



بررسی اثر چرخش قطره بر نرخ انتقال حرارت آن در تعامل با یک جفت ورتکس

زهره طالبپور¹، حمید نیازمند^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948944، niazmand@um.ac.ir

چکیده

اثرات متقابل بین ساختارهای گردابه‌ای و ذرات یا قطرات کروی از موضوعات کاربردی در جریان‌های دو فازی می‌باشد. این تعامل با به‌ویژه در زمانی که همراه با چرخش قطره باشند، موجب تغییرات عمده‌ای در میدان جریان می‌شوند. همچنین مشاهده شده است که نرخ انتقال حرارت قطره در طی زمانی که هسته ورتکس‌ها در نزدیکی آن قرار دارند، به‌طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در این مقاله، انتقال حرارت گذرای یک قطره کروی چرخشی در تعامل با یک جفت ورتکس در جریان لزوج و تراکم ناپذیر با استفاده از حل عددی معادلات ناویر-استوکس و انرژی در محدوده $20 \leq Re \leq 100$ و سرعت چرخشی بی بعد $0 \leq \Omega \leq 1$ با کد محاسباتی که به زبان فرترن توسط نویسندگان توسعه یافته، مطالعه شده است. به‌منظور اطمینان از صحت محاسبات، نتایج با داده‌های عددی گزارش شده در مقالات مقایسه و هماهنگی خوبی بین نتایج مشاهده گردید. سپس اثر جهت گردش دو ورتکس در تعامل با قطره دارای چرخش بر نرخ انتقال حرارت آن بررسی شد همچنین توزیع ضریب انتقال حرارت در سطح قطره با چرخش جداگانه حول سه محور متفاوت در دو حالت تعامل و عدم تعامل با ورتکس‌ها بررسی و نتایج مربوط به تغییرات ضریب انتقال حرارت ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهند که چرخش قطره تا مقادیر $\Omega \leq 0.5$ اثرات قابل چشم‌پوشی بر نرخ انتقال حرارت قطره در دو حالت حضور و عدم حضور ورتکس‌ها در میدان جریان دارد؛ اما، با افزایش پیش قطره، اثرات قابل توجهی در ضریب انتقال حرارت مشاهده شده که با توجه به جهت گردش ورتکس‌ها، مقادیر متفاوتی بدست آمده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 06 اردیبهشت 1395

پذیرش: 10 مرداد 1395

ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

تعامل ورتکس-قطره

جریان تراکم ناپذیر

ضریب انتقال حرارت

قطره

ور تکس

Analyzing the Effect of Particle Rotation on its Heat Transfer Rate while Interacting with a pair of Vortices

Zahra Talebpour, Hamid Niazmand*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9177948944 Mashhad, Iran, niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 25 April 2016
Accepted 31 July 2016
Available Online 11 September 2016

Keywords:

Vortex-Droplet Interaction
Incompressible Flow
Heat Transfer Coefficient
Droplet
Vortex

ABSTRACT

The interaction between vortical structures and spherical particles or droplets is of practical issue in two-phase flows. The interactions bring major changes in the flow field particularly when coupled with particle rotation. It is observed that the heat transfer rate is significantly influenced during the time that the vortices' cores are in the vicinity of the particle. In this paper, transient heat transfer of a rotating spherical particle interacting with a pair of vortices in incompressible and viscous flow is studied using numerical solution of the Navier-Stokes and energy equations in the range of $20 \leq Re \leq 100$ and non-dimensional rotational velocities $0 \leq \Omega \leq 1$; by computational code which has been developed by the authors. In order to ensure the accuracy of the calculation, the results are compared with numerical data reported in the literature and good agreement between results was observed. Then the effect of circulation direction of two vortices interacting with a particle by spin on its heat transfer rate was investigated. Also, distribution of heat transfer coefficient at the particle surface with separate rotation around three different axes in two cases of interacting and non-interacting with vortices is given and the results of heat transfer coefficient are presented. The results show that particle rotation for $\Omega \leq 0.5$, in both presence and absence of vortices in flow field has negligible effects on the particle heat transfer rate; however, with increasing particle spin significant effects on heat transfer coefficient has been observed that, due to the circulation direction of vortices, different amounts are obtained.

1-مقدمه

این حوزه از علم مکانیک می‌باشند. طراحی صحیح و بهینه این سیستم‌ها و تجهیزات، نیازمند درک صحیحی از دینامیک، نرخ گرم شدن، توزیع دما و ... این قطرات تزریق شده می‌باشد. در یک محفظه احتراق قطرات تزریق شده در طی فرآیند آمیزه شدن و حرکت در لایه‌های برشی میدان جریان، حرکت چرخشی بدست می‌آورند که این چرخش به‌طور معمول حول محور دلخواه‌ای در فضا ایجاد می‌شود [1].

کاربردهای بسیار متنوع جریان اطراف قطره در صنایع مختلف آن را به حوزه تحقیق برای بسیاری از پژوهشگران و محققان تبدیل کرده است. محفظه‌های احتراق با سیستم‌های تزریقی، سیستم‌های پاشش سوخت مایع، خشک-کننده‌های پاششی¹، برج‌های خنک‌کن و ... مثال‌هایی از کاربردهای متنوع

¹ Spray drying

توجهی در نرخ انتقال حرارت قطره بوجود آمده است. از این رو، دو ورتکس در دو موقعیت متفاوت که هریک به طور مجزا اثرات متفاوتی بر دینامیک قطره دارند، با توجه به جهت گردش آن‌ها و تأثیر آن‌ها بر یکدیگر می‌توانند نتایج متفاوتی را در نرخ انتقال حرارت قطره چرخشی بدست دهند. در این راستا، کیم و همکارانش تعامل بین یک جفت ورتکس با یک قطره جامد و ثابت در میدان جریان را مطالعه کرده‌اند [11]. آن‌ها اثر تغییر موقعیت و شرایط اولیه هسته دو ورتکس را بر ضرایب آیرودینامیکی قطره بررسی کردند و روابطی بین پارامترهای تأثیرگذار دو ورتکس و ضریب برای قطره بدست آوردند.

با بررسی‌های انجام شده مشخص شد که تا کنون بر روی اثر تعامل یک جفت ورتکس بر نرخ انتقال حرارت از یک قطره با در نظر گرفتن چرخش آن حول محورهای متفاوت کار خاصی صورت نگرفته است. تعامل یک جفت ورتکسی که می‌توانند مدل ساده‌ای از یک جریان آشفته و گردابه‌ای باشند با قطره‌ای که در طی فرآیند تشکیل آن توسط افشاندن و حضور آن در لایه-های برشی جریان، مقادیر قابل توجهی از مومنوم زاویه‌ای بدست می‌آورد.

نواوری این مقاله نسبت به مطالعات انجام شده قبلی، بررسی عددی جهت مطالعه تعامل دو ورتکس با یک قطره با در نظر گرفتن چرخش قطره حول محورهای متفاوت و اثر آن بر ضریب انتقال حرارت قطره می‌باشد. در این مقاله با فرض ساختار مشابه برای ورتکس‌ها، مطالعه خود را به بررسی اثر جهت گردش دو ورتکس محدود می‌کنیم. ورتکس‌ها در یک میدان جریان لرج و تراکم‌ناپذیر همراه با جریان یکنواخت ورودی با قطره برخورد کرده و از آن عبور می‌کنند و در طی این تعامل‌ها اثر سرعت چرخشی قطره در حوزه $20 \leq Re \leq 100$ با عدد پرانتل $Pr=1$ بررسی می‌شود. چهار حالت مختلف برای جهت گردش دو ورتکس در نظر گرفته شده که برای هر کدام مقادیر مختلف سرعت چرخشی ($0 \leq \Omega \leq 1$) در سه راستای مختلف عمود بر جهت اصلی جریان (Ω_x)، موازی با آن (Ω_x) و چرخش در هر دو جهت بررسی شده‌اند. در نهایت، رابطه‌ای با در نظر گرفتن تغییرات سرعت چرخشی Ω_x برای ضریب انتقال حرارت قطره ارائه شده است.

2- توصیف جریان و ساختار ورتکس‌ها

یک نمایش ساده از پیکربندی جریان در "شکل 1" ارائه شده است. جریانی لرج، تراکم‌ناپذیر و ناپایدار در جهت مثبت محور x از روی یک قطره تک دما به شعاع R عبور می‌کند. قطره نیز به طور ناگهانی در میدان جریان قرار گرفته است و مرکز آن در مبدأ دستگاه مختصات کارتزین می‌باشد. همچنین، فرض شده که قطره ثابت است و جریان یکنواخت با سرعت U_∞ که در واقع سرعت نسبی بین فاز گاز و مایع (قطره) است و حامل دو ورتکس می‌باشد، از روی قطره عبور می‌کند. با توجه به شکل، چرخش قطره حول سه محور به صورت جداگانه در نظر گرفته شده که در طی فرآیند اتمیزه شدن و حضور در لایه‌های برشی جریان بدست آورده است. با توجه به نتایج ارائه شده در مطالعات قبلی [12,10] در زمانی که قطره همراه با چرخش باشد، یک ورتکس در دو موقعیت متفاوت بالا و پایین محور x ، تأثیر متفاوتی بر نرخ انتقال حرارت از قطره دارد که با توجه شکل، قرارگیری همزمان دو ورتکس در این دو موقعیت، ممکن است نتایج متفاوتی را داشته باشد. این دو ورتکس قبل از برخورد با قطره بر یکدیگر اثر گذاشته که جهت گردش آن‌ها می‌تواند بر سرعت حرکتشان و نیز تغییرات زمانی ضریب انتقال حرارت قطره در طی عبور آن‌ها تأثیر متفاوتی بگذارد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، با فرض ساختار مشابه برای دو ورتکس، فاصله اولیه مرکز آن‌ها از محور x ، e ، که

بررسی جریان بر روی قطره با محورهای چرخش موازی و عمود بر راستای اصلی جریان می‌تواند اطلاعات اساسی را در زمینه اثر چرخش در دینامیک قطره فراهم نماید. خصوصیات میدان جریان برای هر دو حالت چرخش قطره در جهت جریان (پیچش¹) و عمود بر آن (چرخش²)، کاملاً متفاوت از هم می‌باشند. چرخش، ناحیه چرخشی در دنباله قطره را جابجا و کوچک می‌کند که در سرعت‌های چرخشی بالا این ناحیه به طور کامل محو می‌شود [2]؛ در حالیکه پیچش اثری معکوس دارد. قطرات دارای چرخش، با طیف وسیعی از گردابه‌های آشفته در تعامل می‌باشند که این گردابه‌ها را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از ورتکس‌هایی در نظر گرفت که در زمان اسپری مایع در محفظه شکل گرفته‌اند [4,3]. در رابطه با تعامل یک قطره با ساختارهای گردابه‌ای، ابعاد آن‌ها را می‌توان کوچکتر و یا کمی بزرگتر از قطره در نظر گرفت. این ساختارهای کوچک توانایی تولید تغییرات بزرگی در لایه مرزی و دنباله نزدیک قطره را دارند. ساختار و تغییرات دنباله قطره، اثرات شدیدی بر رفتار نیروهای آیرودینامیکی وارد بر قطره و به ویژه بر نرخ انتقال حرارت از آن دارد و بنابراین، بررسی این موضوع برای اطلاع از رفتار قطرات در یک محیط همرفتی دارای ساختارهای گردابه‌ای ضروری به نظر می‌رسد.

