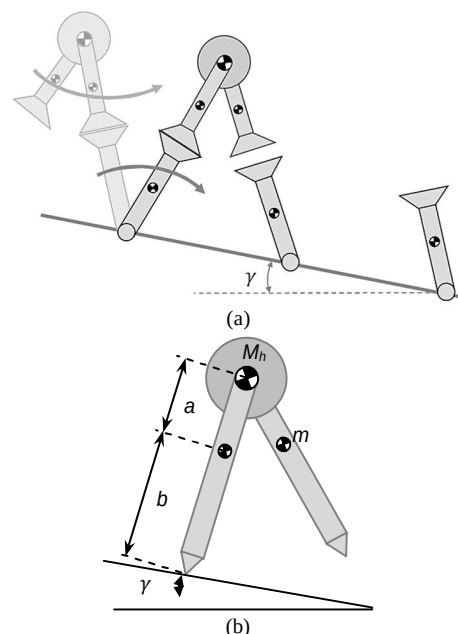


Fig. 6 (a) Schematic view of passive manipulation of multibody passive object (b) compass gait robot passively walking on a slope

شکل 6 (a) جابجایی شیء چندلینکی غیرفعال بوسیله بازوهای مکانیکی غیرفعال (b) ربات دوبای پرگاری شکل که به صورت غیرفعال از شیب پایین می رود

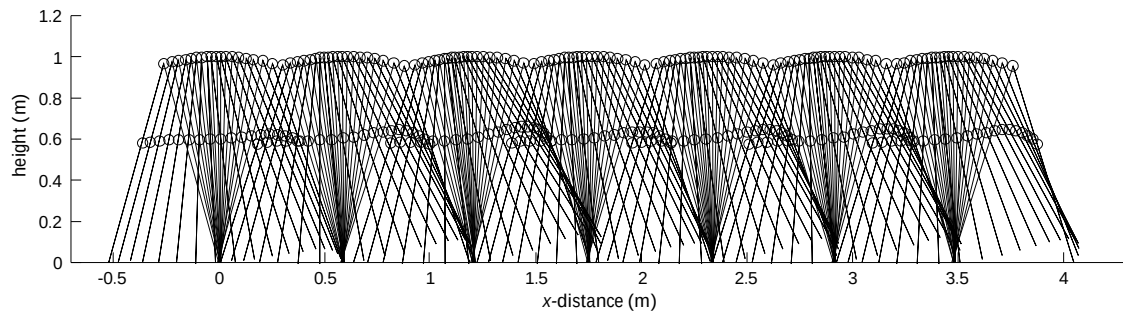


Fig. 9 Snapshots of simulation regarding the walking of a compass gait robot on a 5-degree inclined slope

شکل 9 تصاویری از شبیه سازی راه رفتن ربات دوپای پرگاری شکل بر روی شیب 5 درجه

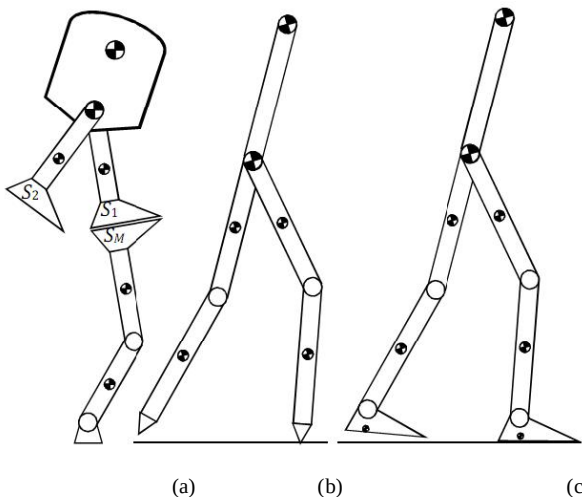


Fig. 11 (a) Manipulation of 3-link object using 2-DoF manipulators, (b) walking of 5-link walker, (c) walking of 7-link walker

شکل 11 (a) فرآیند جابجایی شیء سه لینکی بوسیله ی بازوهای دودرجه آزادی به عنوان مساله مادر برای (b) مساله راه رفتن ربات پنج لینکی با پاهای سوزنی و (c) ربات هفت لینکی با پاهای تخت

