مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد 1395، دوره 16، شماره 5، ص‌ص 39-50

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی تجربی و عددی تأثیر ترک بین لایه‌ای بر ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی موج‌دار با پوشش کامپوزیتی

آرش نعیمی آبکناری[1]، مهدی کریمی[2*]

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

* همدان، صندوق پستی 651754161، m_karimi@basu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 05 بهمن 1394

پذیرش: 13 فروردین 1395

ارائه در سایت: 18 اردیبهشت 1395

کلید واژگان:

ورق ساندویچی موج‌دار

ترک بین لایه‌ای

تحلیل مودال

روش المان محدود

چکیده

امروزه مواد کامپوزیتی و ساختارهای ساندویچی به دلیل خواص منحصر به‌فردی از جمله، نسبت استحکام به وزن بالا، مقاومت به خوردگی و توانایی جذب انرژی و صدا بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند. موج‌دار کردن این نوع ساختارهای ساندویچی روشی مؤثر برای تقویت خواص مکانیکی آنهاست. در این مقاله به بررسی دینامیکی این سازه‌های موج‌دار برای عملکرد مطلوب در شرایط ارتعاشی پرداخته شده است. یکی از آسیب‌های مهم در مواد مرکب لایه‌ای کامپوزیتی، ترک بین لایه‌ای و در نهایت جدایی بین لایه‌ها می‌باشد. در روش المان محدود با استفاده از نرم‌افزار انسیس به تحلیل ارتعاشی ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای همراه با ترک پرداخته شد. ورق مدل‌سازی شده یک مدل جدید از ورق‌های ساندویچی موج‌دار است که دارای یک هسته موج‌دار نرم از جنس فوم و پوششی موج‌دار از جنس لایه‌های کامپوزیتی از نوع شیشه/ اپوکسی است. به منظور اعتبارسنجی و اطمینان از صحت رفتار ارتعاشی ورق مدل‌سازی شده، نتایج حاصل از تحلیل مودال تجربی و روش المان محدود، مورد مقایسه قرار گرفته شد. تأثیرات ابعادی و موقعیت ترک بین لایه‌ای بر فرکانس طبیعی بگونه‌ای بود که با افزایش ابعاد ترک، فرکانس طبیعی ورق کاهش یافته و با تغییر موقعیت آن در عمق ورق، این فرکانس نیز کاهش یافت. تغییرات در مشخصات ارتعاشی ورق ساندویچی، اطلاعات جامعی را برای آموزش و طراحی شبکه عصبی تولید می‌کند تا یک روش مؤثر در عیب‌یابی و پیش‌بینی وقوع عیب بدست آید.

Experimental and numerical investigation of interlayer crack effects on the free-vibration of corrugated-face sheet composite sandwich plates

Arash Naeimi Abkenari, Mahdi Karimi *

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran
* P.O.B. 651754161, Hamedan, Iran, m_karimi@basu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 25 January 2016
Accepted 01 April 2016
Available Online 07 May 2016

Keywords:
Corrugated sandwich plate
Interlayer crack
Modal analysis
Finite element

ABSTRACT

Today, composite material and sandwich plate structures are used more and more due to the unique properties such as a high ratio of strength to weight, corrosion resistance and energy or sound absorption ability. Corrugating sandwich structures is an effective method to reinforce mechanical properties of the composite materials. In this paper, dynamic analysis of these corrugated structures was carried out for a desired performance in the vibratory condition. One of the most important types of damage in the composite material layers is an inter-layer crack and also the separation between two layers. Vibration analysis of the trapezoidal corrugated sandwich plate was accomplished with ANSYS software using the finite element method. Simulated sandwich plate is a new model of corrugated sandwich plate which has a soft corrugated foam core and a cover of composite layers made from epoxy/glass. In order to validate the vibration behavior of the simulated sandwich plate, the results of experimental modal analysis were compared to the finite element method. The geometry and location effects of inter-layer crack on natural frequencies of the plate were investigated. It was found that with increasing crack dimensions the natural frequencies of the plate decreases and also depth of crack causes a decrease in the natural frequencies, which are promising results compared to the other references. The changes in vibration characteristics of the sandwich plate can produce comprehensive data to be used in training and design of the artificial neural network for a promising approach in fault detection and prediction field.

1- مقدمه

تحقیقاتی که در سال‌های اخیر توسط دانشمندان انجام گرفته، نشان داده است که موج‌دار کردن قسمت هسته و یا پوسته ورق‌های ساندویچی و استفاده از چین‌خوردگی می‌تواند به عنوان روشی مؤثر برای بهبود و تقویت خواص مکانیکی این ساختارها مورد استفاده قرار گیرد. در واقع موج‌دار کردن ورق‌ها و ساختارهای ساندویچی باعث افزایش نسبت سفتی به وزن در آن‌ها می‌شود. در نتیجه این نوع از ورق‌های ساندویچی توانایی تحمل بار و نیروی بیش‌تری در مقایسه با ورق‌های ساندویچی تخت را دارا هستند [1-3]. با این

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. Naeimi Abkenari, M. Karimi, Experimental and numerical investigation of interlayer crack effects on the free-vibration of corrugated-face sheet composite sandwich plates1, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 39-50, 2016 (in Persian)

وجود تحقیقات زیادی بر روی ورق‌های تخت با ترکیب مواد هوشمند نیز انجام شده تا به بررسی بهبود استحکام این نوع ورق‌ها بپردازند [4-6]. در سال 2006 لیوو و همکارانش [1] رفتار ورق چند لایه‌ای موج‌دار را تحت بار تک محوره با استفاده از تئوری گالرکین[1] بر پایه‌ی تئوری مرتبه اول برشی[2] مورد بررسی قرار دادند که در نهایت نتایج حاصله را با نتایج بدست آمده از تحلیل نرم‌افزار انسیس[3] مقایسه کرده‌اند. ورق موج‌دار ارائه شده از دو شکل هندسی موج‌دار سینوسی و ذوزنقه‌ای و با استفاده از خواص ارتوتروپیک شبیه‌سازی شد. در نهایت به این نتیجه رسیدند که مدل با شکل هندسی موج ذوزنقه‌ای نسبت به سینوسی از استحکام و بار کمانشی بالاتری برخوردار است. همچنین آن‌ها در سال 2009 به تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته‌های موج‌دار سینوسی و ذوزنقه‌ای به روش گالرکین پرداختند و در بررسی‌های خود به این نتیجه رسیدند که پوسته موج‌دار ذوزنقه‌ای نتیجهٔ بهتری نسبت به پوسته سینوسی دارد [2]. دانشمندان برای بهبود استحکام و کارایی ورق‌ها با معرفی ورق‌های ساندویچی به بررسی رفتار آن‌ها پرداختند. با تغییر هندسه پوسته یا هسته توانستند تحمل بار بر روی ورق را افزایش دهند. در سال 2009 گرنستد و رنی [7] ورق‌های ساندویچی با هسته نرم و پوسته کامپوزیتی یک طرف موج‌دار را مورد بررسی قرار دادند. نتایج عددی نشان داد که ورق‌های ساندویچی موج‌دار قادر به تحمل بار بیش‌تری در مقایسه با ورق‌های ساندویچی تخت هستند. به تازه‌ترین تحقیقات انجام گرفته در زمینه ورق‌های ساندویچی می‌توان به بارتولوزی و همکارانش [8] که به بررسی ورق‌های ساندویچی با هسته موج‌دار سینوسی، و کیلیکاسلان و همکارانش [9] که به پاسخ ضربه در ورق‌های ساندویچی با هسته موج‌دار ذوزنقه‌ای از جنس آلومینیوم پرداختند، اشاره کرد. همچنین خیری‌خواه و همکارانش [3] با تجزیه و تحلیل رفتار ارتعاشی ورق‌های ساندویچی تخت و موج‌دار سینوسی و ذوزنقه‌ای به این نتیجه دست یافتند که موج ذوزنقه‌ای باعث افزایش سفتی ورق نسبت به موج سینوسی و ورق تخت می‌شود.

ورق‌ها با توجه به کاربرد در محیط‌های مختلف، مستعد انواع نقص و آسیب از قبیل ترک خوردگی، فرسایش، تجزیه مواد و غیره در طول زمان هستند که سبب می‌گردد تا رفتار سازه در طول عمر بهره‌برداری دست‌خوش تغییر شود. این نقص‌ها باعث تغییر در میزان ایمنی و ظرفیت باربری سازه می‌شود. ترک بین لایه‌ای که دلیل اصلی به وجود آمدن تورق[3] در سازه‌های کامپوزیتی چندلایه‌ای است، می‌تواند در هر لحظه از عمر سازه مانند: ساخت، حمل سازه، ماشین‌کاری و غیره به وجود آید. از جمله تحقیقات انجام گرفته در زمینه تورق و ترک بین لایه‌ای در مواد مرکب لایه‌ای می‌توان به اولسون [10] اشاره کرد. فروزان و محمدی به تحلیل دینامیکی ترک خوردگی میان لایه‌ای در پوسته‌های کامپوزیتی پرداختند [11]. آن‌ها به معرفی روشی عددی برای مدل‌سازی و بررسی پدیده مخرب ترک خوردگی میان لایه‌های کامپوزیت با بهره‌گیری از مبانی نظریه مومسانی، مکانیک تماس محاسباتی و مکانیک شکست پرداختند. اندرس و ماسابو به بررسی تأثیر عیوب حاصل از مواد در چند لایه‌های کامپوزیتی بر رفتار شکست با اعمال بارگذاری شبه استاتیکی پرداختند [12]. آن‌ها با فرض آسیب کوچک جدایش بین‌لایه‌ای و با تغییر ضخامت ورق کامپوزیتی تحقیق خود را انجام دادند. تحقیقات ولادیمیر در سال 1996 [13]، بسیاری از جنبه‌های مربوط به تورق و دیگر نقص‌ها در سازه‌های کامپوزیتی از جمله ظرفیت حمل بار باقی مانده اجزا لایه‌لایه شده را ارائه می‌دهد. شکل 1 نمونه‌ای از ترک بین لایه‌ای در لایه‌های متفاوت و شکل 2 نمونه‌ای از تورق در نزدیکی سطح چند لایه کامپوزیتی را نشان می‌دهد. از جدیدترین پژوهش‌های انجام شده در زمینه جدایش بین لایه‌ای می‌توان به تحقیقات خان [14]، گونگ [15] و همکارانشان اشاره کرد.

