



## بررسی تجربی و عددی اثرات نسبت طولی و زاویه حمله بر رفتار حرکتی استوانه با صفحات عمود بر آن

حسن عیسوند<sup>1</sup>، علی سلمانی نژاد<sup>2</sup>، احمد شرفی<sup>3\*</sup>

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران  
2- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران  
3- مربی، مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 1384673411، sharafi@ssau.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 18 اسفند 1394  
پذیرش: 11 خرداد 1395  
ارائه در سایت: 29 تیر 1395

کلید واژگان:

جریان ناپایا

روش گردابه گسسته

حرکت دورانی و نوسانی

ارتعاش اجباری

آزمایش های تونل باد

در این تحقیق به بررسی تجربی و تحلیلی جریان ناپایا حول یک مدل استوانه با درجه آزادی چرخشی پرداخته شده است. بررسی های تجربی در سرعت ها و زوایای حمله مختلف برای دو مدل استوانه با نسبت های طولی مختلف انجام شده است؛ همچنین در بررسی تحلیلی از روش عددی موسوم به گردابه گسسته استفاده شده است. نتایج تحلیل و تجربی نشان می دهد که رفتارهای حرکتی دورانی و نوسانی و ترکیبی از آنها رخ می دهد. این نوع رفتارها به مشخصات هندسی از جمله نسبت طول صفحات به شعاع استوانه، زاویه حمله اولیه جسم و سرعت جریان آزاد بستگی دارد. در سرعت های مختلف و در تمامی زوایای حمله اولیه برای نسبت طولی کمتر از 1، مدل دارای حرکت نوسانی حول زوایای خاص می باشد. این زاویه برای استوانه به همراه دو صفحه، 90 درجه است. عموماً در زوایای حمله اولیه پایین، حرکت دورانی با افزایش نسبت طولی و سرعت جریان آزاد اتفاق می افتد و با افزایش در زاویه حمله اولیه، مدل تمایل به حرکت نوسانی حول زوایای خاص دارد. همچنین در تمامی سرعت های جریان آزاد 10 متر بر ثانیه و بالاتر، برای نسبت طولی 4، مدل دارای حرکت دورانی پایا بوده است. در ضمن، سرعت زوایای مدل ها و عدد استروهال در حرکت دورانی محاسبه گردیده است. نتایج نشان می دهد که با افزایش عدد رینولدز جریان، عدد استروهال دارای مقدار ثابتی است.

## Experimental and numerical investigation of the length ratio and angle of attack effects on dynamic behavior of two plates perpendicular to the cylinder

Hassan Isvand, Ali Salmaninejad, Ahmad Sharafi\*

Department of Aerospace Engineering, Shahid Sattari Aeronautical University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 1384673411, Tehran, Iran, sharafi@ssau.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 08 March 2016  
Accepted 31 May 2016  
Available Online 20 July 2016

#### Keywords:

Unsteady Flow  
Vortex Panel Method  
Rotational and Vibrational motion  
Forced Vibration  
Wind Tunnel Tests

### ABSTRACT

In this study, experimental and analytical unsteady flow around a cylinder model with rotational degrees of freedom is discussed. Experimental studies at different speeds and angles of attack for two cylinder models with different length ratios have been done. Meanwhile the analyses of numerical technique known as vortex panel method have been used. Analytical and experimental results show that the rotational and vibrational motion and a combination of these behaviors occur. These types of behaviors depend on ratio of length plates to cylinder radius, primary object angle of attack and free stream velocity. At different speeds and at all angles of attack for a length of less than 1, the model has vibrational motion around a specific angle. This angle for cylinder with two plates is 90 degrees. Generally, the model tends toward vibrational motion at low angles of attack with increasing length ratio and free stream velocity occurring and by increasing the primary angle of attack the desire for vibration motion around a specific angle occurs. Also, in free stream velocity  $10(\frac{m}{sec})$  and higher, for length ratio 4, the model had a steady rotational motion. In addition, angular velocity models and Strouhal number on rotational motion are calculated. The results show that by increasing the Reynolds Number, Strouhal number becomes fixed.

### 1- مقدمه

نیروی عکس العملی از سطح جسم جامد سبب تغییر شکل در الگوی جریان می شود. این مکانیسم عمل و عکس العملی بین جریان سیال و جسم جامد باعث می شود که هرگونه تغییرات کوچک در مشخصه های جریان، باعث تغییرات نسبی در دیگر مشخصه های دینامیکی گردد. در سال های دور مکانیسم رهایی گردابه در ناحیه دنباله دار پشت اجسام،

در طبیعت تداخل جریان سیال با یک جسم جامد باعث اعمال نیرویی به سطح جسم می گردد اگر جسم انعطاف پذیر باشد این نیرو سبب تغییر شکل در جسم می شود و در صورتی که جسم صلب باشد این نیرو سبب تغییر مکان جسم از موقعیت اولیه خود متناسب با مقدار نیرو می گردد و به طور مشابه

حالت طبیعی جریان ناپایا ناشی از رشد ناپایداری‌ها در سیال و یا ساکن نبودن وضعیت اولیه سیال ایجاد می‌شود و جریان ناپایای اجباری، در اثر وابستگی زمانی شرایط مرزی و منابعی که در جریان حرکت می‌کنند، ایجاد می‌گردد. ارتعاشات القا شده گردابه‌ای که در اثر تداخلات غیر خطی جسم با ناحیه دنباله‌دار پشت جسم ایجاد می‌گردد به طور کلی از موضوعات بسیار مهمی بوده که مورد توجه افراد بسیاری در سایر رشته‌های مختلف مهندسی قرار گرفته است. افراد بسیاری در این زمینه هم به صورت تئوری و هم تجربی و آزمایشگاهی و نیمه تجربی فعالیت کرده‌اند. عمدتاً برای بررسی این موضوع، دو روش تجربی اصلی وجود دارد یکی روش ارتعاشات یا نوسانات آزاد<sup>4</sup> و دیگری نوسانات واداشته یا اجباری<sup>5</sup> می‌باشد. در نوسانات اجباری، جسم با سرعت دورانی مشخصی حرکت داده می‌شود و اثرات جریان هوا روی نیروها و گشتاورها وارده و همچنین پدیده هیستریزیس آیرودینامیکی بررسی می‌شود. در نوسانات آزاد، جسم دارای درجه آزادی دورانی است و تحت تأثیر جریان هوا و نیروها و گشتاورهای حاصله می‌تواند دارای رفتارهای حرکتی متفاوتی باشد که در این مقاله به آن پرداخته شده است. عموماً آزمایش‌های بررسی ارتعاشات و نوسانات آزاد یک جسم قرار گرفته در جریان، در یک تونل باد و یا آب و با توجه به مکانیسم‌های خارجی دیگر انجام شده است. سازه و یا جسم مورد آزمایش به وسیله فنرها و میراکننده‌ها<sup>6</sup> و یا دیگر سیستم‌های الاستیک مورد حمایت قرار می‌گیرند. با توجه به طبیعت رهایی گردابه‌ها به سمت پایین دست جریان، هدف از این مطالعات فهمیدن مشخصه‌های پاسخی هست که در طول زمان به شکل نوسانات و ارتعاشات در جسم بروز می‌کند. فنگ در سال 1968 آزمایشاتی را بر روی استوانه تحت نوسانات آزاد در تونل باد انجام داده است. در این آزمایش‌ها استوانه به وسیله چندین فنر پیچشی به بدنه محل آزمایش متصل شده است [2]. آماندولس در سال 2010 آزمایشات مشابهی را بر روی استوانه با مقطع مربعی در تونل باد انجام داده است [3].

آمورا و همکارانش در سال 1971 در آزمایشاتی مشاهده کردند که فاکتور میرایی آیرودینامیکی<sup>7</sup> برای یک استوانه تحت نوسانات آزاد به صورت یک نیروی میرایی منفی برای عدد استروهال 0.2 می‌باشد [4]. آنها به طور تقریبی یافتند که مشخصه‌های نوسانی یا ارتعاشی برای یک استوانه فقط وقتی که نیروی میرایی منفی باشد، ظاهر می‌گردد. بنابراین شرط اضافی را برای این حرکت خود القا شده<sup>8</sup> به وجود می‌آورد [4]. سارپکایا در سال‌های 1979 و 2004 دیدگاه مخالفی را برای نوسانات خود القا شده جسم مطرح کرده است [5]. او بیان می‌کند که نوسانات القا شده بر جسم ناشی از رهایی گردابه‌هایی است که از جسم به پایین دست جریان رها می‌شوند و به عبارتی جسم هرگز خودش، خودش را تحریک نمی‌کند همچنین نوعی نیروی متناوب وجود دارد که در جهت حفظ حرکت جسم ایجاد می‌شود و یا توسط حرکت جسم، این نیرو سبب کنترل حرکت می‌شود و وقتی که جسم از حرکت باز می‌ایستد این نیروی متناوب هم از بین می‌رود اما این تعریف با نوسانات جسم صلب در تناقض می‌باشد. برای یک جسم صلب ثابت شده در جریان اگرچه هیچ‌گونه حرکتی در جسم وجود ندارد اما نیروی برای متناوب همچنان وجود دارد. سارپکایا بیان کرد زمانی که پدیده همزمانی یا قفل شدن<sup>9</sup> رخ می‌دهد، فرکانس رهایی گردابه‌ها و فرکانس نوسانات جسم به

برای اولین بار توسط ون کارمن مورد بررسی قرار گرفته است. این مطالعه بر پایه ارتعاشات القا شده توسط گردابه‌ها شروع شده و توسعه یافته است. ون کارمن تحلیل‌های خود را بر پایه روش‌های عددی در ناحیه دنباله‌دار پشت جسم و نیروهای برآ و پسای وارد شده بر اجسام و جدایی جریان بیان کرده است. در اوایل سال 1940 مشاهداتی از پاسخ اجسام به ارتعاشات ناشی از نیروی رهایی گردابه‌ها ارائه گردیده است. وقتی جسمی در یک جریان سیال قرار می‌گیرد جدایش جریان از سطح جسم اتفاق می‌افتد. جدایش جریان باعث تغییر در رژیم جریان از جریان پایا به جریان ناپایا با افزایش در عدد رینولدز می‌گردد. در عدد رینولدز پایین، جریان احاطه شده حول جسم به صورت پایا می‌باشد و در صورتی که اولین جدایش جریان اتفاق افتد عدد رینولدز افزایش یافته و به مقدار معینی رسیده و ناپایداری‌هایی در لایه برشی جریان سیال ایجاد گشته و این ناپایداری‌ها در جریان جدا شده از سطح، توسعه می‌یابد. بنابراین تداخلات غیر خطی بین لایه‌های جریان و جریان‌های برگشتی از ناحیه دنباله<sup>1</sup> پشت جسم به طور متوالی و پی در پی به وجود آمده که باعث ایجاد خیابان گردابه‌ای پشت جسم (خیابان گردابه‌ای ون کارمن<sup>2</sup>) می‌شود. گردابه‌ها در دو ردیف و جهت چرخش مخالف سازماندهی شده‌اند که این گردابه‌ها و ناحیه جریان آشفته پشت استوانه در شکل 1 نمایان شده است.

