مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1395، دوره 16، شماره 9، ص‌ص 65-76

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شبیه‌سازی عددی قطره در حال سقوط تحت میدان مغناطیسی یکنواخت، با استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود

آتنا قادری[1]، محسن نظری[2*]، محمد حسن کیهانی[3]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود.

* شاهرود، صندوق پستی 3619995161، mnazari@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 خرداد 1395

پذیرش: 04 مرداد 1395

ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

جریان دوفازی

روش شبکه بولتزمن

مدل شان-چن

فروسیال

میدان مغناطیسی یکنواخت

چکیده

در مقاله حاضر، سقوط قطره سیال فرو در سیال غیر مغناطیسی تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت در جریان دوفازی به صورت عددی مطالعه می‌شود. برای این منظور، از روش ترکیبی شبکه بولتزمن مدل شان- چن و روش حجم محدود استفاده شده است. معادله شبکه بولتزمن با استفاده از اضافه کردن ترم نیروی مغناطیسی جهت به روزرسانی میدان جریان حل می‌شود، در حالیکه معادله القاء مغناطیسی به روش حجم محدود برای محاسبه میدان مغناطیسی حل خواهد شد. برای اعتبارسنجی حل میدان جریان، مدل مورد نظر توسط آزمون¬های معروف آزمایش لاپلاس و صعود آزادانه حباب مورد امتحان قرار گرفته است. به منظور اعتبارسنجی میدان مغناطیسی، خطوط پتانسیل مغناطیسی عبوری از دایره نفوذپذیر و تغییر شکل قطره سیال فرو ساکن تحت میدان مغناطیسی شبیه سازی شده است. نتایج عددی مطالعه حاضر با داده‌های تجربی و عددی محققین قبلی، مقایسه شده و تطابق خوبی مشاهده شده است. تاثیر عدد باند مغناطیسی، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی و جهت میدان مغناطیسی بر روی سقوط قطره سیال فرو مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که هرچه عدد باند مغناطیسی یا قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی بیشتر باشد، قطره در راستای میدان تغییر شکل بیشتری می‌دهد. همچنین اگر راستای میدان مغناطیسی عمودی باشد قطره سریعتر سقوط می‌کند در حالیکه میدان مغناطیسی افقی سقوط قطره را به تاخیر می‌اندازد.

Numerical simulation of falling droplet under uniform magnetic field, using a hybrid lattice-Boltzmann and finite-volume method

Atena Ghaderi, Mohsen Nazari*, Mohammad Hassan Kayhani

Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, mnazari@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 June 2016
Accepted 25 July 2016
Available Online 11 September 2016

Keywords:
Two phase flow
lattice-Boltzmann method
Shan–Chen model
Ferrofluid, Uniform magnetic field

ABSTRACT

In this study, falling ferrofluid droplet behavior in nonmagnetic viscous fluid under the uniform magnetic field in two-phase flow is studied numerically. To this approach, a hybrid lattice-Boltzmann based Shan-Chen model and finite-volume method is used. The lattice-Boltzmann equation with the magnetic force term is solved to update the flow field while the magnetic induction equation is solved using the finite volume method to calculate the magnetic field. To validate the flow field solution, two tests have been considered: the free bubble rising and Laplace law. In order to validate the magnetic field, permeable circle and deformation of static drop under magnetic field is simulated. The comparison of results between present study and previous researches shows that there is a good agreement between the results. The effects of the magnetic Bond number, susceptibility and magnetic field direction on deformation of the falling droplet are investigated. The results show that increase in the magnetic Bond number or susceptibility leads to a larger deformation of the droplet. Also, in horizontal magnetic field, the falling process takes longer time compared to the vertical magnetic field.

1-مقدمه

به منظور کنترل رفتار قطرات روش‌های متعددی توسط محققین پیشنهاد شده است. رفتار قطره را میتوان توسط گرادیان شیمیایی، ترموکپیلاری، و نیروهای الکترواستاتیک و مغناطیسی کنترل نمود [1-3]. از جمله موثرترین این روش‌ها می‌توان اعمال میدان مغناطیسی را نام برد که امکان کنترل حرکت قطره به صورت غیرتماسی[1] را فراهم می‌آورد. اگر قطره سیال فرو و یک سیال دیگر با خصوصیات مغناطیسی متفاوت در معرض میدان مغناطیسی قرار گیرند، دستخوش تغییر شکل می‌شوند. یک فروسیال [4]، مخلوطی کلوئیدی از ذرات مغناطیسی در یک سیال حامل می باشد. نانو ذرات معمولا با یک ماده روکنشگر[2] پوشانده می‌شوند تا از انباشتگی نانوذرات

[1] Contactless control
[2] Surfactant

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Ghaderi, M. Nazari, M. H. Kayhani, Numerical simulation of falling droplet under uniform magnetic field, using a hybrid lattice-Boltzmann and finite-volume method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 65-76, 2016 (in Persian)

در نتیجه نیروی واندروالس جلوگیری کنند. مطالعات آزمایشگاهی فراوانی جهت بررسی تاثیر میدان مغناطیسی بر روی حرکت قطرات انجام شده است. از جمله آنها می‌توان به آزمایشات فلمنت و همکارانش [5] اشاره کرد. آنها دو روش جهت تعیین کشش سطحی در مرز بین سیال فرو و یک سیال دیگر را ارائه دادند. باکری و سالین [6] تغییر شکل سیال فرو را در حضور میدان مغناطیسی بررسی نمودند. آنها یک مدل تحلیلی ارائه دادند که نشان می‌داد نسبت طول به عرض قطره درحالت تعادل، چنانچه نرخ نفوذ پذیری بیشتر از مقادیر بحرانی باشد، تابع چندین پارامتر میدان مغناطیسی می باشد. .ایشیموتو و همکاران [7] اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت را بر رفتار حباب در سیال مغناطیسی مطالعه نمودند. نتایج آزمایشگاهی آنها نشان می-دهد که با افزایش میدان مغناطیسی، کسر حجمی جریان دوفازی در نتیجه اثر نیروی میدان مغناطیسی کاهش می یابد. انگوین و همکارانش [8] حرکت یک قطره سیال فرو غوطه ور شده در روغن سیلیکون را توسط کویل‌های مسطح کنترل نمودند. پرابست [9] با استفاده از یک آهنربای خارجی از فاصله دور موفق به کنترل رفتار یک قطره سیال فرو جهت رسیدن به یک تومور عمیق شد. زکینیان و همکارانش [10] دیدگاهی جدید برای انتقال قطرات سیال فرو با یک سرعت ثابت بر روی یک سطح جامد به وسیله میدان مغناطیسی چرخشی را پیشنهاد نمودند.

شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی بدلیل مشکلات ذاتی در تعقیب سطح مشترک، بکارگیری مناسب نیروی کشش سطحی و بقای جرم، یک مسئله چالش برانگیز می‌باشد. همچنین، در سیالات فرو در مرز مشترک بین دوفاز علاوه بر تغییرات در مقادیر دانسیته و ویسکوزیته، تغییرات ناگهانی در خصوصیات مغناطیسی نیز مشاهده می‌شود که این امر سبب ایجاد تنش ماکسول در مرز مشترک دوفازمی‌گردد. در نتیجه رفتار مرزهای مشترک در سیالات فرو تحت میدان مغناطیسی کاملاً با سیالات عادی تفاوت دارند. مطالعات عددی محدودی جهت شبیه سازی قطره سیال فرو تحت میدان مغناطیسی یکنواخت با استفاده از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی کلاسیک انجام شده است. کورلی و همکارانش [11] با استفاده از روش حجم سیال به مطالعه سقوط قطره سیال فرو به داخل سیال غیرمغناطیسی و صعود حباب سیال غیر مغناطیسی در سیال فرو پرداختند. آنها پی‌بردند در اعداد باند کوچک قطره و حباب تغییر شکل‌های مشابهی در حضور میدان مغناطیسی می‌دهند. تیان و همکارانش [12] اثر شدت‌های مختلف میدان مغناطیسی و شعاع‌های مختلف حباب بر روی رفتار حباب در حال صعود، را به صورت عددی بررسی نمودند. کی [13] روش لول‌ست را برای جریان‌های دوفازی غیرقابل تراکم تحت میدان مغناطیسی را ارایه نمود. برای بررسی روش خود، سقوط قطره، کشیدگی و نوسانات قطره و صعود حباب رادر حضور میدان مغناطیسی را شبیه‌سازی نمود. حدیدی و انصاری [14] با استفاده از روش لول‌ست به صورت دوبعدی به بررسی رفتار یک حباب در سیال لزج دی‌الکتریک تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت در جریان دوفازی پرداخته اند. آنها نشان دادند که میدان مغناطیسی اندازه، شکل، سرعت و محل تشکیل حباب را تحت تاثیر قرار می‌دهد. حدیدی و جلالی وحید بصورت عددی، به مطالعه اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر برهمکنش و الحاق حباب‌هایی که در مایع ساکن صعود می‌کنند، مورد مطالعه قرار گرفته است [15]. نتایج عددی بدست آمده نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی یکنواخت اعمال شده، شکل و دینامیک حباب‌ها و نیز اندرکنش آنها را تحت تاثیر آنها نشان داد که اعمال میدان مغناطیسی سبب تسریع در الحاق عمودی حباب-ها شده، می‌تواند برای کنترل الحاق حباب‌ها مورد استفاده قرار گیرد[15].

