



شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در محفظه با دیواره‌های موجی و توزیع دمای سینوسی به روش شبکه بولتزمن

علیرضا شهریار *

مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه زابل، زابل
* زابل، صندوق پستی 98615-538، areza.shahriari@uoz.ac.ir

چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت جابجایی آزاد دو بعدی نانوسیال آبی اکسید آلومینیم (Al_2O_3) در محفظه بسته با دیواره‌های موجی پیچیده به روش شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار گرفته است. دیواره‌های جانبی محفظه دارای هندسه پیچیده موجی هستند و دیواره سمت چپ دارای توزیع دمای غیریکنواخت سینوسی و دیواره سمت راست در دمای ثابت و سرد قرار دارد. دیواره‌های افقی بالا و پایین محفظه هر دو صاف و نسبت به عبور حرارت و جرم عایق شده‌اند. به علت تغییرات ناچیز چگالی در مطالعه حاضر، از تقریب بوزینسک استفاده شده است که باعث تأثیرپذیری میدان هیدرودینامیکی از میدان حرارتی می‌گردد. برای توابع توزیع چگالی و انرژی از آرایش شبکه D2Q9 استفاده شده است. تغییر پارامترهایی نظیر کسر حجمی نانوذرات، عدد رایلی، هندسه دیواره‌های جانبی، اختلاف فاز و دامنه تابع سینوسی دما بر روی میدان جریان و میدان دما مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند در محدوده اعداد رایلی $10^5 - 10^3$ با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. علاوه بر این نشان داده شده است که برای یک عدد رایلی ثابت با تنظیم پارامترهای هندسه دیواره‌های عمودی می‌توان به یک انتقال حرارت بهینه دست یافت. بیشترین اثر نانوذرات با تغییر عدد رایلی در اختلاف فازهای مختلفی مشاهده گردید. در نهایت این مطالعه می‌تواند یک دید کلی برای افزایش انتقال حرارت در محفظه‌هایی با دیواره‌های موجی و توزیع دمای سینوسی را فراهم آورد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 13 اردیبهشت 1395
پذیرش: 04 مرداد 1395
ارائه در سایت: 24 شهریور 1395
کلید واژگان:
روش شبکه بولتزمن
نانوسیال
جابجایی آزاد
دیواره موجی پیچیده
توزیع دمای سینوسی

Numerical simulation of free convection heat transfer of nanofluid in a wavy-wall cavity with sinusoidal temperature distribution, using lattice Boltzmann method

Alireza Shahriari*

Department of Mechanical Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran.
* P.O.B. 98615-538, Zabol, Iran, areza.shahriari@uoz.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 02 May 2016
Accepted 25 July 2016
Available Online 14 September 2016

Keywords:
Nanofluid
Lattice Boltzmann Method
Free Convection
Complex-Wavy-Wall
Sinusoidal Temperature Distribution

ABSTRACT

In this paper, free convection heat transfer of Al_2O_3 /water nanofluid within an enclosed cavity is studied by adopting the lattice Boltzmann Model. The left and right side walls of the cavity have a complex-wavy surface and the left wall is heated by a sinusoidal temperature distribution higher than the right cold wall. The top and the bottom horizontal walls are smooth and insulated against heat and mass. In this study, the variation of density is slight thus hydrodynamics and thermal fields equation are coupled using the Boussinesq approximation. The density and energy distribution are both solved by D2Q9 model. The influence of pertinent parameters such as solid volume fraction of nanoparticles, Rayleigh numbers, complex-wavy-wall geometry parameters, phase deviation and amplitude of the sinusoidal temperature function on flow and heat transfer fields are investigated. Results show for Rayleigh numbers in the range of $Ra=10^3 - 10^5$, with increasing volume fraction of nanoparticles, Nusselt number increases. In addition, it is shown that for a fixed Rayleigh number, the heat transfer performance depends on tuning the wavy-surface geometry parameters. The greatest effects of nanoparticles are observed for different values of the phase deviation with increase in Rayleigh number. This study can, provide useful insight for enhancing the convection heat transfer performance within enclosed cavities with complex-wavy-wall surfaces and sinusoidal temperature distribution.