در حوزه فناوری‌های معاصر هوافضایی مطالعه جریان ناپایا حول اجسام و صفحات در حال چرخش یا نوسان (آنتن‌ها، فرفره‌ها، اجسام دارای دم) از اهمیت خاصی برخوردار است. به منظور تأمین الزامات عملکردی این گونه وسایل، لازم است رفتار آنها تحت درجات آزادی مختلف با مشخصات هندسی گوناگون و جهت‌گیری آنها در جریان به دقت پیش بینی گردد. از ویژگی‌های این گونه اجسام، تولید و ایجاد توزیع پیچیده گردابه‌های حاصل از جدایی جریان از لبه‌های تیز و همچنین از دست دادن پایداری لایه‌های گردابه‌ای است.

ارتعاشات ناشی از گردابه‌ها<sup>3</sup>، پدیده‌ای است که بر اثر گردابه‌های ایجاد شده ناشی از برخورد بین جریان سیال و سازه در پشت جسم جامد به وجود می‌آید. این پدیده علاوه بر حوزه هوافضایی در مواردی چون ساختمان‌های بلند، خطوط انتقال قدرت و لوله‌های استخراج مواد نفتی از اعماق دریاها قابل مشاهده می‌باشد. به عبارتی، وقتی جریان یکنواختی از مجاورت یک جسم عبور می‌کند، این جریان شروع به تلاطم کرده و گردابه‌هایی با آرایش منظم در پشت جسم ایجاد می‌گردد. اگر این گردابه‌ها با آرایش نامنظمی تشکیل شوند، باعث ایجاد نیروی برای نوسانی بر جسم و نوسانات جسم می‌گردند. جریان ناپایا هم به طور طبیعی و هم به طور اجباری ایجاد می‌گردد. اما در

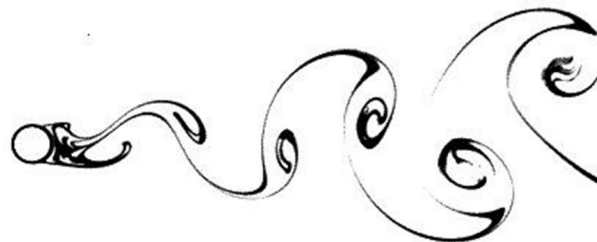


Fig. 1 Von Karman vortex street [1].

شکل 1 خیابان گردابه‌ای ون کارمن [1].

<sup>4</sup> Free Vibration

<sup>5</sup> Forced Vibration

<sup>6</sup> Damper

<sup>7</sup> Aerodynamic Damping Factor

<sup>8</sup> Self-Excited Motion

<sup>9</sup> Lock In

<sup>1</sup> Wake

<sup>2</sup> Von Karman Vortex Street

<sup>3</sup> Vortex Induced Vibration

ممکن است پیدا شود. مدهای 2S و 2P و P+S را در شکل 2 در نزدیکی ناحیه همزمانی فرکانسی مشاهده می‌شوند [10]. گریفین در سال 1976 نشان داد که مدهای 2P و P+S کنترل کننده نوسانات و ارتعاشات جسم می‌باشند [11]. در این مقاله، به بررسی تجربی و عددی رفتار جسمی متشکل از استوانه با دو صفحه عمود بر آن با درجه آزادی چرخشی تحت جریان هوا پرداخته شده است. به دلیل اثر متقابل بین جریان هوا و استوانه با صفحات در حال دوران و ناپایایی جریان، هیچ گونه روش تحلیل مناسبی جهت حل مسأله وجود ندارد. بنابراین از روش گردابه گسسته جهت محاسبه ضریب نیروی عمودی و گشتاور حاصل از نیروهای آیرودینامیکی استفاده گردیده است همچنین مدل سازی در حالت دوران آزاد صورت گرفته است. آزمایشاتی بر روی استوانه به همراه دو صفحه با درجه آزادی چرخشی در جریان تونل باد انجام شده است و رفتار دینامیکی مدل مذکور با توجه به تغییرات پارامترهایی همچون نسبت طولی ( $L/R$ )، سرعت جریان آزاد و زوایای حمله اولیه مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

## 2- تشریح مسأله و روش حل عددی

در این مسأله به علت اثرات جریان آزاد بر روی جسم (استوانه به همراه دو صفحه متصل به آن) و اثر متقابل جسم در حال حرکت بر روی جریان، عملاً هیچ گونه روش تحلیلی مناسبی برای حل آن وجود ندارد همچنین جریان مورد نظر عملاً ناپایا بوده و حل چنین مسأله‌ای با استفاده از روش‌های مدل سازی عددی معمولی که مبتنی بر معادلات ناویر-استوکس و عدد رینولدز است، بسیار مشکل می‌باشد. لذا برای حل جریان روی استوانه به همراه دو صفحه تخت با درجه آزادی چرخشی از روش صفحات گردابه گسسته استفاده گردیده است. در شکل 3 شمایی از مدل مورد بررسی نشان داده شده است.

این روش بر اساس قضیه هلمهولتز بنا نهاده شده است. بر طبق این قضیه، گردابه در جریان ایده‌آل همواره با ذرات مادی حرکت می‌کند. با بدست آمدن توزیع گردابه، میدان سرعت که حاصل از برآیند سرعت‌های القایی تمامی گردابه‌ها می‌باشد، بدست خواهد آمد. در روش گردابه گسسته، سطح جسم توسط یک لایه گردابه جایگزین شده و گردابه‌های چسبیده به جسم و گردابه‌های آزاد (در زمان و مکان) و نیز شرایط مرزی گسسته سازی می‌شوند. گردابه‌های چسبیده با جسم حرکت کرده و قدرت آنها وابسته به زمان است و میزان قدرت آنها از شرایط عدم نفوذ در نقاط کنترلی انتخاب شده، بدست می‌آیند. گردابه‌های آزاد به همراه جریان حرکت کرده و قدرت

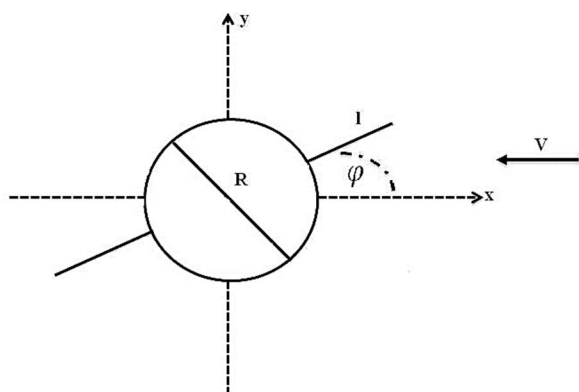


Fig. 3 Schematic studied object and its geometric parameters

شکل 3 شماتیک جسم مورد مطالعه و پارامترهای هندسی

سمت فرکانس واحدی میل کرده و یا به عبارتی در فرکانس طبیعی جسم بسته یا یکی می‌شوند [6].

ویژگی نوسانات خود القا شده اجسام که توسط آمورا مطرح شده بود مورد توجه اسکالان و روزنوم در سال 1968 قرار گرفته است [7]. آنها بیان کردند که نیروهایی وجود دارد که انرژی اضافی را در سیستم (جریان سیال و جسم) به وجود می‌آورند که ممکن است به طور فیزیکی در ترم‌های میرایی منفی تعبیر شوند. در پی بوجود آمدن میرایی منفی، انتقال انرژی باید صورت گیرد و برای یک سیستم با میرایی مثبت، نیروی میرایی کار منفی را انجام می‌دهد و در مورد میرایی منفی، نیروی میرایی کار مثبتی را روی سیستم انجام می‌دهد که نیازمند انتقال انرژی می‌باشد [7]. پروتوس و همکارانش در سال 1968 انرژی انتقال یافته از جریان سیال به استوانه‌ای که تحت نوسانات و ارتعاشات خود القا شده قرار گرفته را بدست آوردند [8].

بیرمن و اوباساجو در سال 1982 مطالعاتی را در زمینه مقایسه نتایج بدست آمده برای استوانه با مقطع مربعی در حالت ثابت شده در جریان و با نوسانات اجباری بدست آوردند [9]. آنها دریافتند که ضریب برای نوسانی برای استوانه با مقطع مربعی در ناحیه همزمانی فرکانسی خیلی کمتر از استوانه چرخان با مقطع دایروی با همان شرایط آزمایش می‌باشد. به علاوه در سرعت‌های کاهنده پایین رهایی گردابه ممکن است باعث نوسانات استوانه میرا گشته و از بین برود و قبل از ناحیه قفل شدن یا همزمانی، نوسانات اجباری استوانه بر حرکت آن چیره شده و نوسانات ناشی از رهایی گردابه از بین برود. همچنین بیرمن در سال 1984 نوسانات جسم ناشی از پدیده رهایی گردابه از سطح جسم را بازگو کرد [9].

ویلیامسون و روشکودر سال 1988 مکانیسمی را برای تعیین موقعیت و شکل گردابه‌های رها شده در جریان فراهم آوردند. همان‌طور که در شکل 2 ملاحظه می‌کنید الگوی خاصی از رهایی گردابه‌ها در ناحیه دنباله‌دار پشت استوانه در اثر حرکت آن ایجاد می‌گردد [10].

این الگوها شامل مد 2S (دو گردابه منفرد در هر سیکل حرکتی) و مد 2P (دو جفت گردابه در هر سیکل حرکتی) می‌باشد. البته اگر نوسانات و ارتعاشات اجباری بر جسم ایجاد گردد مد دیگری از رهایی گردابه تحت عنوان مد P+S (یک گردابه مجزا و یک جفت گردابه در یک سیکل حرکتی)

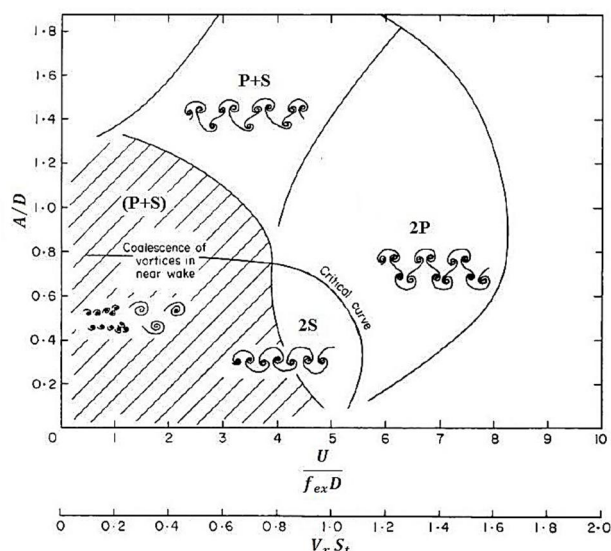


Fig. 2 Map of vortex patterns [10].

شکل 2 الگوی گردابه‌های رها شده [10].

باشد:

$$J_* = \int_{-1}^1 \rho_{t^*}(r_*) r_*^2 dr_* \quad (9)$$

$\rho_{t^*}$  چگالی بی‌بعد جسم بوده و به شکل رابطه (10) می‌باشد:

$$\rho_{t^*}(r_*) = \frac{\rho_w h(r_*)}{\rho L} \quad (10)$$

$h$  ضخامت محلی جسم،  $\rho_w$  چگالی ماده تشکیل دهنده جسم و  $\rho$  چگالی جریان آزاد است. پارامترهای بی‌بعد دیگر به صورت  $X_* = x/L$  و  $Y_* = y/L$  تعریف می‌گردند.