در این مقاله، به منظور ایجاد شرایطی کاملا برابر در مدل‌سازی، بارگذاری و اعمال شرایط مرزی ورق سبک و مستحکم ساندویچی موج‌دار با پوشش چند لایه‌ای کامپوزیتی، از زبان کدنویسی موجود در نرم‌افزار انسیس (APDL)، استفاده شده است. ورودی‌های مسأله از جمله ابعاد ورق و ترک سه‌بعدی نیم‌بیضوی بصورت پارامتری وارد شده و تحلیل مودال‌های مختلفی با تغییر پارامترهای ورودی، به روش المان محدود انجام خواهد شد. به توصیف روند مدل‌سازی به طور مختصر در بخش‌های بعدی پرداخته می‌شود. روش اجزاء محدود از بهترین و کم هزینه‌ترین روش‌ها برای بررسی رفتار سازه‌های بسیار پیچیده بوده که روش‌های تحلیلی برای آن‌ها تقریبا غیرقابل استفاده است. به منظور اعتبارسنجی نتایج استخراج شده از تحلیل ارتعاشات ورق‌های ساندویچی موج‌دار حاوی ترک بین لایه‌ای به روش المان محدود، ورق‌ها با خصوصیات ابعادی مورد نظر، طراحی و ساخته شده و به کمک نتایج حاصل از آزمایش‌های مودال برروی مدل تجربی، صحه‌گذاری خواهد شد.

اثر پارامترهای ترک از جمله ابعاد و موقعیت مکانی آن بر ویژگی‌های ارتعاشی ورق، مانند فرکانس‌های طبیعی، مورد مطالعه قرار خواهد گرفت و در نهایت اطلاعات جامعی در زمینه‌ی آنالیز و تأثیر عیوب ترک بر ارتعاش ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی در جهت استفاده در شناسایی عیوب، به‌دست خواهد آمد. باید به این نکته اشاره نمود که آزمون‌های غیرمخربی از قبیل مایع نفوذپذیر، تست ذرات مغناطیسی و غیره برای تشخیص ترک وجود دارد. در هر یک از این روش‌ها کل قطعه یا ورق باید مورد بررسی قرار گیرد که در نتیجه، گران و زمان‌بر هستند [16]. استفاده از روش‌هایی براساس ارتعاشات برای تشخیص ترک، یکی از روش‌های جایگزین است که دارای دو مزیت نسبت به دیگر روش‌ها است. 1) در مسافت‌های معینی از یک نقطه، داده‌برداری انجام می‌گیرد و در نتیجه نیاز به بررسی کل قطعه نخواهد بود. 2) ممکن است دسترسی به قسمت‌هایی از قطعه میسر نباشد، پس با استفاده از روش ارتعاشات تنها با دسترسی به یک نقطه از قطعه، فرکانس طبیعی آن مشخص شده و وجود ترک و ابعاد آن تشخیص داده می‌شود [17].

2- مدل‌سازی ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای حاوی ترک

2-1- ابعاد و هندسه ورق ساندویچی

ورق ساندویچی موج‌دار ارائه شده در این مقاله، دارای ابعاد $a \times b$ و ضخامت کل h است. ورق‌های ساندویچی از سه لایه تشکیل شده‌اند که عبارتند از: پوسته فوقانی، پوسته تحتانی و هسته. شکل 3 هندسهٔ ورق ساندویچی

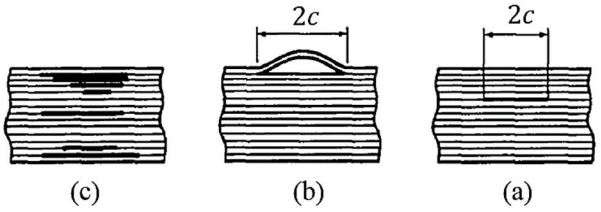


Fig. 1 Three types of delamination: (a) internal, (b) near-surface and (c) multiple cracking [13]

شکل 1 سه نمونه از ترک (جدایش) بین لایه‌ای: الف) داخلی، ب) نزدیک سطح و ج) ترک‌های متعدد [13]

[1] Galerkin Theory
[2] First-Order Shear Deformable Theory (FSDT)
[3] Delaminate or Ductility

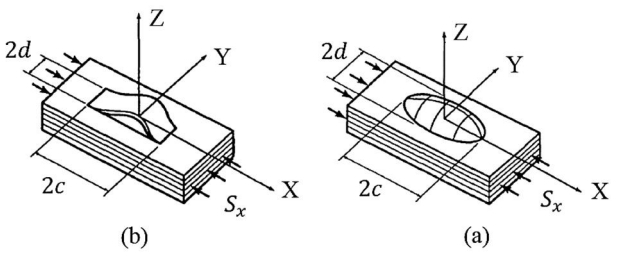


Fig. 2 Near-surface delamination: (a) closed buckled one, (b) open buckled delamination [13]

شکل 2 تورق در نزدیکی سطح چند لایه کامپوزیتی: الف) تورق بسته قلاب شده، ب) تورق باز قلاب شده [13]

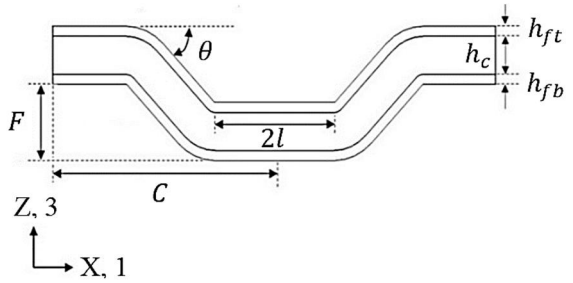


Fig. 3 Cross-sectional view of the trapezoidal wave and its parameters

شکل 3 نمای شماتیک موج ذوزنقه‌ای با پارامترهای مؤثر

موج‌دار ذوزنقه‌ای با نمای دو بعدی و پارامترهای مهم از جمله: دامنه موج، طول موج، ضخامت هسته و پوسته‌های فوقانی و تحتانی را نشان می‌دهد. پارامترهای مهمی که در ورق‌های ساندویچی معیار بیان میزان طول و ضخامت ورق‌ها هستند با پارامترهای بی‌بعد معرفی می‌شوند که عبارتند از: نسبت طول به عرض ورق (a/b) و همین‌طور نسبت طول به ضخامت کل ورق ساندویچی (a/h). ضخامت پوسته فوقانی، h_{ft}، پوسته تحتانی، h_{fb} و ضخامت هسته با h_c نمایش داده می‌شود. نسبت ضخامت پوسته‌های کامپوزیتی به ضخامت کل ورق به‌صورت $h_{ft} = h_{fb} = 0.1h$ و ضخامت هسته $h_c = 0.8h$ است[18]. با توجه به شکل 3، زاویه‌ی شکل هندسی ذوزنقه، θ تعریف شده که دارای مقداری ثابت و برابر 45° است. موج ذوزنقه‌ای دارای دامنه و طول موجی به ترتیب برابر با $F/2$ و $2C$ می‌باشد[2]. طول سطح قله (یا دره) موج با $2l$ نشان داده شده و چیدمان الیاف در پوسته کامپوزیتی ورق به صورت $[0/\alpha/0/\alpha/\text{Core}/\alpha/0/\alpha/0]$ در نظر گرفته شده است. مواد به کار رفته در ورق ساندویچی ارائه شده عبارتند از: ماده نرم ایزوتروپیک که در قسمت هسته، و یک ماده‌ی مستحکم کامپوزیتی ایزوتروپیک عرضی[1] با زمینه‌ی اپوکسی[2] و الیاف شیشه که در پوسته‌ها استفاده شده است. شکل 4 نمای سه‌بعدی ورق ساندویچی با یک ترک نیم‌بیضوی را نشان می‌دهد که طول ترک با c و عمق ترک با d مشخص شده است. تحلیل ورق به روش المان محدود، به دلیل قرارگیری ترک در مرکز ورق (در مرکز سطح)، و متقارن بودن ورق و محورهای ترک نسبت به عرض ورق (صفحه X – Y)، به صورت شکل 4 بوده و شرایط مرزی اعمالی آن گونه است که نتایج بدست آمده از تحلیل یک‌دوم ورق با نتایج حاصل از ورق کامل، یکسان خواهد بود.

2-2- مدل‌سازی ترک

اکثر ترک‌ها با اشکال مختلف پس از کمی رشد به یک سطح نیم‌بیضوی تبدیل می‌شوند[19]. شکل 5، شماتیک یک ترک نیم بیضوی را نشان می‌دهد. مطابق شکل نقاط روی بیضی نشان دهنده جبهه ترک[3] می‌باشند. پارامترهایی که از اهمیت بسیاری در مدل‌سازی ترک نیم‌بیضوی برخوردارند، عبارتنداز: طول ترک (c)، عرض ترک (d) و زاویه‌ی دایروی سطح ترک (φ). یکی از پارامترهایی که در این نوع از ترک‌ها بیش‌تر استفاده می‌شود، نسبت بی‌بعد عمق ترک به طول ترک (d/c) است. در این مقاله از یک ترک بسته نیم‌بیضوی، با پارامترهای تعریف شده، به صورت بین لایه‌ای استفاده شده و مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. در بحث مدل‌سازی ورق و اعمال ترک در آن، ابتدا لازم است سطحی که قرار است ترک بر روی آن ایجاد شود، ساخته شده و سپس باید بر روی این سطح، جبهه ترک (تونل ترک) که یک نیم‌بیضی است، رسم گردد. چون ترک در بین لایه‌های پوسته در صفحه طول و عرض ورق در نظر گرفته شده است، ابتدا باید یک مستطیل به عنوان سطحی که ترک بر روی آن مدل سازی می‌شود، ایجاد گردد.

نکته مهم در المان‌بندی نوک ترک این است که باید نودهای میانی المان‌های ردیف اول از المان‌های نوک ترک، در فاصله یک چهارم ضلع المان از نوک ترک قرار گیرند (شکل 6 (الف)). برای ایجاد المان‌های نوک ترک از المان صفحه‌ای 6 گره‌ای (نود[4]) پلن82[5] با 2 درجه آزادی برای هر گره، استفاده شده است. سپس المان‌بندی نوک ترک با استفاده از المان‌های سه بعدی سالید95[6] مطابق شکل 6 (ب)، شبکه‌بندی می‌گردد. مدل‌سازی بخش ترک با ایجاد سطح ترک و سطح پشتی جبهه ترک، به پایان می‌رسد.