1- مقدمه

جابجایی آزاد، شبیه‌سازی این نوع انتقال حرارت در هندسه‌های مختلف مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. سهم بیشتر مطالعات در این زمینه به محفظه‌های دو بعدی دارای دیواره‌های صاف با دمای ثابت مربوط می‌شود [1-3].
پایین بودن ذاتی هدایت حرارتی سیال‌های پایه همچون آب، انواع

انتقال حرارت جابجایی آزاد به‌عنوان یک پدیده حیاتی در صنعت به شمار می‌رود. این پدیده در بسیاری از کاربردهای مهندسی همچون کوره‌ها، پنجره‌های دوجداره، مبدل‌های حرارتی، سرمایش و گرمایش ساختمان‌ها و فناوری‌های خورشیدی به کار می‌رود. با توجه به فراوانی کاربرد انتقال حرارت

Please cite this article using:

A. Shahriari, Numerical simulation of free convection heat transfer of nanofluid in a wavy-wall cavity with sinusoidal temperature distribution, using lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 143-154, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

روغن‌ها و اتیلن گلیکول، اصلی‌ترین علت پایین بودن کارایی دستگاه‌هایی است که از این سیال‌ها استفاده می‌کنند. برای حل این مشکل محققین راه‌حلی‌هایی همچون استفاده از هندسه موج یا استفاده از ذرات جامد فلزی با هدایت حرارتی بالا را پیشنهاد نموده‌اند. استفاده از ذرات جامد فلزی نخستین بار توسط ماکسول [4] با ذراتی در مقیاس میکرو به کار گرفته شد. اگرچه حضور میکروذرات، هدایت حرارتی مؤثر سیال را بهبود می‌بخشید ولی به علت بزرگ بودن نسبی اندازه میکروذرات مشکلاتی برای پمپاژ سیال، سایش در دیواره‌ها و ایجاد رسوب به وجود می‌آورد. با پیشرفت فناوری و امکان ساخت ذراتی در مقیاس نانو، چوبی و همکارانش [5] نخستین کسانی بودند که ایده افزودن نانوذرات (معمولاً ذراتی با ابعاد کمتر از 100 نانومتر) به سیال پایه را پیشنهاد نمودند و آن را نانوسیال نامیدند.

بررسی جریان جابجایی آزاد نانوسیال‌ها با توجه به رویکرد استفاده‌شده در مقالات می‌تواند به مطالعات تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی دسته‌بندی شود.

در رویکرد تحلیلی می‌توان به مطالعه انجام‌شده توسط کیم و همکاران [6] به‌منظور بررسی ناپایداری انتقال حرارت جابجایی آزاد ریلی- بنارد برای نانوسیال‌ها اشاره نمود. آن‌ها دیواره‌ها را در دمای ثابت قرار دارند و برای لزجت نانوسیال از دو مدل لزجت انیشتین [7] و مدل لزجت برینکمن [8] و برای هدایت حرارتی نانوسیال از مدل هدایت حرارتی هملتن و کروزر [9] و مدل هدایت حرارتی براگمن [10] استفاده نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که با حضور نانوذرات، ضریب انتقال حرارت نانوسیال افزایش می‌یابد.

پوترا و همکاران [11] برای نانوسیال‌های آب- اکسید مس و آب- اکسید آلومینیم جریان جابجایی آزاد را به‌صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها کاهش پارامترهای انتقال حرارت را با افزودن نانوذرات به سیال پایه مشاهده نمودند. همچنین ون و دینگ [12] در یک کار مشابه نانوسیال آب- اکسید تیتانیم را مورد آزمایش قرار دادند و همان نتایج پوترا و همکاران [11] را گزارش نمودند.

در رویکرد عددی نیز در سال‌های اخیر حل مسئله انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در محفظه‌های بسته دو بعدی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. ازجمله این تحقیقات می‌توان به مطالعه انجام‌شده توسط خانافر و همکاران [13] برای نانوسیال آب- اکسید مس برای اعداد گراشف مختلف و دمای ثابت دیواره‌ها اشاره کرد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که با افزودن نانوذرات در تمام محدوده اعداد گراشف مورد بررسی، میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

همان‌طور که در بالا مشاهده می‌شود نتایج مطالعات تحلیلی و عددی با مطالعات آزمایشگاهی در تناقض است. یکی از عوامل این تناقض می‌تواند مدل استفاده‌شده برای لزجت و هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال باشد. برای استدلال این مطلب می‌توان به مطالعه ایوانادا و چامخا [14] اشاره نمود. آن‌ها به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال آب- اتیلن گلیکول - اکسید مس در محفظه دوبعدی با دمای ثابت دیواره‌ها و با استفاده از مدل‌های مختلف لزجت و هدایت حرارتی پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که برای محفظه‌های دوبعدی در تمام نسبت ابعاد موردبررسی، مدل لزجت و مدل هدایت حرارتی مورد استفاده می‌تواند تعیین‌کننده افزایش یا کاهش عدد ناسلت در حضور نانوذرات باشد.