برای تعیین مجموع قدرت گردابه‌های چسبیده و رها شده در قدم زمانی جاری، از شرط عدم نفوذ استفاده گردیده است که این شرط مرزی بصورت رابطه (11) می‌باشد:

$$(\vec{V} \cdot \vec{n}_v) = |r_*| \dot{\phi} \quad (11)$$

که در آن  $n_v$  بردار عمود بر سطح در نقطه مورد نظر می‌باشد. برای محاسبه اثرات استهلاك گردابه‌های آزاد از روش نیمه تجربی افت گردابه استفاده می‌گردد. بر این اساس قدرت  $\dot{\phi}$  گردابه که تابعی از زمان است بصورت رابطه (12) محاسبه می‌شود:

$$\delta_{0i}(t) = \delta_{0i} \left\{ 1 - e^{\left[ \frac{-k}{4(t-t_{0i})} \right]} \right\} \quad (12)$$

که در آن  $\delta_{0i}$  قدرت  $\dot{\phi}$  گردابه در زمان تولد آن،  $k$  یک ثابت تجربی که شاخص سرعت استهلاك گردابه بوده و  $t_{0i}$  زمان تولد  $\dot{\phi}$  گردابه است. مقدار بهینه  $k$  برابر 40 می‌باشد [12].

شرایط اولیه مسئله بصورت رابطه (13) می‌باشد:

$$\forall (x, y), t = 0 \rightarrow v = 0, u = 0 \quad (13)$$

همچنین ضخامت استوانه و صفحات صفر فرض شده و از اندیس \* بخاطر ساده‌نویسی صرفنظر می‌گردد. در زمان  $t = 0$  جریان جاری شده و در نتیجه معادله سرعت بصورت رابطه (14) است:

$$v_{\infty} = 0; u_{\infty} = u_{\infty}(t) \quad (14)$$

در حالت دوران آزاد، برای اینکه بار ناگهانی به صفحه وارد نشود تغییرات سرعت بی‌بعد از صفر تا ماکزیمم مقدار آن که یک است بر اساس فرمول (15) تنظیم می‌گردد:

$$u_{\infty}(t) = 1 - (1 - t)^2 \quad (15)$$

زاویه صفحه شاخص با جریان آزاد  $\phi$  نامیده شده (شکل 3) و سرعت زاویه‌ای اولیه صفحه  $\dot{\phi}$  می‌باشد که مقدار آن صفر در نظر گرفته شده است.

شرط اضافی دیگری که باید در حل جریان ناپایا در نظر گرفته شود، شرط کلون می‌باشد. بنا به این شرط، مجموع قدرت کلی گردابه‌ها با گذشت زمان ثابت باقی مانده و مقدار آن همواره برابر صفر است. بنابراین شرط کلون که در هر گام زمانی باید ارضا شود به صورت رابطه (16) می‌باشد.

$$\sum_{i=1}^n \Gamma_i + \sum_{i=1}^m \delta_i = 0 \quad (16)$$

در رابطه (16)،  $n$  بیان‌گر تعداد گردابه‌های چسبیده به جسم،  $m$  بیان‌گر تعداد گردابه‌های آزاد شده،  $\Gamma_i$  بیان‌گر قدرت گردابه‌های چسبیده به جسم و  $\delta$  بیانگر قدرت گردابه‌های آزاد شده در جریان می‌باشد.

برای تعیین قدرت گردابه‌های چسبیده و هر یک از گردابه‌های آزاد شده از لبه‌ها در هر قدم زمانی از شرط عدم نفوذ در نقاط کنترلی (رابطه 11) استفاده می‌گردد. نقاط کنترلی در فاصله میانی گردابه‌های چسبیده و همچنین در لبه‌ها قرار گرفته‌اند. در نتیجه در هر قدم زمانی یک دستگاه معادلات جبری که شامل  $n_c + n_p \times n_k + 1$  معادله ( $n_c$  بیان‌گر تعداد

آنها در جریان ایده‌آل، ثابت فرض می‌شود. (طبق تئوری هلمهولتز) در جریان لزج، در حالت عمومی ممکن است قدرت گردابه‌ها در برخورد با جسم صلب کاهش یابد. لازم به ذکر است که در صورت عدم وجود مرز صلب در جریان لزج، صرفنظر از وجود استهلاك گردابه، مجموع قدرت گردابه‌ها ثابت باقی می‌ماند. بنابراین در حالت جدایی گردابه در جریان لزج، امکان استهلاك و کاهش قدرت گردابه وجود دارد. در هر قدم زمانی از هر کدام از گوشه‌های تیز جسم (بدلیل جدایی جریان) یک گردابه آزاد رها می‌شود. بنابراین تعداد گردابه‌های آزاد به مرور زمان افزایش می‌یابد. برای محاسبه سرعت القایی حاصل از گردابه، از قانون بیوسوار استفاده گردیده است. براساس این قانون، سرعت القایی در مرکز گردابه به سمت بینهایت میل می‌کند و با افزایش فاصله از مرکز، سرعت کاهش می‌یابد. لذا نقطهٔ تکین در مرکز وجود دارد که با تدابیری می‌بایست مرتفع گردد. برای حل این مسأله از روش منطقه مجزا استفاده شده است. بدین صورت که پیرامون مرکز گردابه، منطقه‌ای به شعاع  $r_c$  در نظر گرفته شده (منطقه مجزا) که در داخل آن سرعت از صفر (در مرکز دایره) تا حداکثر آن (روی مرز دایره) تغییر می‌کند. در خارج از این منطقه (بدون ناپیوستگی در مرز) از قانون بیوسوار استفاده می‌شود. در این حالت میدان سرعت در معادله پیوستگی صدق می‌کند و حتی اگر حل ناپایدار باشد، مسأله کوشی برای حرکت گردابه‌ها صحیح خواهد بود. سرعت القایی حاصل از یک رشته گردابه در یک نقطه دلخواه از رابطه (1) بدست می‌آید:

$$V_{\theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r}; r > r_c; V_{\theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \frac{r}{r_c^2}; r < r_c; V_r = 0 \quad (1)$$

که  $V_{\theta}$  و  $V_r$  مؤلفه‌های شعاعی و زاویه‌ای سرعت القایی،  $\Gamma$  قدرت گردابه و  $r$  فاصله نقطه مورد نظر تا مرکز گردابه می‌باشد. دستگاه مختصات  $(x, y)$  را بر مرکز استوانه مستقر کرده (شکل 3) به گونه‌ای که  $x$  در امتداد جریان باشد. متغیرهای بی‌بعد با اندیس \* نمایش داده و به صورت روابط (2) و (3) تعریف می‌شوند.

$$t_* = \frac{U}{L} t; x_* = \frac{x}{L}; y_* = \frac{y}{L}; u_* = \frac{u}{U}; v_* = \frac{v}{U} \quad (2)$$

$$p_* = \frac{p}{\rho U^2}; \Gamma_* = \frac{\Gamma}{UL}; V_* = \frac{V}{U} \quad (3)$$

که در آن  $\Gamma$  قدرت گردابه،  $L$  طول صفحه،  $U = U_{\infty}$  سرعت جریان آزاد است.

عملگرهای بی‌بعد نیز به صورت رابطه (4) بیان می‌شوند:

$$\nabla_* = \frac{\partial}{\partial x_*} + \frac{\partial}{\partial y_*}; \nabla_* \cdot \nabla_* = \frac{\partial^2 u_*}{\partial x_*^2} + \frac{\partial^2 v_*}{\partial y_*^2} \quad (4)$$

شرط تراکم ناپذیری جریان در حالت بی‌بعد بصورت رابطه (5) است:

$$|\text{div} \vec{V}_*| = 0 \quad (5)$$

معادله حرکت تراکم ناپذیر (بدون اعمال نیروی وزن) به شکل بی‌بعد نیز بصورت رابطه (6) می‌باشد:

$$\frac{d\vec{V}_*}{dt_*} = -\nabla_*(p_*) + \frac{1}{\text{Re}} \Delta_* \vec{V}_* \quad (6)$$

فرض کنید  $r_*$  مختصات بی‌بعد محلی بوده و در راستای طول جسم باشد. بنابراین معادله دوران آزاد بصورت رابطه (7) خواهد بود:

$$J_* \dot{\phi} = M_{Z_*} = \int_{-1}^1 r_* \Delta p_*(r_*) dr_* \quad (7)$$

$\phi$  زاویه بین بردار سرعت جریان آزاد و نیم صفحهٔ شاخص است.  $M_{Z_*}$  گشتاور آیرودینامیکی بی‌بعد اعمالی بر روی صفحه بوده و به بصورت رابطه (8) است:

$$M_{Z_*} = \frac{2M_Z}{L^2 \rho U^2} \quad (8)$$

$J_*$  ممان اینرسی بی‌بعد جسم در واحد طول بوده و بصورت رابطه (9) می‌-

و همچنین با استفاده از شتاب زاویه‌ای بی‌بعد بدست آمده زاویه صفحه را در قدم زمانی بعدی با استفاده از رابطه (22) تعیین می‌شود:

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \dot{\varphi}_n \Delta t \quad (22)$$

اندیس  $n$  نمایان گر قدم زمانی فعلی و اندیس  $n+1$  نشان گر قدم زمانی بعدی است. نکته حائز اهمیت در نظر گرفتن فیزیک جسم می‌باشد. بدین صورت که اگر در هنگام جابجایی صفحه (طبق رابطه (21) و (22)) و حرکت گردها (طبق رابطه (19)) تعدادی از گردها به صفحه و استوانه نزدیک شوند به گونه‌ای که فاصله آنها از ما بین نقاط کنترلی کمتر باشد این گردها از صفحه و استوانه با استفاده از تئوری بازتاب دور می‌شوند. این عمل بخاطر تنظیم میدان سرعت در اطراف صفحه و با هدف حذف غیر فیزیکی گردها در جسم انجام می‌شوند [13].

### 3- وسایل، تجهیزات و روش انجام آزمایش

پس از مدل‌سازی عددی استوانه به همراه دو صفحه با درجه آزادی چرخشی، می‌بایست جهت راستی‌سنجی نتایج حاصله، آزمایشات تجربی صورت پذیرد. برای انجام آزمایشات تجربی، جسم قرار گرفته در جریان تحت درجه آزادی چرخشی همانگونه که مطرح گردید نیاز به تونل باد و یا آب و تجهیزات و ابزارآلات دیگری جهت ایجاد درجه آزادی چرخشی برای جسم می‌باشد. تجهیزات مورد نیاز برای آزمایش شامل مدل آزمایشگاهی، تونل باد مادون صوت و دستگاه زاویه سنج الکترونیکی می‌باشد. البته باید خاطر نشان کرد که آزمایشات انجام شده برای نوسانات آزاد جسم، در جریان یکنواخت بوده و رفتار دینامیکی جسم در جریان هوا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تمام آزمایش‌ها، در تونل باد آزمایشگاه آیرودینامیک دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری انجام شده است. این تونل باد مادون صوت و مدار بسته بوده و حداکثر سرعت آن به 50 متر بر ثانیه می‌رسد. مقطع آزمون این تونل باد دایره‌ای شکل بوده و دارای قطر 50 سانتی‌متر می‌باشد. فاصله بین دو دهانه تونل باد حدود 1 متر می‌باشد. شدت اغتشاش این تونل بسیار ناچیز بوده و کمتر از 0.1 درصد می‌باشد.

مدل‌های آزمایشگاهی مورد نظر، دو استوانه به طول‌های 16 و 24 سانتی-متر و قطر 10 سانتی‌متر می‌باشند. بر روی بدنه استوانه‌ها و در راستای طولی شیارهایی با ضخامت 2 میلی‌متر به منظور اتصال صفحات به آنها ایجاد شده است. صفحات از جنس آلومینیوم با طول‌های 16 و 24 سانتی‌متر و ضخامت 2 میلی‌متر می‌باشند به گونه‌ای که در داخل شیارهای استوانه قرار گرفته و از داخل به هم پیچ می‌شوند. صفحات دارای عرض‌های مختلف 5، 10، 15 و 20 سانتی‌متر می‌باشند. نمایی از صفحات با طول 16 سانتی‌متر و عرض‌های مختلف در شکل 4 دیده می‌شود. زاویه بین دو صفحه متصل شده به استوانه-ها برابر با 180 درجه می‌باشد.