مطالعات بسیاری در رابطه با چرخش قطره در محدوده اعداد رینولدز $1 < Re < 300$ وجود دارد که از جمله آن‌ها می‌توان مطالعه تجربی ساکاموتو و هانیو [5] و مطالعه و بررسی عددی کوروس و کوموری [6] را نام برد. کیم و چویی سه رژیم مختلف جریان را برای سرعت‌های زاویه‌ای متفاوت $\Omega \leq 1$ به روش عددی بررسی کرده‌اند [7]. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که نیروهای عمل-کننده بر روی قطره تحت تأثیر پیچش می‌باشند و در نتیجه آن دنباله پشت قطره به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌کند. نیازمند و رنکسیزبولوت [8] اثر پیچش و دمش سطحی را بر ضرایب پسا و برآ و ضریب انتقال حرارت یک قطره سوخت در محدوده اعداد رینولدز $10 \leq Re \leq 300$ و سرعت چرخشی $\Omega \leq 2$ به روش عددی بررسی کرده‌اند. آن‌ها پی برده‌اند که پیچش باعث افزایش ضریب پسا در کل این بازه اعداد رینولدز می‌شود، درحالیکه ضریب برآ تغییرات غیر یکنواختی از خود نشان می‌دهد. برای $\Omega < 0.5$ ضریب انتقال حرارت تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد، و پس از آن به طور یکنواخت افزایش می‌یابد. در نهایت رابطه‌ای بین مقادیر مختلف سرعت چرخشی و دمش سطحی برای ضریب پسا و نرخ انتقال حرارت قطره ارائه کرده‌اند. همان محققان تعامل بین یک ورتکس و یک قطره سوخت را در نظر گرفته‌اند. آن‌ها اثر عوامل مختلفی از قبیل قدرت، موقعیت اولیه، اندازه و جهت گردش ورتکس و همچنین اثر عدد رینولدز جریان و سرعت چرخشی قطره حول سه راستای مختلف (محور x موازی با راستای جریان، محور z عمود بر جهت جریان و محوری در صفحه $(x-z)$) را بر نیروهای آیرودینامیکی وارد بر قطره و نرخ انتقال حرارت از آن بررسی کرده‌اند و با در نظر گرفتن دمش سطحی بر روی قطره و بررسی اثر آن بر عدد ناسلت³ (Nu)، رابطه‌ای بین پارامترهای موثر برای ضریب انتقال حرارت بیان کرده‌اند [10,9].

در طی پاشش قطرات به محیط همرفتی و تعامل بین آن‌ها و ورتکس-هایی با اندازه، قدرت و موقعیت‌های متفاوت، تغییراتی در نرخ انتقال حرارت قطرات بوجود می‌آید. همان‌طور که ذکر شد در مرجع [10] دینامیک قطره همراه با چرخش در طی تعامل با یک ورتکس بررسی شده است که مشاهده شده با تغییر در موقعیت اولیه ورتکس نسبت به قطره چرخشی، تغییرات قابل

¹ Spin

² Rotation

³ Nusselt number

$$\int_A \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \vec{V} dV + \int_A \vec{V} \vec{V} \cdot dA = - \int_A p \vec{n} dA + \frac{2}{Re} \int_A \nabla \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V T dV + \int_A T \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \frac{2}{Re Pr} \int_A \nabla T \cdot \vec{n} dA \quad (8)$$

که A ، $\vec{V}$ و $\vec{n}$ به ترتیب مساحت المان، بردار سرعت و بردار یکه در جهت عمود بر سطح المان می‌باشند. این معادلات با استفاده از شعاع قطره R و سرعت جریان آزاد U_∞ به ترتیب به عنوان طول مشخصه و سرعت مشخصه بی‌بعد شده‌اند. τ مقیاس زمانی است که برای آن رابطه $\tau = U_\infty / R$ را داریم و t زمان می‌باشد که در این مطالعه، گام زمانی بی‌بعد $\Delta \tau = 0.015$ در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز بر اساس قطر قطره (D) به صورت $Re = U_\infty D / \nu$ تعریف می‌شود که در آن $\nu = \mu / \rho$ و ρ به ترتیب ویسکوزیته دینامیکی و چگالی سیال) ویسکوزیته سینماتیکی می‌باشد. دمای بی‌بعد سیال در معادلات حاکم نیز به صورت $T = (T_i - T_\infty) / (T_s - T_\infty)$ تعریف می‌شود که T_i دمای سیال، T_∞ دمای جریان یکنواخت ورودی و T_s دمای سطح قطره می‌باشد.

برای محاسبه نرخ انتقال حرارت لحظه‌ای از مقدار متوسط آن بر روی سطح قطره استفاده می‌شود که توسط عدد ناسلت گذرا (Nu) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Nu(\tau) = \frac{hD}{k} = \frac{1}{A} \int_A \nabla T \cdot \vec{n} dA \quad (9)$$

که h و k به ترتیب ضرایب انتقال حرارت جابجایی و هدایتی می‌باشند. متوسط زمانی عدد ناسلت نیز در طی دوره $(\tau_2 - \tau_1)$ در طول تعامل ورتکس‌ها با قطره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{(\tau_2 - \tau_1)} \int_{\tau_1}^{\tau_2} Nu(\tau) d\tau \quad (10)$$

3-1- شرایط مرزی و شرایط اولیه

شبکه در مجاورت سطح قطره با ضریب انبساط در جهت شعاعی (r) به دلیل تغییرات شدید در این ناحیه ریز شده است. مرز خارجی حوزه مورد بررسی یا ζ_{max} که در رینولدزهای متوسط معمولاً به فاصله 20 برابر شعاع قطره دورتر از آن در نظر گرفته می‌شود، به دو قسمت جریان ورودی (از نقطه سکون جلویی تا θ_{out}) و جریان خروجی از θ_{out} تا نقطه سکون پشت قطره تقسیم شده است. زاویه خروج (θ_{out}) در $Re=100$ با توجه به تجربه دیگر محققان [9, 14, 15] 120 درجه می‌باشد. شرایط مرزی در قسمت ورودی مرز خارجی به صورت سرعت یکنواخت ورودی ($u=1, v=w=0$) و $T=0$ و در قسمت خروجی مرز خارجی ($\theta \geq 120^\circ$) به صورت گرادیان صفر تمامی مولفه‌های سرعت و دما در راستای خطوط جریان در نظر گرفته شده است. مرزهای $\zeta=1$ و ζ_{max} بر روی محور x دستگاه کارتزین قرار دارند و از متوسط‌گیری سمتی¹ مرتبه اول برای بدست آوردن این نقاط استفاده شده است. در مرز متناوب یا جهت η دو نقطه از شبکه با هم تداخل دارند و شرایط مرز متناوب در این جهت تحمیل شده است. همچنین روی سطح قطره با شرط عدم لغزش، شرط مرزی تساوی تنش‌های برشی و سرعت‌های مماسی و تساوی دمای قطره و دمای سیال برقرار می‌باشد. عدد وبر ($We = \rho U_\infty^2 D / \sigma$) که به صورت تابعی از چگالی سیال، قطر قطره، تنش سطحی قطره (σ) و سرعت جریان یکنواخت (با توجه به

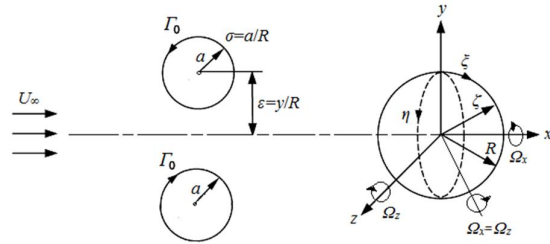


Fig. 1 Flow geometry and coordinates

شکل 1 هندسه جریان و دستگاه مختصات

با استفاده از شعاع قطره بی‌بعد شده است، می‌باشد. ورتکس‌ها ابتدا در فاصله محوری 10 برابر شعاع قطره از مرکز آن در جریان بالادست قرار گرفته‌اند و همراه با جریان آزاد به سمت قطره حرکت می‌کنند. در این فاصله اثر ورتکس-ها بر روی قطره قابل چشم‌پوشی می‌باشد، زیرا مقدار سرعت ناشی از دو ورتکس در نزدیکی قطره، کمتر از دو درصد سرعت جریان آزاد می‌باشد. ورتکس‌ها که ورتکس رنگین [13] نیز نامیده می‌شوند، همان ویژگی‌هایی را دارند که توسط کیم و همکارانش [14] بکار رفته است. $\sigma = a/R$ شعاع اولیه بی‌بعد هسته ورتکس‌ها است که درون این هسته، سرعت القا شده از مقدار صفر در مرکز هسته به ماکزیمم سرعت مماسی در شعاع $r=a$ می‌رسد که با V_{max} (بی‌بعد شده به وسیله U_∞) نشان داده می‌شود. در بیرون از این هسته ($r > a$)، میدان سرعتی توسط ورتکس‌ها ایجاد شده که در $r \rightarrow \infty$ ناپدید می‌شود. هریک از دو ورتکس به صورت یک ورتکس سه‌بعدی استوانه‌ای در حوزه حل ایجاد می‌شود که با تابع جریان زیر قابل بیان است [14]:

$$\psi(x, y, z, t = 0) = -\frac{\Gamma_0}{2\pi} \ln[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2] \quad (1)$$

که در آن $\Gamma_0 = 2\pi\sigma V_{max}$ گردش اولیه ورتکس در شعاع a می‌باشد که برای دو ورتکس یکسان و در گردش ساعتگرد مثبت فرض شده است. x_0 و y_0 نیز موقعیت اولیه مرکز هسته ورتکس در صفحه $(x-y)$ می‌باشند. با توجه به خطی بودن معادله تابع جریان ارائه شده و استفاده از اصل برهم‌نهی، برای یک جفت ورتکس تابع جریان به صورت معادله (2) می‌باشد [11]:

$$\psi_t(x, y, z, t = 0) = -\sum_{i=1}^2 \frac{\Gamma_0}{2\pi} \ln[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \sigma^2] \quad (2)$$

میدان سرعت اولیه حاصل از یک ورتکس به وسیله معادلات (3) و (4) بیان می‌شوند:

$$u_0(x, y, z, t = 0) = \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{\Gamma_0}{\pi} \frac{y - y_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2]} \quad (3)$$

$$v_0(x, y, z, t = 0) = \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\Gamma_0}{\pi} \frac{x - x_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2]} \quad (4)$$