تمایل به چرخش حول مفصل پایه، قابل کنترل نباشد و لذا مساله، نیمه فعال است. نیمه فعال بودن مساله هم به این علت است که عملگرها فقط قادرند که پیکربندی داخلی ربات را کنترل نمایند و نه گردش کلی ربات نسبت به مرجعی لخت. سپس برای کنترل فرآیند جابجایی شیء، از روش های معمول کنترل فرآیندهای نیمه فعال استفاده می شود که در آنها پیکربندی داخلی به صورت تابعی از زاویه کلی ربات توسط عملگرها کنترل می شود و چرخش کلی ربات، خود به عنوان پارامتری جهت بررسی پایداری مداری و دینامیکی سیستم مورد استفاده قرار می گیرد. اگر این پارامتر بر طبق روش پوانکاره رفتار دوره ای پایداری داشته باشد و نیز کنترلر بتواند پیکربندی داخلی ربات را بصورت تابعی از این پارامتر دنبال کند، تضمین می شود که رفتار کلی سیستم، رفتاری پایدار از منظر پایداری پوانکاره است. با این روش، نگاشت پوانکاره به نگاشتی یک-بعدی تقلیل پیدا می کند و در صورت استفاده از کنترلری که بتواند صفر کردن خطاهای ناشی از دنبال کردن مسیرهای مرجع (که همگی تابعی از پارامتر مربوط به چرخش کلی ربات و یا پارامتری مشابه، هستند) را تضمین کند، پایداری سیستم منوط به بررسی نگاشت پوانکاره یک بعدی است که امری بسیار آسان و سهل است [23].

شبیه سازی فرآیند مذکور در قالب تصاویری از آن در شکل 12 نشان داده شده است. سپس با همان روشی که در مساله پیش انجام شد و با

می دهد. در شکل 9 تصاویری از شبیه سازی فرآیند راه رفتن این ربات بر روی شیب 5 درجه مشاهده می شود.

برای صحت سنجی نتایج شبیه سازی، مجددا مدلی از ربات راه رونده ی مذکور در ورکینگ مدل دوبعدی ساخته شده و نتایج آن با شبیه سازی انجام شده تطبیق داده می شود. نتیجه کاملا قابل قبول است (باید توجه گردد که در این مدل، فرضیات ساده کننده ی انجام شده در مدل شبیه سازی شده در نرم افزار متلب¹ انجام نشده است و مدل واقعی تر است). تصاویری از این شبیه سازی در شکل 10 نمایش داده شده است.

2-4- سیستم های نیمه فعال

آنچه در این بخش بدان پرداخته می شود، شبیه سازی فرآیند استنتاج مدل های راه رونده نیمه فعال از مساله جابجایی اشیاء چندلینکی نیمه فعال است. در آخرین مدل مطرح شده در بخش پیش، شیئی دولینکی با ساختاری پرگاری شکل بوسیله بازوهای مکانیکی یک درجه آزادی جابجا شد. در اینجا، مساله از حالت غیرفعال خارج شده و از عملگرهایی (ناکافی) برای کنترل فرآیند استفاده می شود. فرآیند بر روی سطح هموار و بدون شیب مطالعه می شود. به عنوان مساله مادر، پیچیدگی هایی به مدل پیشین اضافه شده و به این ترتیب به شیء دولینکی مدل قبل، بالاتنه ای اضافه می شود که نقشی اساسی در عبور شیء از بازوهای مکانیکی دارد. همچنین دو عملگر به بالاتنه اضافه می گردد که امکان چرخش دست های شیء را نسبت به بالاتنه فراهم آورد. همچنین به بازوهای یک درجه آزادی، لینکی اضافه می شود و درحالی که عملگری برای تغییر زاویه دو لینک نسبت به هم بین آن دو نصب می شود، لینک پایه نیز به صورت غیرفعال به زمین متصل می گردد (شکل 11-a). همین مفصل غیرفعال باعث می شود که کل مجموعه بازو و شیء، در صورت

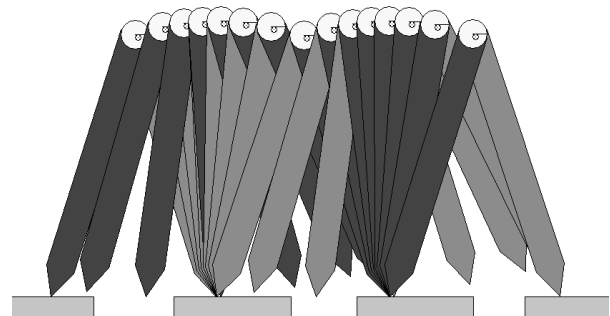


Fig. 10 Simulation of compass gait walker in Working Model 2D

شکل 10 شبیه سازی مدل ربات دوپای پرگاری شکل در ورکینگ مدل دوبعدی

نوک پای معلق است؛ یکی در راستای عمودی و دیگری افقی)،

- زاویه بالاتنه ثابت باشد،
- و نهایتاً ارتفاع هیپ ثابت باشد.