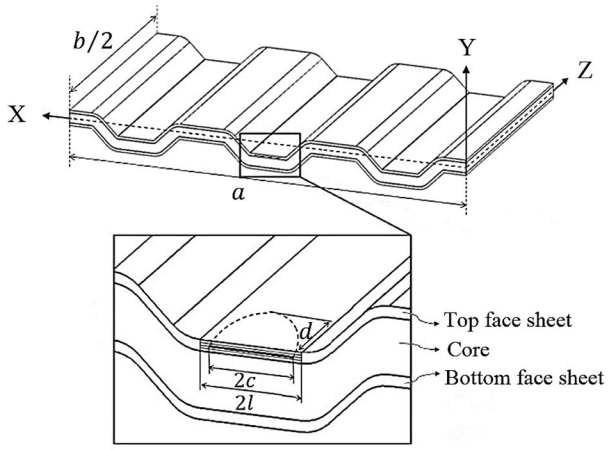


Fig. 4 Cross-sectional view of half trapezoidal corrugated sandwich plate, delamination of semi-elliptic

شکل 4 نمای یک‌دوم (نصف) ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای، حاوی ترک بین لایه‌ای نیم‌بیضوی

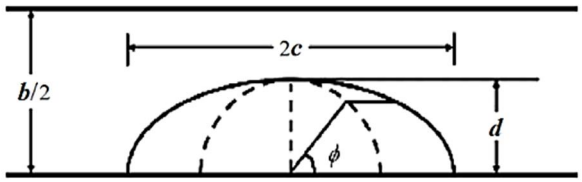


Fig. 5 Typical semi-elliptical crack

شکل 5 نمونه ترک نیم‌بیضوی

[1] Transversely Isotropic
[2] Epoxy

[3] Crack Front
[4] Node
[5] Plane 82
[6] Solid 95

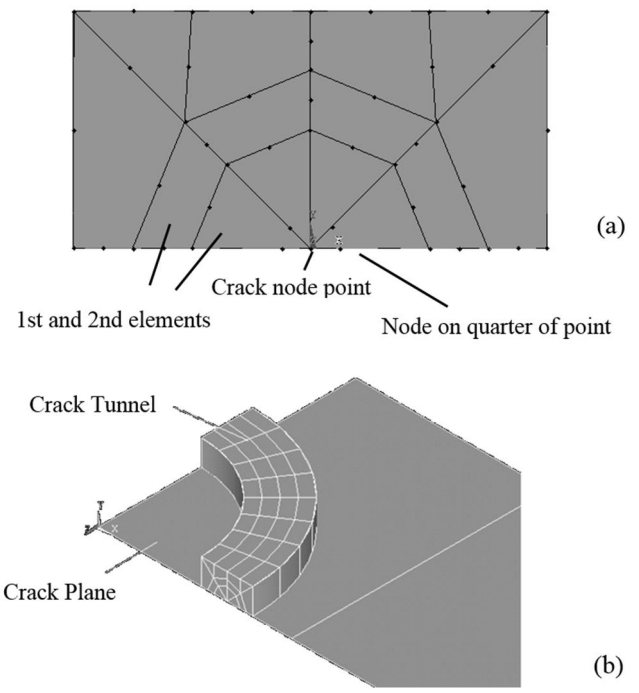


Fig. 6 Meshing of crack tunnel: (a) 2D elements of plane 82 and node formation, (b) Constructing 3D singular elements at the crack front

شکل6 مش‌بندی تونل ترک: الف) المان‌های دوبعدی پلن82 و نحوه قرارگیری نودها، ب) ایجاد المان‌های سه‌بعدی منفرد در سطح ترک

2-3- مدل‌سازی ورق ساندویچی موج‌دار

ابتدا با توجه به مقدار دامنه موج $(F/2)$ و طول موج $(2C)$ و تعداد موج در راستای طول ورق، موج ذوزنقه ساخته شده و یک سطح موقتی با موج ذوزنقه‌ای به طول a و عرض b روی صفحه $X-Y$ ایجاد می‌شود. سپس با استفاده از یک المان پوسته‌ای 8 گره‌ای مانند شل93[1] با 6 درجه آزادی برای هر گره، این سطح مش‌بندی می‌گردد.

در واقع این سطح به عنوان شالوده و فونداسیون ورق و تنها برای المان‌بندی منظم رویه‌ها و هسته ساخته شده است. برای ساختن هسته کافی است سطح فوقانی رویه را به ارتفاع $h_c/2$ و همچنین سطح تحتانی را نیز به ارتفاع $h_c/2$ حجم داده و در مجموع هسته‌ای با موج ذوزنقه‌ای و ضخامت h_c ساخته می‌شود. برای مدل‌سازی هسته از المان آجری سه‌بعدی 20 گره‌ای سالید 95 با 3 درجه آزادی برای هر گره، استفاده شده است. این المان برای حل مسائل خطی و غیرخطی سازه‌ای بسیار مناسب بوده و همچنین قابلیت مدل‌سازی مواد غیرآیزوتروپیک را دارا می‌باشد. برای مدل‌سازی پوسته کامپوزیتی ورق ساندویچی در سطح فوقانی و تحتانی هسته، المان سالید191، که المان آجری 20 گره‌ای لایه‌ای با 3 درجه آزادی برای هر گره می‌باشد، انتخاب شده است. با ایجاد حجم سطح فوقانی هسته تا ارتفاع h_{ft} و همچنین سطح تحتانی هسته تا ارتفاع h_{fb}، پوسته‌های بالایی و پایینی تشکیل شده و به این ترتیب ورق شکل می‌گیرد. با این کار ضمن حفظ نظم اولیه مش‌بندی، چسبندگی رویه و هسته تضمین می‌شود. با توجه به روند مدل‌سازی ورق ساندویچی که بیان شد، شکل 7 و 8 مدل المان محدود ورق را با یک ترک لایه‌ای، بین لایه‌های 3-2 نشان می‌دهد.

[1] Shell 93

2-4- اعمال شرایط مرزی

در این پژوهش برای تحلیل مودال ورق ساندویچی مورد نظر به صورت اجزاء محدود از شرایط مرزی گیردار[2] استفاده می‌گردد. اگر لبه تکیه‌گاه گیردار باشد، هر سه مولفه جابجایی، در سه جهت محورهای مختصات کارتزین (u, v, w) محدود می‌شوند. در این حالت، شرایط مرزی اعمالی یک سرگیردار و چهار سرگیردار به صورت رابطه (1) خواهد بود:

در شرایط مرزی یک سرگیردار در صفحات موازی با محور Z:

$$X = 0 \rightarrow u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0 \quad (1)$$

در شرایط مرزی چهار سرگیردار در صفحات موازی با محور Z:

$$X = 0 \rightarrow u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0 \quad (2)$$

$$X = a \rightarrow u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0 \quad (3)$$

و در صفحات موازی با محور X:

$$Z = \pm b/2 \rightarrow u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0 \quad (4)$$

همچنین در صورت تحلیل یک‌دوم (نصف) ورق به دلیل وجود تقارن نسبت به صفحه $X-Y$ (شکل 4)، در شرایط مرزی چهار سرگیردار باید جابه‌جایی در راستای عمود بر صفحه به صورت رابطه (5) اعمال شود.

$$Z = 0 \rightarrow w = 0 \quad (5)$$

3- ساخت ورق ساندویچی

ساختار ورق ساندویچی از فوم[3] سبک و نرم ایرکس سی70- 55[4] به عنوان هسته و از الیاف شیشه و رزین اپوکسی در پوسته آن تشکیل شده است. خصوصیات الیاف شیشه و رزین اپوکسی در جدول 1 و خواص مکانیکی هسته و تک لایه‌های کامپوزیتی پوسته ورق ساندویچی به دست آمده از روند ساخت، با توجه به اطلاعات عددی مواد اولیه در جدول 1 و روابط (6) تا (9) موجود در رفتار میکرومکانیک یک تک لایه بیان شده در مرجع [20]، در جدول 2 ارائه شده است.

$$\frac{1}{\rho_{co}} = \frac{W_f}{\rho_f} + \frac{W_m}{\rho_m}\ , W_f = \frac{\rho_f}{\rho_{co}} V_f\ , W_m = \frac{\rho_m}{\rho_{co}} V_m \quad (6)$$

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m\ , \frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (7)$$

$$\upsilon_{12} = \upsilon_f V_f + \upsilon_m V_m \quad (8)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad (9)$$

برای ساخت ورق ساندویچی با پوشش‌های کامپوزیتی، ترکیبی از روش‌های لایه‌گذاری دستی و قالب‌گیری فشاری استفاده شده است. ابتدا الیاف با زاویه صفر درجه برروی کف قالب قرار گرفته شده و توسط رزین آغشته می‌شود. این روند لایه‌گذاری به ترتیب با زوایای 90، 0 و 90 ادامه پیدا کرده و در نتیجه به شکل‌گیری پوسته زیرین منجر می‌شود $(\alpha = 90^\circ)$. فوم موج‌دار ذوزنقه‌ای برروی پوسته ایجاد شده، به عنوان هسته قرار داده می‌شود. جهت اعمال ترک بین هسته و پوسته فوقانی، یک ورق نیم‌بیضوی آلومینیومی 1 میلی‌متری آغشته به ریلیز فیلم (مایع PVA – ماده جدا کننده)، بر روی فوم جایگذاری می‌شود.

[2] Clamped
[3] Foam
[4] AIREX-C70-55

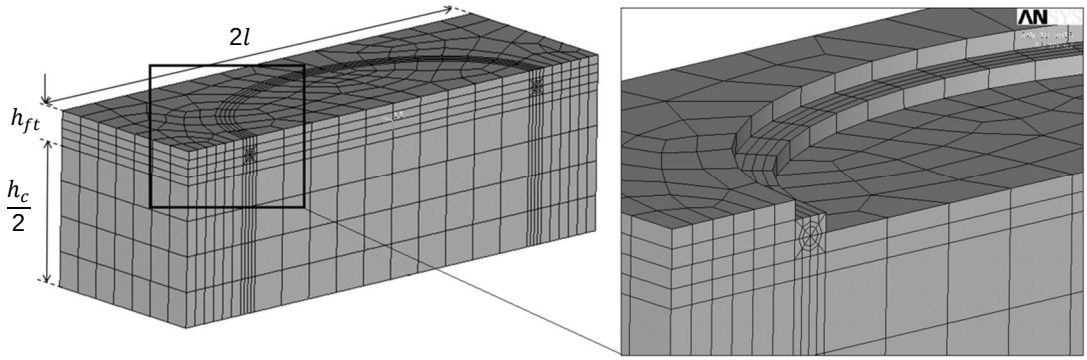


Fig. 7 Top face sheets with four composite layers and semi-elliptical crack between layers 2-3