میدان فشار اولیه تحمیل شده توسط یک ورتکس نیز از تعادل شتاب گریز از مرکز با گرادیان فشار در جهت شعاعی به صورت معادله (5) بدست می‌آید:

$$p_0(x, y, z, t = 0) = -\frac{\Gamma_0^2}{2\pi^2} \frac{1}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2]} \quad (5)$$

3- معادلات حاکم

معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، مومنوم و انرژی برای جریان آرام سیال نیوتنی با خواص ثابت، جهت تعیین دما، فشار و مولفه‌های سرعت به صورت زیر می‌باشند:

¹ Azimuthal

مختصات عمومی (ξ, η, ζ) ، که در واقع در این پژوهش با دستگاه مختصات کروی (r, θ, ϕ) هم‌راستا می‌باشد، با در نظر گرفتن فاصله‌های یکنواخت $(\Delta\xi=\Delta\eta=\Delta\zeta=1)$ انجام شده است. از امتیازات الگوریتم بکار گرفته شده این است که نیازی به استفاده از شبکه جریان جابجا شده نیست و تمام متغیرها به گره‌هایی که حجم‌های کنترلی در اطراف آن‌ها ساخته می‌شوند، نسبت داده می‌شود. برای بدست آوردن خصوصیات در سطح هر حجم کنترلی از متوسط‌گیری استفاده شده است. در این راستا، در کد محاسباتی که به زبان فرترن توسط نویسندگان توسعه یافته است، گسسته‌سازی مشتقات معادلات حاکم بدین صورت انجام شده است: گسسته‌سازی مشتقات زمانی با استفاده از طرح وارونه سه‌نقطه‌ای¹ با دقت مرتبه دوم انجام شده و بسط تفاضل مرکزی برای گسسته‌سازی ترم‌های لزجت استفاده شده است. همچنین بسط تفاضل مرکزی به روش اصلاح معوق برای ترم‌های جابجایی پس از خطی‌سازی آن‌ها با استفاده از بهترین تقریب موجود مولفه‌های سرعت از تکرار قبل بکار رفته است.

به دلیل اینکه اغلب سرعت حرکت قطرات در هوا کم بوده و عدد ماخ مربوطه کوچکتر از 0.3 است، جریان سیال تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته می‌شود. یکی از مشکلاتی که در حل معادلات ناویر-استوکس در این نوع از جریان‌ها وجود دارد، محاسبه میدان فشار است، زیرا یک معادله مستقل زمانی برای محاسبه فشار وجود ندارد. برای محاسبه توزیع زمانی فشار، نیاز به معادله‌ای صریح است که شامل عبارت فشار باشد. بنابراین از یک روش مشابه پروژکشن² استفاده شده است که اولین بار توسط چورین از دانشگاه برکلی در سال 1968 ارائه شد [16] و سپس توسط دویر در سال 1989 [17] بهبود یافته است. این روش یک روش حل دو مرحله‌ای می‌باشد که در مرحله اول معادلات مومنوم با استفاده از میدان فشار مرحله قبل (در اولین گام زمانی با استفاده از حدس اولیه) حل می‌شوند. در مرحله دوم تصحیح‌کننده‌های فشار و سرعت با یک معادله پواسون محاسبه و حوزه سرعت و فشار تصحیح می‌شوند [16].

4- اعتبارسنجی حل عددی و استقلال نتایج از شبکه

تغییرات مقدار متوسط زمانی عدد ناسلت در طی تعامل قطره با یک ورتکس منفرد در موقعیت اولیه 10 شعاع قطره در جریان بالادست و $\varepsilon=2$ ، با شعاع هسته $\sigma=3$ و ماکزیمم سرعت مماسی $V_{\max}=0.3$ ، به‌صورت تابعی از زمان بی‌بعد (τ) در دو عدد رینولدز 20 و 100 در "شکل 3" آورده شده و با نتایج دیگر محققان مقایسه شده است. این شکل نیز نشان‌دهنده تطابق بسیار خوب نتایج حل عددی حاضر با نتایج دیگر محققان می‌باشد. همان طور که مشاهده می‌شود، تغییراتی که در ضریب انتقال حرارت قطره در برخورد یک ورتکس با آن رخ می‌دهد، در $Re=100$ بیشتر از $Re=20$ می‌باشد و این اختلاف را می‌توان به اِزاء مقدار متوسط Nu در طی دوره $\tau_1=5$ تا $\tau_2=25$ ، حدود 66.32% در نظر گرفت. به این دلیل که اثرات لزجت در اعداد رینولدز پایین‌تر غالب می‌باشند و تغییرات اینرسی را که توسط ورتکس ایجاد شده، دمپ می‌کنند. به‌منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه، نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت قطره صلب در $Re=100$ در تعامل با دو ورتکس مشابه در فاصله اولیه $\varepsilon=\pm 1.5$ با شعاع هسته $\sigma=1$ و قدرت $V_{\max}=0.4$ در "جدول 1" به ازای چند شبکه با تعداد گره متفاوت آورده شده است. با توجه به جدول، با افزایش تعداد گره‌ها از $81 \times 50 \times 81$ به $81 \times 62 \times 91$ میزان تغییرات عدد ناسلت در حدود 0.1 درصد است. با توجه به این مطلب، شبکه با تعداد گره $81 \times 50 \times 81$ در

ثابت بودن قطره در جریان می‌باشد، با فرض به اندازه کافی بزرگ بودن تنش سطحی قطره، کوچک می‌باشد و قطره در طی تعامل با ورتکس‌ها به شکل کره باقی می‌ماند. مولفه‌های سرعت بر روی سطح قطره با سرعت چرخشی بی‌بعد $\Omega_x = R\omega_x/U_\infty$ (سرعت چرخشی قطره حول محور z و φ و θ مولفه‌های دستگاه مختصات کروی) حول محور z در جهت ساعتگرد به وسیله معادله‌های (11) بیان می‌شوند:

$$u = \Omega_x \cos\varphi \sin\theta, \quad v = \Omega_x \cos\varphi \cos\theta, \quad w = 0 \quad (11-a)$$

به‌طور مشابه، برای سرعت چرخشی Ω_x حول محور x ، مولفه‌های سرعت به‌صورت زیر می‌باشند:

$$u = 0, \quad v = -\Omega_x \sin\varphi \sin\theta, \quad w = \Omega_x \cos\varphi \sin\theta \quad (11-b)$$

و با چرخش حول محوری بین دو محور x و z ، مولفه‌های سرعت به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$u = \Omega_x \cos\varphi \sin\theta, \quad v = \Omega_x \cos\varphi \cos\theta - \Omega_x \sin\varphi \sin\theta, \quad w = \Omega_x \cos\varphi \sin\theta \quad (11-c)$$

با توجه به آنچه تا اینجا گفته شد، در زمان $t=0$ حوزه سرعت، فشار و دما بدون در نظر گرفتن ورتکس به‌صورت $u=1$ ، $v=w=0$ و $T=0$ ، $P=0$ جریان آزاد یکنواخت می‌باشد که با حضور ورتکس‌ها در میدان جریان، مقادیر اولیه مولفه‌های سرعت و فشار با استفاده از انطباق میدان جریان القایی توسط دو ورتکس بر روی جریان آزاد یکنواخت به‌صورت معادله (12) خواهند شد:

$$u_{t=0} = 1 + u_0^1 + u_0^2, \quad v_{t=0} = -v_0^1 - v_0^2, \quad w_{t=0} = 0, \quad p_{t=0} = p_0^1 + p_0^2 \quad (12)$$

که p_0 در معادله (5) داده شده است و اندیس‌های 1 و 2 به‌ترتیب مربوط به ورتکس اول و دوم در کد محاسباتی می‌باشند. در "شکل 2"، توزیع فشار و سرعت اولیه حاصل از حضور دو ورتکس در میدان جریان نشان داده شده است. دو ورتکس در موقعیت اولیه 10 شعاع قطره و $\varepsilon=\pm 2$ در جریان بالا-دست قطره قرار گرفته‌اند و جهت گردش آن‌ها عکس یکدیگر می‌باشد.

3-2- الگوریتم حل عددی

گسسته‌سازی معادلات با استفاده از روش حجم کنترلی و در یک دستگاه

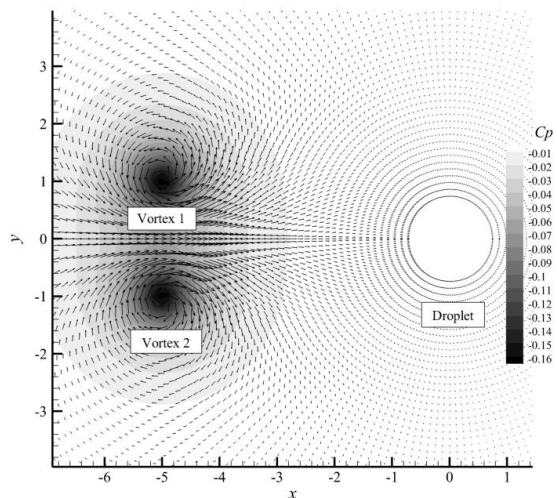


Fig. 2 Initial velocity field induced just by a pair of vortices

شکل 2 میدان سرعت اولیه تحمیل شده فقط به وسیله یک جفت ورتکس

¹ Three-point backward scheme

² Projection

قطره حرکت می‌کنند. ورتکس بالایی و پایینی به ترتیب گردشی در جهت ساعتگرد و پادساعتگرد دارند. کانتورها در هفت زمان بی‌بعد $\tau=1.5, 8, 10, 13.5, 18, 21$ و 30 آورده شده‌اند. مقادیر کانتور ورتیسته برابر با $0.09 \pm, 0.15 \pm, 0.2 \pm, 0.25 \pm, 0.3 \pm, 0.5 \pm, 0.8 \pm, 1.4 \pm$ و $2 \pm$ با بیشترین مقدار در سطح قطره می‌باشند و خط‌چین‌ها نیز برای مقادیر منفی آن در میدان جریان استفاده شده‌اند. شکل 4a خطوط جریان در طی تعامل یک جفت ورتکس با قطره غیر چرخشی در صفحه $(x-y)$ را نشان می‌دهد. در شکل‌های 4(b-c) به ترتیب خطوط جریان و کانتور مولفه z ورتیسته در طی تعامل یک جفت ورتکس با همان شرایط با یک قطره با سرعت چرخشی $\Omega_z=0.25$ نشان داده شده است. چرخش ساعتگرد قطره منجر به عدم تقارن خطوط جریان شده و نیز باعث از بین رفتن ناحیه چرخشی در دنباله قطره شده است. در $\tau=1.5$ ورتکس‌ها در فاصله $4.5R$ در جریان بالادست و در حدود $\tau=8$ در مجاورت نقطه سکون جلویی آن قرار می‌گیرند. ورتکس بالایی با گردش ساعتگرد از روی نیمکره بالایی قطره و ورتکس پایینی با گردش پادساعتگرد از ناحیه زیرین آن عبور می‌کنند. در $\tau=13.5$ ورتکس‌ها بیشترین تعامل را با قطره دارند و بیشترین تغییرات را در لایه مرزی قطره ایجاد می‌کنند. بعد از این لحظه، ورتکس‌ها در تعامل با دنباله قطره قرار می‌گیرند و از زمان $\tau \geq 18$ از قطره دور می‌شوند تا اینکه در $\tau=30$ خطوط جریان و توزیع ورتیسته در اطراف قطره به حالتی می‌رسد که تنها مربوط به حضور قطره با و بدون چرخش در میدان جریان می‌باشد.