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن پتانسیل بالای خود را در شبیه سازی خط مشترک بین فازهای مجزا را نشان داده است [16]. این روش یک روش شبه مولکولی بر اساس مدل‌های معادلات جنبشی در سطح میکرو و مزو می‌باشد که تابع توزیع مجموعه مولکول‌ها را ردیابی می‌کند [17]. در مجموع به منظور شبیه سازی جریان دوفازی، چهار روش عمده برای روش شبکه بولتزمن وجود دارد. از جمله: مدل کرومودینامیک[1] [18]، شان-چن [19]، مدل‌های بر اساس نیروهای برهم‌کنش بین مولکولی[2] [20] و مدل انرژی آزاد[3] [21]. زینگ و همکاران [22]، با استفاده از مدل سطح آزاد در روش شبکه بولتزمن و بر مبنای تک فازی، شکل گیری یک قطره از سقف یک کانال و جدایش آن را شبیه سازی کردند. فخاری و رحیمیان [23] با استفاده از زمان آسایش چندگانه در روش شبکه بولتزمن سقوط قطره متقارن محوری دوبعدی را شبیه سازی کرده‌اند. در این مطالعه با استفاده از اعداد بی بعد اتوس، مورتون و ارشمیدس[4]، حالت‌های مختلف سقوط یک قطره‌ی متقارن محوری و فروپاشی آن در اثر نیروی وزن مورد بررسی قرار گرفته است و نشان داده شد که در اعداد اتوس پایین قطره تغییر شکل زیادی نمی دهد و در نهایت به یک شکل پایدار می‌رسد. اما با افزایش عدد اتوس نرخ تغییر شکل نیز افزایش یافته و قطره ممکن است دچار فروپاشی شود. انور [24] به بررسی افزایش نیروی شناوری حباب به وسیله روش شبکه بولتزمن پرداخت. برای شبیه سازی افزایش نیروی شناوری حباب تحت نیروی گرانش، نیروی خارجی به مرحله برخورد اضافه شده است. موسوی و همکاران [25] به بررسی پدیده جدایش و چکیدن قطره تحت نیروی گرانش به روش شبکه بولتزمن با استفاده از مدل شان و چن پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که قطره از دیواره آبدوست در اعداد اتوس پایین جدا نمی‌شود اما جدایش قطره از دیوارهای آبگریز در تمام اعداد اتوس تست شده اتفاق می‌افتد.

با توجه به مطالب بیان شده، در می‌یابیم که فرآیند سقوط قطره سیال فرو در سیال غیر مغناطیسی تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت با استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود شبیه سازی نشده است. در این مقاله جریان دوفازی با استفاده از روش جدید ترکیبی شبکه بولتزمن و روش حجم محدود به صورت دوبعدی مدلسازی شده است. به همین منظور، کد نویسی با زبان برنامه نویسی فرترن انجام شده است. برای حل میدان جریان و تعقیب سطح مشترک از روش شبکه بولتزمن مدل شان-چن استفاده می‌گردد. معادله حاکم بر میدان مغناطیسی به روش حجم محدود حل خواهد شد. اثرات میدان مغناطیسی از تنش ماکسول استخراج می‌گردد که بصورت یک نیروی مغناطیسی به سطح مشترک دوفاز اعمال می‌شود و در جاهایی که نفوذپذیری مغناطیسی ثابت می‌باشد، صفر می‌باشد. بعد از حل معادله میدان مغناطیسی، می‌توان نیروی میدان مغناطیسی را به صورت جمله نیرو در معادله شان-چن اضافه نمود. به این ترتیب، با استفاده از اضافه کردن جمله نیرو، میدان جریان به روزرسانی می‌گردد. نتایج عددی مطالعه حاضر با داده‌های تجربی و عددی محققین قبلی، مقایسه خواهد شد تا درستی روش عددی حاضر اثبات گردد. همچنین، تاثیر عدد باند مغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بر روی سقوط قطره سیال فرو مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

[1] Chromo-dynamic
[2] Intermolecular Interaction
[3] Free Energy
[4] Archimedese number

2-تعریف مساله

هدف از مطالعه حاضر، مطالعه اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر روی سقوط قطره سیال فرو در داخل سیال لزج با استفاده از روش شبکه بولتزمن می‌باشد. شکل اولیه قطره دایروی فرض شده و در ابتدا در حالت سکون قرار دارد. شکل شماتیک هندسه حاضر در "شکل 1" نمایش داده شده است. برای این‌که بتوان از اثرات دیواره بر روی حرکت قطره صرف نظر نمود، پهنای کانال (W) هفت برابر قطر اولیه قطره در نظر گرفته شده است. حداقل ارتفاع کانال (L) نیز بایستی به اندازه‌ای باشد که قطره در حال سقوط به حالت پایا برسد، که در این تحقیق هفده برابر قطر اولیه قطره می‌باشد.

3-مدل‌سازی ریاضی مسئله

3-1-معادلات شبکه بولتزمن مدل شان-چن

در پژوهش حاضر، مدل شان-چن [19] روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی جریان‌های چندفازی –چندجزئی استفاده شده است. در این روش برای هر جزء سیال یک تابع توزیع تعادلی حل می‌شود. هر تابع توزیع جزئی به روش زیر، معادله شبکه بولتزمن را ارضا می‌کند:

$$f_i^{\sigma}(x+e_i\delta t, t+\delta t) = f_i^{\sigma}(x,t) - \frac{f_i^{\sigma(eq)} - f_i^{\sigma}}{\tau_\sigma} \quad (1)$$

که $f_i^{\sigma}(x,t)$ تابع توزیع جزء σ-ام در جهت i-ام سرعت است. τ_σ ضریب تخفیف است که به ویسکوزیته سینماتیکی $\nu_\sigma=(\tau_\sigma-0.5)/3$ مرتبط می‌شود. تابع توزیع تعادلی هر جزء در معادله (1) که با $f_i^{\sigma(eq)}$ نشان داده شده است را می‌توان به به صورت رابطه (2) محاسبه نمود [19]:

$$f_i^{\sigma(eq)} = w_i\rho^{\sigma}\left[1 + \frac{e_i\cdot u_{eq}^{\sigma}}{c_s^2} + \left(\frac{e_i\cdot u_{eq}^{\sigma}}{2c_s^4}\right)^2 - \frac{u_{eq}^{\sigma}\cdot u_{eq}^{\sigma}}{c_s^2}\right] \quad (2)$$

w_iها و e_iها، به ترتیب، ضرایب وزنی و سرعت میکروسکوپیک هستند. همچنین، ρ^{σ} در معادله (2) چگالی جزء σ-ام بوده و از رابطه (3) قابل محاسبه است:

$$\rho^{\sigma} = \sum_{i=0}^{8} f_i^{\sigma} \quad (3)$$

سرعت ماکروسکوپیک نیز از رابطه (4) بدست می‌آید [19]:

$$\rho^{\sigma}u_{eq}^{\sigma} = \rho^{\sigma}u' + \tau^{\sigma}F^{\sigma} \quad (4)$$

u_{eq}^{σ} سرعت تعادلی جزء σ-ام است. u' سرعت ترکیبی ماکروسکوپیک است که

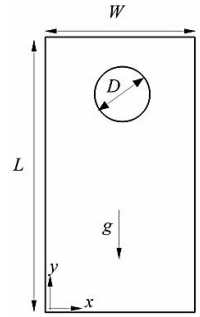

Fig. 1 Schematic geometry of problem

شکل 1 هندسه شماتیک مساله

برای تحلیل کل جریان بسیار مهم است و از رابطه‌ی (5) به دست می‌آید:

$$u' = \frac{\sum_{\sigma}\rho^{\sigma}u^{\sigma}/\tau^{\sigma}}{\sum_{\sigma}\rho^{\sigma}/\tau^{\sigma}} \quad (5)$$

F^{σ} در معادله (4) معرف نیروهای اعمال شده بر سیال جزء σ-ام است که بصورت رابطه (6) می باشد:

$$F^{\sigma} = F_f^{\sigma} + F_s^{\sigma} + F_g^{\sigma} + F_{mag}^{\sigma} \quad (6)$$

F_f^{σ} نیروی بین‌مولکولی بین جزءهای مختلف سیال می باشد و بصورت رابطه (7) تعریف می‌شوند [19]:

$$F_f^{\sigma}(x) = -\psi^{\sigma}(x)G_c\sum_i \psi^{\sigma}(x+e_i\delta t)\,e_i \quad (7)$$

G_C پارامتری برای کنترل قدرت جاذبه بین‌مولکولی بین جزءهای مختلف سیال می‌باشد.

شکل تابع پتانسیل ψ براساس نوع مسئله و فرضیات گازهای ایده‌آل و غیر ایده‌آل تعیین می‌گردد و معادله‌ی حالت اجزای مختلف و کل جریان را مشخص می‌کند. در تحقیق حاضر، فاز حباب، غیرایده‌آل و فاز پیرامون حباب ایده‌آل فرض شده است. برای سیال ایده‌آل و غیرایده‌آل، تابع پتانسیل، به ترتیب، بصورت زیر تعریف می‌شوند [17]:

$$\psi(\rho^{\sigma}) = \rho^{\sigma} \quad (8)$$

$$\psi(\rho^{\sigma}) = \rho_0\left(1 - \exp\left(\frac{-\rho^{\sigma}}{\rho_0}\right)\right) \quad (9)$$

F_s^{σ} در معادله (6) نیروی کشش سطحی بین هرجزء با سطح جامد می باشد و بصورت زیر تعریف می‌شوند [19]:

$$F_s^{\sigma}(\boldsymbol{x}) = -\psi^{\sigma}(\boldsymbol{x})G_{ads}\sum_i w_i S(x+e_i\delta t)\,e_i \quad (10)$$

G_{ads} پارامتری برای کنترل و قدرت نیروی کشش سطحی بین سیال و سطح جامد می‌باشد. S تابع اسکالر بوده که برای نقاط مجاور دیوار، یک و برای بقیه نقاط، صفر در نظر گرفته می‌شود.

F_{mag}^{σ} در معادله (6) نیرویی مغناطیسی موثری است که به هر جزء وارد می‌شود، که در ادامه، در مورد نحوه بدست آوردن آن توضیح داده می‌شود.

3-2-معادلات میدان مغناطیسی

اثرات میدان مغناطیسی بر قطره سیال فرو در سیال غیرمغناطیسی را می‌توان با کوپل کردن معادلات ماکسول و روابط اساسی القای مغناطیسی (B)، میدان مغناطیسی (H) و مغناطیس پذیری (M) شبیه سازی نمود. معادلات ماکسول برای سیال مغناطیسی که فاقد هدایت الکتریکی باشد، به صورت زیر نوشته می‌شود [26] :

$$\nabla \times H = 0 \quad (11)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (12)$$

با در نظر گرفتن محدوده سیال فرو، Π_d (ناحیه سیال فرو)، که توسط محیط غیرمغناطیسی، Π_c (ناحیه سیال غیرمغناطیس)، احاطه شده باشد، رابطه B به شکل رابطه (13) خواهد بود [26]:

$$B = \begin{cases} \mu_0(H+M) & \text{اگر } \Pi_d \\ \mu_0 H & \text{اگر } \Pi_c \end{cases} \quad (13)$$

در رابطه فوق $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \mathrm{N/A^2}$ نفوذپذیری مغناطیسی محیط و M مغناطیس پذیری سیال فرو می‌باشد. با فرض این‌که مغناطیس‌پذیری ماده به صورت خطی تغییر می‌کند، رابطه بین مغناطیس‌پذیری و میدان مغناطیسی اعمالی به صورت رابطه (14) خواهد بود [26]:

$$M = \chi H \tag{14}$$

در رابطه فوق χ مغناطیس‌پذیری سیال فرو می‌باشد. نفوذپذیری مغناطیسی سیال فرو به صورت $\mu = \mu_0(1+\chi)$ بیان می شود که القاء مغناطیسی در نزدیکی سیال فرو به صورت $B = \mu H$ می باشد.