شکل 7 پوسته فوقانی ورق با چهار لایه‌ی کامپوزیتی و ترک نیم بیضوی بین لایه 3-2

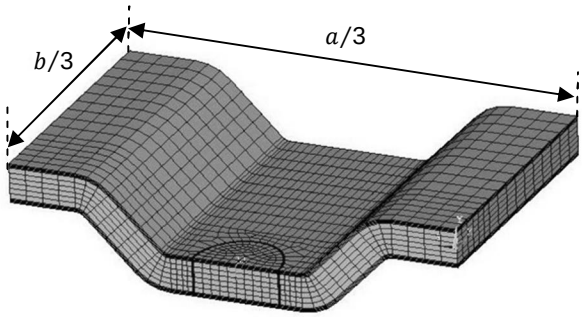


Fig. 8 Finite element modeling of a wave with semi-elliptic delamination

شکل 8 مدل المان محدود یک موج حاوی ترک بین لایه‌ای نیم‌بیضوی

جدول 1 خواص مواد اولیه و کسر وزنی آن‌ها در تک لایه کامپوزیتی

Table 1 Pre-material properties and mass fraction of them in single composite layer

مواد	مدول الاستیسیته (GPa)	نسبت پوآسون	مدول برشی (GPa)	چگالی (kg/m^3)	کسر وزنی
الیاف شیشه	85	0.20	35.42	2500	0.28
رزین اپوکسی EC 130LV (هاردنر W 340)	3.40	0.30	1.308	1150	0.72

سپس پوسته فوقانی را به مانند پوسته زیرین با این تفاوت که در زیر لایه اول، الیاف شیشه با زاویه 90 درجه قرار گرفته، برروی فوم لایه‌گذاری می‌شود. در نهایت ورق ساندویچی موج‌دار در قالب موردنظر تا زمان خشک شدن لایه-های کامپوزیتی، تحت فشار قرار می‌گیرد. شکل 9 روند شرح داده شده را به‌طور مختصر نشان می‌دهد. ترک‌های بین پوسته فوقانی و هسته، از لبه ورق در راستای طول آن در قله و دره موج ذوزنقه، در موقعیت C1، C2 و C3 اعمال شده‌اند (شکل 10).

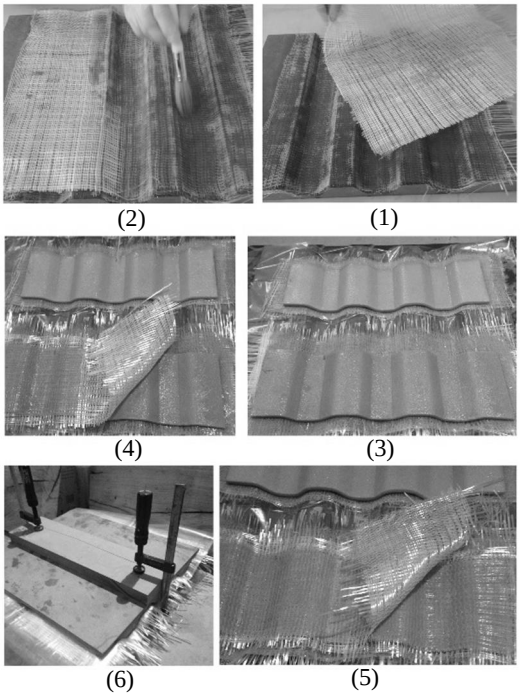


Fig. 9 Procedure of composite sandwich plate fabricating and plate molding

شکل 9 روند ساخت ورق ساندویچی با پوشش کامپوزیتی و قالب‌گیری ورق

جدول 2 خواص مواد ارائه شده در مدل المان محدود و تست تجربی

Table 2 Material properties used in the present finite element modeling and Experimental test

شماره مجموعه مواد	جایگاه	جنس	مدول الاستیسیته (GPa)			نسبت پوآسون			مدول برشی (GPa)			چگالی (kg/m^3)
			E_1	E_2	E_3	v_{12}	v_{13}	v_{23}	G_{12}	G_{13}	G_{23}	
1	پوسته	شیشه/اپوکسی	15.8	3.98	3.98	0.285	0.285	0.285	1.53	1.53	1.55	1354.8
2	هسته	فوم (AIREX-C70-55) 5 میلی‌متر		0.045			0.0227			0.022		60
	پوسته	شیشه/اپوکسی [20]	38.6	8.27	8.27	0.26	0.26	0.26	4.14	4.14	3.28	1800

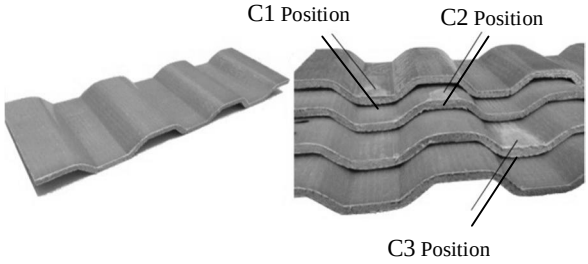


Fig. 10 Fabricated cracked and non-cracked plate

شکل 10 ورق ساخته شده بدون ترک و حاوی ترک

4- اعتبارسنجی مدل المان محدود

به منظور اعتبارسنجی و اطمینان از صحت رفتار ارتعاشی بدست آمده از ورق، مدل المان محدود ورق ساندویچی با a = 300 (mm) از نظر همگرایی مش و عدم وابستگی نتایج به نوع مش‌بندی و تعداد المان‌ها، مورد بررسی قرار گرفته می‌شود. در ادامه داده‌های عددی حاصل از تحلیل مودال تجربی که در آزمایشگاه تحلیل مودال دانشکده مکانیک دانشگاه تهران انجام گرفته شده، با نتایج حاصل از تحلیل مودال به روش المان محدود در نرم‌افزار انسیس مقایسه می‌شود. ورق با دو شرایط مرزی یک سرگیردار و چهار سرگیردار مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به نحوه اعمال ترک که در بخش 3 ذکر شد، در ساخت ورق حاوی ترک جهت تست تجربی، امکان ایجاد ترک بین لایه‌های کامپوزیتی در مرکز ورق وجود ندارد (شکل 2 (الف)) لذا لزوم اعمال شرایط مرزی یک سرگیردار در تست تجربی به این دلیل است که ترک در لبه ورق ایجاد شده و از آن‌جا که بتوان تأثیر ترک بر فرکانس طبیعی ورق را مشاهده نمود، باید لبه حاوی ترک آزاد باشد (شکل 10). پس از مقایسه نتایج حاصل از تست تجربی و المان محدود و صحه‌گذاری بر نتایج، به دلیل نزدیکی نتایج حاصل از شرایط تحلیل به شرایط واقعی بوجود آمده در ورق-های چند لایه‌های کامپوزیتی حاوی ترک (شکل 2 (الف))، و همچنین مشاهده هرچه بهتر تأثیر ترک بر فرکانس طبیعی، از شرایط مرزی چهار سرگیردار استفاده شده است. باید به این نکته اشاره نمود که به دلیل بالا بودن فرکانس طبیعی در شرایط مرزی چهار سرگیردار نسبت به دیگر شرایط مرزی [3]، تغییرات فرکانس طبیعی حاصل از وجود ترک محسوس‌تر است.

4-1- همگرایی مش

یکی از مرسوم‌ترین راه‌های اطمینان از صحت جواب در روش المان محدود (FEM)، همگرایی مش و عدم وابستگی مدل به مش‌بندی و تعداد المان‌های به‌کار رفته در آن می‌باشد. در این روش چند مدل با تعداد المان متفاوت مورد تحلیل قرار می‌گیرد. اگر نتایج حاصله از تحلیل مدل‌های مختلف همگرا باشند، یعنی در اثر افزایش تعداد المان‌ها، نتایج دچار تغییرات چندانی نشده باشد، آن‌گاه می‌توان نسبت به صحت مدل‌سازی، نوع مش‌بندی اطمینان حاصل نمود. ورق مورد تحلیل با استفاده از مجموعه مواد اول و مشخصات ورق اول و دوم به ترتیب از جدول 2 و 3 در حالت بدون ترک در نظر گرفته می‌شود. تغییرات مودهای خمشی برحسب تعداد المان در جدول 4 و 5 نشان داده شده است. شکل 11 و 12 سه شکل مود خمشی اول حاصل از تحلیل مودال ورق در شرایط مرزی مختلف را نشان می‌دهد. همچنین با توجه به داده‌های ارائه شده در جدول، می‌توان به روش مدل‌سازی و تعداد المان‌ها در تحلیل به روش المان محدود اطمینان حاصل نمود.

جدول 3 مشخصات ابعادی ورق ساندویچی

Table 3 Sandwich plate dimension

شماره ورق	شرایط مرزی	عرض ورق	نسبت طول ورق به ضخامت ورق	طول موج	دامنه به طول موج
1	یک سر گیردار	3	48	3	0.075
2	چهار سر گیردار	2			
3					

جدول 4 همگرایی فرکانس‌های اصلی (شرایط مرزی یک سر گیردار)

Table 4 Convergence of the fundamental frequencies (one edges clamped boundary condition)

تعداد المان	فرکانس طبیعی (درصد کاهش) (Hz) (1,1)	(2,1)	(3,1)
2880	26.61	160.45	424.91
4860	26.56 (% -0.187)	160.03 (% -0.262)	424.11 (%- 0.188)
10080	26.49 (% -0.263)	159.29 (%- 0.462)	423.05 (% -0.250)
12600	26.46 (% -0.113)	158.78 (% -0.320)	422.57 (% -0.113)
13500	26.44 (% -0.076)	158.54 (% -0.151)	422.44 (% -0.031)
15300	26.43 (% -0.038)	158.42 (% -0.076)	422.39 (% -0.012)
18900	26.42 (% -0.037)	158.39 (% -0.019)	422.36 (% -0.007)
24200	26.42 (% 0.000)	158.38 (% -0.006)	422.35 (% -0.002)

جدول 5 همگرایی فرکانس‌های اصلی (شرایط مرزی 4 سر گیردار)

Table 5 Convergence of the fundamental frequencies (4 edges clamped boundary condition)

تعداد المان	فرکانس طبیعی (درصد کاهش) (Hz) (1,1)	(2,1)	(3,1)
2880	2165.3	2289.9	2468.7
4860	2164.5 (% -0.037)	2288.5 (% -0.061)	2467.4 (% -0.069)
10080	2162.8 (% -0.078)	2286.8 (% -0.074)	2465.3 (% -0.085)
12600	2162.4 (% -0.018)	2286.2 (% -0.026)	2464.6 (% -0.045)
13500	2162.1 (% -0.014)	2285.9 (% -0.013)	2463.9 (% -0.028)
15300	2161.9 (% -0.009)	2285.7 (% -0.009)	2463.6 (% -0.012)
18900	2161.8 (% -0.004)	2285.6 (% -0.004)	2463.4 (% -0.008)
24200	2161.8 (% 0.000)	2285.6 (% 0.000)	2463.3 (% -0.004)

4-2- مقایسه نتایج تجربی و المان محدود

ورق ساندویچی موج‌دار بدون ترک و حاوی ترک بین لایه‌ای نیم‌بیضوی با خصوصیات مکانیکی مجموعه مواد اول از جدول 2 و مشخصات دوم از جدول 3، در دو حالت تکیه‌گاه شبه صلب و تکیه‌گاه صلب مورد تحلیل مودال قرار می‌گیرد. (شکل 13 الف و ب). با توجه به این که اعمال شرط مرزی گیردار (مقید) در حالت تئوری آسان است، ایجاد آن در عمل و یافتن تکیه‌گاهی که به اندازه کافی صلب باشد، مشکل است. منظور از تکیه‌گاه شبه صلب، این است که از گیره‌های سبک برای اتصال به تکیه‌گاه، و تکیه‌گاه صلب، از گیره‌های صلب و بسیار سنگین نسبت به ورق استفاده شده است.