"شکل 5(a-b)" خطوط جریان را در اطراف قطره بدون چرخش و با چرخش حول محور موازی با راستای جریان (Ω_z) نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که خطوط جریان در این دو شکل از نقاط یکسانی در بالادست جریان رسم شده‌اند. در شکل 5a، خطوط جریان از سطح قطره در زاویه 126.14° درجه (نسبت به نقطه سکون جلویی) جدا شده‌اند؛ یک ناحیه چرخشی نیز در قسمت دنباله قطره قابل مشاهده می‌باشد. با توجه به شکل 5b، پیچش قطره مسیر حرکت خطوط جریان نزدیک به سطح خود را تغییر داده است.

5-2- اثر چرخش حول محور z (Ω_z) بر نرخ انتقال حرارت از قطره

در این بخش، مقدار متوسط عدد ناسلت در طی عبور دو ورتکس از روی قطره با سرعت چرخشی Ω_z در چهار حالت گردش یکسان ساعتگرد و سپس پادساعتگرد بر هر دو ورتکس، گردش ساعتگرد و پادساعتگرد به ترتیب برای ورتکس بالایی و پایینی و در نهایت گردش پادساعتگرد برای ورتکس بالایی و ساعتگرد برای ورتکس پایینی گزارش شده است. شرایط و موقعیت اولیه دو ورتکس در تمامی این حالت‌ها یکسان و به صورت $\epsilon=\pm 1.5$ ، $\sigma=1$ و قدرت ورتکس در $V_{\max}=0.3$ در فاصله $10R$ در راستای محور x در جریان بالادست قطره در نظر گرفته شده است. مقدار متوسط عدد ناسلت در بازه زمانی $5 \leq \tau \leq 30$ بدست آمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. یک نتیجه‌گیری کلی نیز از نتایج بدست آمده برای نرخ انتقال حرارت قطره به ازای مقادیر متفاوت سرعت چرخشی قطره و جهت‌های گردش متفاوت دو ورتکس در پایان این بخش آورده شده است.

5-2-1- تعامل یک جفت ورتکس با گردش یکسان ساعتگرد با قطره

یک جفت ورتکس مشابه با جهت گردش ساعتگرد در جریان بالادست به وسیله جریان یکنواخت با سرعت U_∞ به سمت قطره حرکت می‌کنند. در "شکل 6"، تغییرات حالت گذرای ضریب انتقال حرارت قطره در طی عبور دو ورتکس از روی آن به ازای مقادیر مختلف سرعت چرخشی قطره حول محور

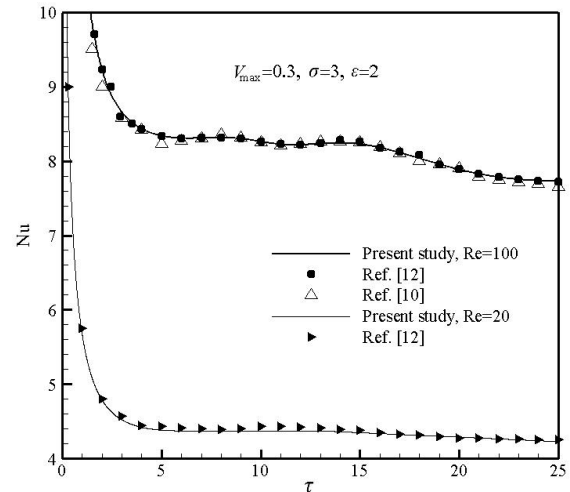


Fig. 3 Time variation of the heat transfer coefficient interacting with a vortex in comparison with results from other researchers at Reynolds 20 and 100

شکل 3 تغییرات مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت قطره در تعامل با یک ورتکس در مقایسه با نتایج دیگر محققان در رینولدز 20 و 100

جدول 1 اثر تعداد گره‌های شبکه بر عدد ناسلت قطره در تعامل با دو ورتکس مشابه با $Re=100$ در $\epsilon=\pm 1.5$ و $\sigma=1$ ، $V_{\max}=0.4$

Table 1 Effect of the number of grid nodes on Nusselt number for flow over a solid sphere at $Re=100$, interacting with a pair of vortices of $V_{\max}=0.4$, $\sigma=1$ and $\epsilon=\pm 1.5$

Nu	$\xi^* \eta^* \zeta^*$
7.312	31*42*31
7.565	41*42*41
7.621	61*42*61
7.63	61*50*61
7.636	81*50*81
7.636	91*50*81
7.644	91*62*81

محیطی که شعاع خارجی آن 20 شعاع قطره از مرکز آن در نظر گرفته شده است، انتخاب گردید که از لحاظ دقت، نتایج قابل قبولی بدست می‌دهد، همچنین با در نظر گرفتن هزینه محاسباتی کم، کارآمدترین شبکه می‌باشد.

5- نتایج

پس از اعتبار سنجی حل عددی صورت گرفته، به بررسی جریان حول قطره با چرخش در سه راستای مختلف (عمود بر جهت اصلی جریان (Ω_z)، موازی با آن (Ω_x) و چرخش در هر دو جهت) و با مقادیر مختلف ($0 \leq \Omega \leq 1$) در تعامل با یک جفت ورتکس در $Re=100$ می‌پردازیم. در ادامه، توزیع عدد ناسلت بر روی سطح قطره با در نظر گرفتن چرخش، پیچش و چرخشی حول هر دو محور ذکر شده برای قطره با داشتن مقادیر یکسان در هر سه حالت، بررسی شده است. همچنین روابطی برای محاسبه عدد ناسلت در حوزه سرعت چرخشی $0 \leq \Omega_x \leq 1$ ارائه شده است.

5-1- ساختار جریان

در "شکل 4"، الگوهای جریانی و توزیع ورتیسته عبور یک جفت ورتکس از روی یک قطره با و بدون چرخش نشان داده شده است. شرایط اولیه دو ورتکس به صورت $V_{\max}=0.3$ ، $\epsilon=\pm 1.5$ و $\sigma=1$ است که در فاصله اولیه 10 برابر شعاع قطره در جریان بالادست با جریان یکنواختی در $Re=100$ به سمت

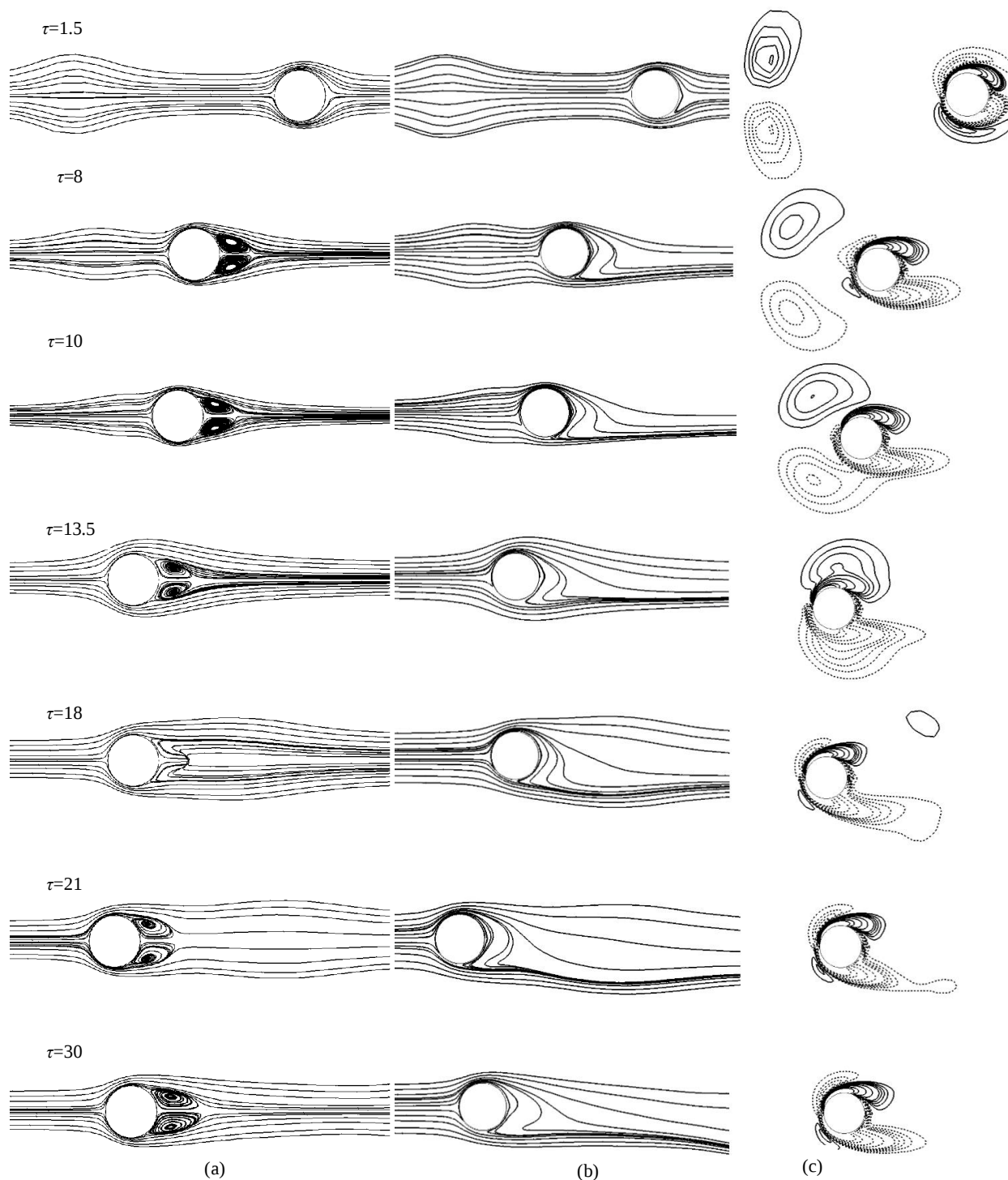


Fig. 4 (a) Streamlines for the interaction of a pair of vortices with a non-rotating sphere at $Re=100$, $V_{max}=0.3$, $\varepsilon=\pm 1.5$ and $\sigma=1$ in the $(x-y)$ plane; (b) Streamlines, and (c) z -component vorticity contours for the same flow conditions but rotating particle with $\Omega_z=0.25$