میدان مغناطیسی به صورت $H = -\nabla\emptyset$ می‌باشد که $\emptyset$ تابع پتانسیل اسکالر می‌باشد. با ترکیب معادلات (11) و (12) و با استفاده از رابطه $H = -\nabla\emptyset$ معادله میدان مغناطیسی حاکم بر مسئله به صورت رابطه (15) بیان می‌شود [26]:

$$\nabla \cdot [\mu \nabla\emptyset] = 0 \tag{15}$$

که در رابطه فوق نفوذپذیری مغناطیسی در مرزها به شدت تغییر می‌کند. در نتیجه با حرکت مرزها تابع پتانسیل اسکالر تغییر می‌کند. بنابراین نفوذپذیری مغناطیسی می‌تواند به صورت رابطه (16) تعریف شود [14]:

$$\mu_\varepsilon(\emptyset) = \mu_c H_\varepsilon(\emptyset) + \mu_d(1 - H_\varepsilon(\emptyset)) \tag{16}$$

در رابطه فوق زیر نویس‌های c و d به ترتیب بیان کننده فاز پیوسته و گسسته می‌باشد و $H_\varepsilon(\emptyset)$ اصلاح شده تابع هیویساید است و به صورت رابطه (17) تعریف می‌شود:

$$H_\varepsilon(\emptyset) = \begin{cases} 0 & \text{اگر } \rho = \rho_1 \\ \frac{1}{2}[1 + \zeta + \frac{1}{\pi}\sin(\pi\zeta)] & \text{اگر } \rho_1 < \rho < \rho_2 \\ 1 & \text{اگر } \rho = \rho_2 \end{cases} \tag{17}$$

در حالیکه ζ یک پارامتر می‌باشد و به صورت رابطه (18) تعریف می‌شود:

$$\zeta = \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \tag{18}$$

3-3-مدلسازی ترم افزوده شده به معادلات بولتزمن تحت میدان مغناطیسی

اثر میدان مغناطیسی بر میدان جریان را با اضافه نمودن ترم نیروی مغناطیسی به معادله شبکه بولتزمن در نظر گرفته می‌شود. نیروی اعمال شده بر روی سیال فرو با قابلیت مغناطیس‌پذیری خطی در یک سیستم دما ثابت توسط روزنو [4] به صورت رابطه (19) بیان می‌شود:

$$F_{\mathrm{mag}} = -\frac{1}{2}H^2\nabla\mu \tag{19}$$

با جای‌گذاری معادله (16) در معادله (19)، نیروی مغناطیسی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$F_{\mathrm{mag}} = -\frac{1}{2}H^2(\mu_c - \mu_d)\delta_\varepsilon(\zeta)\nabla\zeta \tag{20}$$

تابع دلتای هموار یا اصلاح شده عبارت است از:

$$\delta_\varepsilon = \frac{\partial H_\varepsilon(\zeta)}{\partial\zeta} = \begin{cases} 0 & \text{اگر } \rho = \rho_1 \text{ یا } \rho = \rho_2 \\ \frac{1}{2}[1 + \cos(\pi\zeta)] & \text{اگر } \rho_1 < \rho < \rho_2 \end{cases} \tag{21}$$

4-3- شرایط مرزی

در این تحقیق، مقدار صفر برای هر دو مولفه سرعت و در هر چهار جداره ناحیه مستطیلی فرض می‌شود. برای اعمال این شرط در روش شبکه بولتزمن از شرط پرش به عقب[1] استفاده می‌گردد.

همان‌طور که بیان شد، برای بدست آوردن میدان مغناطیسی نیاز داریم که معادله (15) را حل نماییم. گسسته‌سازی معادلات میدان مغناطیسی حاکم بر روی یک شبکه یکنواخت کارتزین دو بعدی به روش حجم محدود انجام می‌شود. پتانسیل مغناطیسی در معادله (15) توسط اختلاف مرکزی مرتبه دوم گسسته‌سازی می‌شود و با روش ADI[2]، حل می‌گردد. با توجه به اینکه در این مقاله، میدان مغناطیسی هم در جهت x و هم جهت y مورد بررسی قرار می‌گیرد، شکل 2 (الف) و 2 (ب)، به ترتیب، شرایط مرزی تابع پتانسیل را برای دو جهت مورد نظر نشان می‌دهد [26].

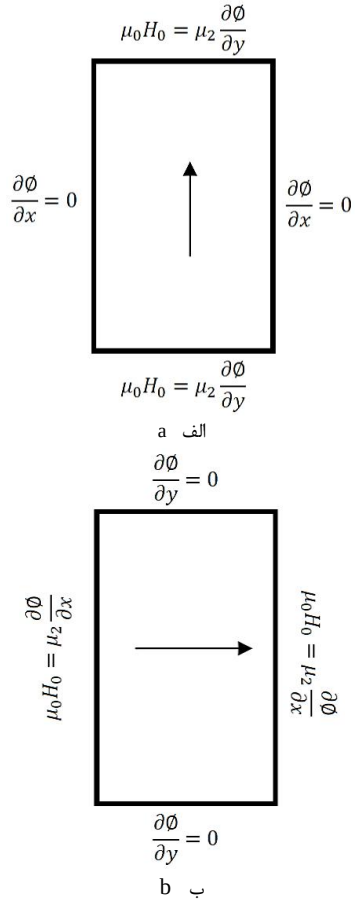

Fig. 2. Magnetic scalar potential boundary condition (a: vertical b: horizontal magnetic field)

شکل 2 شرایط مرزی تابع اسکالر پتانسیل (الف: میدان مغناطیسی عمودی ب: میدان مغناطیسی افقی)

[1] Bounce-Back
[2] Alternating Direction Implicit Method

الگوریتم حل بکار گرفته شده در روش هیبریدی شبکه بولتزمن و حجم محدود در "شکل 3" نشان داده شده است.

4-بررسی اعتبارسنجی

برای اعتبارسنجی کد تدوین شده، نخست از آزمون لاپلاس و صعود آزادانه حباب برای اعتبارسنجی میدان جریان و یک دایره نفوذ پذیر تحت یک میدان مغناطیسی یکنواخت و تغییر شکل قطره استاتیکی تحت تاثیر میدان مغناطیسی برای اعتبارسنجی میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته است.

4-1-آزمون لاپلاس

در مدل شان-چن کشش سطحی به طور مستقیم توسط کاربر وارد مسئله

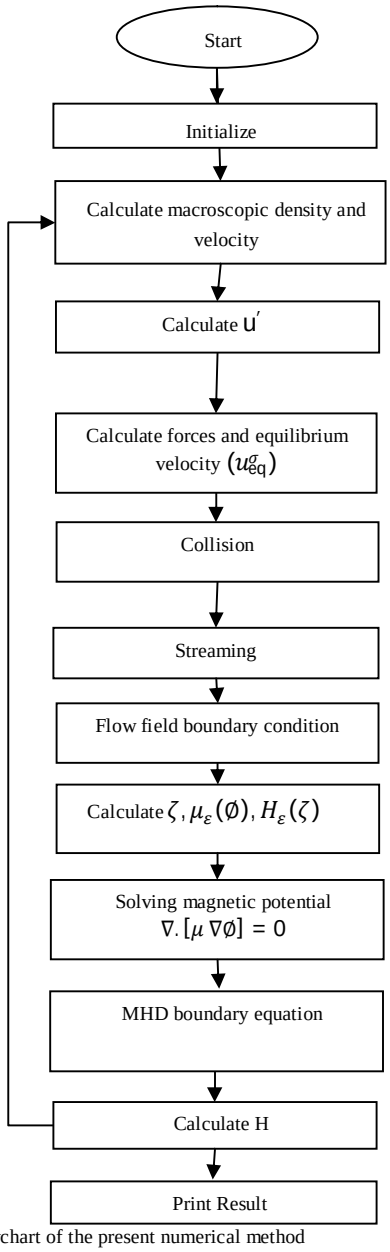

Fig. 3 Flowchart of the present numerical method

شکل 3 فلوچارت روش عددی حاضر

نمی‌شود و می‌بایست محاسبه گردد. لذا یکی از روش‌های اعتبارسنجی مدل چند فازی شبکه بولتزمن استفاده از آزمون لاپلاس است. قانون لاپلاس بیان می‌کند که در غیاب اثرات نیروهای جاذبه و لزجتی و درحضور اثرات کشش سطحی و اختلاف فشار، اگر شکل یک ذره سیال، از دایره در حالت دوبعدی منحرف شود، در حالت نهایی شکل آن باید دوباره به دایره تبدیل شود و رابطه تحلیلی زیر، برای اختلاف فشار بین درون و بیرون یک قطره (در حالت دوبعدی) بر اثر نیروهای کشش سطحی برقرار می‌باشد.

$$\Delta P = \frac{\gamma}{R} \tag{22}$$

در رابطه فوق γ ضریب کشش سطحی و R شعاع قطره است. برای شبیه‌سازی این مسئله از میدان شبکه $L^{x}L$ استفاده شده است و شرط مرزی پریودیک در چهار طرف دامنه محاسباتی اعمال شده است. حل مساله در نسبت دانسیته 2 با قطرهای اولیه متفاوت برای قطره انجام شده‌است.

"شکل 4" نتایج مربوط به شبیه سازی را برای شبکه بندی‌های مختلف نشان می‌دهد. محور افقی مقادیر معکوس شعاع و محور عمودی اختلاف فشار بین داخل و خارج قطره در واحد شبکه بولتزمن می‌باشد. همان‌طور که در مراجع مختلف ذکر اشاره شده است، نتایج حاصل یک خط راست و شیب آن نیز کشش سطحی است. شیب این خطوط برای شبکه‌های 120×120، 160×160، 200×200 و 240×240، به‌ترتیب، برابر 0.07، 0.065، 0.061 و 0.06 در واحد شبکه بولتزمن می‌باشد. با توجه به‌اینکه برای شبکه‌ی ریزتر از 200×200 تغییرات کشش سطحی اندک است، مقدار کشش سطحی برابر 0.061 در واحد شبکه بولتزمن در نظر گرفته شده است.