اگرچه بسیاری از مقالات به بررسی جریان و انتقال حرارت در محفظه‌هایی با مرزهای صاف پرداخته‌اند، اما با توجه به کاربرد هندسه‌هایی با

مرزهای غیر صاف، تعداد زیادی از محققین نیز جریان و انتقال حرارت را در این نوع هندسه‌ها بررسی نموده‌اند. ازجمله کاربردهای مرزهای موجی و غیر صاف می‌توان به کلکتورهای انرژی خورشیدی، مبدل‌های حرارتی، وسایل الکترونیکی و چگالنده‌های موجود در یخچال‌ها اشاره نمود [15,16]. ایوانادا و ازتپ [17] جریان جابجایی آزاد در محفظه دو بعدی با دیواره‌های افقی موجی عایق شامل نانوسیال آب- اکسید آلومینیم را شبیه‌سازی نمودند. آن‌ها دریافتند که در یک عدد رایلی ثابت با موج کردن سطح می‌توان رژیم انتقال حرارت را تغییر داد. علاوه بر این، افزایش دامنه موج دیواره‌ها، افزایش انتقال حرارت را به همراه داشت. چو و همکاران [18] جابجایی آزاد نانوسیال آب - اکسید آلومینیم در یک محفظه با دیواره موجی پیچیده با دمای ثابت را به‌صورت عددی حل نمودند. بر اساس نتایج آن‌ها در تمام محدوده عدد رایلی موردبررسی با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت افزایش یافت. همچنین پارامترهای انتقال حرارت در هر عدد رایلی تابع متغیرهای هندسه محفظه (طول موج و دامنه) بودند. اگرچه مراجع [17,18] جریان جابجایی آزاد نانوسیال را در محفظه‌هایی با مرزهای غیر صاف مورد بررسی قرار دارند باین‌حال در این مطالعات از کسر حجمی 10% استفاده شده است که کسر حجمی بالایی است و عموماً توصیه نمی‌شود.

همان‌طور که مشاهده شد در بسیاری از مطالعات شرایط مرزی دما ثابت یا شار ثابت برای دیواره‌ها (صاف یا غیر صاف) در نظر گرفته شده است، باین‌حال در نمونه‌های واقعی این شرایط مرزی به‌ندرت وجود دارند. در بیشتر کاربردهای مهندسی که قبلاً نیز به آن‌ها اشاره شد، همچون کلکتورهای انرژی خورشیدی و تجهیزات الکترونیکی به علت تغییر در رنگ، قرار گرفتن در سایه و یا دیگر اثرات، شرایط مرزی غیریکنواخت بر روی سطوح وجود دارد. ازتپ و همکاران [19] به بررسی مسئله انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال‌های آب- اکسید آلومینیم و آب- اکسید تیتانیم پرداختند. آن‌ها با اعمال تابع سینوسی توزیع دما برای دیواره سمت چپ و توزیع دمای ثابت سرد برای دیواره سمت راست، بیشترین تأثیر حضور نانوذرات را برای رایلی‌های کم نسبت به رایلی‌های بالا مشاهده نمودند. آن‌ها از یک تابع ثابت سینوسی برای توزیع دما استفاده نمودند و برای تغییرات تابع توزیع دما (تغییر فاز و تغییر دامنه تابع توزیع دما) گزارشی ارائه نکردند.

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن به علت مزایایی که نسبت به روش‌های مرسوم دینامیک سیالات محاسباتی دارد مورد توجه ویژه محققین قرار گرفته است. ازجمله این مزایا می‌توان به صریح بودن معادلات حاکم، سادگی اعمال شرایط مرزی گوناگون و قابلیت پردازش موازی مستقل از نوع مسئله اشاره نمود [20-22]. سادگی اعمال شرایط مرزی باعث شده است که روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک روش توانمند در حل مسائل با مرزهای پیچیده مانند جریان در محیط‌های متخلخل، جریان‌های چند فازی و جریان‌های چندجزیی مورد استفاده قرار گیرد [23,24]. در شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های پیچیده با مرزهایی مواجه هستیم است که روی شبکه قرار ندارند و باید تابع توزیع بر روی این مرزها را به دست آوریم. روش انطباق مرزی، روشی است که توسط فیلیپووا و هائل [25] برای مدل نمودن مرزهای منحنی در شبکه بولتزمن بکار گرفته شد و بعداً این روش توسط می و همکارانش بهبود یافت [26]. چو و همکاران [27] نیز با در نظر گرفتن دو بخش تعادلی و غیر تعادلی برای توابع توزیع مربوط به گره‌های واقع بر روی دیواره جامد، یک روش جایگزین برای مرز منحنی ارائه نمودند.