3-4- سیستم های فعال

در این بخش، فرآیند استنتاج مدل های راهرونده فعال با توجه به مساله جابجایی اشیاء چندلینکی مورد بررسی قرار می گیرد. همانند مساله قبل، مجدداً مساله مادر همان مساله جابجایی اشیاء سه لینکی فعال به وسیله بازوهای مکانیکی دو لینکی در نظر گرفته می شود. با این تفاوت که در اینجا لینک مفصل پایه بازوها که به صورت غیرفعال به زمین متصل شده بود، با قرار دادن عملگری، فعال می شود. به این ترتیب کل سیستم فعال شده و در صورتی که شرایط پایداری پیکره ای فراهم آید، می توان تدابیری در نظر گرفت که کل فرآیند فعال بوده، و نیز قابل کنترل باشد. آنچه در اینجا حائز اهمیت است، مدل ربات دوپای فعالی است که به صورت تکاملی از دل مساله جابجایی دینامیکی اشیاء مطروحه در این بخش به دست می آید. با اندکی توجه می توان دریافت که مدل هدف، رباتی دوپا، هفت لینکی و با کف پای مسطح است. چرا که کلیه مفاصل در مدل جابجایی دینامیکی اشیاء فعال هستند و با ساده کردن مدل بازوها و کاهش درجات آزادی آنها به صفر و اضافه کردن آنها به ساختار شیء چندلینکی، عملگرها نیز به ساختار شیء اضافه می شوند. اما از آنجا که تماس شیء با بازوها به صورت مسطح است و شرایط عدم لغزش در این سطوح باید ارضا شود، لذا در مدل ربات راهرونده، می توان مچ پای در نظر گرفت که در تماس کامل با زمین است و مادامی که شرایط عدم لغزش برآورده شود، بدون اینکه به کلیت مساله خدش ای وارد شود، این مچ به عنوان جزئی از زمین در نظر گرفته می شود. همچنین مفصل مچ که مفصلی فعال است معادل اولین مفصل (فعال) بازوها در مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی در نظر گرفته می شود. این مدل به صورت شماتیک در شکل 11-نمایش داده شده است. فرآیند جابجایی اشیاء در این مورد بسیار به شکل 12 شبیه است، چرا که مسیر شیء در هر دو مساله معادل هم انتخاب شده است. روش کنترلی مانند روش اشاره شده در سیستم های نیمه فعال با پایداری دینامیکی در نظر گرفته شده است. اما از آنجا که یک درجه عملگری اضافی (در مفصل پایه/مچ) در اینجا وجود دارد، از همین درجه آزادی اضافی برای بهینه کردن تابع هزینه ای به منظور هدایت بهتر نقطه PRI است، و در نتیجه تضمین پایداری پیکره ای استفاده شده است؛ لذا مجدداً نتایج این شبیه سازی ترسیم نمی شود، اما فرآیند راه رفتن نظیر آن در شکل 14 نشان داده شده است.

در سیستم ربات راهرونده، دو لینک (که شامل دو مچ هستند) به ربات اضافه شده است که از این دو، یکی بر روی زمین قرار دارد (و همانگونه که بحث شده، با فرض عدم لغزش، جزء زمین در نظر گرفته می شود) و دیگری جزء ربات دوپا است و موقعیت آن باید کنترل شود. یعنی در حقیقت یک درجه آزادی به این سیستم اضافه می گردد و حال آنکه دو درجه عملگری نسبت به ربات پنج لینکی اضافه شده است. از یکی از این عملگرها برای تضمین پایداری پیکره ای استفاده می شود و از دیگری برای تعیین موقعیت مچ/کف پای آزاد. در این شبیه سازی ها کف پای آزاد در ربات دوپا با اعمال گشتاورهای کنترلی، در حالت افقی نگه داشته شده است. برای اینکه وجود کف پا در این ربات، رفتار سیستم را نسبت به ربات دوپای پنج لینکی زیاد تغییر ندهد، و بتوان مقایسه ای با حالت راه رفتن ربات دوپای پنج لینکی انجام داد، جرم مچ ربات کم در نظر گرفته شده است.

استدلال های مشابه در مورد تبدیل سطوح تماسی به پاهای سوزنی در ربات، مساله تبدیل به مساله ربات پنج لینکی دوپا با پاهای سوزنی می شود که شبیه سازی آن در شکل 13 مشاهده می گردد.