دستگاه زاویه سنج الکترونیکی، می‌بایست قابلیت نگهداشتن مدل (استوانه به همراه صفحات) با درجه آزادی چرخش را در جریان تونل باد



Fig. 4 A view of the plates used in tests

شکل 4 نمایی از صفحات بکار رفته در آزمایش

تقسیمات روی استوانه،  $n_p$  بیان گر تعداد صفحات چسبیده به استوانه و  $n_k$  بیان گر تعداد تقسیمات روی صفحات می‌باشد و  $n_c + n_p \times n_k$  مجهول می‌باشد، حاصل می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید دستگاه معادلات نامعین شده (تعداد معادلات بیشتر از تعداد مجهولات)، بنابراین یک چشمه با قدرت نزدیک به صفر در مرکز استوانه قرار داده می‌شود. (تعداد مجهولات برابر با  $n_c + n_p \times n_k + 1$  می‌شود) این دستگاه با استفاده از روش‌های مختلف قابل حل بوده که در اینجا از روش حذفی گوس<sup>1</sup> استفاده گردیده است. پس از بدست آوردن قدرت گردهای چسبیده می‌بایست سرعت القایی ناشی از تمامی گردهای چسبیده و آزاد بر روی گردهای رها شده در قدم زمانی جاری و گردهای آزاد در فضا محاسبه گردد. لذا برای تعیین میزان سرعت در دستگاه مختصات ساکن باید سرعت حاصل از کلیه گردهای چسبیده و آزاد را با سرعت جریان آزاد بصورت برداری جمع نمود. لذا سرعت در نقطه‌ای با مختصات  $r$  بصورت روابط (17) و (18) بدست می‌آید:

$$u(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \Gamma_i u_i(\vec{r}) + \sum_{l=1}^m \delta_l u_l(\vec{r}) + u_{\infty}(t) \quad (17)$$

$$v(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \Gamma_i v_i(\vec{r}) + \sum_{l=1}^m \delta_l v_l(\vec{r}) \quad (18)$$

برای پیدا کردن موقعیت گردهای آزاد در قدم زمانی بعدی، از معادله حرکتی هر کدام از گردها بر اساس روش اولر انتگرال‌گیری گردیده لذا جهت پیدا کردن موقعیت هر کدام از گردهای آزاد از رابطه (19) استفاده می‌گردد:

$$\vec{r}_{j+1}^{n+1} = \vec{r}_j^n + \vec{v}^n(\vec{r}_j^n) \Delta t, \quad j = 1, m \quad (19)$$

در اینجا  $\vec{r}_j^n = (x_j^n; y_j^n)$  قدم زمانی فعلی،  $\Delta t$  نمایان گر قدم زمانی و  $j$  عدد گردهای آزاد است که با رها شدن هر گردها در هر قدم زمانی یک شماره به آن اضافه می‌گردد. حال که سرعت القایی کلی در دستگاه مختصات ساکن بدست آمد، می‌بایست رفتار جسم در قدم زمانی بعدی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. لذا ابتدا باید سرعت القایی بر روی تمامی نقاط کنترلی را طبق رابطه‌های (17) و (18) بدست آورد و سپس افت فشار در نقطه کنترل نام محاسبه گردد. افت فشار در نقطه کنترلی نام روی صفحه شاخص از فرمول (20) بدست می‌آید:

$$\Delta p_l^m = (u_l^m \cos \varphi_m + v_l^m \sin \varphi_m) \frac{\Gamma_l^m + \Gamma_{l-1}^m}{2} \frac{1}{\Delta r} - \frac{\delta_l^m + \sum_{k=1}^n (\Gamma_k^m - \Gamma_k^{mp})}{\Delta t} \quad (20)$$

که  $u_l^m$  و  $v_l^m$  مؤلفه‌های سرعت در راستای محورهای  $x$  و  $y$  در نقطه کنترلی نام مستقر روی صفحه  $lm$  است.  $\Gamma_l^m$  قدرت گردها چسبیده نام،  $\delta_l^m$  قدرت گردها آزاد ایجاد شده از لبه صفحه  $lm$  در قدم زمانی فعلی،  $\Gamma_k^{mp}$  قدرت گردها چسبیده  $km$  روی صفحه  $lm$  در قدم زمانی قبلی،  $\varphi_m$  زاویه بین صفحه  $lm$  با بردار سرعت جریان و  $\Delta r$  فاصله بین گردهای چسبیده مجاور است. رابطه (20) از انتگرال کوشی- لاگرانژ بدست آمده است. معادله دوران آزاد بصورت رابطه (21) است. با استفاده از این معادله می‌توان گشتاور دورانی بی‌بعد اعمالی بر روی صفحات متصل به استوانه را محاسبه کرده و بدین منظور از روش انتگرال‌گیری عددی استفاده شده است. حال با بدست آوردن گشتاور دورانی می‌توان شتاب زاویه‌ای بی‌بعد صفحه را در قدم زمانی بعدی از رابطه (21) بدست آورد:

$$\dot{\varphi}_{n+1} = \dot{\varphi}_n + \ddot{\varphi}_n \Delta t \quad (21)$$

<sup>1</sup> Gauss Elimination

موقعیت تعادلی (زاویه‌ای خاص) نوسان می‌کند که به آن نوسان پایا گفته می‌شود. دومین نوع، زمانی است که جسم در جریان پس از رها شدن شروع به دوران می‌کند که به آن دوران پایا گفته می‌شود. سومین نوع، زمانی است که جسم در جریان حول موقعیت تعادلی شروع به نوسان کرده و بعد وارد رژیم دورانی می‌شود. به عبارتی می‌توان گفت که این حرکت شامل نوسانات همراه با دوران می‌باشد، که به آن نوسان ناپایا گفته می‌شود و چهارمین نوع حرکت زمانی است که جسم در جریان ابتدا شروع به دوران کرده و سپس وارد رژیم نوسانی می‌گردد به عبارتی دارای حرکت دورانی همزمان با نوسان می‌باشد که به آن رژیم دورانی ناپایا می‌گویند.

در شکل 6 تغییرات زاویه‌ای جسم نسبت به زمان برای مدل استوانه‌ای با دو صفحه با نسبت طولی 3 و در سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه در زوایای حمله اولیه مختلف بای حل عددی نشان داده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده از حل عددی به وضوح روشن است که با افزایش زاویه حمله اولیه مدل تمایل به حرکت نوسانی دارد.

تغییرات ضریب گشتاور نسبت به زمان برای رژیم حرکتی دورانی (نسبت طولی 3 و سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه) و رژیم حرکتی نوسانی (نسبت طولی 2 و سرعت جریان آزاد 8 متر بر ثانیه) در زوایای حمله اولیه مختلف در شکل‌های 7 و 8 نشان داده شده است. در رژیم حرکتی دورانی، گشتاور حاصله به صورت نوسانات نامنظم با زمان تغییر کرده و با گذشت زمان دامنه نوسانات افزایش می‌یابد. اما در رژیم حرکتی نوسانی، تغییرات ضریب گشتاور با زمان نسبت به حرکت دورانی نامنظم‌تر بوده و مشاهده می‌شود که در نزدیکی زاویه تعادلی 90 درجه، نیرو و گشتاور جزئی در حدود صفر به صفحات وارد می‌شود.

به عبارتی می‌توان گفت که در هر نوسان با نزدیک شدن به زاویه تعادلی 90 درجه، مقدار نیرو یا گشتاور وارد شده به صفحات کاهش می‌یابد. همچنین در هر دو رژیم حرکتی نوسانی و دورانی با افزایش زاویه حمله اولیه، به طور متوسط نیروی گشتاوری کمتری به صفحات وارد می‌شود و به همین سبب با افزایش زاویه حمله اولیه رژیم حرکتی جسم از دورانی به نوسانی تبدیل می‌گردد.

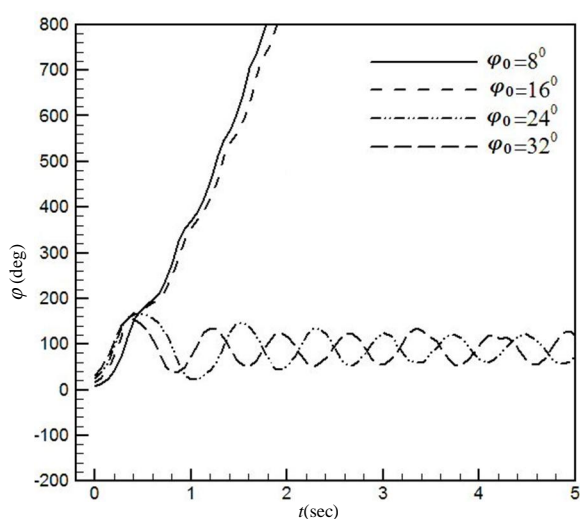


Fig. 6 Variation of object angle with time for length ratio 3 and free stream velocity 12 m/sec

شکل 6 تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان برای نسبت طولی 3 و در سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه

داشته باشد و همچنین بتواند رفتار مدل را (نوسان یا دوران) طی یک پروسه معین جهت بررسی و ثبت نتایج به رایانه منتقل نماید. از این رو این دستگاه از دو بخش الکترونیکی و مکانیکی تشکیل گردیده است. بخش مکانیکی، وظیفه نگهداشتن مدل با درجه آزادی چرخش و انتقال رفتار آن را داشته و قسمت الکترونیکی وظیفه تبدیل رفتار و جابجایی مدل از حالت مکانیکی به الکترونیکی و انتقال داده‌ها را به رایانه دارد. در نهایت داده‌ها در رایانه مورد آنالیز قرار می‌گیرد. شکل 5 نمایی از مدل مذکور با دستگاه زاویه سنج الکترونیکی را در مقطع آزمون تونل باد نشان می‌دهد.

پس از آن که صفحات بر روی استوانه نصب گردید و مدل مذکور ساخته شد، مدل به گونه‌ای که در معرض جریان تونل باد قرار گیرد بر روی دستگاه زاویه سنج الکترونیکی نصب می‌شود. البته باید خاطر نشان کرد که این دستگاه شامل ترمزگیر مخصوصی بوده که می‌توان توسط آن مدل را در زوایای حمله اولیه مدنظر قرار داده و در جریان ثابت نگه داشت. به منظور ثبت داده‌ها و آنالیز آنها در رایانه، از برنامه لب ویو<sup>1</sup> استفاده می‌گردد. این برنامه نوعی زبان برنامه نویسی گرافیکی می‌باشد که با نوشتن برنامه‌ای در آن می‌توان داده‌ها را از پورت سریال دریافت و ثبت نمود. بدین منظور با اجرای برنامه مذکور در نرم افزار لب ویو، در ابتدا سیگنالی جهت آزاد شدن ترمز درب بازکن آیفون به میکروکنترلر فرستاده شده و سپس مدل در جریان شروع به حرکت کرده و تغییرات حرکتی آن با توجه به گام زمانی که در برنامه قرار داده شده ثبت می‌گردد. گام زمانی در نظر گرفته شده در آزمایشات، برابر با 0.1 ثانیه می‌باشد. بدین ترتیب در سرعت‌های جریان مختلف (10، 15، 20، 25، 30) متر بر ثانیه، زوایای حمله اولیه مختلف (0، 8، 16، 24 و 32) درجه و نسبت‌های طولی مختلف ( $L/R$ ) برابر با 1، 2، 3 و 4 تغییرات زوایا ثبت می‌گردد.