4-2-صعود آزادانه حباب

همان‌طور که بیان شد، در این بخش، مسئله صعود آزادنه حباب شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل با داده‌های تجربی مقایسه شده است. از نمودار گریس نمودار [27] (شکل 5)که مبنای اعتبارسنجی اکثر کارهای عددی است که در زمینه صعود حباب انجام می‌شود، استفاده شده است. این نمودار تغییرشکل حباب را به سه عدد بی‌بعد وابسته می‌سازد. محور افقی نمودار نشان‌دهنده عدد اتوس، محور عمودی عدد رینولدز و محوری که در درون نمودار و با مقیاس لگاریتمی نشان داده شده است، نشان‌دهنده عدد مورتون می‌باشد. مشخص است که در هر حالت تنها دو عدد از این سه عدد بی‌بعد مستقل از

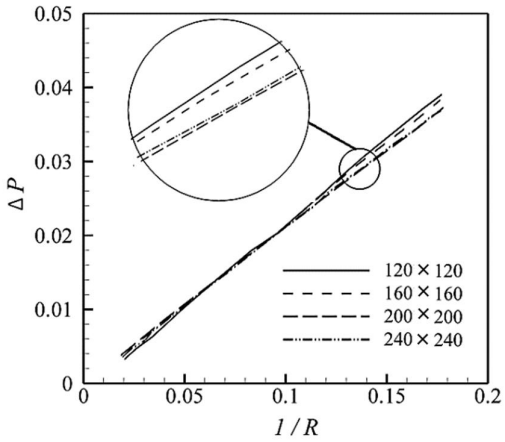

Fig. 4 Presuure difference as a function of inverse drop radius

شکل 4 اختلاف فشار بصورت تابعی از معکوس شعاع

هم بوده و با انتخاب دو عدد از این سه مقدار، عدد بی‌بعد سوم و تغییر شکل نهایی حباب نیز بر روی نمودار مشخص می‌گردد. این سه عدد بی‌بعد به‌صورت رابطه (23) تعریف می‌شوند.

$$\mathrm{Mo} = \frac{g\,\eta_c{}^4\Delta\rho}{\rho_c^2\gamma^3}, \qquad \mathrm{Eo} = \frac{g\,\Delta\rho\,D^2}{\gamma}, \quad \mathrm{Re} = \frac{\rho\,D\,v}{\eta_c} \qquad (23)$$

در این روابط $\Delta\rho$ اختلاف چگالی دوفاز، η_c لزجت فاز مایع، D قطر موثر حباب، g شتاب گرانش و V سرعت میانگین حباب می‌باشند. در واقع، عدد اتوس نشان دهنده نسبت نیروی گرانش به نیروی کشش سطحی می‌باشد. عدد رینولدز نشان دهنده تیروی اینرسی به نیروی لزجت می‌باشد. همچنین عدد بی‌بعد مورتون تنها به جنس دو سیال بستگی دارد و با تعیین نوع آن‌ها مقدار این عدد مشخص می‌گردد.

مسئله صعود آزادانه حباب در سیال لزج تحت اثر نیروی شناوری به ازای اعداد اوتوس، مورتون و رینولدز مختلف و متناظر با رژیم‌های مختلف جریان مشخص شده در نمودار گریس، بصورت عددی شبیه‌سازی شد و در "شکل 4" بر روی نمودار گریس بصورت کیفی ارائه گردید، همان‌طور که پیداست، تطابق خوبی بین تغییر شکل حباب حاصل از نتیجه عددی حاضر با نمودار گریس برقرار است.

3-4-خطوط پتانسیل مغناطیسی عبوری از دایره نفوذپذیر

همان‌طور که بیان شد، به‌منظور بدست آوردن میدان مغناطیسی، نیاز داریم تا پتانسیل مغناطیسی را به‌دست بیاوریم. پتانسیل مغناطیسی نیز با حل معادله (15) به صورت عددی به دست می‌آید. به‌منظور اعتبارسنجی حل این معادله، یک دایره نفوذ پذیر را در نظر گرفتیم که تحت یک میدان مغناطیسی با قدرت H_0 قرار دارد. نسبت نفوذپذیری دو محیط $\mu_2/\mu_1 = 2$ و قدرت میدان مغناطیسی H_0= 1000 kA/m در نظر گرفته شده است. "شکل 5"، نمودار پتانسیل مغناطیسی و خطوط میدان مغناطیسی در داخل و اطراف دایره را نشان می‌دهد. "شکل 6 (الف)" نشان می‌دهد که خطوط میدان مغناطیسی در داخل قطره بدون تغییر و یکنواخت است و مطابق شکل در محیط غیرمغناطیسی اطراف، در نزدیکی قطره دچار تغییر شکل می‌شود اما در نقاط دور از سطح قطره دوباره به مقدار میدان مغناطیسی یکنواخت H_0 می‌رسد "شکل 6 (ب)" خطوط پتانسیل میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد که در داخل و مرزهای اطراف محدوده محاسباتی یکنواخت باقی می‌ماند اما در محیط غیر مغناطیسی اطراف، در حضور قطره سیال فرو به دلیل تغییر در مقادیر نفوذپذیری دچار تغییر شده و غیر یکنواخت می‌شوند. نتایج مشابهی توسط افخمی و همکاران [26] نیز به دست آمده است. برای درک بهتر موضوع "شکل 7 (الف) و 7 (ب)"، به ترتیب، مقادیر اندازه میدان مغناطیسی $(H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2})$ در راستای محور x در $y=L/2$ و در راستای محور y در $x=L/2$ را نشان می‌دهد.

4-4-تغییر شکل قطره سیال فرو ساکن تحت تاثیر میدان مغناطیسی

به‌منظور اعتبارسنجی کوپل میدان مغناطیسی و روش شبکه بولتزمن، شکل تعادلی قطره سیال فرو در یک میدان مغناطیسی یکنواخت در غیاب نیروی گرانش شبیه سازی شده و با نتایج آزمایشگاهی فلمنت و همکارانش [5]

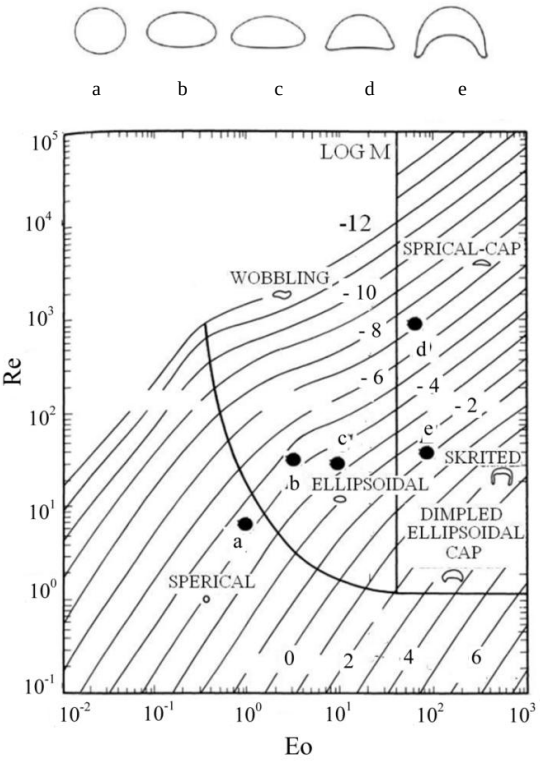

Fig. 5 Comparison of current result with Grace diagram [27]

شکل 5 مقایسه نتایج تحقیق حاضر با نتایج نمودار گریس [27]

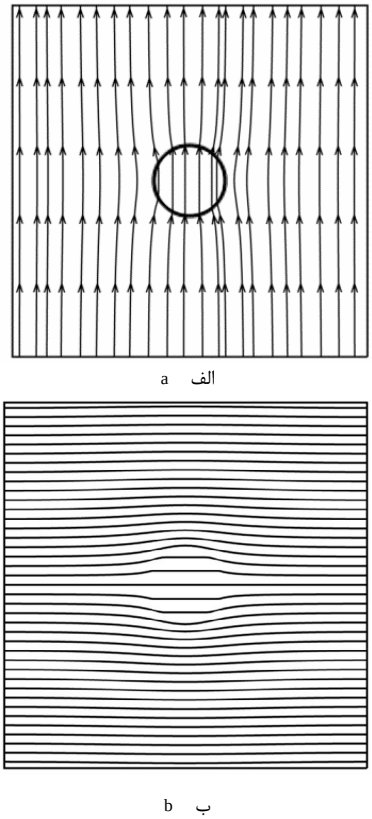

Fig. 6 a: The magnetic field lines b: magnetic potential for permeable circle placed in a uniform magnetic field in y direction

شکل 6 نمودار(الف: خطوط میدان مغناطیسی ب: پتانسیل مغناطیسی) برای دایره نفوذپذیر تحت میدان مغناطیسی یکنواخت در جهت عمود

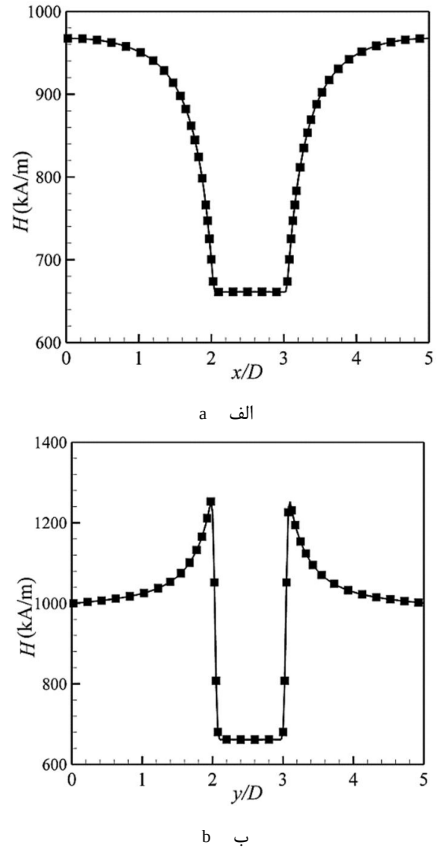

Fig. 7 Distribution of magnetic field along the center line of computational domain (a: along x direction b: along y direction)

شکل 7 توزیع میدان مغناطیسی در راستای خط مرکز محدوده محاسباتی (الف: در راستای محور افقی ب: در راستای محور عمودی)

مقایسه شده است. آن‌ها تغییر شکل قطره سیال فرو موجود در محیط غیرمغناطیسی را تحت میدان مغناطیسی یکنواخت متفاوت به‌صورت آزمایشگاهی مطالعه نمودند. قطره سیال فرو به شعاع R و نفوذپذیری 3.2 برابر نفوذپذیری محیط ($\mu_d = 3.2\,\mu_0$) در مرکز محدوده محاسباتی $8R\times 8R$ در نظر بگیرید. میدان مغناطیسی یکنواخت از پایین به بالا اعمال شده و نیروی گرانش نیز لحاظ نشده است. "شکل 8" مقایسه بین نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی و کارعددی حاضر را برای قطره سیال فرو در حضور میدان مغناطیسی با قدرت‌های مختلف را نشان می‌دهد. به منظور بررسی تاثیر میدان مغناطیسی بر روی تغییر شکل قطره سیال فرو عدد باند مغناطیسی به صورت $\mathrm{Bo_m} = \mu_0 D H^2/\gamma$ تعریف می‌شود که نسبت نیروی مغناطیسی به نیروی کشش سطحی می‌باشد همان‌طور که مشاهده می‌کنید تطابق خوبی بین شکل قطره حاصل از نتیجه عددی حاضر با کار آزمایشگاهی برقرار است. همان‌طور که انتظار داشتیم، قطره در راستای میدان مغناطیسی تا زمانی‌که به حالت پایدار برسد، کشیده می‌شود. با افزایش قدرت میدان مغناطیسی نیروی مغناطیسی افزایش یافته، در نتیجه میزان تغییر شکل قطره نیز بیشتر خواهد شد.