به منظور توضیح بیشتر برای نحوه حرکت ربات پنج لینکی، باید اضافه کرد که برای اینکه این ربات بتواند بر اساس روش گفته شده بصورت پایدار راه برود، پیکربندی ربات بصورت تابعی از چرخش کلی ربات (و یا به صورت معادل، جابجایی نقطه هیپ¹ نسبت به نقطه تماس پای تکیه گاه) در نظر گرفته شده است که این پیکربندی در قالب توابعی تعریف شده است. با توجه به اینکه ربات پنج لینکی دارای چهار عملگر است، و نیز پیکربندی داخلی ربات به وسیله چهار متغیر قابل تعریف است، لذا می توان بوسیله این چهار عملگر پیکربندی داخلی ربات را تعیین و کنترل کرد. توابع چهارگانه تعیین کننده پیکربندی داخلی ربات عبارتند از:

- مسیر نوک پای معلق نسبت به پای تکیه گاه به صورت سهمی با پارامترهای از پیش تعیین شده باشد (این مورد شامل دو قید برای

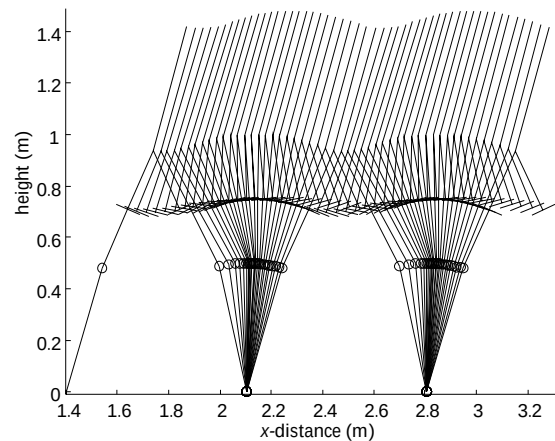


Fig. 12 Snapshots of simulation regarding manipulation of an active 3-link object by a series of underactuated 2-link manipulators [27]

شکل 12 تصاویری از شبیه سازی مساله جابجایی شیء سه لینکی فعال به وسیله زنجیره ای از بازوهای مکانیکی دولینکی نیمه فعال [23]

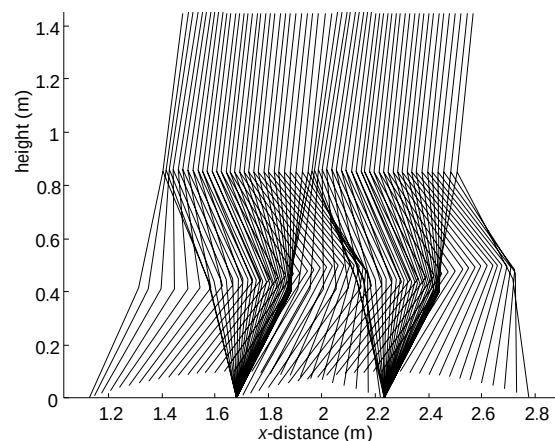


Fig. 13 Snapshots of simulation regarding manipulation of a 5-link walker according to the base-problem of object manipulation

شکل 13 تصاویری از شبیه سازی مساله راه رفتن ربات پنج لینکی دوپا با پاهای سوزنی بر اساس مساله مادر جابجایی دینامیکی اشیاء

5- بحث و نتیجه گیری

این مقاله به ارائه رویکردی جدید به مساله راه رفتن ربات های دوبا می پردازد. هدف اصلی این مقاله بررسی ارتباطات بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات های دوبا بوده است. در این راستا، پیشتر مساله ای تحت عنوان «جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی» تعریف شده است که دسته ای وسیعی از مسایل جابجایی اشیاء را در برمی گیرد. برای بررسی این مساله به مطالعه سیستم های غیرفعال، نیمه فعال و فعال در این حوزه پرداخته شده است. در حقیقت، در اینجا مساله ای خاص از دسته مسایل جابجایی دینامیکی اشیاء تعریف شده است که با انجام برخی فرضیات مبنی بر وجود تقارن در شیء و بهره برداری از مفهوم شیء چندلینکی، به عنوان مساله ای مادر برای راه رفتن ربات های دوبا مطرح گردیده است. به این ترتیب نشان داده شده است که با این رویکرد، راه رفتن ربات های دوبا، گونه ای خاص از مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است که در آن شینی با ساختاری شبیه به ساختار ربات دوبا، به وسیله ی بازوهای صفر درجه ای آزادی (یا همان زمین)، جابجا می گردد. این رویکرد، به نوعی نسبت عام به خاص در کلیه جوانب مساله جابجایی دینامیکی اشیاء به عنوان مساله مادر نسبت به مساله راه رفتن ربات های دوبا می باشد.