#### 4- نتایج حل عددی

در روش عددی، برای مدل‌سازی جریان ناپایا حول استوانه به همراه دو صفحه متصل به آن با توجه به روش گردابه گسسته گفته شده، برنامه‌ای به زبان فرترن نوشته شده است. در این برنامه، گام زمانی را برابر با یک دهم ثانیه در نظر گرفته و بازه زمانی از 0 تا 50 ثانیه انتخاب شده است. در فرایند محاسبات، پارامترهای متغیر شامل نسبت طول صفحات به شعاع استوانه ( $L/R$ ) (مقادیر 0.667، 1، 1.5، 2.33 و 4) و زاویه حمله اولیه صفحه مرجع نسبت به جریان آزاد (در حالت دو صفحه در محدوده 0 تا 90 درجه) می‌باشد. ممان اینرسی در محاسبات برابر با  $I = 2.5$  در نظر گرفته شده است. در نتیجه محاسبات مشخص گردید که با توجه به طول نسبی صفحات ( $L/R$ ) و زاویه حمله اولیه صفحه مرجع با جریان آزاد  $\phi_0$ ، الگوی رفتاری متفاوتی از جسم در جریان مشاهده شد. به طور کلی، رژیم حرکتی جسم در جریان به چهار نوع تقسیم می‌شود. نوع اول، زمانی است که جسم در جریان حول

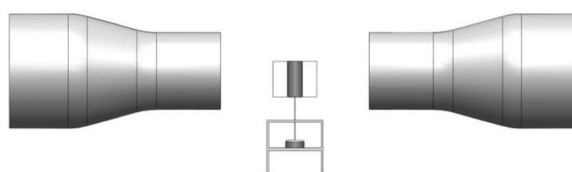
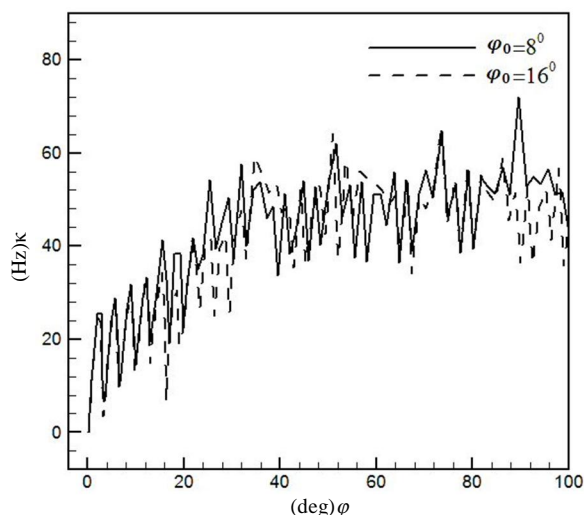


Fig. 5 Model and equipment used for testing in the wind tunnel

شکل 5 مدل و تجهیزات به کار رفته برای آزمایشات در تونل باد

<sup>1</sup> LabView

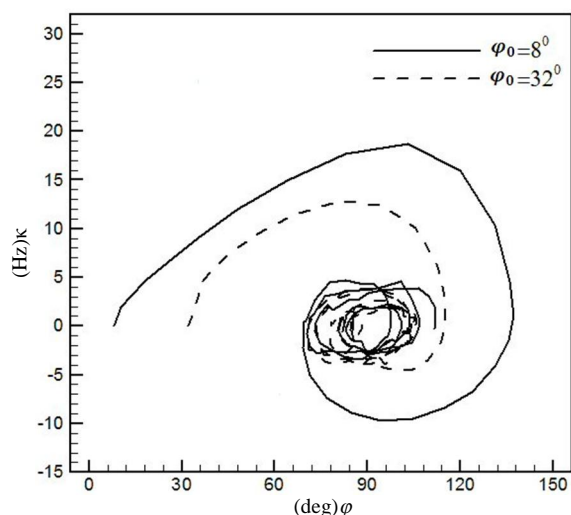




**Fig. 9** Variation of dimming frequency with object angle for length ratio 3 and free flow velocity 12 m/sec

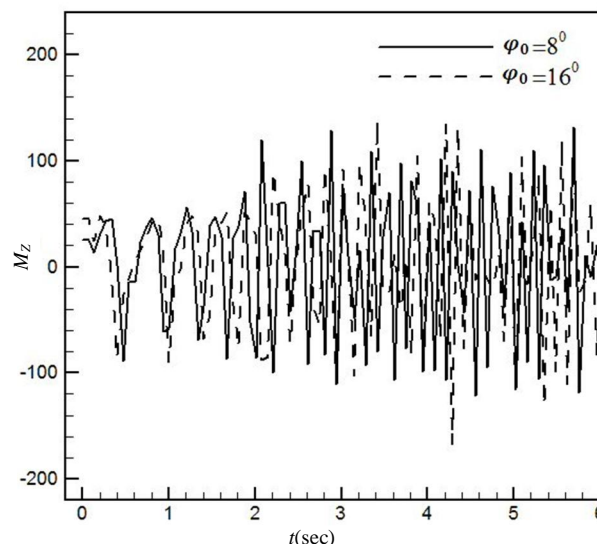
شکل 9 تغییرات فرکانس کاهنده نسبت به تغییرات زاویه‌ای جسم در نسبت طولی 3 و سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه

تغییرات فرکانس کاهنده نسبت به تغییرات زاویه‌ای جسم در رژیم حرکتی نوسانی برای استوانه با دو صفحه در نسبت طولی 2 و سرعت جریان آزاد 8 متر بر ثانیه در شکل 10 نشان داده شده است. در هر دور نوسان، فرکانس کاهنده نیز با افزایش زاویه‌ای، افزایش می‌یابد. ولی با نزدیک شدن به زاویه تعادلی که در حدود 90 درجه می‌باشد، در اثر کاهش سرعت زاویه‌ای جسم، فرکانس کاهنده کاهش می‌یابد و با گذشتن از زاویه تعادلی مجدداً فرکانس کاهنده نیز افزایش می‌یابد از این‌رو دوابری حول زاویه تعادلی 90 درجه به وجود می‌آید. با افزایش زاویه حمله اولیه دیده می‌شود که مقدار فرکانس کاهنده در هر نوسان، کاهش می‌یابد. به عبارتی می‌توان گفت که در حرکت نوسانی با گذشت زمان سرعت نوسانی جسم نیز کاهش یافته، از این‌رو فرکانس کاهنده جسم نیز در هر دور نوسان کاهش می‌یابد.



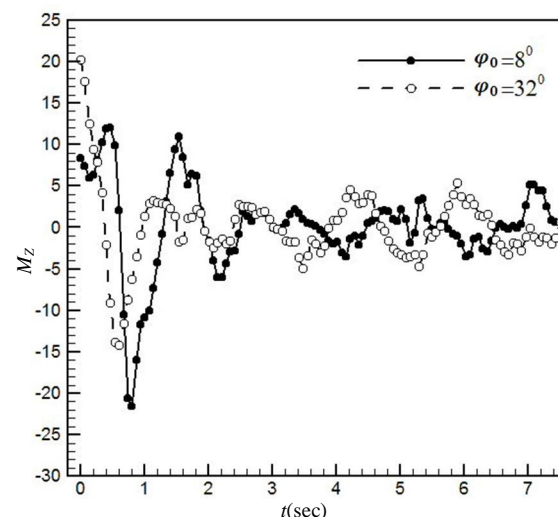
**Fig. 10** Variation of dimming frequency with object angle for length ratio 2 and free flow velocity 8 m/sec

شکل 10 تغییرات فرکانس کاهنده نسبت به تغییرات زاویه‌ای جسم در نسبت طولی 2 و سرعت جریان آزاد 8 متر بر ثانیه



**Fig. 7** Variation of moment coefficient with time for length ratio 3 and free stream velocity 12 m/sec

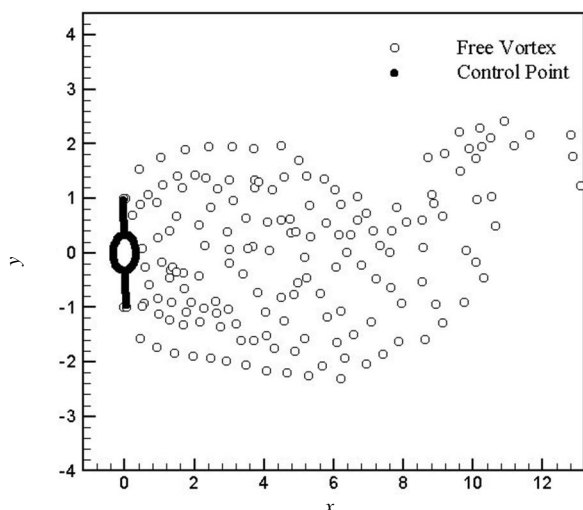
شکل 7 تغییرات ضریب گشتاور نسبت به زمان برای نسبت طولی 3 و سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه



**Fig. 8** Variation of moment coefficient with time for length ratio 2 and free stream velocity 8 m/sec

شکل 8 تغییرات ضریب گشتاور نسبت به زمان برای نسبت طولی 2 و سرعت جریان آزاد 8 متر بر ثانیه

فرکانس کاهنده ( $\kappa$ ) از پارامترهای مهم ناپایی جریان می‌باشد و به صورت رابطه  $\kappa = \omega c / 2V$  تعریف می‌گردد. که  $\omega$  سرعت زاویه‌ای مدل و  $c$  بیان‌گر پارامتر طولی و  $V$  بیان‌گر سرعت جریان آزاد می‌باشد. شکل 9، تغییرات فرکانس کاهنده را نسبت به تغییرات زاویه‌ای برای استوانه با دو صفحه در نسبت طولی 3 و سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه (رژیم حرکتی دورانی) نشان می‌دهد. با افزایش زاویه حرکتی جسم، فرکانس کاهنده به صورت نوسانات نامنظم تغییر می‌کند و در هر دوران، دامنه تغییرات فرکانس کاهنده نیز افزایش می‌یابد تا این که از یک زمان به بعد مقدار متوسط فرکانس کاهنده، ثابت می‌گردد. با افزایش زاویه حمله اولیه، فرکانس کاهنده جسم در ابتدای حرکت یکسان بوده ولی با گذشت زمان مشاهده می‌شود که در زوایای حمله اولیه بالاتر، مقدار متوسط فرکانس کاهنده نیز کاهش می‌یابد که این امر به سبب کاهش نیروهای اعمالی به صفحات بوده است.