به منظور بررسی خطای عددی، نسبت طول به عرض(b/a) قطره در حال تعادل که b محور عمودی و a محور افقی می‌باشد برای حالت $\mathrm{Bo_m}=3.5$ در "شکل 8" محاسبه شده و با نتایج فلمنت مقایسه شده است و در "شکل 9" برای اندازه شبکه مختلف در واحد شبکه بولتزمن رسم شده است. خطای

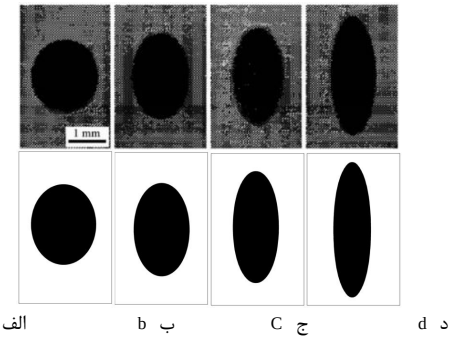

Fig. 8 Comparison of equilibrium droplet shapes observed in experiments [5] (top row) with that predicted by simulation (bottom row) (a: $\mathrm{Bo_m}=0.6$, b: $\mathrm{Bo_m}=2.4$, c: $\mathrm{Bo_m}=3.5$ and d: $\mathrm{Bo_m}=5.7$)

شکل 8 مقایسه بین شکل‌های قطره در حال تعادل کار آزمایشگاهی [5] (سطر بالا) با نتایج حاصل از شبیه سازی تحقیق حاضر (سطر پایین) (الف: $\mathrm{Bo_m}=0.6$، ب: $\mathrm{Bo_m}=2.4$، ج: $\mathrm{Bo_m}=3.5$ و د: $\mathrm{Bo_m}=5.7$)

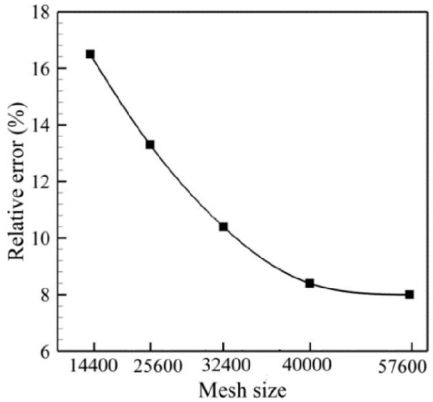

Fig. 9 Values of relative error versus mesh size for $\mathrm{Bo_m}=3.5$

شکل 9 مقادیر خطای نسبی برحسب اندازه شبکه برای حالت $\mathrm{Bo_m}=3.5$

نسبی نتایج شبیه سازی به صورت رابطه‌ی (24) محاسبه می‌شود:

$$\text{Relative error (\%)} = \left|\frac{\left(\frac{b}{a}\right)_{\mathrm{Exp}} - \left(\frac{b}{a}\right)_{\mathrm{Sim}}}{\left(\frac{b}{a}\right)_{\mathrm{Exp}}}\right| \times 100 \qquad (24)$$

$(\boldsymbol{b/a})_{\mathbf{Exp}}$ و $(\boldsymbol{b/a})_{\mathbf{Sim}}$، مقادیر طول به عرض آزمایشگاهی و شبیه‌سازی را به ترتیب نشان می‌دهند. مقادیر خطا برای مقادیر مختلف اندازه شبکه در واحد لتیس را نشان می‌دهد. این نشان می‌دهد که خطای عددی با افزایش اندازه شبکه، کاهش می‌یابد.

5-نتایج

در این قسمت با استفاده از روش جدید ترکیبی شبکه بولتزمن و روش حجم محدود، سقوط و تغییر شکل قطره سیال فرو در سیال غیرمغناطیسی تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

"شکل 10" خطوط میدان مغناطیسی حول قطره مغناطیسی در حال سقوط تحت میدان مغناطیسی یکنواخت در زمان‌های بی‌بعد مختلف (t^*) را نشان می‌دهد. زمان بی‌بعد بصورت $t^* = t/(D/g)^{0.5}$ تعریف می‌شود. در "شکل 10 (الف) و 10 (ب)" به ترتیب راستای میدان مغناطیسی در جهت y و در جهت x می باشد. تغییر شکل قطره به ازای اتوس 0.5، آنسرج 0.15 (عدد بی بعد آنسرج که نسبت نیروی لزجی به نیروی کشش سطحی می‌باشد و به صورت $\mathrm{Oh} = \eta_c/\gamma\, D\rho_c$ تعریف می‌شود) و باند مغناطیسی 2.4 نشان

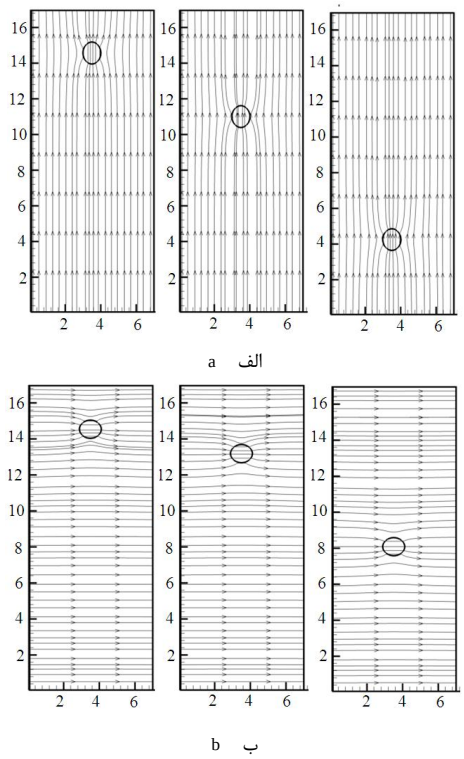

Fig. 10 Magnetic field line for a falling ferrofluid droplet under uniform magnetic field for Eo=0.5, Oh=0.15, χ =2 and Bom=2.4 at different non dimensional time (a: vertical magnetic field, b:horizontal magnetic field.

شکل 10 خطوط میدان مغناطیسی حول قطره مغناطیسی در حال سقوط تحت میدان مغناطیسی یکنواخت Eo=0.5، Oh=0.15، χ =2 و Bo_m=2.4 در زمان‌های بی-بعد مختلف (الف: میدان مغناطیسی عمودی در راستای محور y و ب: میدان مغناطیسی افقی در راستای محور x)

داده شده است. در این قسمت نفوذپذیری قطره مغناطیسی 2 برابر نفوذپذیری مغناطیسی سیال اطراف در نظر گرفته شده است. همانگونه که مشاهده می‌گردد خطوط میدان مغناطیسی در داخل و دور از قطره بدون تغییر باقی می‌ماند اما در نزدیکی قطره دچار تغییر شکل می-شوند. به دلیل اینکه نفوذپذیری قطره مغناطیسی از محیط اطراف بیشتر است، خطوط میدان به سمت قطره خم می‌گردد. افخمی و همکارانش [27] نیز اینچنین توزیع مشابهی از خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت را برای قطره سیال فرو گزارش نموده‌اند. در واقع این شکل، صحت بکارگیری شرایط مرزی مغناطیسی معرفی شده در "شکل 2" برای راستای y و x را نشان می‌دهد.

"شکل 11" سقوط قطره سیال فرو برای اتوس 0.5، آنسرج 0.15 و نفوذپذیری مغناطیسی 3 برای چهار باند مغناطیسی متفاوت 0، 2.4، 5.4 و 9.6 در زمان‌های بی‌بعد مختلف را نشان می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی در این شکل در راستای y می‌باشد. در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال نمی-شود (شکل 11 (الف))، قطره به صورت کروی باقی می‌ماند. با افزایش قدرت میدان مغناطیسی تغییر شکل قطره در راستای میدان بیشتر می‌شود. باند مغناطیسی که نشان دهنده نسبت نیروی مغناطیسی به کشش سطحی می-باشد، که با افزایش آن، نیروی مغناطیسی که بر سطح مشترک قطره عمل می‌کند، بیشتر می‌شود و باعث کشیدگی بیشتر قطره در راستای میدان می-گردد و نسبت سطح عمود بر راستای حرکت قطره کاهش می‌یابد.