شیخ‌الاسلامی و همکاران [28] با استفاده از روش شبکه بولتزمن

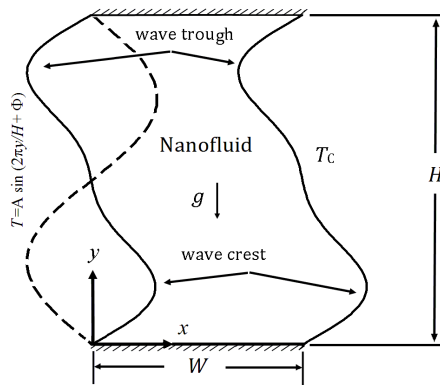


Fig. 1 Schematic for the physical configuration and coordinate system
شکل 1 طرحواره‌ای از شکل فیزیکی و دستگاه مختصات

$$\begin{cases} \vec{c}_i = 0 & , i = 0 \\ \vec{c}_i = c(\cos \theta_i, \sin \theta_i); \theta_i = (i-1)\frac{\pi}{2} & , i = 1, 2, 3, 4 \\ \vec{c}_i = c\sqrt{2}(\cos \theta_i, \sin \theta_i); \theta_i = (i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} & , i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

تابع توزیع تعادلی نیز به صورت رابطه (4) تعریف شده است [30].

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[1 + 3 \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{C^2} + \frac{9}{2} \frac{(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{C^4} - \frac{3}{2} \frac{\vec{u}^2}{C^2} \right] \quad (4)$$

که ρ و $\vec{u}$ خواص ماکروسکوپی هستند و ω_i ها ضرایب وزنی تابع توزیع تعادلی در راستای i هستند و به صورت رابطه (5) بیان می‌شوند:

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & , i = 0 \\ \frac{1}{9} & , i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & , i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (5)$$

برای بازیابی معادله ناویر-استوکس از معادله بولتزمن، زمان آرامش (τ_θ) با لزجت سینماتیکی (θ) به صورت رابطه (6) مرتبط خواهد شد [30]:

$$\theta = C_s^2 \Delta t (\tau_\theta - 0.5) \quad (6)$$

در رابطه (6) C_s سرعت صوت است که در روی شبکه بولتزمن برابر با $C/\sqrt{3}$ در نظر گرفته می‌شود. برای آن که مقدار لزجت سینماتیکی از نظر فیزیکی بامعنی باشد، باید محدودیت $\tau_\theta > 0.5$ برای رابطه (6) لحاظ شود. جزئیات به دست آوردن این ارتباط به طور کامل در مرجع [31] آورده شده است.

خواص ماکروسکوپی همانند چگالی و سرعت سیال به ترتیب از روابط (7) و (8) محاسبه شده است [30]:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (7)$$

$$\rho \vec{u} = \sum_{i=0}^8 \vec{c}_i f_i \quad (8)$$

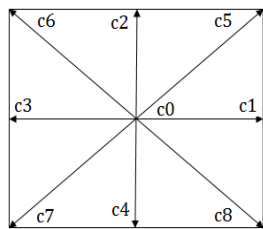


Fig. 2 Discrete velocity vectors for the D2Q9 model
شکل 2 بردارهای سرعت گسسته شده برای مدل D2Q9

جابجایی آزاد نانوسیال آب-اکسید مس را در محفظه مربعی با دیواره‌های منحنی به شکل نیم‌دایره بررسی کردند. آن‌ها با ثابت در نظر گرفتن شکل هندسه، به بررسی اثر زاویه قرارگیری محفظه با سطح افقی پرداختند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که در رابلی‌های بالا حداکثر مقدار عدد ناسلت در زاویه منفی نسبت به افق به دست می‌آید.

کفایتی [29] روش شبکه بولتزمن را برای بررسی جریان جابجایی آزاد نانوسیال در حضور یک میدان مغناطیسی در محفظه دو بعدی با دیواره‌های صاف به کار برد. او برای یکی از دیواره‌ها توزیع غیریکنواخت سینوسی دما را برگزید و نشان داد که بیشترین اثر حضور نانوذرات در رابلی بالا برای انحراف فاز $\pi/2$ رخ می‌دهد.

با وجود این که مسئله انتقال حرارت نانوسیال‌ها برای هندسه‌هایی با مرزهای منحنی دارای شرایط مرزی یکنواخت و نیز برای دیواره‌های صاف با شرایط مرزی غیریکنواخت مورد مطالعه محققین قرار گرفته است اما اثر شرایط مرزی غیریکنواخت بر روی مرزهای منحنی تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است؛ بنابراین در این تحقیق شرایط مرزی غیریکنواخت بر روی دیواره منحنی اعمال شده است و رژیم انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال آبی اکسید آلومینیم در محفظه با دیواره موجی پیچیده بررسی شده است.