**Fig. 12** Vortex distribution at the time of 4.623 second for length ratio 2 and primary angle of attack 8 degree and free flow velocity 10m/sec

**شکل 12** توزیع گردابه در زمان 4.623 ثانیه و نسبت طولی 2 در زاویه حمله اولیه 8 درجه و سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه

در مدل استوانه به طول 16 سانتی‌متر به همراه دو صفحه (شکل 13)، عدد رینولدز جریان در فرایند آزمایش مابین  $1.32 \times 10^5$  و  $9.92 \times 10^6$  می‌باشد. علاوه بر رژیم‌های حرکتی گفته شده شامل دورانی پایا، نوسانی پایا، دورانی ناپایا و نوسانی ناپایا، رژیم حرکتی میرا شده حول زاویه 90 درجه مشاهده می‌شود. این نوع حرکت میرا شده حول زاویه 90 درجه بیشتر در سرعت‌های پایین جریان و نسبت طولی  $L/R$  پایین ایجاد می‌شود. در شکل 13، تغییرات زاویه-ای جسم نسبت به زمان برای استوانه به طول 16 سانتی‌متر به همراه دو صفحه و نسبت طولی ( $L/R$ ) برابر با 1 در سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه نشان داده شده است. همان‌طوری‌که دیده می‌شود در تمامی زوایای حمله اولیه به جز صفر درجه (مدل ساکن باقی می‌ماند) با رهایش جسم در جریان آزاد، جسم تا زاویه تعادلی 90 درجه شروع به حرکت کرده و سپس حرکت آن در جریان میرا شده و در جریان ساکن باقی می‌ماند. با افزایش سرعت جریان، عدد رینولدز نیز افزایش یافته و آشفتگی جریان سبب می‌شود که رفتار حرکتی مدل به صورت نوسانی و میرا شده حول زاویه 90 درجه گردد که این نوع رژیم حرکتی در نسبت طولی 1 در تمامی سرعت‌های جریان آزاد دیده می‌شود. با افزایش نسبت طولی، دیگر نوسانات جسم در جریان آزاد میرا نشده و جسم همواره در جریان نوسان می‌کند. این نوع حرکت نوسانی پایا حول زاویه تعادلی را می‌توان در شکل 14 برای استوانه به طول 16 سانتی‌متر با نسبت طولی 2 و در جریان آزاد 25 متر بر ثانیه مشاهده نمود. نوع حرکت به صورت نوسانی پایا حول زاویه 90 درجه می‌باشد البته دامنه نوسانات به صورت متغیر بوده و حداکثر دامنه نوسانات برای زوایای حمله اولیه پایین نزدیک به صفر درجه می‌باشد که این امر به سبب وارد شدن نیروی زیاد به صفحات در زوایای حمله اولیه پایین می‌باشد.

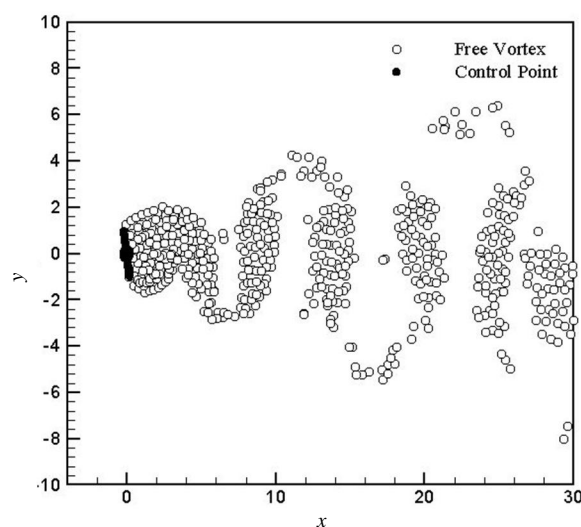
مرز تبدیل حرکت نوسانی به دورانی را می‌توان در شکل 15، برای استوانه به طول 16 سانتی‌متر و نسبت طولی 3 و سرعت جریان آزاد 30 متر بر ثانیه مشاهده کرد. با توجه به شکل 14 نوع حرکت به صورت ترکیبی از نوسانی پایا و ناپایا می‌باشد. بدین صورت که در زوایای حمله اولیه پایین به سبب افزایش نیروی عمودی وارده به صفحات، نوع حرکت به صورت نوسانی ناپایا می‌باشد به عبارتی این نوع حرکت به صورت نوسانی توأم با دوران به صورت نامنظم

در شکل 11، پراکندگی گردابه‌های آزاد شده از لبه صفحات برای استوانه به همراه دو صفحه در نسبت طولی 4 و سرعت جریان آزاد 6 متر بر ثانیه و زاویه حمله اولیه 8 درجه (رژیم حرکتی نوسانی) در آخرین گام زمانی نشان داده شده است. در فرایند نوسانات جسم حول زاویه تعادلی 90 درجه، به تناوب توده‌های گردابه‌ای از لبه صفحات خارج شده و وارد جریان آزاد می‌گردد و الگوی خاصی از جریان گردابه‌ای در ناحیه دنباله‌دار پشت جسم ایجاد می‌کند. با توجه به الگوهای شناخته شده رهایی گردابه به پایین دست جریان توسط ویلیامسون و روشکو [10]، دیده می‌شود که الگوی رهایی گردابه به پایین دست جریان به صورت مد 2s است. به عبارتی دو گردابه با جهت چرخش مخالف در هر سیکل نوسان وجود دارد.

با مقایسه نتایج مشخص گردید که برای هر دو حالت رژیم حرکتی دورانی و نوسانی، علت وقوع حرکت جسم به سبب توزیع پادمقارن گردابه‌ها حول صفحات می‌باشد به عبارتی می‌توان گفت که افزایش توده‌های گردابه‌ای برای یکی از صفحات نسبت به دیگری باعث کاهش نیرو و در نتیجه باعث کاهش گشتاور آن صفحه نسبت به دیگری گشته و منجر به دوران یا نوسان جسم می‌گردد. البته در رژیم حرکتی نوسانی دیده شده که در نزدیکی زاویه تعادلی 90 درجه، توزیع گردابه‌ها در نزدیکی دو صفحه به صورت متقارن بوده که این امر باعث کاهش نیرو و گشتاور اعمالی به صفحات گشته و در نتیجه باعث کاهش سرعت جسم در این زاویه خاص می‌گردد. این موضوع همچنین در شکل 12 برای استوانه به همراه دو صفحه در نسبت طولی 2 و سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه در زاویه حمله اولیه 8 درجه دیده می‌شود.

## 5- نتایج تجربی

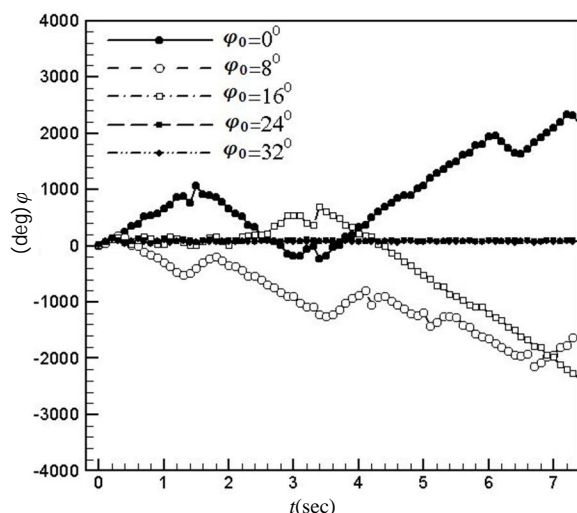
آزمایش‌های متعددی بر روی مدل استوانه به همراه دو صفحه در تونل باد انجام شده است. طول استوانه‌ها به ترتیب برابر با 16 و 24 سانتی‌متر بوده و نسبت عرض صفحات به شعاع استوانه (نسبت طولی  $L/R$ ) برابر با 1، 2، 3 و 4 می‌باشد. آزمایشات در سرعت‌های مختلف جریان تونل باد در محدوده 6 تا 30 متر بر ثانیه و تحت زوایای حمله اولیه ( $\phi_0$ ) مختلف انجام شده است.



**Fig. 11** Abandoned vortices distribution for length ratio 4 and primary angle of attack 8 degree and free flow velocity 6m/sec

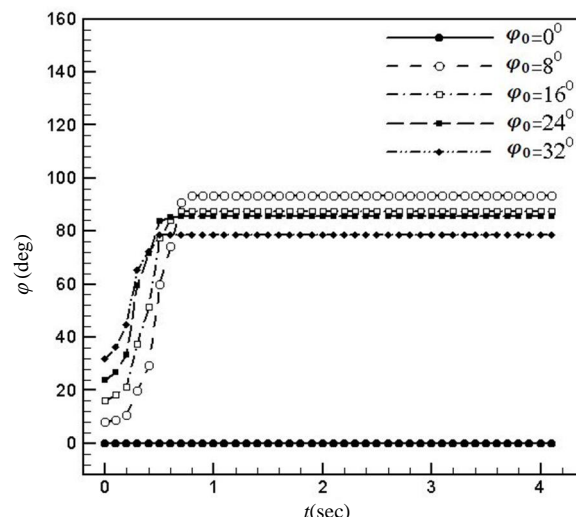
**شکل 11** توزیع گردابه‌های رها شده برای نسبت طولی 4 و زاویه حمله اولیه 8 درجه و سرعت جریان آزاد 6 متر بر ثانیه





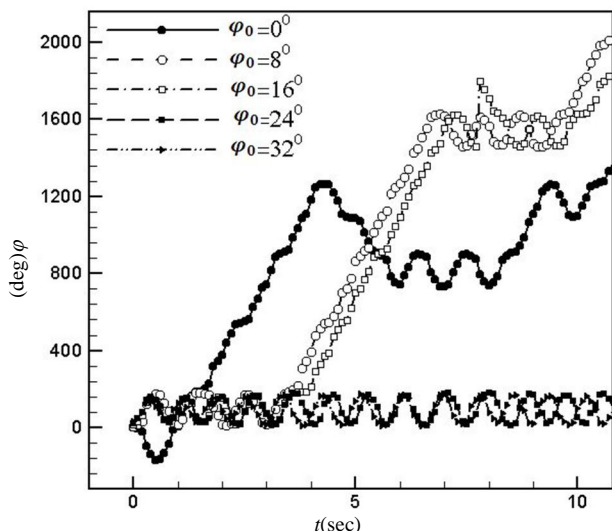
**Fig. 15** Variation of object angle with time for cylinder with length 16 centimeter, length ratio 3 and free stream velocity 30 m/sec

شکل 15 تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان، برای استوانه به طول 16 سانتی متر، با نسبت طولی 3 و در سرعت جریان 30 متر بر ثانیه



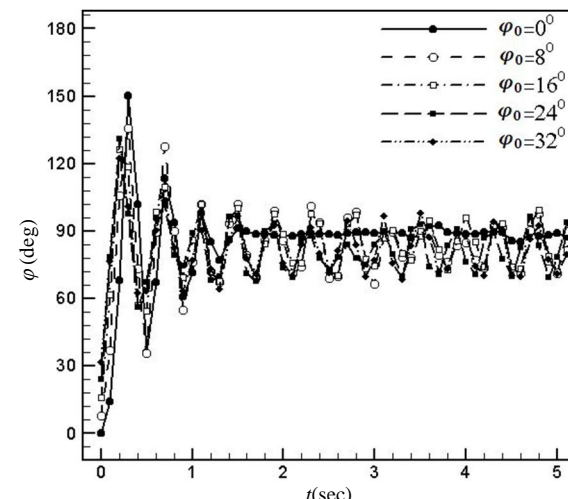
**Fig. 13** Variation of object angle with time for cylinder with length 16 centimeter, length ratio 1 and free stream velocity 10 m/sec

شکل 13 تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان، برای استوانه به طول 16 سانتی متر، با نسبت طولی 1 و در سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه



**Fig. 16** Variation of object angle with time for cylinder with length 16 centimeter, length ratio 4 and free stream velocity 15 m/sec

شکل 16 تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان، برای استوانه به طول 16 سانتی متر، با نسبت طولی 4 و در سرعت جریان 15 متر بر ثانیه



**Fig. 14** Variation of object angle with time for cylinder with length 16 centimeter, length ratio 2 and free stream velocity 25 m/sec

شکل 14 تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان، برای استوانه 16 سانتی متر، با نسبت طولی 2 و در سرعت جریان 25 متر بر ثانیه

$L/R$  برابر با 3 و در سرعت 10 متر بر ثانیه ایجاد می گردد و با افزایش سرعت رژیم حرکتی دورانی پایا به وقوع می پیوندد.