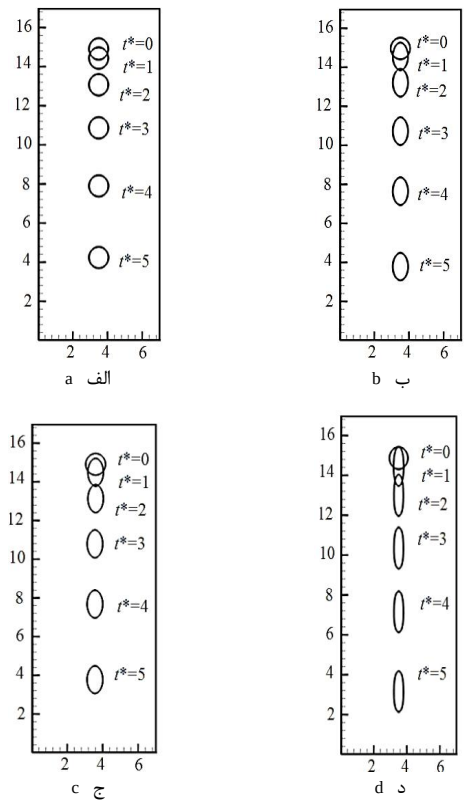

Fig. 11 Evolution of the droplet shape for Eo=0.5, Oh=0.15, χ =3 for different magnetic Bond numbers in y-direction (a: Bo_m= 0 , b: Bo_m= 2.4 , c: Bo_m= 5.4 , d: Bo_m= 9.6)

شکل 11 سقوط قطره فروسیال برای اتوس 0.5، آنسرج 0.15 و نفوذپذیری مغناطیسی 3 برای چهار باند مغناطیسی متفاوت در جهت عمودی (الف: Bo_m=0، ب: Bo_m=2.4، ج: Bo_m=5.4 و د: Bo_m=9.6)

"شکل 12" توزیع نیروی میدان مغناطیسی برای اعداد بی‌بعد در نظر گرفته شده در "شکل 11" را در نشان می‌دهد. در حالت بدون میدان مغناطیسی (شکل 12 الف)، نیروی میدان مغناطیسی به قطره وارد نمی‌شود. طبق رابطه (20)، نیروی میدان مغناطیسی بر سطح مشترک دوفاز که قابلیت گذردهی آن‌ها با هم فرق می‌کند، اثر می‌کند. به‌دلیل بیشتر بودن نفوذپذیری مغناطیسی قطره سیال فرو نسبت به محیط غیرمغناطیسی اطراف قطره، جهت بردارهای نیروی میدان مغناطیسی از داخل قطره به سمت بیرون قطره می‌باشد. با مقایسه اندازه بردارها در اطراف قطره، مشاهده می‌شود، که با افزایش باند مغناطیسی، اتدازه نیروی میدان مغناطیسی بیشتر شده و باعث تغییر شکل بیشتر قطره در راستای میدان می‌گردد.

بمنظور تخمین تغییرات سرعت، پارامتر Rv بصورت رابطه (25) تعریف می‌گردد:

$$\mathrm{Rv}\ (\%) = \left|\frac{(V_{\mathrm{ave}})_{\mathrm{With\ magnet}} - (V_{\mathrm{ave}})_{\mathrm{Without\ magnet}}}{(V_{ave})_{Without\ magnet}}\right| \times 100 \qquad (25)$$

که $(V_{ave})_{\mathrm{With\ magnet}}$ و $(V_{ave})_{\mathrm{Without\ magnet}}$ به ترتیب، سرعت متوسط سقوط قطره در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. "شکل 13" درصد تغییرات سرعت برحسب باند مغناطیسی مختلف برای اعداد بی‌بعد در نظر گرفته شده در "شکل 11" را نشان می‌دهد. با ملاحظه

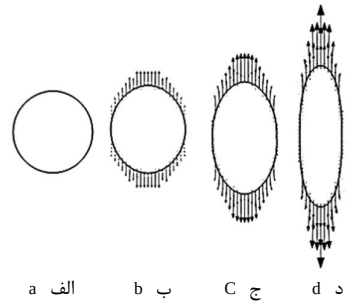

Fig. 12 Magnetic field force distribution for Eo=0.5, Oh=0.15, χ =3 for different magnetic Bond numbers in *y*-direction (a: Bo_m= 0 , b: Bo_m= 2.4 , c: Bo_m= 5.4 , d: Bo_m= 9.6)

شکل 12 توزیع نیروی میدان مغناطیسی برای اتوس 0.5، آنسرج 0.15 و نفوذپذیری مغناطیسی 3 برای چهار باند مغناطیسی متفاوت در جهت عمودی (الف: Bo_m=0، ب: Bo_m=2.4، ج: Bo_m=5.4 و د: Bo_m=9.6)

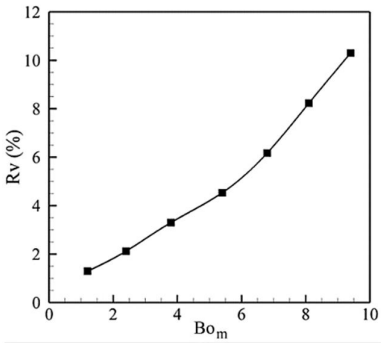

Fig. 13 Rv (%) versus Bo_m for Eo=0.5, Oh=0.15 and χ =3

شکل 13 درصد تغییرات سرعت نسبت به باند مغناطیسی در راستای عمودی برای اتوس 0.5، آنسرج 0.15 و نفوذپذیری مغناطیسی 3

شکل مشاهده می‌گردد که با افزایش باند مغناطیسی، سرعت سقوط قطره افزایش می‌یابد. به‌طوری‌که برای بیشترین مقدار باند مغناطیسی سرعت سقوط قطره (Rv) به میزان تقریبا 10% افزایش می‌یابد.

"شکل 13" درصد افزایش سرعت اثر جهت میدان مغناطیسی بر روی حرکت قطره، مکان و تغییرشکل قطره مغناطیسی در سه حالت بدون حضور میدان، تحت میدان مغناطیسی عمودی و افقی در "شکل 13" نشان داده شده است. در این حالت پارامترهای محاسباتی عبارتند از Eo=5، Oh=0.085، Bo_m= 5.4 و χ=2. همان‌طور که در "شکل 13 (الف)" دیده می‌شود شکل قطره در حالت بدون میدان به دلیل تعادل بین نیروهای ویسکوزیته، اختلاف فشار و کشش سطحی به صورت دایره باقی می‌ماند. زمانی که قطره در معرض میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، مطابق "شکل‌های 13 (ب) و (ج)"، همان‌طور که انتظار می‌رود، قطره در جهت میدان کشیده می‌شود. در حالتیکه میدان مغناطیسی در راستای افقی اعمال می‌گردد، مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا قطره سقوط کند (Rv=13%). اما، سقوط قطره در حالت اعمال میدان مغناطیسی عمودی سریعتر اتفاق می‌افتد (Rv=19%).

"شکل 15" خطوط جریان را در زمان بی‌بعد یکسان برای حالت در نظر گرفته در "شکل 14" در t^*= 7 را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌کنیم، درحالت بدون اعمال میدان مغناطیسی (شکل 15 (الف)) و بدلیل پائین بودن عدد اوتوس، گردابه‌ها در داخل قطره محبوس شده‌اند و در جریان اطراف قطره و نیز در بالای آن، دنباله‌های گردابه‌ای وجود ندارد. همچنین برای جهت میدان مغناطیسی در راستای *y* (شکل 15 (ب))، چون قطره در

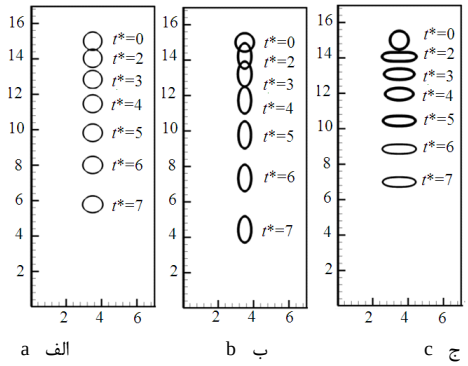

Fig. 14 Shape evolution of ferrofluid droplet for different t^* at Eo=5, Oh=0.08, Bo_m= 5.4 and χ =2 in a magnetic field (a: without, b: vertical, c: horizontal magnetic field)

شکل 14 تغییر شکل قطره سیال فرو در زمان‌های بی‌بعد مختلف برای Eo=5، Oh=0.08، Bo_m= 5.4 و χ =2 الف: حالت بدون میدان، ب: میدان در جهت افقی و ج: میدان در جهت عمودی

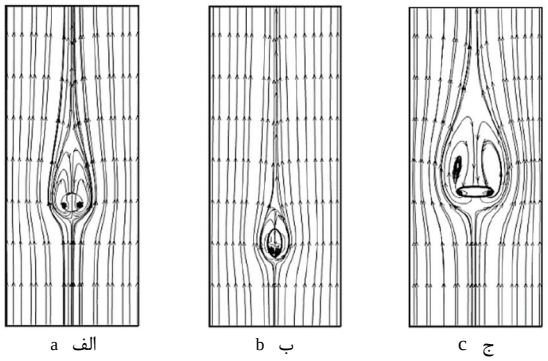

Fig. 15 Streamlines around the falling ferrofluid droplet for selected dimensionless parameters field (a: without, b: vertical, c: horizontal magnetic field):

شکل 15 خطوط جریان برای اعداد بی بعد مشخص در زمان بی‌بعد یکسان برای الف: حالت بدون میدان، ب: میدان در جهت عمودی و ج: میدان در جهت افقی

راستای حرکت توسط میدان مغناطیسی کشیده شده می‌شود، گردابه‌ای اطراف قطره و نیز در بالای آن بوجود نمی‌آید. برای حالتی که میدان مغناطیسی در راستای *x* می‌باشد (شکل 15 (پ))، گردابه‌هایی بزرگی در بالای قطره تشکیل می‌گردد که باعث می‌گردد اختلاف فشار جلو و پشت قطره زیاد شده و درگ شکلی افزایش یافته و سقوط قطره را به تاخیر می‌اندازد.

"شکل 16" مختصات مکانی نوک قطره در زمان‌های بی‌بعد مختلف برای حالت‌های میدان مغناطیسی افقی، عمودی و بدون میدان مغناطیسی مطابق با پارامترهای بی‌بعد "شکل 16" را نشان می‌دهد. مطابق با شکل به دلیل افزایش سطح عمود بر حرکت قطره در حال میدان مغناطیسی افقی برای کامل شدن پروسه سقوط مدت زمان بیشتری نیاز است.

"شکل 17" تغیرشکل و مکان قطره را در زمان‌های بی بعد مختلف برای اتوس 3، آنسرج 0.1 و نفوذپذیری مغناطیسی 3 برای چهار باند مغناطیسی متفاوت 0.6، 2.4، 5.4 و 9.6 را نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار داریم قطره در راستای میدان که در راستای افقی می‌باشد، کشیده می‌شود و سقوط قطره به تاخیر می‌افتد. با افزایش باند مغناطیسی، قطره از حالت دایره به شکل بیضی در می‌آید و در حالت بیشترین باند مغناطیسی قطره، به علت کشیدگی زیاد از حالت بیضی نیز خارج می‌گردد.