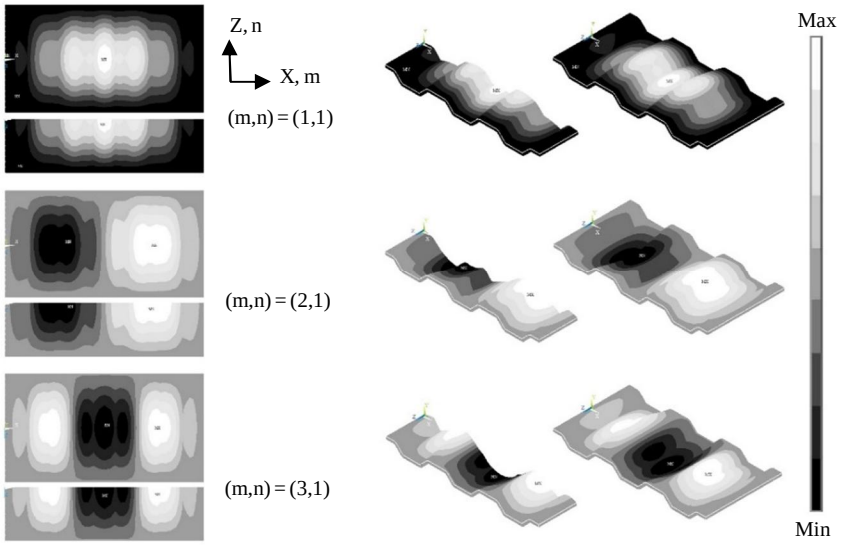


Fig. 11 The contour and mode shapes for the trapezoidal corrugated sandwich plate (4 edges clamped boundary condition)

شکل 11 کانتور و شکل مودهای ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای (شرایط مرزی 4 سر گیردار)

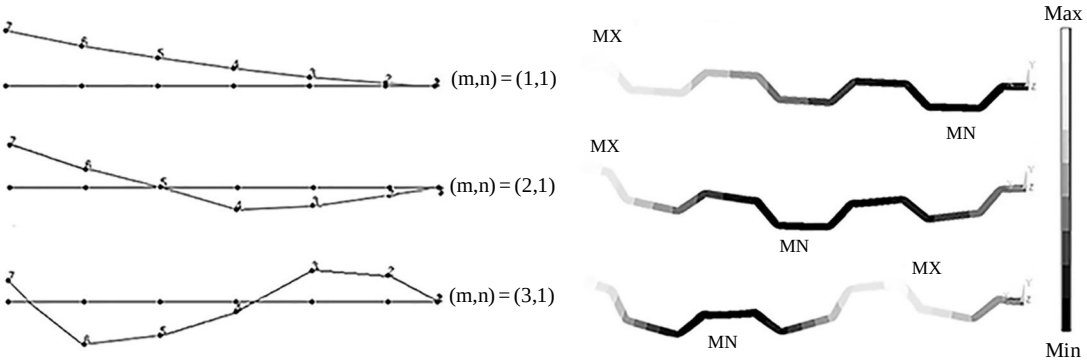
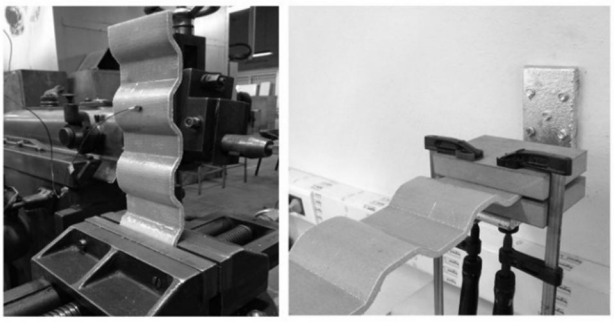


Fig. 12 Bending mode shape of sandwich plate obtained from ANSYS and PULSE Lab-Shop software (one edges clamped boundary condition)

شکل 12 شکل مودهای خمشی ورق ساندویچی حاصل از نرم‌افزار انسیس و پالس لب‌شاپ (شرایط مرزی یک سر گیردار)



(b) (a)

Fig. 13 One edges clamped boundary conditions: (a) semi-solid, (b) solid

شکل 13 شرایط مرزی یک سر گیردار، الف) شبه صلب ب) صلب

شکل مودهای خمشی ورق با شرایط مرزی یک سر گیردار در محیط‌های نرم‌افزار انسیس (تحلیل المان محدود) و نرم‌افزار پالس‌لب‌شاپ[1] (تحلیل مودال تجربی)، در شکل 12 نشان داده شده است. برای به دست آوردن شکل مود در نرم‌افزار پالس‌لب‌شاپ از تست تجربی، باید مقدار تحریک، اندازه‌گیری شده تا با استفاده از داده‌های ورودی و خروجی، منحنی‌های توابع پاسخ فرکانس[2] (FRF) را به‌دست آورد. شکل مود و فرکانس‌های طبیعی و میزان میرایی جسم، حداقل داده‌هایی خواهد بود که از منحنی‌های FRF به دست می‌آید. فرکانس طبیعی ورق ساندویچی استخراج شده از نرم‌افزار پالس لب-شاپ به صورت نمودار آنالیز فرکانسی[3] که به آن آنالیز اسپکتروم[4] یا FFT نیز می‌گویند، به دست آمده است. آنالیز طیف فرکانسی (آنالیز FFT) نمونه‌ای از نمودارهای FRF است. در منحنی‌های FFT، محور افقی، فرکانس و محور عمودی، دامنه ارتعاش (که با توجه به نوع سنسورهای اندازه‌گیری می‌تواند دامنه ارتعاشات شتاب‌سنج باشد) را نشان می‌دهد. برای انجام آزمایش مودال از یک شتاب‌سنج کوچک برای اندازه‌گیری ارتعاشات حاصل از تحریک استفاده شده است، تا وزن سنسور شتاب‌سنج بر فرکانس‌های ورق تأثیر چندانی نداشته و قابل صرف‌نظر باشد. سنسور با اندازه‌گیری شتاب ارتعاشات حاصل از تحریک ضربه (توسط چکش ضربه[5]، برای استخراج داده‌های فرکانس طبیعی) و تحریک دستگاه لرزاننده[6] مغناطیسی (برای استخراج شکل مودها به وسیله اندازه‌گیری ورودی تحریک و خروجی سنسور) روی ورق

[1] PULSE Lab-Shop

[2] Frequency Response Function (FRF)
[3] Frequency spectrum
[4] Spectrum
[5] Hammer
[6] Shaker

ساندویچی، به صورت بار الکتریکی (بر واحد پیکو کولن بر شتاب جاذبه (pc/g))، از سنسور خارج شده و به تجهیزات داده‌برداری و تحلیل‌گر وارد می‌شود. داده‌های ورودی به تحلیل‌گر باید به صورت داده‌هایی از نوع ولتاژ باشد، لذا از یک مبدل به نام شارژ امپلی‌فایر[1](ساخت شرکت B&K و نوع 2647) برای تبدیل خروجی سنسور (پیکو کولن بر شتاب جاذبه) به ورودی تحلیل‌گر (ولتاژ) استفاده می‌شود. وظیفه تحلیل‌گر، دریافت ولتاژ از دستگاه‌های اندازه‌گیری، تبدیل داده آنالوگ به داده دیجیتال و اجرای پردازش سیگنال است. با اتصال سنسور شتاب‌سنج به سطح و تحریک ورق، داده‌های اندازه‌گیری شده توسط سنسور به تجهیزات داده‌برداری انتقال یافته و به وسیله نرم‌افزار پالس‌لب‌شاپ برای برقراری ارتباط و کنترل تجهیزات داده‌برداری و تحلیل‌گر، نمودار دامنه شتاب برحسب فرکانس استخراج می‌شود. ضربات متوالی به منظور تکرارپذیری آزمایش و اطمینان از پیک‌های نمایش داده در نمودار FFT، انجام گرفته شده است. دقت محور فرکانسی در این نرم‌افزار برابر با 0.15 هرتز (Hz) است. شکل 14 تجهیزات مورد استفاده در روند تحلیل مودال را نشان می‌دهد، که عبارتند از: دستگاه لرزاننده مغناطیسی، شتاب‌سنج پیزوالکتریک اندوکو[2] و مبدل شارژ امپلی‌فایر.

موقعیت و ابعاد ترک اعمالی بین هسته و پوسته‌ی فوقانی، با باز بودن دهانه‌ی ترک به اندازه 1 میلی‌متر در جدول 6 ارائه شده است. جدول‌های 7 تا 10، به ترتیب چهار فرکانس طبیعی اول خمشی ورق ساندویچی بدون ترک و حاوی ترک را ارائه می‌دهد. نمودار آنالیز فرکانسی شکل 15، داده‌های خروجی جدول 9 را برای ورق ساندویچی با تکیه‌گاه صلب نشان داده که پیک‌های ایجاد شده در منحنی، مقدار فرکانس تشدید و تعداد پیک‌های ظاهر شده در منحنی FFT، تعداد فرکانس‌های طبیعی موجود در محدوده فرکانسی را نشان می‌دهد. از نتایج ارائه شده در جدول‌های 7 تا 10 می‌توان به این نتیجه رسید که کدنویسی مدل‌سازی ورق ساندویچی موج‌دار حاوی ترک در نرم‌افزار انسیس درست و دارای اعتبار است و نتایج آن با نتایج حاصل از تست تجربی تحلیل مودال هم‌خوانی مناسبی دارد.