در شکل 17، رژیم حرکتی دورانی پایا برای استوانه به طول 24 سانتی متر به همراه دو صفحه با نسبت طولی برابر با 3 و سرعت جریان 13 متر بر ثانیه در زوایا حمله اولیه مختلف نشان داده شده است. به سبب تأثیرات سه بعدی جریان برای استوانه به طول 16 سانتی متر به همراه دو صفحه رژیم حرکتی دورانی پایا دیده نمی شود و عموماً رژیم حرکتی دورانی ناپایا رخ می دهد اما افزایش طول استوانه تا 24 سانتی متر نشان می دهد که با توجه به ابعاد دهانه تونل باد، تأثیر سه بعدی جریان از بین رفته و تبدیل به جریان دو بعدی می گردد همین امر باعث بروز حرکت دورانی پایا برای مدل 24 سانتی متری می شود.

بوده ولی در زوایای حمله اولیه بالاتر هنوز حرکت از نوع نوسانی پایا حول زاویه 90 درجه می باشد.

در شکل 16، تغییرات زاویه ای نسبت به زمان برای استوانه 16 سانتی متری با نسبت طولی 4 و سرعت جریان آزاد 15 متر بر ثانیه نشان داده شده است. با افزایش زاویه حمله اولیه تا 90 درجه، به سبب کاهش نیروی عمودی وارده به صفحات، رژیم حرکتی از نوسانی ناپایا (نواسانات توأمان با دوران) به نوسانی پایا حول زاویه 90 درجه تبدیل می گردد. با افزایش نسبت طولی و سرعت جریان آزاد، رژیم حرکتی دورانی ناپایا بروز نمی کند عموماً نوع حرکت مدل به صورت دورانی ناپایا (دوران توأمان با نوسان) می باشد. با افزایش طول استوانه تا 24 سانتی متر مشاهده می شود که در نسبت های طولی 1 و 2 نوع حرکت مدل مطابق با استوانه 16 سانتی متری می باشد. اما برای نسبت طولی  $L/R$  برابر با 3 در رژیم حرکتی آن نسبت به طول استوانه 16 سانتی متری تفاوت هایی دیده می شود. شروع حرکت نوسانی ناپایا برای نسبت طولی

هنگامی که دامنه نوسانات جسم شدید باشد و با به عبارتی در ناحیه قفل شده قرار گیرد (رژیم حرکتی دورانی)، در این ناحیه فرکانس نوسانات جریان با فرکانس نوسان یا دورانی جسم برابر می‌باشد. از این رو برای محاسبه عدد استروهل در رژیم حرکتی دورانی پایا به جای فرکانس نوسانات جریان از فرکانس دورانی جسم استفاده شده است. تغییرات عدد استروهل نسبت به عدد بی بعد رینولدز برای استوانه به طول 24 سانتی‌متر به همراه دو صفحه و نسبت‌های طولی مختلف 3 و 4 در شکل 19 نشان داده شده است. همان‌طوری که از این شکل پیداست، با افزایش عدد رینولدز، عدد استروهل تقریباً ثابت می‌باشد. همان‌طور که بلوینز در آزمایشات خود نشان داده است که برای استوانه چرخان تغییرات عدد استروهل نسبت به عدد رینولدز مقدار ثابتی حدود 0.2 دارد. برای استوانه به همراه دو صفحه نیز این تغییرات نسبت به عدد رینولدز مقدار ثابتی را نشان می‌دهد. متوسط عدد استروهل برای نسبت طولی 3 معادل با 0.0398 می‌باشد و برای نسبت طولی 4 مقدار متوسط عدد استروهل معادل با 0.0338 می‌باشد.

### 6- مقایسه بین نتایج تجربی و عددی

شکل 20 مقایسه بین داده‌های تجربی و عددی را برای تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان در نسبت طولی 2، سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه و زاویه حمله اولیه 16 درجه نشان می‌دهد. نوع رژیم حرکتی هم در حل عددی و هم در روش تجربی به صورت نوسانی حول زاویه تعادلی 90 درجه می‌باشد. البته در روش تجربی تأثیرات جریان سه بعدی منجر می‌شود که نوسانات جسم در جریان نسبت به روش حل عددی دامنه کمتری داشته و به عبارت دیگر، نوسانات جسم در جریان میرایی بیشتری دارد اما با افزایش نسبت طولی تا مقدار برابر با 3 همان گونه که در شکل 21 (سرعت جریان آزاد 8 متر بر ثانیه و زاویه حمله اولیه 32 درجه) دیده می‌شود، هم در روش عددی و هم در روش تجربی نوع رژیم حرکتی به صورت نوسانات متوالی حول زاویه 90 درجه می‌باشد اما با گذشت زمان، دامنه نوسانات در روش تجربی نسبت به روش عددی کمتر می‌باشد که این تفاوت به سبب میرایی ناشی از تأثیرات سه بعدی بودن جریان واقعی می‌باشد. شکل 22، مقایسه بین داده‌های تجربی و عددی تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان را برای نسبت طولی 3، در سرعت

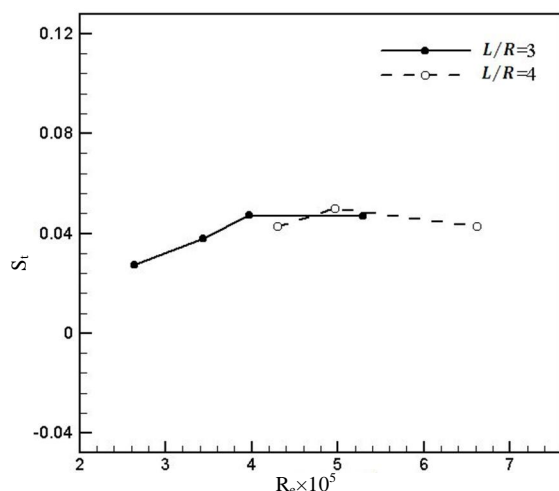


Fig. 19 Variation of strouhal number with Reynolds number for cylinder with length 24 centimeter and two plate

شکل 19 تغییرات عدد استروهل نسبت به رینولدز برای استوانه به طول 24 سانتی‌متر به همراه دو صفحه

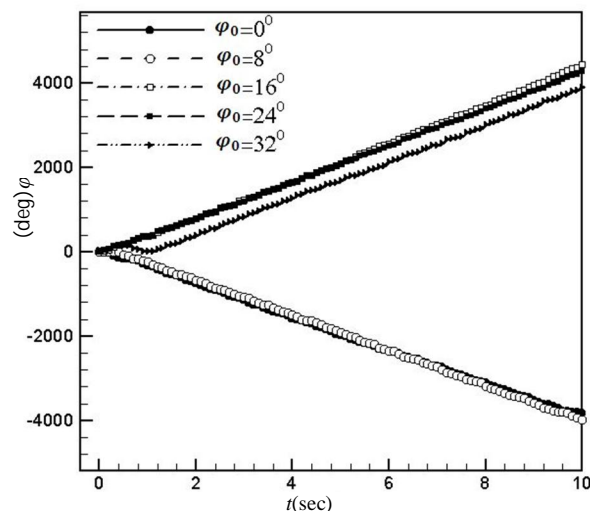


Fig. 17 Variation of object angle with time for cylinder with length 24 Centimeter, length ratio 3 and free stream velocity 13 m/sec

شکل 17 تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان، برای استوانه به طول 24 سانتی‌متر، با نسبت طولی 3 و در سرعت جریان 13 متر بر ثانیه

در شکل 18، تغییرات ضریب گشتاور نسبت به تغییرات زاویه‌ای مدل استوانه به طول 16 سانتی‌متری با نسبت طولی 2 و زاویه حمله اولیه 16 درجه در سرعت جریان آزاد 30 متر بر ثانیه نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با نزدیک شدن به زاویه تعادلی 90 درجه در هر دور نوسان، از مقدار ضریب گشتاور کاسته می‌شود. بنابراین تغییرات ضریب گشتاور به صورت منحنی‌وار حول زاویه تعادلی 90 درجه می‌باشد که این موضوع در حل عددی نیز دیده شده است. با نزدیک شدن به زاویه تعادلی 90 درجه به دلیل توزیع متقارن گردابه‌ها حول صفحات نیرو و در نتیجه گشتاور کمتری به آنها اعمال می‌گردد.

عدد بی‌بعد استروهل، بیانگر نوسانات جریان می‌باشد این عدد با استفاده از رابطه  $St = fl/V$  بدست می‌آید که در آن  $f$  فرکانس نوسانات جریان،  $l$  طول مشخصه و  $V$  سرعت جریان آزاد می‌باشد. سارپکایا [6] بیان نمود

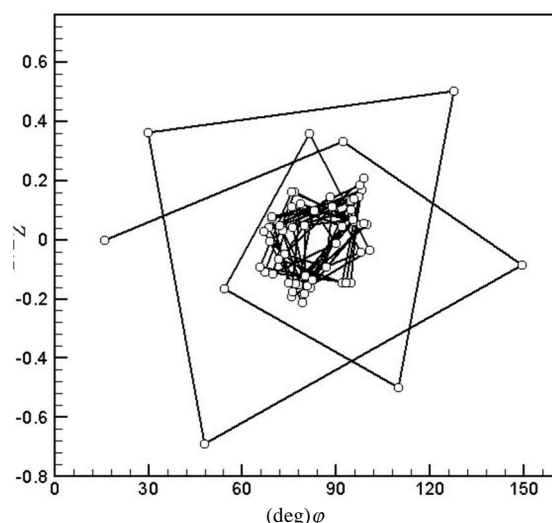
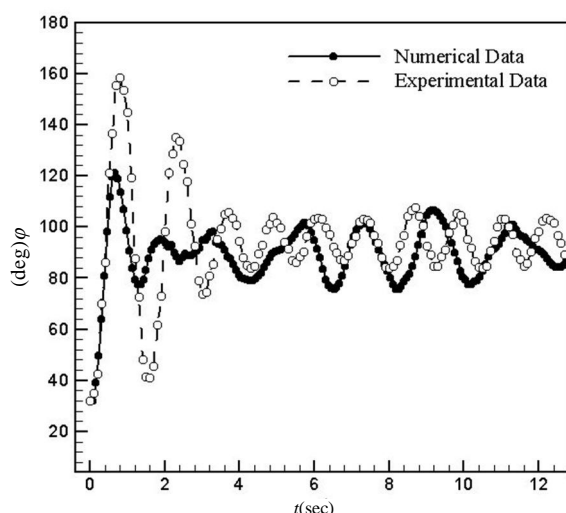


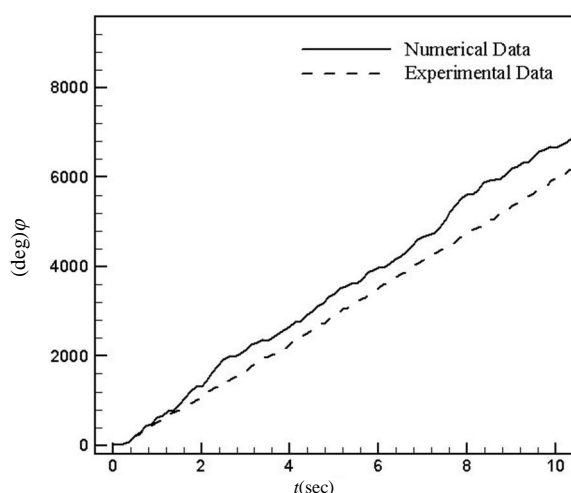
Fig. 18 Variation of moment coefficient with object angle for cylinder with length 16 centimeter, length ratio 2 and free stream velocity 30 m/sec