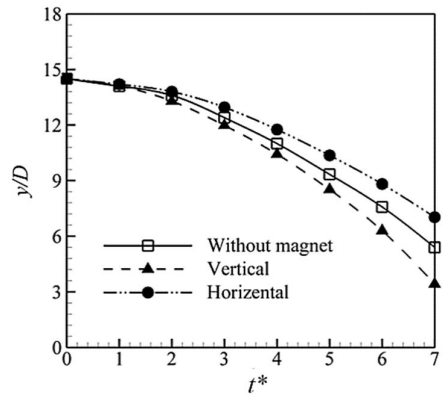

Fig. 16 Lowest position of the droplet for the same parameters for horizontal, vertical and without magnetic field

شکل 16 مکان پایین ترین نقطه قطره در حالت‌های میدان مغناطیسی در راستای افقی، عمودی و بدون میدان مغناطیسی

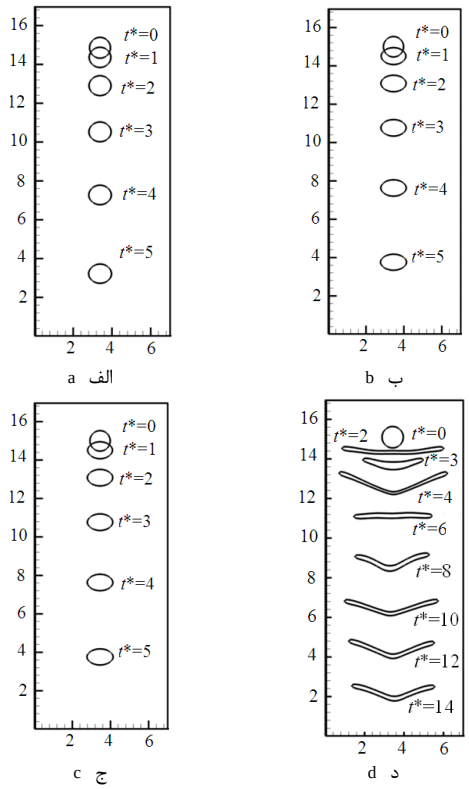

Fig. 17 Evolution of the droplet shape for Eo=3, Oh=0.1 and χ =3 at different magnetic Bond numbers in x-direction (a: Bo_m= 0.6 , b: Bo_m= 2.4 , c: Bo_m= 5.4 , d: Bo_m= 9.6)

شکل 17 سقوط قطره فروسیال برای اتوس 3، آنسرج 0.1 و نفوذپذیری مغناطیسی 3 برای چهار باند مغناطیسی متفاوت در جهت افقی (الف: Bo_m=0.6، ب) Bo_m=2.4، ج) Bo_m=5.4 و د: Bo_m=9.6)

توانایی و قابلیت مغناطیس‌پذیری ماده در پاسخ به میدان مغناطیسی اعمال شده را نفوذپذیری مغناطیسی گویند. از آن‌جایی که نفوذپذیری مغناطیسی نقش بسیار مهمی در شکل تعادلی قطره مغناطیسی دارد، به منظور بررسی تاثیر این پارامتر شبیه سازی‌های مختلفی با مقادیر مختلف نفوذپذیری برای عدد اتوس 3 و عدد آنسرج 0.1 در باند مغناطیسی ثابت 5.4 انجام شده و در "شکل 18" نشان داده شده است. در این حالت، جهت میدان مغناطیسی در

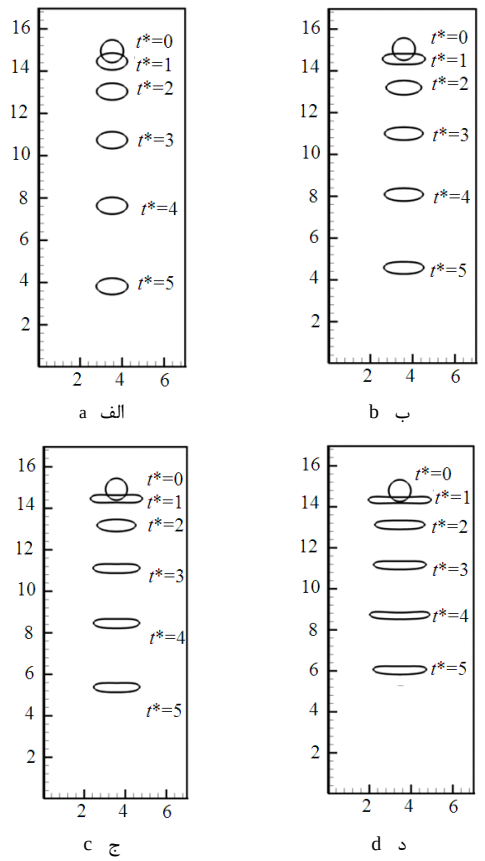

Fig. 18 Evolution of droplet shape Eo=3, Oh=0.1 and Bo_m=5.4 at at different susceptibilities under horizontal magnetic field (a: χ=1, b: χ =2, c: χ =3, d: χ =5)

شکل 18 تغییر شکل قطره تحت میدان مغناطیسی افقی در مقادیر مختلف نفوذپذیری (الف: χ= 1، ب: χ= 2، ج: χ= 3، د: χ= 4، و: χ= 5)

راستای x می‌باشد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، تغییر شکل قطره مغناطیسی به ازاء مقادیر نفوذپذیری بزرگ بسیار چشمگیر می‌باشد. برای مقادیر کم نفوذپذیری شکل نهایی قطره بصورت بیضی در می‌آید، در حالیکه افزایش نفوذپذیری تاثیر به سزایی برروی کش آمدن قطره دارد. زیرا برای مقادیر بالای نفوذپذیری، نیروی مغناطیسی بر نیروی کشش سطحی غلبه می‌کند و باعث تغییر شکل بیشتر قطره در راستای میدان می‌گردد.

"شکل 19" توزیع تیروی میدان مغناطیسی برای مقادیر مختلف نفوذپذیری برای حالت در نظر گرفته شده در "شکل 18" را نشان می‌دهد. با افزایش قابلیت نفوذپذیری، اندازه تیروی میدان مغناطیسی در راستای x که راستای میدان می‌باشد، افزایش می‌یابد و باعث کشیدگی قطره می‌شود. در واقع نسبت سطح عمود بر راستای حرکت قطره افزایش یافته و دنباله‌های بزرگتری پشت قطره تشکیل می‌گردد و سبب می‌شود که قطره با سرعت کمتری سقوط کند.

"شکل 20" درصد تغییرات سرعت بر حسب قابلیت گذردهی مختلف برای اعداد بی‌بعد در نظر گرفته شده در "شکل 18" را نشان می‌دهد. با ملاحظه شکل مشاهده می‌گردد که با افزایش قابلیت گذردهی، سرعت سقوط قطره کاهش می‌یابد. به طوری‌که برای بیشترین مقدار قابلیت گذردهی، سرعت سقوط قطره (Rv) به میزان تقریبا 30% کاهش می‌یابد.

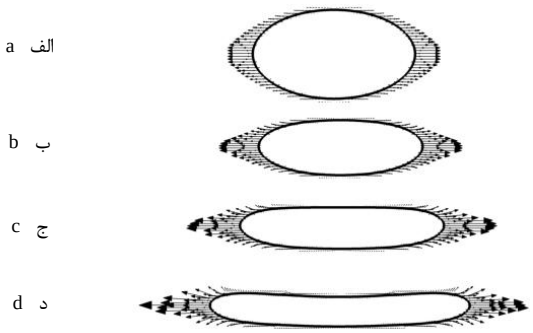

Fig. 19 Magnetic field force distribution for Eo=3, Oh=0.1 and Bo_m=5.4 at at different susceptibilities under horizontal magnetic field (a: χ=1, b: χ =2, c: χ =3, d: χ =5)

شکل 19 توزیع نیروی میدان مغناطیسی برای Eo=3، Oh=0.1 و Bo_m=5.4 در مقادیر مختلف نفوذپذیری (الف: χ =1، ب: χ =2، ج: χ =3، د: χ =4، و: χ =5)

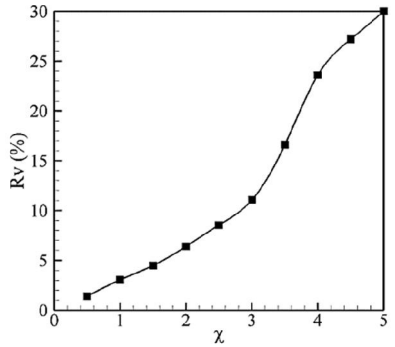

Fig. 20 Rv (%) versus χ for Eo=3, Oh=0.1 and Bo_m=5.4 (x-direction magnetic field)

شکل 20 درصد تغییرات سرعت نسبت به قابلیت گذردهی برای اتوس 3، آنسرج 0.1 و باند مغناطیسی 5.4 (میدان مغناطیسی در راستای x)

عدد اتوس یک پارامتر مهم برای مشخص نمودن تغییر شکل قطره می‌باشد. شکل 21 تغییر شکل قطره را برای سه عدد اتوس مختلف 3، 10 و 20 برای آنسرج 0.08، قابلیت گذردهی 1 و باند مغناطیسی 9.6 در راستای y را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که برای کمترین عدد اتوس (شکل 21 الف)، قطره از شکل دایره به قطره اشک مانند در می‌آید. با افزایش بیشتر عدد اتوس (شکل 21 ب)، قطره تمایل دارد تا تغییر شکل بیشتری بیابد ولی نیروی میدان مغناطیسی که در راستای میدان می باشد با تغییر شکل قطره مخالفت می کند. با افزایش بیشتر عدد اتوس برای Eo=20 (شکل 21 ج) مشاهده می‌شود که ترخ تغییر شکل قطره تسبت به دو حالت قبلی افزایش می‌یابد.

"شکل 22" توزیع نیروی کشش سطحی و را برای "شکل 21 ب" در زمان‌های بی بعد 3، 6، 9 و 12 را نشان می‌دهد. تیروی کشش سطحی و نیروی میدان مغناطیسی بر مرز مشترک دوفاز اثر می‌کند. نیروی کشش سطحی تابعی از انحنای مرز مشترک دوفاز می‌باشد. نواحی که انحنا بیشتر می‌باشد، اندازه بردار نیروی کشش سطحی نیز بیشتر می‌باشد. همچنین، نیروی کشش سطحی در جهت مخالف نیروی میدان مغناطیسی عمل می‌کند. نیروی کشش سطحی تمایل دارد تا قطره را در حالت کروی نگه دارد ولی تیروی مغناطیسی مخالفت می‌کند و چون نیروی میدان مغناطیسی بر نیروی کشش سطحی غالب است، باعث می‌شود که قطره از حالت کروی خارج گردد.