جدول 6 پارامترهای ترک بین هسته و پوسته‌ی فوقانی ورق ساندویچی (l = 12 (mm))

Table 6 Crack parameters between core and top face-sheet sandwich plate (l = 12 (mm))

موقعیت ترک	طول ترک (mm)	عمق ترک (mm)	نسبت طول ترک به طول سطح قله ترک	نسبت عمق به طول ترک
$C1$	10.50	16.50	0.8750	1.570
$C2$	10.50	22.00	0.8750	2.095
$C3$	11.25	21.50	0.9375	1.911

جدول 7 مقایسه نتایج تحلیل مودال تجربی و المان محدود ورق ساندویچی بدون ترک

Table 7 Comparison on experimental modal and finite element analyses in Non-cracked sandwich plate

فرکانس (Hz)	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه صلب	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه شبه صلب	خطای تکیه‌گاه شبه صلب (%)	المان محدود	خطای المان محدود (%)
f_1	27.12	24.84	-8.41	26.42	-2.58
f_2	164.67	149.95	-8.93	158.38	-3.82
f_3	432.75	415.72	-3.93	422.35	-2.40
f_4	720.34	735.81	2.15	715.34	-0.69

جدول 8 مقایسه نتایج تحلیل مودال تجربی و المان محدود ورق ساندویچی با ترک بین هسته و پوسته‌ی فوقانی (موقعیت C1)

Table 8 Comparison on experimental modal and finite element analyses in sandwich plate with crack between core and top face-sheet (C1 position)

فرکانس (Hz)	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه صلب	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه شبه صلب	خطای تکیه‌گاه شبه صلب (%)	المان محدود	خطای المان محدود (%)
f_1	26.58	23.15	-12.90	26.07	-1.92
f_2	160.63	151.28	-5.82	154.88	-3.58
f_3	420.78	428.21	1.76	408.91	-2.82
f_4	697.62	722.06	3.50	683.84	-1.97

جدول 9 مقایسه نتایج تحلیل مودال تجربی و المان محدود ورق ساندویچی با ترک بین هسته و پوسته‌ی فوقانی (موقعیت C2)

Table 9 Comparison on experimental modal and finite element analyses in sandwich plate with crack between core and top face-sheet (C2 position)

فرکانس (Hz)	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه صلب	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه شبه صلب	خطای تکیه‌گاه شبه صلب (%)	المان محدود	خطای المان محدود (%)
f_1	25.73	22.13	-13.99	25.05	-2.64
f_2	157.42	147.20	-6.45	151.31	-3.88
f_3	401.25	421.75	5.11	395.34	-1.47
f_4	691.47	718.13	3.85	683.27	-1.18

جدول 10 مقایسه نتایج تحلیل مودال تجربی و المان محدود ورق ساندویچی با ترک بین هسته و پوسته‌ی فوقانی (موقعیت C3)

Table 10 Comparison on experimental modal and finite element analyses in sandwich plate with crack between core and top face-sheet (C3 position)

فرکانس (Hz)	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه صلب	تحلیل مودال تجربی: با تکیه‌گاه شبه صلب	خطای تکیه‌گاه شبه صلب (%)	المان محدود	خطای المان محدود (%)
f_1	24.96	22.54	-9.70	24.26	-2.80
f_2	155.63	143.65	-7.70	150.61	-3.22
f_3	391.46	417.46	6.64	381.32	-2.60
f_4	679.34	696.81	2.58	670.43	-1.31

درصد خطاهای ارائه شده برمبنای نتایج حاصل از تست تجربی با تکیه‌گاه صلب بوده و در حین تست تجربی تحلیل مودال تلاش شده تا شرایط تکیه‌گاهی در تست تجربی و روش المان محدود، شبیه به هم باشد تا خطای حاصل از آن تا حد امکان کاهش یابد. با توجه به مقایسه نتایج دو تکیه‌گاه با نتایج المان محدود، می‌توان به این نتیجه رسید که شرایط تکیه‌گاه مقید ایده‌آل مد نظر در تئوری در تکیه‌گاه صلب ایجاد شده است. علت وجود خطاها بین داده‌های تجربی و المان محدود عبارتنداز: خطای آزمایشگاهی، خطای اعمال شرایط تکیه‌گاهی و مهمترین آن، خطای محاسبه‌ی خصوصیات مواد کامپوزیتی موجود در پوسته‌های ورق ساندویچی. خطای موجود در محاسبه خصوصیات مواد، سهم بیش‌تری نسبت به خطاهای دیگر دارد. خطای ارائه شده به دلیل خطای محاسبه‌ی مقدار رزین از دست رفته و مقدار رزین مؤثر در درصد اختلاط با الیاف شیشه که در جدول 1 ارائه شده، است.

[1] Charge Amplifier
[2] Endevco

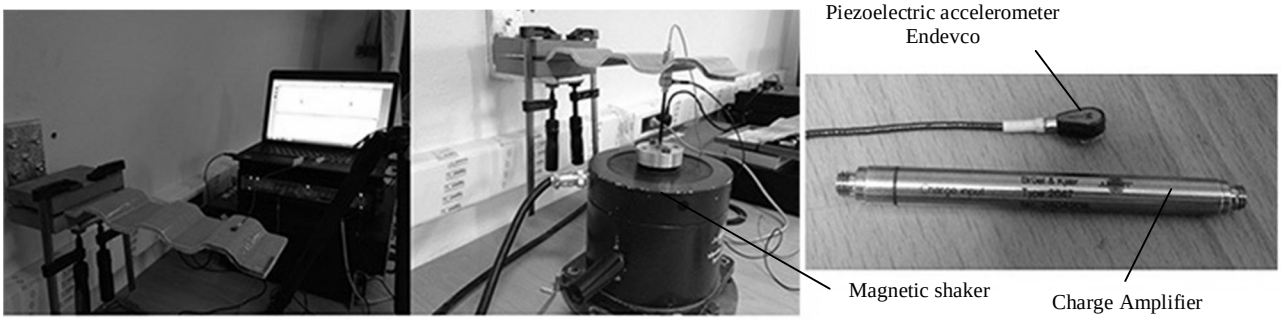


Fig. 14 Instruments of experimental modal analysis

شکل 14 تجهیزات استفاده شده در روند تحلیل مودال تجربی

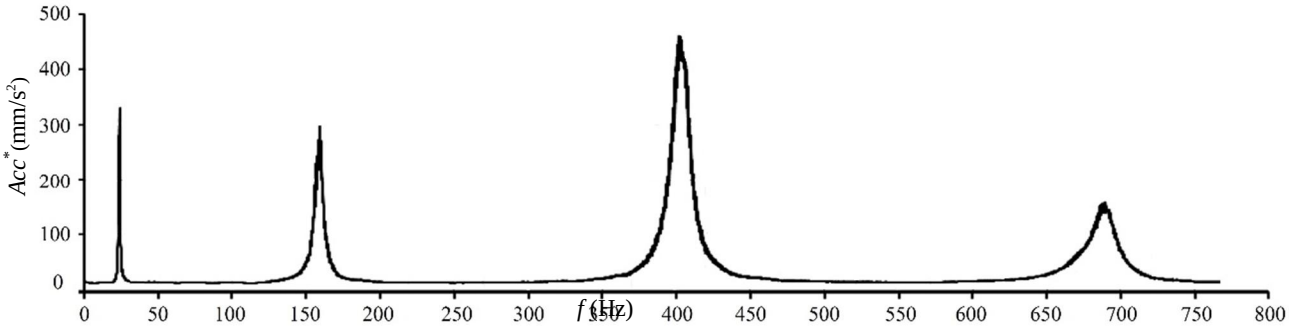


Fig. 15 Diagram of frequency spectrum analysis from PULSE Lab-Shop software with solid support (C2 position)

شکل 15 نمودار آنالیز فرکانسی (منحنی FFT) استخراجی از نرم‌افزار پالس لب‌شاپ با تکیه‌گاه صلب (موقعیتC2) (Acceleration Amplitude*)

5- نتایج و بحث

با استفاده از نتایج به دست آمده از تحلیل ارتعاشی ورق ساندویچی در نرم‌افزار انسیس، ابتدا به بررسی اثر پارامترهای ترک بر فرکانس طبیعی ورق موج‌دار، و سپس مقایسه این اثر با ورق ساندویچی تخت به همراه خصوصیات مکانیکی، ابعاد و شرایط تکیه‌گاهی یکسان پرداخته شد. به منظور تفکیک و بررسی بهتر نتایج، چند مثال با تأثیر مستقل پارامترهای مورد نظر ترک بر فرکانس طبیعی، ارائه شده است. ورق ساندویچی به ترتیب دارای خصوصیات مکانیکی مجموعه مواد دوم از جدول 2 و مشخصات ابعادی سوم از جدول 3 می‌باشد. پارامترهای بی‌بعدی که مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند و باعث تغییرات ابعادی ترک (طول و عمق) می‌شوند، عبارتنداز: نسبت طول ترک به طول سطح موج (c/l) و نسبت عمق ترک به طول ترک (d/c). مقدار طول سطح قله (یا دره) موج، ثابت و برابر l = 30 (mm) است.

به‌طور کلی مودهای مختلفی در شکست سازه‌ها وجود دارد که مطابق گزارشات ارائه شده حدود 90 درصد شکست‌ها را ترک خوردگی‌ها به خود اختصاص می‌دهند. باید به این نکته اشاره کرد که به دلیل اعمال تنش‌های عمودی حاصل از شکل مودهای فرکانس طبیعی ورق بر محور ترک (مود خمشی ورق)، مود اول ترک (مود بازشونده[1]) در ورق مشاهده شده است. شکل 16، شکل مود اول خمشی ورق ساندویچی به همراه مود بازشونده ترک در لایه نزدیک به سطح ورق را نشان می‌دهد.

5-1- تأثیر ابعادی ترک

در این مثال با ثابت نگه داشتن موقعیت ترک در C2، C3 و همچنین بین لایه‌های کامپوزیتی 3-4 پوسته‌ی فوقانی، تأثیر رشد ابعادی ترک بر فرکانس طبیعی ورق مورد بررسی قرار گرفته می‌شود. در شکل 17 و 18، محور افقی نشان‌دهنده نسبت بی‌بعد d/c با ثابت c/l = 0.4 بوده و محور عمودی، نسبت فرکانس‌های طبیعی ورق ترک‌دار بر ورق بدون ترک (f_c/f) می‌باشد. شکل 20 تأثیر تغییر همزمان طول و عمق ترک با ثابت d/c = 1 (ترک نیم دایره) را در موقعیت C3 برحسب نسبت بی‌بعد فرکانس نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که نسبت بی‌بعد فرکانس طبیعی همواره کوچکتر از 1 است و همچنین با افزایش ابعاد ترک این عدد کاهش می‌یابد. دلیل کوچک‌تر بودن نسبت بی‌بعد فرکانس طبیعی این است که بروز ترک در بین لایه‌های کامپوزیتی، سبب کاهش قابلیت تحمل بار سازه شده، پس وجود ترک و رشد ابعادی آن، سفتی سازه را کاهش داده و نهایتا کاهش فرکانس را در پی دارد. افزایش همزمان دو پارامتر طول و عمق ترک در مقایسه با افزایش یکی از این پارامترها، تأثیر بیشتری بر سفتی ورق را نمایان می‌سازد. این موضوع با مقایسه نمودارهای شکل 17 و 19 در شرایطی یکسان از ترک، قابل مشاهده است. نکته دیگر تأثیر ترک بر تک‌تک فرکانس‌های طبیعی است. با توجه به منحنی‌های شکل 17، 18 و 19، کمترین نسبت بی‌بعد فرکانس طبیعی متعلق به منحنی مود سوم است. کمترین مقدار نسبت بی‌بعد فرکانس، نشان دهنده اثر بیشتر ترک بر فرکانس‌های بالا نسبت به فرکانس اولیه است. دلیل بیش‌تر بودن تأثیر ترک بر فرکانس‌های بالاتر این است که، با افزایش ضرایب مؤثر در فرکانس‌های بالا، تأثیر ترک نیز بر فرکانس طبیعی با توجه به ضرایب مؤثر بر فرکانس طبیعی، بیش‌تر می‌شود. ضرایب تأثیر را می‌توان ریشه‌های معادله بدست آمده از قرار دادن دترمینان مشخصه برابر صفر، برای بدست آوردن فرکانس‌های اصلی یک سیستم چند درجه آزادی تعریف نمود.