شکل 4 (a) خطوط جریان تعامل یک جفت ورتکس با یک قطره غیر چرخشی در $Re=100$ ، $V_{max}=0.3$ ، $\varepsilon=\pm 1.5$ و $\sigma=1$ در صفحه $(x-y)$ ؛ (b) خطوط جریان، و (c) کانطور مولفه z ورتیسیتیه برای همان شرایط جریان و اما برای قطره چرخشی با $\Omega_z=0.25$

$\Omega_z=1$ در حدود 0.45% کاهش نسبت به تعامل جفت ورتکس با قطره بدون سرعت چرخشی خواهد داشت. در مقایسه دو حالت تعامل و عدم تعامل جفت

z (Ω_z)، نشان داده شده است. با توجه به شکل، مقدار متوسط عدد ناسلت با افزایش سرعت چرخشی تا $\Omega_z \leq 0.5$ تغییرات غیر قابل توجهی دارد و در

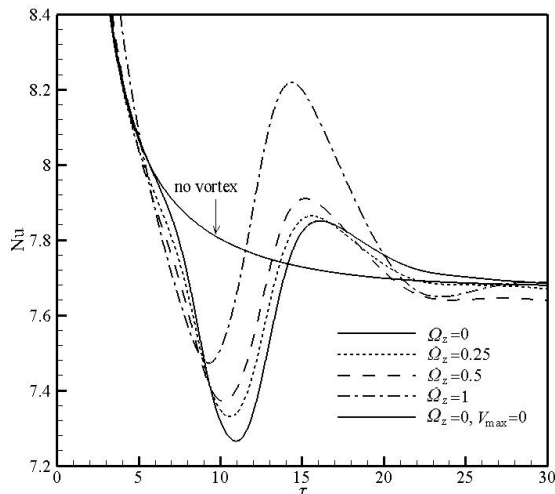


Fig. 7 Time variation of the heat transfer coefficient of sphere interacting with a pair of vortices with positive circulation at $Re=100$ for different rotational velocities (Ω_z)

شکل 7 تغییرات زمانی مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت قطره در تعامل با یک جفت ورتکس با گردش‌های مثبت در $Re=100$ برای سرعت‌های چرخشی متفاوت (Ω_z)

ضریب انتقال حرارت قطره به ازای مقادیر $\Omega_z \leq 0.5$ تغییرات ناچیزی دارد که بعد از آن در $\Omega_z=1$ ، نسبت به تعامل جفت ورتکس با قطره بدون سرعت چرخشی 1.31% افزایش یافته است.

در مقایسه با نتایج بخش قبل، مقدار متوسط عدد ناسلت در تعامل جفت ورتکس با قطره بدون چرخش ($\Omega_z=0$)، مستقل از جهت گردش دو ورتکس می‌باشد که مقدار آن برای هر دو گردش ساعتگرد و پادساعتگرد، $Nu=7.691$ بدست آمده است که همانند بخش قبل در حدود 0.74% نسبت به عدم حضور ورتکس در میدان جریان کاهش یافته است.

5-2-3- تعامل یک جفت ورتکس با گردش ساعتگرد و پادساعتگرد با قطره در "شکل 8" جهت گردش ورتکس بالایی به صورت ساعتگرد و ورتکس پایینی پادساعتگرد می‌باشد. در زمان نزدیک شدن این دو ورتکس به قطره ($\tau=10$)، سرعت خطوط جریان و در نتیجه اثرات جابجایی در اطراف نیمکره جلویی قطره به شدت کاهش می‌یابد و کمترین نرخ انتقال حرارت از قطره در $\tau=13.5$ است، یعنی زمانی که ورتکس بالایی و پایینی به ترتیب در تماس با نیمکره بالایی و پایینی قطره باشند.

با توجه شکل، مقدار متوسط عدد ناسلت در طی عبور دو ورتکس از روی قطره مستقل از تغییر سرعت چرخشی Ω_z می‌باشد و در $\Omega_z=1$ نیز افزایش بسیار اندکی در حدود 0.6% نسبت به مقدار متوسط عدد ناسلت در تعامل دو ورتکس با قطره بدون چرخش بدست آمده است. در مقایسه دو حالت حضور و عدم حضور ورتکس در میدان جریان با $\Omega_z=0$ ، عدد ناسلت در تعامل جفت ورتکس با قطره در حدود 5.26% نسبت عدم تعامل آن‌ها با قطره کاهش یافته است.

"شکل 9" تغییرات ضریب انتقال حرارت قطره در طی عبور دو ورتکس با گردش پادساعتگرد و ساعتگرد به ترتیب ورتکس بالایی و پایینی را نشان می‌دهد. در این حالت نیز تغییر سرعت چرخشی قطره تأثیری بر رفتار حالت گذرای نرخ انتقال حرارت قطره ندارد که حتی با افزایش سرعت چرخشی تا مقدار $\Omega_z=1$ که در حدود 0.07% کاهش در مقدار متوسط عدد ناسلت نسبت به

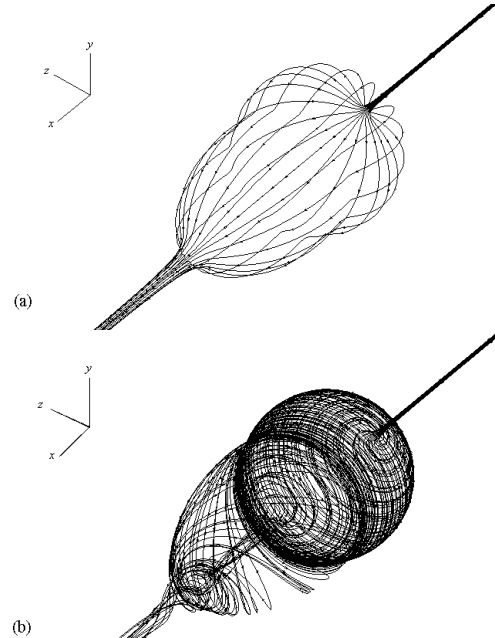


Fig. 5 Streamlines: (a) no spin and rotation, (b) with spin $\Omega_x=0.5$
شکل 5 خطوط جریان: (a) بدون پیچش و چرخش، (b) با پیچش $\Omega_x=0.5$

ورتنس با قطره بدون سرعت چرخشی ($\Omega_z=0$)، روندی کاهشی و سپس افزایشی در مقدار عدد ناسلت در تعامل جفت ورتکس با قطره مشاهده می‌شود که مقدار آن در حدود 0.74% نسبت به عدم حضور ورتکس در میدان جریان کاهش یافته است.

5-2-2- تعامل یک جفت ورتکس با گردش یکسان پادساعتگرد با قطره

در این بخش، جهت گردش دو ورتکس به صورت پادساعتگرد در نظر گرفته شده است. تغییرات مقدار متوسط عدد ناسلت در طی عبور دو ورتکس از روی قطره در "شکل 7" نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود

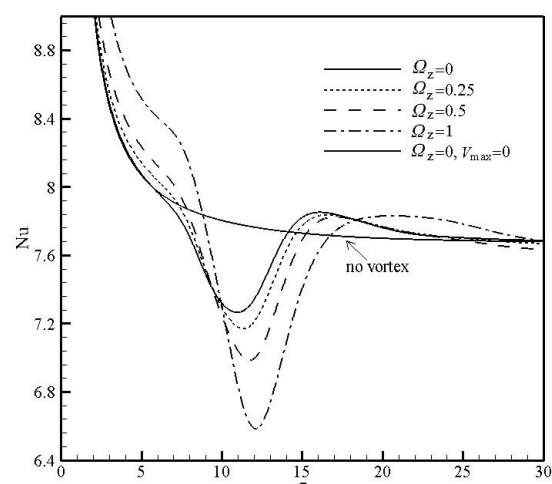


Fig. 6 Time variation of the heat transfer coefficient of sphere interacting with a pair of vortices with negative circulation at $Re=100$ for different rotational velocities (Ω_z)

شکل 6 تغییرات زمانی مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت قطره در تعامل با یک جفت ورتکس با گردش‌های منفی در $Re=100$ برای سرعت‌های چرخشی متفاوت (Ω_z)

جدول 2 اثر سرعت چرخشی قطره (Ω_z) و جهت گردش دو ورتکس بر عدد ناسلت با $Re=100$ و $\varepsilon=\pm 1.5$ و $\sigma=1$ ، $V_{max}=0.3$

Table 2 Effect of particle angular velocity (Ω_z) and two vortices circulation direction on Nusselt number with $V_{max}=0.3$, $\sigma=1$ and $\varepsilon=\pm 1.5$ at $Re=100$

No vortex	$\Gamma_1 < 0$ $\Gamma_2 > 0$	$\Gamma_1 > 0$ $\Gamma_2 < 0$	$\Gamma_1 < 0$ $\Gamma_2 < 0$	$\Gamma_1 > 0$ $\Gamma_2 > 0$	Ω_z
7.749	8.047	7.341	7.691	7.691	0
7.732	8.030	7.331	7.690	7.679	0.25
7.695	7.997	7.309	7.688	7.648	0.5
7.744	8.041	7.385	7.792	7.656	1
8.379	8.691	8.059	8.418	8.358	2

نیز عدم حضور ورتکس در میدان جریان آورده شده است. مقادیر Nu برای حالت بدون ورتکس مربوط به نتایج مرجع [8] می باشد که برای مقایسه در جدول آورده شده اند.

با توجه به جدول، با افزایش سرعت چرخشی قطره تا مقدار $\Omega_z \leq 0.5$ کاهش بسیار اندکی در مقادیر Nu در تمامی حالت ها مشاهده می شود که بعد از آن در $\Omega_z > 0.5$ این مقادیر افزایش می یابد.

به طور کلی می توان گفت با قرارگیری یک قطره با سرعت چرخشی Ω_z در میدان جریان، در طی تعامل یک جفت ورتکس با در نظر گرفتن شرایط اولیه دلخواه و موقعیت اولیه $\varepsilon = \pm 1.5$ با قطره، با توجه به جهت گردش دو ورتکس نرخ انتقال حرارت قطره می تواند افزایش و کاهش یابد. در واقع نسبت به عدم تعامل قطره با ورتکس در میدان جریان، با برخورد یک جفت ورتکس با جهت گردش پادساعتگرد و ساعتگرد به ترتیب برای ورتکس بالایی و پایینی با قطره، Nu افزایش و در دیگر حالت کاهش می یابد. همچنین مشاهده شده است که با افزایش سرعت چرخشی قطره تا مقدار $\Omega_z = 1$ تغییرات قابل توجهی در مقدار متوسط عدد ناسلت تنها در طی عبور دو ورتکس با جهت گردش یکسان بوجود آمده است. ناگفته نماند که در تمامی شکل های این بخش، در سرعت چرخشی $\Omega_z = 0.5$ مقدار نهایی Nu زیر منحنی بدون چرخش و عدم حضور ورتکس باقی می ماند.