با وجود اینکه مساله جابجایی اشیاء چندلینکی که در این مقاله مطرح شده است، مساله ای کلی برای گستره ی وسیعی از مسایل است، لیکن محدودیت ها و فرضیات انجام شده در این راستا نیز قابل توجه است که به این ترتیب آن را محدود می کند. از آن جمله می توان به موارد زیر اشاره نمود:

- فرایند جابجایی اشیاء، بر اساس فرضیات انجام شده، با تعداد نامحدودی بازوی مکانیکی انجام می گیرد که بسته به میزان حرکت شیء، تعداد آنها نیز تغییر می کند. طراحی سیستم به گونه ای که با تعداد کاملاً محدودی از بازوها چنین فرایندی انجام شود، از گامهای بسیار اساسی در بهبود عملکرد سیستم است.
- تقارن ساختاری شیء با وجود اینکه آسان سازی هایی در مدلسازی به وجود می آورد، ولی محدودیت در انتخاب اشیاء به وجود می آورد که با برداشتن این فرض، قادر به جابجا کردن اشیاء با شکل های دلخواه نیز خواهیم بود.
- فرض پایداری پیکره ای محدودیتی به وجود می آورد که بر اساس آن، سطوح تماسی باید همیشه با هم در تماس باشند. تمهیداتی می توان اندیشید که در صورت عدم ارضای شرط فوق، فرایند

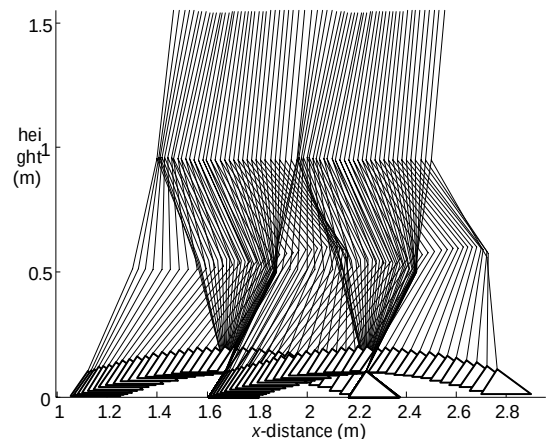


Fig. 14 Walking of a 7-link walker with flat feet

شکل 14 فرایند راه رفتن ربات هفت لینکی دوبا با کف پای مسطح

جابجایی همچنان ادامه یابد.

با کم کردن فرضیات و محدودیت ها، سیستم های کلی تری را می توان با روش فوق مدل کرد و برای استفاده در کاربردهای روزمره، به کار برد. این کاربردها می تواند شامل راه رفتن در محیط های ناهموار و یا راه رفتن بر روی سطوح متحرک نیز باشد.

6- پیوست: معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم کلی جابجایی دینامیکی اشیاء

با فرضیات انجام شده در بخش 3-1، معادلات حرکت برای سیستم شامل دو بخش فاز تماس و فاز ضربه است. معادلات حاکم بر سیستم شامل یک بازوی m لینکی و یک شیء n لینکی بر فاز تماس به صورت کلی همان معادله (1) است که در آن $q \in \mathbb{R}^{n+m-1}$ و ماتریس های مربعی با ابعاد $m+n-1$ هستند و نیز $\ddot{q} \in \mathbb{R}^{n+m-1}$. برای بدست آوردن این ماتریس ها، انرژی جنبشی کلی سیستم، K ، و نیز انرژی پتانسیل آن را، U ، بر حسب متغیرهای تعمیم یافته و بدست آورده، سپس خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}} \right)^T [C_{kj}] C_{kj} \sum_{i=1}^n - \left(\frac{\partial M_{kj}}{\partial q_i} \frac{\partial M_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \left(\frac{\partial U}{\partial q} \right)^T \quad (13)$$

که در این روابط اندیس های ذکر شده مربوط به درایه های ماتریس های مذکور هستند. همچنین باید تاکید کرد که در فاز تماس، با فرض برقرار بودن شرایط عدم لغزش و جدایش دست شیء از لینک نهایی بازوی مکانیکی k ام، هر دو عنوان یک لینک واحد در نظر گرفته می شوند و در روابط بالا به کار گرفته می شوند.