[1] Opening mode

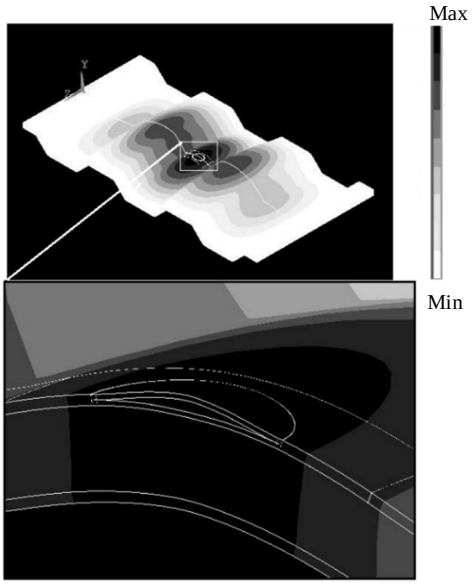


Fig. 16 Crack opening mode of first bending plate mode shape with 4 edges clamped boundary condition

شکل 16 مود بازشوندگی ترک در مود اول خمشی ورق ساندویچی با شرایط مرزی 4 سرگیردار (موقعیت C3)

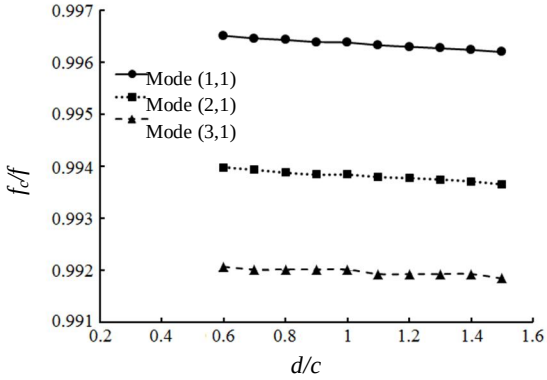


Fig. 17 Proportion of sandwich plate bending frequency changes to the crack depth (C3 position)

شکل 17 تغییرات فرکانس‌های خمشی ورق ساندویچی نسبت به عمق ترک (موقعیت C3)

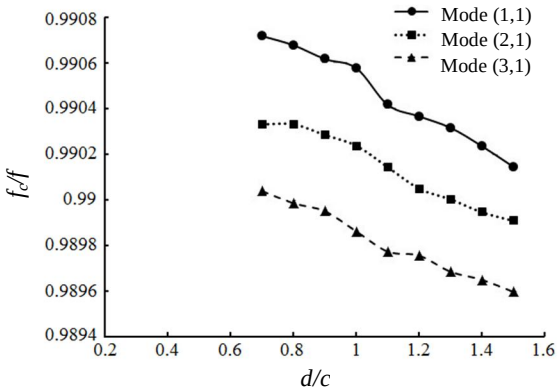


Fig. 18 Proportion of sandwich plate bending frequency changes to the crack depth (C2 position)

شکل 18 تغییرات فرکانس‌های خمشی ورق ساندویچی نسبت به عمق ترک (موقعیت C2)

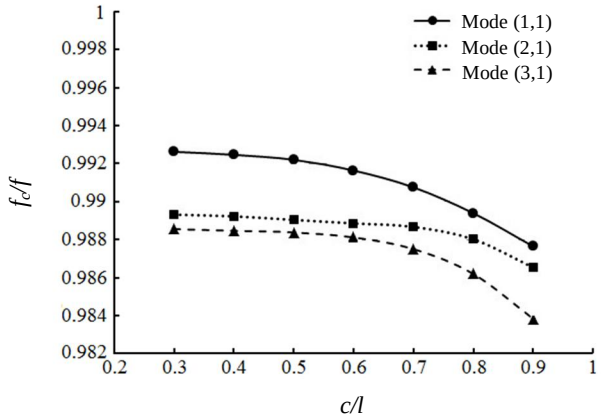


Fig. 19 Proportion of sandwich plate bending frequency changes to the crack depth and length (C3 position)

شکل 19 تغییرات فرکانس‌های خمشی ورق ساندویچی نسبت به تغییر طول و عمق ترک (موقعیت C3)

5-2- تأثیر موقعیت ترک

مثال 2 به بررسی تأثیر موقعیت ترک بر فرکانس طبیعی ورق ساندویچی، با در نظر گرفتن مقدار ثابت c/l = 0.4 و d/c = 0.7، پرداخته شده است. ترک بین لایه‌های مختلف ورق ساندویچی در موقعیت C2 و C3 در نظر گرفته می‌شود. شکل 20 و 21، تأثیر تغییر موقعیت ترک بین لایه‌های پوسته فوقانی، و بین هسته و پوسته فوقانی ورق را نشان می‌دهد. براساس شکل 20 و 21 هرچه ترک به مرکز ضخامت ورق نزدیک می‌شود، اثر بیش‌تری بر سفتی ورق داشته و در نتیجه باعث کاهش بیش‌تر فرکانس طبیعی می‌شود. همانند بخش 5-1، نمودارهای 20 و 21 تأثیر بیش‌تر ترک بر فرکانس‌های بالاتر را نیز تأکید می‌کند. نکته‌ی قابل توجه در روند روبه‌کاهش فرکانس‌های طبیعی این است که وقتی ترک در بین لایه‌های کامپوزیتی قرار دارد و به سمت مرکز ضخامت ورق جابه‌جا می‌شود، کاهش فرکانس با یک شیب ملایم و ثابتی می‌باشد. اما تغییر جنسیت سطوح ترک بین هسته و پوسته کامپوزیتی منجربه تند شدن شیب کاهش فرکانس طبیعی می‌شود.

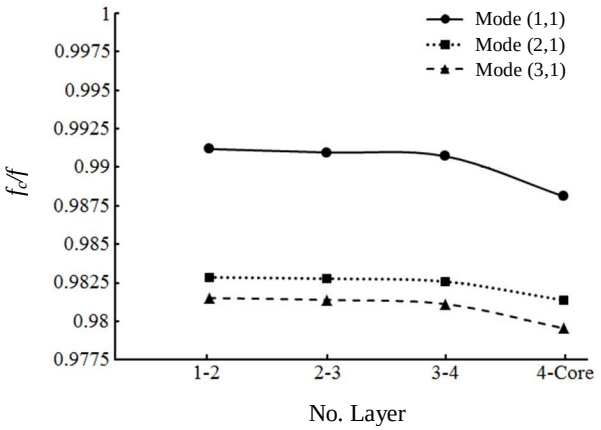


Fig. 20 Proportion of sandwich plate bending frequency changes to the crack displacement in top face-sheet layers (C2 position)

شکل 20 تغییرات فرکانس‌های خمشی ورق ساندویچی نسبت به تغییر مکان ترک در لایه‌های پوسته فوقانی (موقعیت C2)

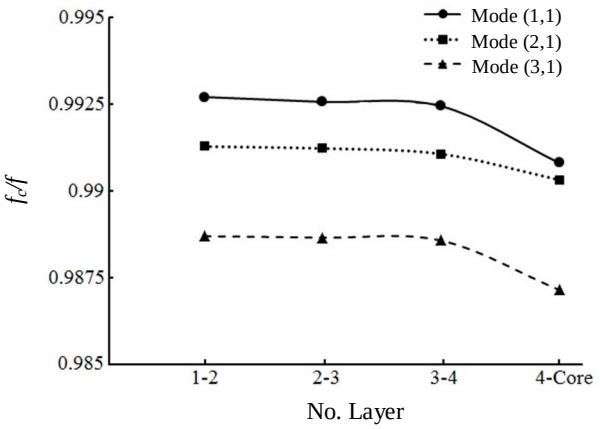


Fig. 21 Proportion of sandwich plate bending frequency changes to the crack displacement in top face-sheet layers (C3 position)

شکل 21 تغییرات فرکانس‌های خمشی ورق ساندویچی نسبت به تغییر مکان ترک در لایه‌های پوسته فوقانی (موقعیت C3)

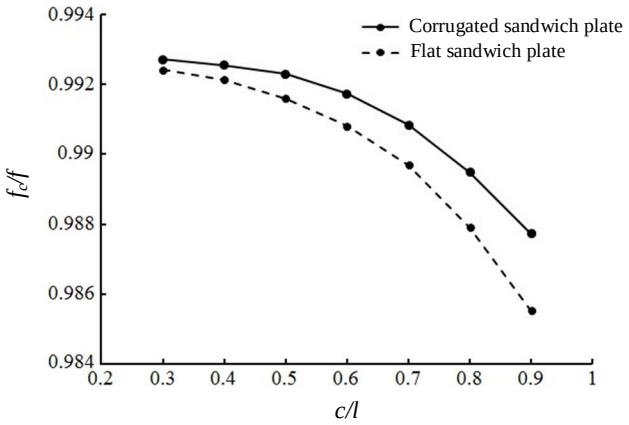


Fig. 22 Proportion of corrugated and flat sandwich plate bending frequency changes to the crack depth and length in 3-4 composite layer of top-sheet (C3 position)

شکل 22 تغییرات فرکانس خمشی ورق ساندویچی تخت و موج‌دار نسبت به طول و عمق ترک در بین لایه 4-3 کامپوزیتی پوسته فوقانی (موقعیتC3)

5-3- مقایسه تأثیر ترک بین ورق تخت و موج‌دار

در این مثال با مدل‌سازی یک ورق ساندویچی تخت با مشخصات ابعادی برابر با ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای به تحلیل مودال به روش المان محدود پرداخته می‌شود. شکل 22 روند تغییرات فرکانس طبیعی ورق را نسبت به افزایش ابعادی ترک در یک موقعیت ثابت نشان می‌دهد. خیری‌خواه و همکارانش [3] تأثیر موج‌دار کردن ورق بر فرکانس طبیعی را مورد بررسی قرار داده‌اند. موج‌دار کردن ورق ساندویچی باعث افزایش سفتی ورق شده و فرکانس طبیعی و تحمل باربری ورق نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه انتظار می‌رود تأثیر کاهش سفتی حاصل از وجود ترک در ورق ساندویچی ذوزنقه‌ای کمتر از ورق ساندویچی تخت باشد. شکل 22 نشان می‌دهد که مقدار بی‌بعد فرکانس طبیعی ورق تخت کمتر از ورق موج‌دار می‌باشد. نهایتا اختلاف فرکانس طبیعی ورق تخت حاوی ترک با ورق بدون ترک بیشتر از اختلاف فرکانس طبیعی ورق موج‌دار ترک‌دار و بدون ترک است. در نتیجه ترک تأثیر بیشتری بر کاهش سفتی ورق تخت داشته و همچنین با توجه به شیب منحنی می‌توان بیان کرد که با افزایش ابعاد ترک، تأثیر ترک بر ورق تخت نسبت به ورق موج‌دار بیشتر می‌باشد.