5-3- اثر چرخش حول محور x (Ω_x) بر نرخ انتقال حرارت از قطره

در این بخش، قطره چرخشی حول محور x (پیچش) که موازی با راستای جریان یکنواخت ورودی می باشد، در تعامل با دو ورتکس در چهار حالت گردش یکسان ساعتگرد و سپس پادساعتگرد برای هر دو ورتکس، گردش ساعتگرد و پادساعتگرد به ترتیب برای ورتکس بالایی و پایینی و برعکس گزارش شده است. شرایط و موقعیت اولیه دو ورتکس در تمامی این حالت ها همانند بخش قبل به صورت فاصله $10R$ از مرکز قطره در راستای محور x ، $\varepsilon = \pm 1.5$ ، $\sigma = 1$ و قدرت $V_{max} = 0.3$ در نظر گرفته شده است. در "جدول 3"، مقادیر متوسط عدد ناسلت در بازه زمانی $5 \leq \tau \leq 30$ برای هر چهار حالت جهت گردش دو ورتکس و همچنین عدم حضور آن در میدان جریان بدست آمده است.

با توجه به جدول، با افزایش Ω_x مقادیر متوسط عدد ناسلت در تمامی حالت های مورد بررسی افزایش یافته است که این تغییرات برای هر دو حالت گردش جفت ورتکس به صورت ساعتگرد ($\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 > 0$) و گردش آن ها به صورت پادساعتگرد ($\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 < 0$) یکسان می باشد. با این حال، افزایش نرخ انتقال حرارت قطره تا مقادیر $\Omega_x \leq 0.5$ تحت تأثیر پیچش قابل چشم پوشی می باشد که ایستاپ [18] و فورو تا و همکاران [19] نیز همین نتیجه را

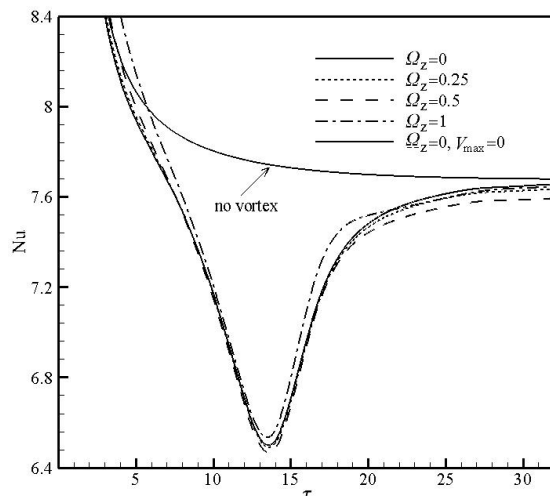


Fig. 8 Time variation of the heat transfer coefficient of sphere interacting with a pair of vortices with top-negative and bottom-positive at $Re=100$ for different rotational velocities (Ω_z)

شکل 8 تغییرات زمانی مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت قطره در تعامل با یک جفت ورتکس با گردش های بالا-منفی و پایین-مثبت در $Re=100$ برای سرعت های چرخشی متفاوت (Ω_z)

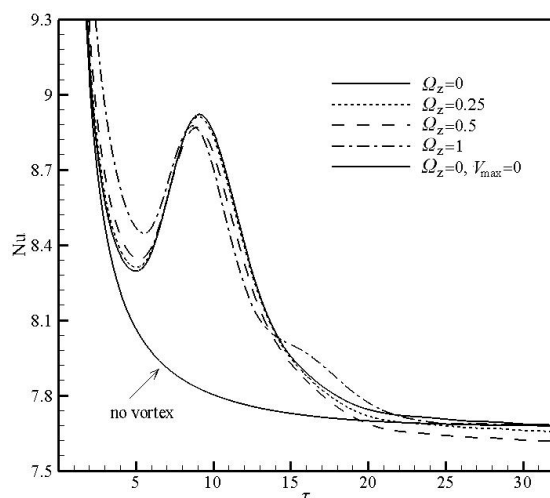


Fig. 9 Time variation of the heat transfer coefficient of sphere interacting with a pair of vortices with top-positive and bottom-negative at $Re=100$ for different rotational velocities (Ω_z)

شکل 9 تغییرات زمانی مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت قطره در تعامل با یک جفت ورتکس با گردش های بالا-مثبت و پایین-منفی در $Re=100$ برای سرعت های چرخشی متفاوت (Ω_z)

حالت عدم چرخش قطره در میدان جریان بوجود آمده است. 3.85% افزایش نیز در عدد ناسلت تعامل جفت ورتکس با قطره بدون چرخش در مقایسه عبور جریان یکنواخت از روی قطره بدون سرعت چرخشی بدست آمده است. با توجه به آنچه تا اینجا مشاهده شد، در طی تعامل یک جفت ورتکس با یک قطره، تغییر سرعت چرخشی تا مقدار $\Omega_z \leq 0.5$ تأثیر قابل توجهی در نرخ انتقال حرارت قطره ندارد که نتایج بدست آمده در مرجع [8] نیز همین نتیجه گیری را برای یک قطره بدون حضور ورتکس در میدان جریان نشان می دهد. در "جدول 2"، مقادیر متوسط عدد ناسلت در حوزه $5 \leq \tau \leq 30$ و مقادیر سرعت چرخشی $0 \leq \Omega_z \leq 1$ در چهار حالت جهت گردش دو ورتکس و

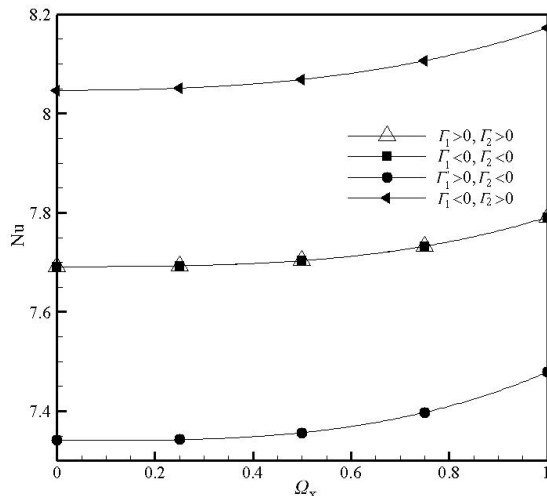


Fig. 10 Compare the values of heat transfer coefficient of the numerical solution with values of the fitted relationship 13(a-c)

شکل 10 مقایسه مقادیر ضریب انتقال حرارت از حل عددی با مقادیر حاصل از رابطه برازش شده 13(a-c)

4-5- اثر چرخش حول هر دو محور z (Ω_z) و x (Ω_x) بر نرخ انتقال حرارت از قطره

"جدول 4"، مقایسه توزیع عدد ناسلت قطره در تعامل با دو ورتکس را در چهار حالت $\Omega_x=0.25$, $\Omega_z=0.25$, $\Omega_x=0.25$, $\Omega_z=0$ و چرخش حول محوری با زاویه 135 درجه از نقطه سکون جلویی در صفحه $(x-z)$ با مقدار 0.17 نشان می‌دهد. مقادیر متوسط Nu در بازه زمانی $5 \leq \tau \leq 30$ در پنج حالت تعامل دو ورتکس با چرخش یکسان ساعتگرد، پادساعتگرد، ساعتگرد و پادساعتگرد و پادساعتگرد و ساعتگرد با قطره و همچنین بدون ورتکس آورده شده‌اند.

با توجه به جدول، بیشترین تغییرات در ضریب انتقال حرارت قطره نسبت به عدم چرخش آن در $\Omega_x=0.25$ حول محور x بوجود آمده است. به‌علاوه، چرخش قطره حول هر دو محور x و z ($\Omega_x=\Omega_z=0.17$) بیشتر از چرخش آن حول محور z می‌باشد.

"شکل 11"، خطوط دما ثابت در صفحه $(x-y)$ و توزیع محلی ناسلت را بر روی نیمکره جلویی قطره در زمان $\tau=10$ که دو ورتکس در نزدیکی قطره قرار دارند، نشان می‌دهد. گردش دو ورتکس متفاوت از هم به‌صورت ساعتگرد و پادساعتگرد به‌ترتیب برای ورتکس بالایی و پایینی می‌باشد. در شکل 11a، خطوط دما ثابت در چرخش قطره حول محور x به‌صورت متقارن نسبت به محور x و در دو حالت دیگر غیر متقارن می‌باشند که در چرخش حول محور z ، این عدم تقارن بیشتر شده است. در شکل‌های 11b و 11c، در حالت

جدول 4 مقایسه عدد ناسلت برای سه محور چرخش قطره در تعامل با دو ورتکس با $Re=100$ و $\sigma=1$, $V_{max}=0.3$ و $\varepsilon=\pm 1.5$

Table 4 Comparison of Nusselt number for three rotation axes of sphere interacting with two vortices with $V_{max}=0.3$, $\sigma=1$ and $\varepsilon=\pm 1.5$ at $Re=100$

No vortex	$\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 > 0$	$\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 < 0$	$\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 < 0$	$\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 > 0$	
7.749	8.047	7.341	7.691	7.691	$\Omega=0$
7.732	8.030	7.331	7.690	7.679	$\Omega_z=0.25$
7.752	8.051	7.343	7.693	7.693	$\Omega_x=0.25$
7.743	8.042	7.338	7.693	7.686	$\Omega_x=\Omega_z=0.17$

جدول 3 اثر سرعت چرخشی قطره (Ω_x) و جهت گردش دو ورتکس بر عدد ناسلت با $Re=100$ و $\sigma=1$, $V_{max}=0.3$ و $\varepsilon=\pm 1.5$

Table 3 Effect of particle angular velocity (Ω_x) and two vortices circulation direction on Nusselt number with $V_{max}=0.3$, $\sigma=1$ and $\varepsilon=\pm 1.5$ at $Re=100$

No vortex	$\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 > 0$	$\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 < 0$	$\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 < 0$	$\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 > 0$	Ω_x
7.749	8.047	7.341	7.691	7.691	0
7.752	8.051	7.343	7.693	7.693	0.25
7.768	8.069	7.356	7.703	7.703	0.5
7.876	8.172	7.478	7.791	7.791	1
8.461	8.707	8.161	8.348	8.348	2

(آزمایشگاهی) برای یک قطره منفرد در میدان جریان بدست آورده‌اند. اما با افزایش پیچش تا مقدار $\Omega_x=1$ و $\Omega_z=2$ تغییرات قابل توجهی در Nu بوجود آمده است که این تغییرات با توجه به جهت گردش ورتکس‌ها متفاوت می‌باشد.

مقایسه نتایج بدست آمده در دو جدول 2 و 3 نشان می‌دهد که نرخ انتقال حرارت قطره با چرخش حول محور x بیشتر از مقدار مربوط به چرخش حول محور z است و این تغییرات در هر دو حالت تعامل دو ورتکس با قطره و عدم حضور آن در میدان جریان مشاهده می‌شود.