اما در یک فرایند جابجایی اشیاء که با موفقیت انجام شود، هنگامی که سیستم در فاز تماسی k ام قرار دارد، زمان t به t_{k+1} می رسد و در این زمان فاز برخورد k ام آغاز می شود که طی آن دست رهای شماره 2 شیء، با بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام برخورد می کند و در همین حالت دست شماره 1 شیء نیز از بازوی مکانیکی k ام جدا می شود. این فاز، فرایندی لحظه ای است و فقط متغیرهای سرعتی سیستم را بصورت آنی تغییر می دهد، در حالیکه متغیرهای مکانی سیستم تغییر نمی کنند. در این حالت معادلات حاکم بر سیستم در فاز ضربه بصورت زیر قابل ارائه است:

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_i^+ - \ddot{q}_i^- \quad i = 1, \dots, n \quad (14)$$

که در آن $\ddot{q}_i$ متغیرهای تعمیم یافته سیستم شامل شیء و بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام است و بنابراین ابعاد آن برابر $n+m+4$ است که از این بین، تعداد $n-1$ متغیر مربوط به متغیرهای داخلی شیء، تعداد $m-1$ متغیر مربوط به متغیرهای داخلی بازو و دو متغیر نیز مربوط به دوران شیء و بازو نسبت به یک مرجع لخت است. چهار متغیر باقیمانده نیز مربوط به مختصات (دکارتی) دو نقطه دلخواه بر روی شیء و بازو است. با انتگرال گیری از معادله (14) نسبت به زمان $t \in [t_{k+1}^-, t_{k+1}^+]$ که در آن علامت های $(-)$ و $(+)$ به لحظه قبل و بعد از ضربه مربوط می شود و نیز t_{k+1} مربوط به زمان وقوع فاز ضربه $(k+1)$ ام است، و نیز با توجه به این نکته که $\ddot{q}_i^+ = \ddot{q}_i^- + \dot{q}_i^+ - \dot{q}_i^-$ داریم:

$$\dot{q}_i^+ - \dot{q}_i^- = \dot{q}_i^+ - \dot{q}_i^- \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

که در آن:

$$\begin{bmatrix} -T \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}^+ \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_M \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (24)$$

که با حل آن برای مجهولات گفته شده داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}^+ \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T \\ 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -s_M \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

و یا

$$\begin{bmatrix} \dot{i}^+ \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1^T & -1^T & -1 & -1 & -1^T & -1^T & -1 \\ & -1^T & -1 & & & -1^T & -1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (26)$$

معادله (26) رابطه ای برای $\dot{i}^+$ می دهد که عبارت است از:

$$\dot{i}^+ = \Delta_V^t \dot{i}^- \quad (27)$$

که در آن:

$$\Delta_V^t = \begin{bmatrix} -1 & -1^T & -1^T & -1 & -1 & -1^T & -1^T & -1 \\ & -1^T & -1 & & & -1^T & -1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -s_M \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (28)$$

تابعی است که اثرات ضربه را در متغیرهای سرعتی سیستم تعیین می کند. سپس متغیرهای سیستم، اعم از متغیرهای مکانی و سرعتی، مجدداً نامگذاری می شوند به گونه ای که سطح تماس شیء که با بازوی مکانیکی در تماس است، S_1 باشد و دیگری S_2 . این تغییر نام ها با دو تابع پس ضربه Δ_V^t و Δ_P^t تعریف می شوند که باید بصورت خاص برای هر مساله تعریف شوند. داریم:

$$\Delta_P^t = \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\Delta_V^t = \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (30)$$

در نهایت نیز معادلات کلی فاز ضربه که در معادلات (2) و (3) نشان داده شدند، به صورت زیر قابل ارائه هستند:

$$\Delta_P = \Delta_P^2 \circ \Delta_P^1 \quad (31)$$

$$\Delta_V = \Delta_V^2 \circ \Delta_V^1 \left(\Delta_P^1 - \Delta_V^1 (\Delta_P^1 - \Delta_P^1) \right) \quad (32)$$