6-نتیجه گیری

در این مقاله از روش ترکیبی شبکه بولتزمن مدل شان- چن و روش حجم محدود برای شبیه سازی تغییر شکل و سقوط قطره سیال فرو در یک سیال لزج تحت تاثیر میدان مغناطیسی یکنواخت، استفاده شده است. از دو تست دوفازی معروف آزمایش لاپلاس و صعود آزادانه حباب برای صحت سنجی میدان جریان و دو تست خطوط پتانسیل مغناطیسی عبوری از دایره نفوذپذیر و تغییر شکل قطره سیال فرو ساکن تحت میدان مغناطیسی به منظور اعتبارسنجی میدان مغناطیسی استفاده شده است. مقایسه بین نتایج مشخص می‌کند که نتایج حاضر توافق خوبی با نتایج عددی و آزمایشگاهی محققان پیشین دارد. در ادامه اثر عدد باند مغناطیسی، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی و جهت میدان مغناطیسی بر روی سقوط قطره سیال فرو مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج زیر استخراج شده است:

-باند مغناطیسی نشان دهنده نسبت نیروی مغناطیسی به کشش سطحی می‌باشد، که با افزایش آن، نیروی مغناطیسی که بر سطح مشترک قطره عمل می‌کند، بیشتر می‌شود و باعث کشیدگی بیشتر قطره در راستای میدان می‌گردد.

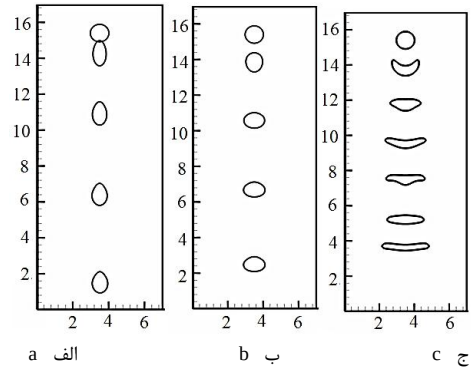

Fig. 21 Shape evolution of ferrofluid droplet for different Eo numbers (a: Eo=3, b: Eo=10 and c: Eo=20) at Oh=0.08, Bo_m= 9.6 and χ =2 in a vertical magnetic field

شکل 21 تغییر شکل قطره سیال فرو در اعداد اتوس مختلف (الف: Eo=3، ب: Eo=10 و ج: Eo=20) در Oh=0.08، Bo_m= 9.6 و χ =2

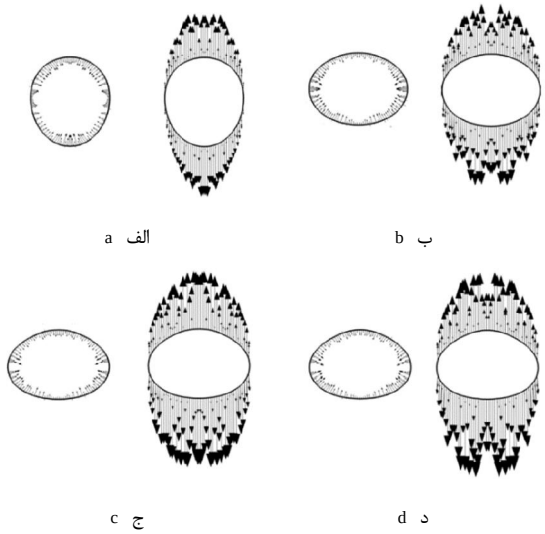

Fig. 22 Surface tension force (left side) and magnetic field force (right side) distribution for Eo=10, Oh=0.08, χ=2 and Bo_m=9.6 (a: t*=3, b: t*=6, c: t*=9, d: t*=12)

شکل 22 توزیع نیروی کشش سطحی (سمت چپ) و نیروی میدان مغناطیسی (سمت راست)برای Eo=10، χ= 2، Oh=0.08 و Bo_m=9.6 ()

- شکل قطره در حالت بدون میدان مغناطیسی به دلیل تعادل بین نیروهای ویسکوزیته، اختلاف فشار و کشش سطحی به صورت دایره باقی می‌ماند. زمانی که قطره در معرض میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، همانطور که انتظار می‌رود، قطره در جهت میدان کشیده می‌شود. در حالتیکه میدان مغناطیسی در راستای افقی اعمال می‌گردد، قطره مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا سقوط کند. اما، سقوط قطره در حالت اعمال میدان مغناطیسی بصورت عمودی سریعتر می‌شود.

- با رسم مختصات مکانی نوک قطره در زمان‌های بی‌بعد مختلف برای حالت-های میدان مغناطیسی افقی، عمودی و بدون میدان مغناطیسی نتیجه می-گیریم به دلیل افزایش سطح عمود بر حرکت قطره در حالت میدان مغناطیسی افقی برای کامل شدن پروسه سقوط مدت زمان بیشتری نیاز است.

-تغییر شکل قطره مغناطیسی به ازاء مقادیر نفوذپذیری بزرگ بسیار چشمگیر می‌باشد. برای مقادیر کم نفوذپذیری شکل نهایی قطره بصورت بیضی در می-آید، در حالیکه افزایش نفوذپذیری تاثیر به سزایی برروی کش آمدن قطره دارد. زیرا برای مقادیر بالای نفوذپذیری، نیروی مغناطیسی بر نیروی کشش سطحی غلبه می‌کند و باعث تغییر شکل بیشتر قطره در راستای میدان می-گردد.

7-مراجع

[1] J. C. Bacri, D. Salin, Instability of ferrofluid magnetic drops under magnetic field, *Journal of de Physique Lettres*, Vol. 43, pp. 649–654, 1982.

[2] O. Séro-Guillaume, D. Zouaoui, D. Bernardin, J. Brancher, The shape of a magnetic liquid drop, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 241, No. 4, pp. 215–232, 1992.

[3] A. Rothet, R. Richter, Experiments on the breakup of a liquid bridge of magnetic fluid, journal of magnetism and magnetic materials, Vol. 201, pp. 324–327, 1999.

[4] R.E. Rosensweig, *Ferrohydrodynamics*, pp. 272- 300, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

[5] C. Flament, S. Lacis, J. Bacri, A. Cebers, S. Neveu, R. Perzynski, Measurements of ferrofluid surface tension in confined geometry, *Journal of Physic Review E*, Vol 53, pp. 4801- 4806, 1996.

[6] C. Barci, D. Salin, Instability of ferrofluid magnetic drops under magnetic field, *Journal of Physique Letters*, Vol. 43, pp. 649– 654, 1982.

[7] J. Ishimoto, M. Okubo, Sh. Kamiyama, M. Higashitani, Bubble behavior in magnetic fluid under a nonuniform magnetic field, *Journal of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 38, pp. 382-387, 1995.

[8] N. T Nguyen, A. Beyzavi, K. M. Ng, X. Huang, Kinematics and deformation of ferrofluid droplets under magnetic actuation, *Journal of Microfluid Nanofluid*, Vol. 3, No. 5, pp. 571–579, 2007.

[9] R. Probst, J. Lin, A. Komaee, A. Nacev, Z. Cummins, B. Shapiron, Planar steering of a single ferrofluid drop by optimal minimum power dynamic feedback control of four electromagnets at a distance, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 323, No. 7, pp. 885–896, 2011.

[10] A. Zakinyan, O. Nechaeva, Yu. Dikansky, Motion of a deformable drop of magnetic fluid on a solid surface in a rotating magnetic field, *Journal of Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 39, pp. 265-268, 2012.

[11] M. S. Korlie, A. Mukherjee, B. G. Nita, J. G. Stevens, A. D. Trubatch, P. Yecko, Modeling bubbles and droplets in magnetic fluids, *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 20, pp. 204143, 2008.

[12] X. H. Tian, W. Y Shi, T. Tang, L. Feng, Influence of vertical static magnetic field on behavior of rising single bubble in a conductive fluid, *Journal of Iron and steel Institute of Japan*, Vol. 56, No. 2, pp. 195–204, 2016.

[13] H. Ki, Level set method for two-phase incompressible flows under magnetic fields, *Journal of Computer Physics Communications*, Vol. 181, No. 6, pp. 999-1007, 2010.

[14] A. Hadidi, M. R. Ansari, Magnetic field effects on a bubble behavior in two-phase flow by using a Level Set method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-10, 2014. (in Persian فارسی)

[15] A. Hadidi, D. Jalali-Vahid, Numerical study of the uniform magnetic field effect on the interaction of Bubbles in viscous liquid column, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 293-302, 2015. (in Persian فارسی)

[16] S. Succi, *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyon*d, pp. 40-50, Oxford: Clarendon Press, 2001.

[17] S. Chen, G. D. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp 329–364, 1998.

[18] A. K. Gunstensen., D. H. Rothman., S. Zaleski, G. Zanetti, Lattice Boltzmann model of immiscible fluids, *Journal of Physic Review A*, Vol. 43, pp 4320-4330, 1991.

[19] X. Shan, H. Chen, Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, *Journal of Physic Review E*, Vol. 47, pp. 1815-1819, 1993.

[20] X. He, X. Shan, G.D. Doolen, A discrete boltzmann equation model for non-ideal gases, *Journal of Physic Review E*, Vol. 57, R13, 1998.

[21]M. R. Swift, W. R. Osborn, J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, *Journal of Physic Review Letters*, Vol. 75, pp 830-840, 1995.

[22] X. A. Xing, D. L. Butler, S. H. Ng, Z. Wang, S. Danyluk, C. Yang, Simulation of droplet formation and colescence using lattice Boltzmann based single phase model, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 311, pp. 609-618, 2007.

[23] A. Fakhari, M. H. Rahimian, Investigation of deformation and breakup of falling droplet using a multiple relaxation time lattice Boltzmann method, *Journal of Computers and Fluids*, Vol. 40, pp. 156-171, 2011.

[24] Sh. Anwar, Lattice Boltzmann modeling of buoyant rise of single and multiple Bubbles, *Journal of Computers and Fluids*, Vol. 88, pp. 430–439, 2013.

[25] S. E. Mousavi Tilehboni, E. Fattahi, H. Hassanza Afrouzi , M. Farhadi, Numerical simulation of droplet detachment from solid walls under gravity force using lattice Boltzmann method, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 212, pp. 544–556, 2015.

[26] S. Afkhami, A. J. Tyler, Y. Renardy, M. Renardy, T. G. St. Pierre, R. C. Woodward, J. S. Riffle, Deformation of a hydrophobic ferrofluid droplet suspended in a viscous medium under uniform magnetic fields, *Journal of Fluid Mechanics*,Vol. 663, pp. 358-384, 2010.

[27] J. R Grace, Shapes and velocities of bubbles rising in infinite liquids, *Transactions of the Institution of Chemical Engineering*, Vol.51, pp. 116–120, 1973.