استخراج رابطه‌ای برای عدد ناسلت بر حسب سرعت چرخشی قطره می‌تواند در بسیاری از کاربردها مفید باشد؛ مواردی از قبیل مطالعه رفتار قطرات سوخت در محفظه‌های احتراق و قطرات مایع خوراکی در خشک‌کن‌های پاششی به‌منظور بهبود فرآیندها. در این پژوهش در یک عدد پرناتل ثابت ($Pr=1$)، اقدام به ارائه رابطه‌ای برای عدد ناسلت متوسط شده است. روابط 13(a-c)، تغییرات عدد ناسلت را به ازای تغییرات سرعت چرخشی قطره در بازه $0 \leq \Omega_x \leq 0.5$ در 4 حالت گردش دو ورتکس با حداکثر خطای 0.004% نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} &(\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 > 0), (\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 < 0) \\ &\bar{Nu} = \bar{Nu}_{\Omega=0} + A\Omega_x + B\Omega_x^2 + C\Omega_x^3 \\ &A = 6.366 \times 10^{-3} \\ &B = -1.92 \times 10^{-2}, C = 1.125 \times 10^{-1} \end{aligned} \quad (13-a)$$

$$\begin{aligned} &(\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 < 0) \\ &\bar{Nu} = \bar{Nu}_{\Omega=0} + A\Omega_x + B\Omega_x^2 + C\Omega_x^3 \\ &A = -1.544 \times 10^{-3} \\ &B = -8.455 \times 10^{-3}, C = 1.472 \times 10^{-1} \end{aligned} \quad (13-b)$$

$$\begin{aligned} &(\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 > 0) \\ &\bar{Nu} = \bar{Nu}_{\Omega=0} + A\Omega_x + B\Omega_x^2 + C\Omega_x^3 \\ &A = 8.065 \times 10^{-4} \\ &B = 4.822 \times 10^{-2}, C = 7.627 \times 10^{-2} \end{aligned} \quad (13-c)$$

در هر یک از معادلات بالا، مقدار متوسط عدد ناسلت در تعامل دو ورتکس با قطره بدون چرخش می‌باشد که با توجه به شرایط و ساختار اولیه دو ورتکس مقادیر متفاوتی خواهد داشت. این معادلات نشان می‌دهند که ضریب انتقال حرارت قطره‌ای با سرعت چرخشی Ω_x و در تعامل با دو ورتکس، برابر با مجموع مقدار متوسط عدد ناسلت قطره بدون چرخش و در تعامل با دو ورتکس ($\bar{Nu}_{\Omega=0}$) و تابعی از Ω_x می‌باشد. با توجه به مقادیر ارائه شده در جدول، رابطه برازش شده برای هر دو حالت گردش یکسان ساعتگرد و پادساعتگرد جفت ورتکس یکسان می‌باشد. در "شکل 10"، مقایسه نتایج بدست آمده از حل عددی و مقادیر حاصل از رابطه ارائه شده نشان داده شده است. با توجه به شکل، منحنی برازش دو حالت تعامل جفت ورتکس با جهت‌های گردش یکسان با قطره بر یکدیگر منطبق شده‌اند.

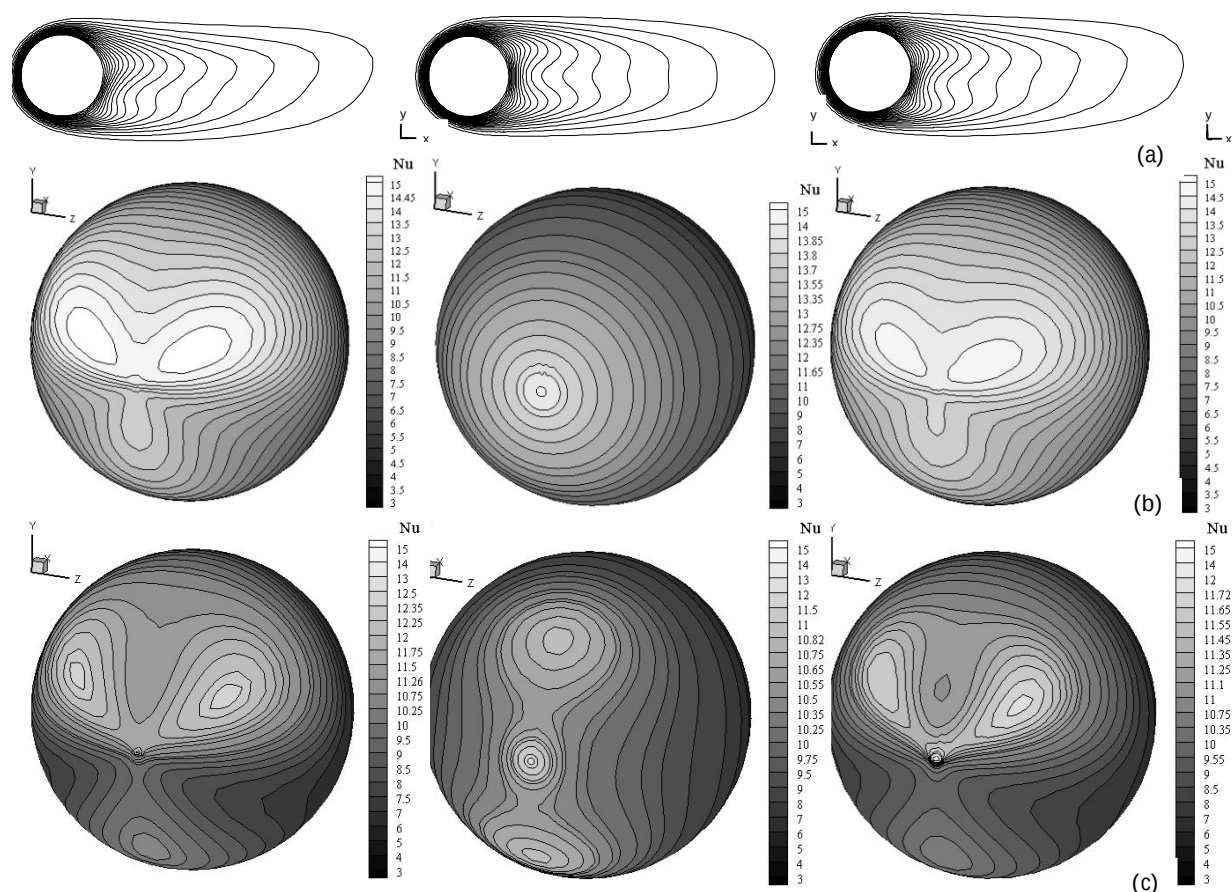


Fig. 11(a) Comparison of isotherms with $\Delta T=0.05$ for $0.05 \leq T \leq 0.95$ for flow over a sphere with different rotation directions interacting with two vortices at $Re=100$, $\varepsilon=\pm 1.5$, $V_{max}=0.3$, $\sigma=1$ and $\tau=10$; (b) Local Nusselt number distributions for same conditions and no vortex interaction; (c) with vortex interaction

شکل 11 (a) مقایسه خطوط دما ثابت با $\Delta T=0.05$ در جریان عبوری از یک قطره با جهت‌های چرخش متفاوت در تعامل با دو ورتکس در $Re=100$ ، $\varepsilon=\pm 1.5$ ، $V_{max}=0.3$ ، $\sigma=1$ و در زمان $\tau=10$ ؛ (b) توزیع محلی عدد ناسلت در همان شرایط و بدون تعامل با ورتکس؛ (c) در تعامل با دو ورتکس

در بررسی اثر عدد رینولدز بر نرخ انتقال حرارت قطره، چهار عدد رینولدز متفاوت 20، 50، 70 و 100 با $V_{max}=0.3$ ، $\sigma=1$ ، $\varepsilon=\pm 1.5$ برای دو ورتکس با گردش ساعتگرد ورتکس بالایی و پادساعتگرد ورتکس پایینی و سرعت چرخشی $\Omega=0.25$ برای هر دو حالت چرخش قطره حول محور x و z در نظر گرفته شده است. "شکل 12"، تغییرات حالت گذرای ضریب انتقال حرارت قطره به‌ازای تغییرات عدد رینولدز را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، تغییرات قابل توجهی در مقادیر عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز مشاهده می‌شود. واضح است که نوسانات بوجود آمده در اعداد رینولدز بالاتر شدیدتر می‌باشد؛ در واقع در اعداد رینولدز پایین‌تر اثرات لزجت غالب بوده و تغییرات اینرسی را که توسط دو ورتکس بوجود آمده است، خنثی می‌کنند. به‌علاوه، این تغییرات در چرخش قطره حول دو محور x و z تقریباً یکسان می‌باشد و تنها در $Re=100$ اختلاف بسیار کمی در این دو حالت بوجود آمده است.

6- نتیجه‌گیری

با پاشش قطرات به محیط همرفتی و تعامل بین آن‌ها و ورتکس‌هایی با اندازه، قدرت و موقعیت‌های متفاوت، تغییراتی در نرخ انتقال حرارت قطرات بوجود

آمده است. دو ناحیه با اعداد ناسلت مشابه به‌صورت متقارن نسبت به صفحه $(x-y)$ در نیمکره بالایی قطره ظاهر شده‌اند که در حالت تعامل دو ورتکس با قطره (شکل 11c)، عدد ناسلت در این دو ناحیه کاهش یافته‌اند. با چرخش قطره حول محور x ، توزیع متفاوتی از عدد ناسلت بر روی سطح قطره نسبت به حالت قبل مشاهده می‌شود. با توجه به مقادیر $\overline{Nu}$ در جدول 4 که نشان‌دهنده افزایش نرخ انتقال حرارت در چرخش قطره حول محور x نسبت به چرخش آن حول محور z می‌باشد (با در نظر گرفتن مقادیر یکسان)، مقایسه توزیع عدد ناسلت در شکل 11b نشان می‌دهد که مقادیر ضریب انتقال حرارت قطره در اطراف نقطه سکون در $\Omega_z=0.25$ بیشتر از دو حالت دیگر است. شکل 11c، توزیع متفاوت عدد ناسلت در سه حالت چرخش قطره حول محور x ، z و محوری در صفحه $(x-z)$ با فاصله یکسان از دو محور x و z در زمان قرارگیری دو ورتکس در نزدیکی قطره را نشان می‌دهد. در $\Omega_x=0.25$ دو ناحیه با مقادیر یکسان عدد ناسلت ظاهر شده‌اند که کاملاً متفاوت با توزیع ناسلت در دو حالت دیگر می‌باشد.