7- مراجع

- [1] T. McGeer, Passive walking with knees, in *Proceeding of, IEEE, Proceedings of 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1640-1645, 1990.
- [2] T. McGeer, Passive dynamic walking, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62-82, 1990.
- [3] T. McGeer, Dynamics and control of bipedal locomotion, *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 163, pp. 277-314, 1993.
- [4] A. Goswami, B. Espiau, A. Keramane, Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws, *Autonomous Robots*, Vol. 4, No. 3, pp. 273-286, 1997.
- [5] J. W. Grizzle, G. Abba, F. Plestan, Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 1, pp. 51-64, 2001.
- [6] C.-L. Shih, J. W. Grizzle, C. Chevallereau, From stable walking to steering of a 3D bipedal robot with passive point feet, *Robotica*, Vol. 30, No. 07, pp. 1119-1130, 2012.
- [7] C. Chevallereau, J. Grizzle, C. L. Shih, Steering of a 3d bipedal robot with an underactuated ankle, *Proceedings of 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1242-1247, 2010.
- [8] R. D. Gregg, M. W. Spong, Reduction-based control of three-dimensional bipedal walking robots, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 29, No. 6, pp. 680-702, 2010.
- [9] H. Khafi, H. Ahmadi, Trajectory Design for 3D Biped Robot by Considering Active Toe Rotation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 139-148, 2015 (in Persian).
- [10] M. Ezati, M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, Optimal Gait Planning for Biped Robot by employing Active Toe Joints and Heels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 69-80, 2015 (in Persian).
- [11] S. M. H. Sadati, M. Naraghi, A. R. Ohadi Hamedani, Optimum

$$\hat{\text{ext}} \int_{\tau_{k+1}^-}^{\tau_{k+1}^+} \text{ext} dt \quad (16)$$

در این معادله $\dot{i}^-$ و $\dot{i}^+$ از فاز تماس قبلی معلوم هستند. لذا رابطه تعریف آنها (که به نوع سیستم و چگونگی تعریف متغیرهای آن ارتباط دارد) به صورت دو تابع پیش ضربه Δ_P^1 و Δ_V^1 تعریف می شود یعنی:

$$\dot{i}^- = \Delta_P^1 \dot{i}^- \quad (17)$$

$$\dot{i}^- = \Delta_V^1 \dot{i}^- \quad (18)$$

که در واقع مکانیزم دو تابع نیز با هم یکی است. در دو معادله (17) و (18)، $\dot{i}^-$ و $\dot{i}^+$ شامل متغیرهای بازوی مکانیکی k ام هستند و در حالیکه $\dot{i}^-$ و $\dot{i}^+$ متغیرهای مکانی و سرعتی شیء و بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام را در خود دارند. همچنین باید توجه داشت که $\dot{i}^+$ و $\hat{\text{ext}}$ دو مجهول معادله (15) هستند که باید تعیین شوند. برای تعیین آنها معادلات دیگری باید تشکیل داد که عبارتند از معادلات برخورد پلاستیک بین شیء و بازوی مکانیکی شماره $(k+1)$. با اعمال این قیود و قیود مربوط به شرایط عدم لغزش، می توان فرض کرد که بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام و شیء به عنوان یک مجموعه واحد در نظر گرفته می شوند. لذا مرکز کف دست شیء بر روی مرکز سطح تماس بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام قرار خواهد گرفت (شامل دو متغیر) و دوران دست شیء نیز با دوران لینک پایانی متصل به سطح تماس بازوی مکانیکی مذکور، پس از ضربه، برابر خواهد بود. لذا ابعاد بردار $\dot{i}^-$ به $n+m+1$ کاهش می یابد. همچنین به این ترتیب $\hat{\text{ext}}$ تنها شامل عکس العمل های ضربه ای در پایه بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام خواهد بود؛ می توان نشان داد که در سطح تماس شیء با بازوی مکانیکی k ام که در حال جدا شدن است، عکس العمل ضربه ای وجود نخواهد داشت [23]. باید توجه داشت که قسمت سمت چپ معادله (15) در حقیقت تغییرات مومنوم زوایای سیستم، یعنی Σ ، به علت اعمال ضربه $\hat{\text{ext}}$ است یعنی:

$$\Sigma_{\text{after}} - \Sigma_{\text{before}} = \hat{\text{ext}}^T \quad (19)$$

که در آن:

$$\Sigma_{\text{after}} = \begin{bmatrix} \dot{i}^+ \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\Sigma_{\text{before}} = \begin{bmatrix} \dot{i}^- - s_M \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