شکل 18 تغییرات ضریب گشتاور نسبت به تغییرات زاویه جسم برای استوانه با طول 16 سانتی‌متر، با نسبت طولی 2 و در سرعت جریان آزاد 30 متر بر ثانیه



**Fig. 21** Comparison between experimental and numerical data for variation of object angle with time for length ratio 3 and primary angle of attack 32 degree and free stream velocity 8 m/sec

شکل 21 مقایسه بین داده‌های تجربی و عددی برای تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان برای نسبت طولی 3، زاویه حمله اولیه 32 درجه و سرعت جریان آزاد 8 متر بر ثانیه



**Fig. 22** Comparison between experimental and numerical data for variation of object angle with time for length ratio 3 and primary angle of attack 8 degree and free stream velocity 15 m/sec

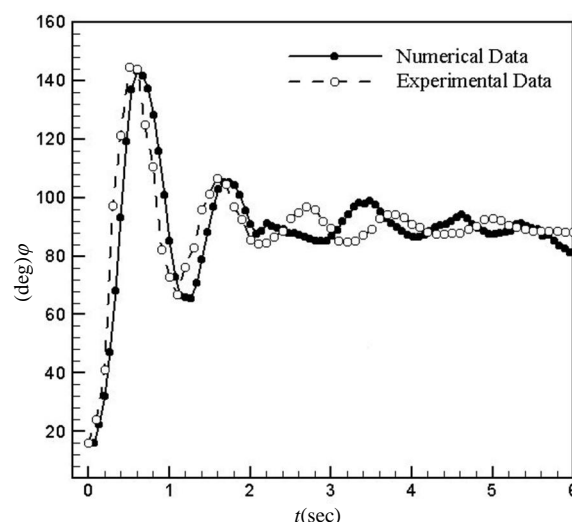
شکل 22 مقایسه بین داده‌های تجربی و عددی برای تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان برای نسبت طولی 3، زاویه حمله اولیه 8 درجه و سرعت جریان آزاد 15 متر بر ثانیه

الگوهای رفتاری متفاوت نوسانی و دورانی، اعمال نیرو از سوی جریان به مدل می‌باشد یا به عبارت دیگر، جریان بر روی جسم کار انجام می‌دهد و زمانی که کار از سوی جریان بر روی جسم صورت می‌گیرد، میرایی آیرودینامیکی منفی می‌باشد. در نتایج عددی دیده شد که الگوی رهایی گردابه‌ها از نوک صفحات به پایین دست جریان در حرکت نوسانی پایا به صورت 2S بوده ولی در رژیم حرکتی دورانی، گردابه‌ها به صورت نامنظم از لبه صفحات جدا شده و به پایین دست جریان منتقل می‌شوند. در رژیم حرکتی نوسانی پایا، در هر دور نوسان توزیع گردابه‌ها در نزدیکی دو صفحه در زاویه تعادلی 90 درجه به صورت متقارن بوده و همین امر سبب می‌شود که گشتاور کمتری به صفحات وارد شده و سرعت زاویه‌ای مدل نیز کاهش یابد. کاهش سرعت زاویه‌ای و گشتاور حول زاویه تعادلی 90 درجه در حرکت نوسانی در نتایج آزمایشگاهی

جریان آزاد 15 متر بر ثانیه و زاویه حمله اولیه 8 درجه نشان می‌دهد. همان‌طوری که دیده می‌شود، در تمام طول مدت حرکت روند تغییرات داده‌های تجربی و عددی یکسان می‌باشد. با این وجود، در شروع حرکت تا چند ثانیه سرعت زاویه‌ای دورانی برابر بوده (شیب منحنی‌ها یکسان بوده) ولی با گذشت زمان شیب منحنی روش تجربی نسبت به روش حل عددی کمتر بوده که این امر به سبب میرایی ناشی از تأثیرات سه بعدی جریان می‌باشد. مقایسه نتایج روش حل عددی و تجربی حاکی از آن است که رفتار دینامیکی مدل استوانه‌ای به همراه دو صفحه قرار گرفته در جریان هوا، در نسبت طولی 2 و کمتر از آن همواره به صورت نوسانی حول زاویه تعادلی 90 درجه بوده اما با افزایش مقدار نسبت طولی تا 3 مشاهده گردید که در سرعت‌های جریان مختلف رژیم حرکتی نیز تغییر می‌کند به گونه‌ای که در سرعت جریان آزاد 12 متر بر ثانیه در زوایای حمله اولیه پایین، نوع حرکت به صورت دورانی پایا بوده ولی با افزایش زاویه حمله اولیه (زاویه حمله 32 درجه) رژیم حرکتی مدل به صورت نوسانی در می‌آید. در نسبت طولی 4 مشاهده می‌شود که در سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه و بالاتر در تمامی زوایای حمله اولیه مختلف رژیم حرکتی به صورت دورانی پایا می‌باشد.

## 7- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، رفتار دینامیکی مدل استوانه‌ای با دو صفحه متصل به آن در جریان ناپایا با استفاده از روش تجربی و همچنین روش عددی موسوم به گردابه گسسته، مدل‌سازی و مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل از هر دو روش عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل قرار گرفته در جریان یکنواخت تحت تأثیر نسبت‌های طولی مختلف ( $L/R$ )، زوایای حمله اولیه مختلف و سرعت‌های جریان آزاد مختلف دارای الگوهای حرکتی متفاوتی شامل نوسانی پایا، دورانی پایا، نوسانی ناپایا و دورانی ناپایا می‌باشد. البته در نتایج آزمایشگاهی در نسبت‌های طولی پایین و سرعت‌های جریان آزاد پایین به سبب خنثی شدن نیروهای عمودی وارد بر صفحات، الگوی حرکتی میرا شده حول زاویه تعادلی 90 درجه دیده می‌شود. علت به وجود آمدن این نوع



**Fig. 20** Comparison between experimental and numerical data for variation of object angle with time for length ratio 2 and primary angle of attack 16 degree and free stream velocity 10 m/sec

شکل 20 مقایسه بین داده‌های تجربی و عددی برای تغییرات زاویه جسم نسبت به زمان برای نسبت طولی 2، زاویه حمله اولیه 16 درجه و سرعت جریان آزاد 10 متر بر ثانیه

مقایسه کردند.

## 8- مراجع

- [1] M. Van Dyke, *An Album of Fluid Motion*, 10th Edition, pp. 56-57, California: Parabolic, 1982.
- [2] C. C. Feng, *The measurement of vortex induced effects in flow past stationary and oscillating circular and d-section cylinders*, Master's Thesis, The University of British Columbia, Canada, 1968.
- [3] X. Amandolese, P. Hemon, Vortex-induced vibration of a square cylinder in wind tunnel, *Journal of Comptes Rendus Mecanique*, Vol. 338, No. 1, pp. 12-17, 2010.
- [4] S. Umemura, T. Yamaguchi, K. Shiraki, On the vibration of Cylinders caused by Karman Vortex, *Bulletin of Japan Society Mechanical Engineering*, Vol.14, No.75, pp. 929-936, 1971.
- [5] T. Sarpkaya, Vortex-induced vibrations, A selective review, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 46, No. 2, pp. 241-258, 1979.
- [6] T. Sarpkaya, A critical review of the intrinsic nature of vortex induced vibration, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 19, No. 4, pp. 389-447, 2004.
- [7] R. H. Scanlan, R. Rosenbaum, *Introduction to the study of Aircraft Vibration and Flutter*, Mineola: Dover, 1968.
- [8] A. Protos, V. W. Goldschmidt, G. H. Toebes, Hydroelastic forces on bluff cylinders. *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol. 90, No. 3, pp. 378-386, 1968.
- [9] P. W. Bearman, E. D. Obasaju, An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating Square-Section cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 119, No. 1, pp. 297-321, 1982.
- [10] C. H. K. Williamson, A. Roshko, Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 2, No. 4, pp. 355-381, 1988.
- [11] O. M. Griffin, R. A. Skop, The vortex wake of vibrating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 66, No. 3, pp. 553-576, 1974.
- [12] M. Kiya, M. Arie, Discrete-vortex simulation of unsteady separated flow behind a nearly normal plate, *Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineering*, Vol. 23, No. 183, pp. 1451-1458, 1980.
- [13] H. Isvand, *Numerical and experimental investigation of free rotational and oscillations of body in air flow*, PhD Thesis, Moscow State University, Russia, 2002.

نیز بدست آمده است، اما در رژیم حرکتی دورانی، توزیع گردابه‌ها حول دو صفحه همواره به صورت نامتقارن بوده و در نتیجه گشتاور و نیروی عمودی وارده به صفحات به صورت متناوب و نامنظم تغییر می‌کند. هم در نتایج عددی و هم در نتایج آزمایشگاهی دیده می‌شود که سرعت زاویه‌ای مدل پس از رها شدن در جریان آزاد افزایش یافته و از یک زمانی به بعد حول مقدار متوسط ثابتی به صورت نامنظم نوسان می‌کند همچنین مشاهده می‌شود که وقوع رژیم حرکتی دورانی برای سرعت جریان آزاد و نسبت طولی ثابت، در زوایای حمله اولیه پایین اتفاق می‌افتد و با افزایش زاویه حمله اولیه تا زاویه تعادلی 90 درجه نوع حرکت مدل به صورت نوسانی پایا تبدیل می‌گردد. با افزایش نسبت طولی مدل هم در آزمایش‌ها و هم در نتایج عددی مشاهده گردید که زاویه حمله اولیه وقوع رژیم حرکتی نوسانی افزایش می‌یابد به گونه‌ای که در نسبت طولی 4 نوع حرکت در تمامی زوایای حمله اولیه به صورت دورانی پایا می‌باشد که این امر به سبب افزایش مساحت سطح عمود بر جریان بوده و باعث اعمال نیروهای زیادی به صفحات گشته و منجر به رژیم حرکتی دورانی می‌گردد. در رژیم حرکتی دورانی کمترین عدد استروهال برابر با 0.0275 می‌باشد. همچنین با افزایش عدد رینولدز عدد استروهال دارای مقدار ثابتی می‌باشد که این مقدار ثابت برای نسبت طولی 3 برابر با 0.0398 بوده و برای نسبت طولی 4 معادل با 0.0338 می‌باشد. در این تحقیق مشخص شد که از نظر کیفی و کمی رفتار جسم در بررسی تجربی و عددی تطابق نسبتاً خوبی داشته و این‌گونه اجسام را با روش عددی گردابه گسسته به عنوان روشی با دقت قابل قبول، کم‌هزینه و زمان جواب‌دهی بسیار کمتر نسبت به سایر روش‌های عددی، می‌توان مدل‌سازی نمود. تفاوت عمده نتایج عددی و تجربی، بدلیل اثرات دو بعدی روش عددی و سه بعدی روش تجربی است و اثرات تسکین در حالت سه بعدی است که پیشنهاد می‌گردد مدل‌سازی عددی سه بعدی گردابه گسسته روی مدل مدنظر انجام و نتایج