5-5- اثر عدد رینولدز بر نرخ انتقال حرارت قطره

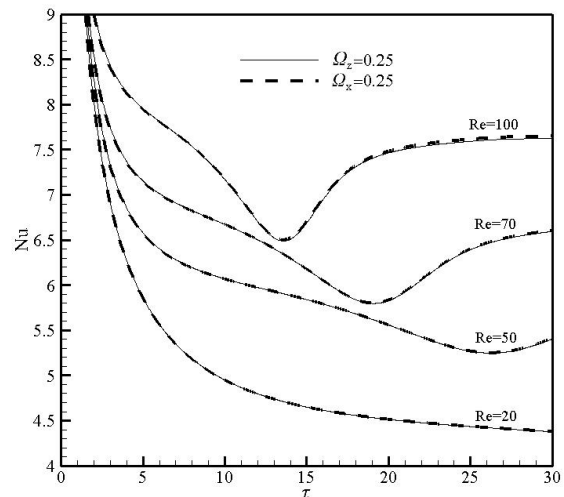


Fig. 12 Time variation of the heat transfer coefficient as function of Re
 شکل 12 تغییرات زمانی ضریب انتقال حرارت به عنوان تابعی از Re

پاششی برای محاسبه ضریب انتقال حرارت قطره‌ای در تعامل با یک جفت ورتکس بر حسب سرعت چرخشی قطره در محدوده ذکر شده ارائه شده است که این روابط با توجه به جهت گردش ورتکس‌ها ضرایب متفاوتی دارند؛ همچنین، تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده از حل عددی با مقادیر حاصل از این روابط مشاهده شد.

- در ادامه اثر چرخش قطره حول سه محور x ، z و محوری در صفحه $(x-z)$ با فاصله یکسان از دو محور، بر مقدار متوسط عدد ناسلت بررسی شد که نتایج نشان می‌دهد بیشترین تغییرات بوجود آمده ناشی از چرخش قطره حول محور x می‌باشد. با مقایسه نتایج دو حالت $\Omega_x=0.25$ و $\Omega_z=0.25$ تغییرات قابل توجهی در توزیع محلی عدد ناسلت در سطح قطره مشاهده شد که با در نظر گرفتن زمان یکسان در طی نزدیک شدن دو ورتکس به قطره، مقادیر بیشتری از $\overline{Nu}$ در اطراف نقطه سکون قطره در چرخش آن حول محور z نسبت به دو محور دیگر گزارش شده است؛ به‌علاوه، در چرخش قطره حول محور x توزیع عدد ناسلت بر روی سطح قطره بسیار متفاوت با نتایج مربوط به چرخش قطره حول دو محور دیگر مشاهده شده است. در مقایسه خطوط دما ثابت در اطراف قطره نیز، در چرخش قطره حول محور x تقارن این خطوط نسبت به محور x حفظ شده که در دو حالت دیگر این تقارن از بین رفته است؛ همچنین، در چرخش حول محور z این عدم تقارن بیشتر شده است.
- در بررسی عدد رینولدز بر نرخ انتقال حرارت قطره، علاوه بر افزایش آن در طی افزایش عدد رینولدز، تغییرات یکسانی در چرخش قطره حول دو محور عمود بر هم x و z مشاهده شده که تنها در اعداد رینولدز بالاتر ($Re=100$) اختلاف بسیار کمی در منحنی عدد ناسلت دو حالت ذکر شده در زمان‌های بالاتر بوجود آمده است.

7- فهرست علائم

a	شعاع هسته ورتکس (μm)
D	قطر قطره (μm)
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی
k	ضریب انتقال حرارت هدایتی
$\vec{n}$	بردار نرمال واحد
Nu	عدد ناسلت
p	فشار (Pa)
Pr	عدد پرانتل
R	شعاع قطره (μm)
Re	عدد رینولدز
T	دمای (بی‌بعد)
r, θ, ϕ	مختصات کروی
U_∞	سرعت جریان یکنواخت (ms^{-1})
u, v, w	مولفه‌های سرعت در مختصات x, y, z
$\vec{V}$	بردار سرعت (بی‌بعد)
$V_{\max}$	ماکزیمم سرعت مماسی ورتکس (بی‌بعد)
We	عدد وبر
x_i, y_i	موقعیت اولیه ورتکس (μm)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
ε	فاصله انحراف ورتکس از محور x (بی‌بعد)

علائم یونانی

می‌آید. در مطالعات قبلی، دینامیک قطره در طی تعامل با یک ورتکس بررسی شده است که نتایج آن نشان می‌دهد با در نظر گرفتن محوری هم‌راستا با جهت جریان ورودی که از مرکز قطره عبور می‌کند، قرارگیری ورتکس در بالا و پایین این محور تأثیر متفاوتی بر نرخ انتقال حرارت قطره همراه با چرخش دارد. بنابراین، حضور همزمان دو ورتکس در بالا و پایین محور ذکر شده، می‌تواند نتایج متفاوتی را بدست دهد. به‌علاوه، مطالعه‌ای به منظور بررسی اثر تعامل یک جفت ورتکس بر نرخ انتقال حرارت قطره همراه با چرخش حول محورهای متفاوت تاکنون انجام نگرفته است. در این راستا، این پژوهش با هدف بررسی اثرات تعامل دو ورتکس با یک قطره چرخشی انجام شده که با فرض ساختار مشابه برای ورتکس‌ها، تنها به مطالعه اثر جهت گردش دو ورتکس بر نرخ انتقال حرارت قطره پرداخته است. ورتکس‌ها در یک میدان جریان لزوج و تراکم‌ناپذیر همراه با جریان با قطره برخورد کرده و از آن عبور می‌کنند که در طی این تعامل‌ها اثر سرعت چرخشی قطره در محدوده $0 \leq \Omega \leq 1$ حول سه محور x ، z و محوری با زاویه 135 درجه از نقطه سکون قطره در صفحه $(x-z)$ در حوزه $20 \leq Re \leq 100$ با عدد پرانتل $Pr=1$ به روش عددی بررسی شده است. با در نظر گرفتن شرایط اولیه یکسان برای دو ورتکس به‌صورت فاصله 10R از مرکز قطره در راستای محور x ، $\phi = \pm 1.5^\circ$ ، $\sigma=1$ و قدرت $V_{\max}=0.3$ با در نظر گرفتن 4 حالت متفاوت در جهت گردش آن‌ها نتایج زیر بدست آمده است:

- با افزایش سرعت چرخشی تا مقدار $\Omega \leq 0.5$ کاهش بسیار کمی در مقادیر متوسط عدد ناسلت در هر دو حالت تعامل و عدم تعامل ورتکس‌ها با قطره بوجود آمده است و بعد از آن ($\Omega \geq 1$)، $\overline{Nu}$ افزایش یافته که بیشترین تغییرات در طی تعامل جفت ورتکس با جهت گردش یکسان مشاهده شده است.
- در چرخش قطره حول محور x (Ω_x)، تغییرات قابل توجهی در مقادیر متوسط عدد ناسلت نسبت به چرخش قطره حول محور z بدست آمده است. این تغییرات به‌صورت افزایشی در کل بازه $0 \leq \Omega_x \leq 1$ در هر دو حالت تعامل و عدم تعامل ورتکس‌ها با قطره بوجود آمده است که به ازای مقادیر $\Omega \leq 0.5$ قابل چشم‌پوشی می‌باشد. روابطی به‌منظور استفاده در کاربردهای عملی مانند تولید پودرهای خوراکی در خشک‌کن‌های

- streamwise direction, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 461, No. 2, pp. 365-385, 2002.
- [8] H. Niazmand, M. Renksizbulut, Flow past a spinning sphere with surface blowing and heat transfer, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127, No. 1, pp. 163-171, 2004.
- [9] H. Niazmand, M. Renksizbulut, Viscous interaction between a vortex tube and a rotating spherical particle, *Particle & Particle Systems Characterization*, Vol. 20, No. 1, pp. 47-61, 2003.
- [10] H. Niazmand, M. Renksizbulut, Heat transfer from a rotating sphere interacting with a vortex, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 10-11, pp. 2269-2281, 2004.
- [11] I. Kim, S. Elghobashi, W. A. Sirignano, Unsteady flow interaction between a pair of advected vortex tubes and a rigid sphere, *International Journal Multiphase flow*, Vol. 23, No. 1, pp. 1-23, 1997.
- [12] M. Masoudi, W. A. Sirignano, The influence of an advecting vortex on the heat transfer to a liquid droplet, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, pp. 3663-3673, 1997.
- [13] P. G. Saffman, *Vortex dynamic*, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 20-45, 1992.
- [14] I. Kim, S. E. Elghobashi, W. A. Sirignano, Unsteady flow interactions between an advected cylindrical vortex tube and a spherical particle, *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 288, No. 1, pp. 123-155, 1995.
- [15] H. Niazmand, M. Anbarsooz, Slip flow over micron sized particles at intermediate Reynolds number, *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 40, No. 2, pp. 67-76, 2010. (in Persian فارسی)
- [16] A. J. Chorin, Numerical solution of Navier-Stokes equations, *Mathematical Computation*, Vol. 22, No. 104, pp. 745-762, 1968.
- [17] H. A. Dwyer, Calculations of droplet dynamics in high temperature environments, *Progress in Energy & Combustion Science*, Vol. 15, No. 2, pp. 131-158, 1989.
- [18] T. D. Eastop, The influence of rotation on the heat transfer from a sphere to an air stream, *International Journal of Heat & Mass Transfer*, Vol. 16, No. 10, pp. 1954-1957, 1973.
- [19] T. Furuta, T. Jimbo, M. Okazaki, R. Toei, Mass transfer to a rotating sphere in an axial stream, *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 8, No. 6, pp. 456-462, 1975.
- [19] H. Niazmand, M. Renksizbulut, Transient three-dimensional heat transfer from rotating spheres with surface blowing, *Chemical Engineering science*, Vol. 58, No. 15, pp. 3535-3554, 2003.

σ	شعاع هسته ورتکس (بی‌بعد)
σ'	تنش سطحی (Nm^{-2})
Γ	گردش ورتکس ($\mu\text{m}^2\text{s}^{-1}$)
τ	زمان (بی‌بعد)
ξ, η, ζ	مختصات عمومی غیرمتعامد
ψ	تابع جریان ($\mu\text{m}^2\text{s}^{-1}$)
Ω	سرعت چرخشی $\Omega=R\omega/U_\infty$ (بی‌بعد)
ω	سرعت زاویه‌ای (rads^{-1})
f	خاصیت جریان
s	سطح
∞	جریان یکنواخت

زیرنویس‌ها

8- مراجع

- [1] E. Poon, A. Ooi, M. Giacobello, R. Cohen, Laminar flow structures from a rotating sphere: Effect of rotating axis angle, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 31, No. 5, pp. 961-972, 2010.
- [2] J. L. Best, The influence of particle rotation on wake stability at particle Reynolds number, $\text{Re}_p < 300$ -Implications for turbulence modulation in two-phase flows, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 24, No. 5, pp. 693-720, 1998.
- [3] G. M. Faeth, Mixing, transport and combustion in sprays, *Progress Energy Combustion Science*, Vol. 13, No. 4, pp. 293-345, 1987.
- [4] A. J. Chorin, *Vorticity and turbulence*, pp. 91-108, Berlin: Springer-Verlag, 1994.
- [5] H. Sakamoto, H. Haniu, The formation mechanism and shedding frequency of vortices from a sphere in uniform shear flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 287, No. 1, pp. 151-171, 1995.
- [6] R. Kurose, S. Komori, Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 384, No. 1, pp. 183-206, 1999.
- [7] D. Kim, H. Choi, Laminar flow past a sphere rotating in the