در معادله (21)، $s_M \dot{i}^-$ در حقیقت مومنومشی است که به واسطه یکپارچه در نظر گرفتن پای شیء و لینک نهایی بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام از $\dot{i}^-$ کم شده است؛ چرا که بازوی مکانیکی مذکور پیش از برخورد بدون حرکت در نظر گرفته شده است و این در حالی است که در معادله (20) مقادیر مومنوم آن در نظر گرفته شده است و به واسطه تعریف عمومی متغیرها، باید اثرات آن به صورت معادله (21)، حذف گردد. همچنین داریم:

$$K_{S_M} \dot{i}^- = \dot{i}^- - s_M \dot{i}^- \quad (22)$$

که در آن K_{S_M} انرژی جنبشی مجازی مربوط به لینک نهایی بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام است با این فرض که قبل از برخورد، به دست شیء چسبیده باشد؛ این فرض چون در واقعیت صحت ندارد، باید مقادیر آن همانگونه که گفته شد برای کم کردن مومنوم مربوطه در نظر گرفته شود. همچنین باید توجه کرد که پایه بازوی مکانیکی $(k+1)$ ام که ضربه $\hat{\text{ext}}$ بر روی آن عمل می کند، ثابت است و می توان نوشت:

$$\dot{i}^+ = \begin{bmatrix} \dot{i}^- \\ \hat{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (23)$$

که در آن ژاکوبین مربوط به پایه بازوی مکانیکی مذکور است. با ترکیب معادلات (19)، (20)، (21) و (23) می توان نوشت:

- manipulation of multibody objects, *Proceedings of ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, pp. 579-584, 2010.
- [22] L. Makarem, A. Akbarimajd, M. N. Ahmadabadi, Dynamic manipulation of active objects: modeling and optimization, *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 1400-1405, 2009.
- [23] B. Beigzadeh, A. Meghdari, On dynamic non-prehensile manipulation of multibody objects, *Scientia Iranica, Transaction B, Mechanical Engineering*, Vol. 22, No. 2, pp. 467, 2015.
- [24] A. Goswami, Foot rotation indicator (FRI) point: a new gait planning tool to evaluate postural stability of biped robots, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 1, pp. 47-52, 1999.
- [25] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, PRI (palm rotation indicator): A metric for postural stability in dynamic nonprehensile manipulation, *Mechanika*, Vol. 18, No. 4, pp. 461-466, 2012.
- [26] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, Passive dynamic object manipulation: A framework for passive walking systems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 227, No. 2, pp. 185-198, 2013.
- [27] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, Passive dynamic object manipulation: preliminary definition and examples, *Acta Automatica Sinica*, Vol. 36, No. 12, pp. 1711-1719, 2010.
- [28] M. R. Sabaapour, M. R. Hairi-Yazdi, B. Beigzadeh, Passive turning motion of 3D rimless wheel: novel periodic gaits for bipedal curved walking, *Advanced Robotics*, Vol. 29, No. 5, pp. 375-384, 2015.
- [29] M. R. Hairi Yazdi, M. R. Sabaapour, B. Beigzadeh, Asymptotically stable walking control of a 3D biped robot via potential energy shaping approach, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 261-270, 2015 (in Persian فارسی).
- design, manufacturing and experiment of a passive walking biped: effects of structural parameters on efficiency, stability and robustness on uneven trains, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 52-68, 2012 (in Persian فارسی).
- [12] M. T. Mason, K. M. Lynch, Dynamic manipulation, *Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 152-159, 1993.
- [13] K. M. Lynch, M. T. Mason, Dynamic nonprehensile manipulation: Controllability, planning, and experiments, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 18, No. 1 pp. 64-92, 1999.
- [14] K. M. Lynch, Toppling manipulation, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2551-2557, 1999.
- [15] B. Beigzadeh, A. Meghdari, Y. Beigzadeh, Dynamic Manipulation of Objects Using Multiple Manipulators, *Proceedings of ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 1201-1207, 2007.
- [16] B. Tarvirdizadeh, A. Yousefi-Koma, Dynamic Object Manipulation by a Flexible Robotic Arm: Theory and Experiment, *International Journal of Robotics & Automation*, Vol. 27, No. 3, pp. 263-275, 2012.
- [17] A. Akbarimajd, M. N. Ahmadabadi, B. Beigzadeh, Dynamic object manipulation by an array of 1-DOF manipulators: Kinematic modeling and planning, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55, No. 6, pp. 444-459, 2007.
- [18] M. T. Mason, D. K. Pai, D. Rus, L. R. Taylor, M. Erdmann, A mobile manipulator, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 2322-2327, 1999.
- [19] A. Akbarimajd, M. N. Ahmadabadi, A. J. Ijspeert, Analogy between Juggling and Hopping: Active object manipulation approach, *Advanced Robotics*, Vol. 25, No. 13-14, pp. 1793-1816, 2011.
- [20] B. Beigzadeh, M. N. Ahmadabadi, A. Meghdari, A. Akbarimajd, A dynamic object manipulation approach to dynamic biped locomotion, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 56, No. 7, pp. 570-582, 2008.
- [21] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, Control and