6- نتیجه‌گیری

ورق‌های ساندویچی به دلیل نوع هندسه و همچین نسبت استحکام به وزن نسبتا بالا، کاربردهای فراوانی در صنعت دارند. یکی از آسیب‌هایی که همواره ورق‌های ساندویچی با پوشش کامپوزیتی را تهدید می‌کند، بروز ترک در بین لایه‌های تقویت کننده می‌باشد که به شکست ناگهانی آن‌ها می‌انجامد. ترک در ورق‌های لایه‌ای معمولا بین لایه‌ها نمایان شده و باعث به وجود آمدن تورق می‌شود و در نهایت تأثیر بسزایی بر روی پارامترهای مکانیکی آن از جمله فرکانس طبیعی می‌گذارد. رفتار ارتعاشی ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای در این مقاله مورد مطالعه قرار گرفت. الیاف شیشه تحت زوایای مختلف به منظور تقویت ماتریس اپوکسی در پوسته‌ها مورد استفاده قرار گرفته شد. تحلیل مودال انجام شده بر روی یک ورق ساندویچی با موج ذوزنقه‌ای حاوی ترک در این مقاله به دو روش المان محدود و تجربی صورت پذیرفت. به منظور اعتبارسنجی و اطمینان از صحت رفتار ارتعاشی مدل المان محدود ورق ساندویچی شرط عدم وابستگی نتایج به مش‌بندی و تعداد المان‌ها مورد بررسی قرار گرفت. در نتیجه مشاهده شد که نتایج عدم وابستگی به مش‌بندی از همگرایی خوبی برخوردارند. در ادامه داده‌های عددی حاصل از تحلیل مودال تجربی با نتایج حاصل از روش المان محدود مقایسه شد، که در نتیجه خطاهای به دست آمده از توافق قابل قبول برخوردار بوده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش طول و عمق ترک، باعث کاهش سفتی موضعی ورق شده و در نتیجه باعث کاهش فرکانس طبیعی ورق می‌شود. همچنین با تغییر موقعیت ترک از سطح پوسته و به سمت هسته ورق، باعث کاهش بیشتر سفتی شده و وقتی یک سطح ترک به هسته می‌رسد، تأثیر کاهش سفتی توسط ترک افزایش می‌یابد و موجب کاهش شدیدتر فرکانس طبیعی می‌شود. از طرفی با مقایسه میزان تأثیر ترک در دو ورق ساندویچی تخت و موج‌دار ذوزنقه‌ای، می‌توان به این نتیجه را بیان کرد که در شرایطی برابر و همچنین بروز ترکی با ابعاد و موقعیت یکسان بین دو ورق، تحمل بار ورق ساندویچی موج‌دار ذوزنقه‌ای بیشتر بوده، چرا که ترک تأثیر کمتری بر کاهش سفتی ورق موج‌دار نسبت به ورق تخت داشته است.

باید به این نکته نیز اشاره کرد که در برخی شرایط بروز ترک تأثیر چندانی روی برخی از فرکانس‌های طبیعی نخواهد داشت. این موضوع به دلیل موقعیت قرارگیری ترک بر روی گره در شکل مود فرکانس طبیعی است که اثر آن بر کاهش سفتی کمتر خواهد بود. در نهایت می‌توان اشاره کرد که اثر پارامترهای ترک بر فرکانس‌های طبیعی، مورد مطالعه قرار گرفته و اطلاعات جامعی در زمینه‌ی آنالیز و تأثیر عیوب ترک بر ارتعاش ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی به‌دست آمده است. با استفاده از این اطلاعات می‌توان با آموزش شبکه عصبی و استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی، به پیش‌بینی وجود و تشخیص پارامترهای ترک بین لایه‌ای پرداخت.

7- فهرست علایم

a	طول ورق ساندویچی (mm)
b	عرض ورق ساندویچی (mm)
$2c$	طول ترک (mm)
$2C$	طول موج (mm)
d	عمق ترک (mm)
E	مدول الاستیسیته (Pa)
f	فرکانس طبیعی (Hz)

$F/2$ دامنه موج (mm)
G مدول برشی (Pa)
h ضخامت (mm)
$2l$ طول سطح قله(دره) موج ورق (mm)
u جابجایی در راستای X کارتزین
v جابجایی در راستای Y کارتزین
V کسر حجمی
w جابجایی در راستای Z کارتزین
W کسر وزنی

علایم یونانی

α زاویه چیدمان الیاف
θ زاویه موج ذوزنقه
ρ چگالی (kg/m^3)
υ ضریب پوآسون
φ زاویه دایروی سطح ترک

زیرنویس‌ها

c هسته ورق ساندویچی
co کامپوزیت
C دارای ترک
f الیاف
fb پوسته تحتانی
ft پوسته فوقانی
m ماتریس (رزین)

8- تقدیر و تشکر

از مسئول محترم آزمایشگاه تحلیل مودال دانشکده مکانیک دانشگاه تهران، دکتر محمد محجوب بخاطر هماهنگی‌ها و راهنمایی‌هایشان در مدت انجام تست تجربی سپاسگزاریم.

9-مراجع

[1] K. M. Liew, L. X. Peng, S. Kitipornchai, Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the first-order shear deformation theory, *Computational Mechanics*, Vol. 38, No. 1, pp. 61-75, 2006.
[2] K. M. Liew, L. X. Peng, S. Kitipornchai, Vibration analysis of corrugated Reissner-Mindlin plates using a mesh-free Galerkin method, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 51, No. 9-10, pp. 642-652, 2009.
[3] M. M. Kheirikhah, V. Babaghasabha, A. Naeimi-Abkenari, M. Khadem, Free vibration analysis of corrugated-face sheet composite sandwich plates, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, pp. 1-13, 2015. http://link.springer.com/article/10.1007/s40430-015-0306-8.
[4] Sh. Hosseini Hashemi, H. Akhavan, M. Fadaee, Exact closed-form free vibration analysis of moderately thick rectangular functionally graded plates with two bonded piezoelectric layers, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 57-74, 2011. (in Persion فارسی)
[5] S. A. Sheikholeslami, A. R. Saidi, Vibration analysis of functionally graded rectangular plates resting on elastic foundation using higher-order shear and normal deformable plate theory, *Composite Structures*, Vol. 106, No. 1, pp. 350-361, 2013.
[6] Z. Mousavi, A. R. Saidi, Free vibration analysis of thick functionally graded rectangular plates based on the higher-order shear and normal deformable, *Aerospace Mechanics Journal* , Vol. 12, No. 1, pp. 1-12, 2016. (in Persion فارسی)
[7] J. Reany, J. L. Grenestedt, Corrugated skin in a foam core sandwich panel, *Composites Structures*, Vol. 89, No. 3, pp. 345-355, 2009.
[8] G. Bartolozzi, M. Pierini, ULF. Orrenius, N. Baldanzini, An equivalent material formulation for sinusoidal corrugated cores of structural sandwich panels, *Composite Structures*, Vol. 100, No. 1, pp. 173-185, 2013.
[9] C. Kılıçaslan, M. Güden, I. K. Odacı, A. Aşdemirci, The impact responses and the finite element modeling of layered trapezoidal corrugated aluminum core and aluminum sheet interlayer sandwich structures, *Materials and Design*, Vol. 46, No.1, pp. 121-133, 2013.
[10] R. A. Olsson, A simplified improved beam analysis of the DCB specimen, *Composites Science and Technology*, Vol. 43, No. 4, pp. 329-338, 1992.
[11] S. Fourozan-Sepehr, S. Mohammadi, Dynamic analysis of cracking the shell layer of the composite, *Journal of The College of Engineering*, Vol. 39, No. 3, pp. 389-401, 2005. (in Persian فارسی)
[12] M. G. Andrews, R. Massabo, Delamination in flat sheet geometries with material imperfections and thickness variations, *Composites: Part B*, Vol. 39, No. 1, pp. 139-150, 2008.
[13] V. V. Bolotin, Delamination in composite structures: its origin, buckling, growth and stability, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 27, No. 2, pp. 129-145, 1996.
[14] R. Khan, R. Alderliesten, L. Yao, R. Benedictus, Crack closure and fibre bridging during delamination growth in carbon fibre/epoxy laminates under mode I fatigue loading, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 67, No. 1, pp. 201-211, 2014.
[15] W. Gong, J. Chen, A. E. Patterson, An experimental study of the behaviour of delaminations in composite panels subjected to bending, *Composite Structures*, Vol. 123, No. 1, pp. 9-18, 2015.
[16] S. M. Murigendrappa, S. K. Maiti, H. R. Srirangarajan, Experimental and theoretical study on crack detection in pipes filled with fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, No. 4-5, pp. 1013-1032, 2004.
[17] M. Rostaghi, M. Nouri Khajavi, Detection of size and location of crack in pipes under fluid pressure by neural networks, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 35-42, 2014. (in Persion فارسی)
[18] M. M. Kheirikhah, S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh-Fard, Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 31, No. 1, pp. 54-66, 2012.
[19] X. B. Lin, R. A. Smith, Fatigue growth prediction of internal surface cracks in pressure vessels, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 120, No. 1, pp. 17-23, 1998.
[20] A. K. KAW, *Mechanics of composite materials*, Second Edition, pp. 106 & 203-315, New York: Taylor & Francis Group, 2006.