2- بیان مسئله و مدل ریاضی

2-1- بیان مسئله

شکل 1 محفظه دو بعدی به ارتفاع H و دیواره‌های جانبی موجی پیچیده حاوی نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را نشان می‌دهد. دیواره سمت چپ دارای توزیع دمای غیریکنواخت سینوسی و دیواره سمت راست در دمای ثابت و سرد قرار دارد. دیواره‌های بالا و پایین صاف و عایق در نظر گرفته شده‌اند. نیروی حجمی گرانشی بر کل محفظه و در راستای منفی محور y اعمال شده است. دو ناحیه فرورفتگی و دو ناحیه برجستگی به ترتیب در پایین و بالای محفظه قرار دارند. برای شبیه‌سازی پروفیل بدون بعد مربوط به دیواره چپ و راست محفظه از رابطه (1) استفاده شده است.

$$x^* = \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi y^*}{\lambda}\right) + \alpha_2 \sin\left(\frac{4\pi y^*}{\lambda}\right) \quad (1)$$

که در رابطه (1) x^* و y^* محورهای مختصات بدون بعد، α_1 ، α_2 و λ به ترتیب دامنه‌های بی‌بعد و طول موج بی‌بعد پروفیل دیواره هستند.

2-2- روش شبکه بولتزمن

در روش شبکه بولتزمن معادله حاکم، معادله بولتزمن است که با گسسته سازی این معادله برای مکان و زمان، تابع توزیع چگالی به صورت رابطه (2) به دست می‌آید [30].

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\theta} [f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (2)$$

در معادله (2)، f_i تابع توزیع چگالی و f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی نامیده می‌شوند و $\vec{c}_i$ بستگی به مدل انتخاب شده دارد. مدل مورد استفاده برای گسسته سازی معادله بولتزمن بر روی یک شبکه عموماً به صورت DnQM نمایش داده می‌شود که n بیانگر بعد و m بیانگر تعداد راستاهای مجاز برای حرکت ذرات است. مدل D2Q9 مرسوم‌ترین روش دو بعدی است و در مطالعه حاضر استفاده شده است. در این مدل هشت راستای مجاز برای حرکت خواهیم داشت که در شکل 2 نمایش داده شده است. در شکل 2، $\vec{c}_i$ ها به صورت رابطه (3) بیان می‌شوند که $c = \Delta x / \Delta t$ سرعت ذرات مجازی روی شبکه است [30].

جو و همکاران [27] استفاده شده است. در شکل 3 نمایی از مرز منحنی مورد استفاده و شبکه گره‌ها در این روش آورده شده است. در روش مذکور از بین گره‌های موجود در ناحیه مرز جامد تنها گره‌هایی وارد حوزه محاسباتی می‌شوند که در مجاورت مرز منحنی قرار داشته باشند. این گره‌ها با زیرنویس b مشخص شده‌اند. محل تقاطع راستاهای هشت‌گانه شبکه با مرز منحنی با زیرنویس w نشان داده شده است. اولین و دومین گره در هر یک از راستاهای مذکور درون ناحیه محاسباتی نیز به ترتیب با زیرنویس‌های f و ff نام‌گذاری شده‌اند. در این روش بعد از مرحله برخورد با استفاده از تقریب برون‌یابی توابع توزیع چگالی و توابع توزیع انرژی مربوط به نقاط مجاور مرز درون حوزه حل و با کمک شرایط دمایی و سرعت مرز منحنی، مقادیری برای توابع توزیع تعادلی (چگالی و انرژی) نقاط جامد مجاور مرز منحنی محاسبه می‌شوند. برای مرحله پخش توابع توزیع محاسبه‌شده در گره‌های مرز جامد به گره‌های درون حوزه حل انتقال می‌یابند.

تقریب برون‌یابی با توجه به محل تقاطع مرز منحنی و راستاهای شبکه از مرتبه اول یا دوم خواهد بود. برای این منظور پارامتر Δ به صورت رابطه (19) تعریف شده است که برای محاسبه توابع توزیع چگالی و توابع توزیع انرژی استفاده می‌شود [27].

$$\Delta = \frac{|\vec{x}_f - \vec{x}_w|}{|\vec{x}_f - \vec{x}_b|} \quad (19)$$

به منظور داشتن معیاری برای تعیین مقدار انتقال حرارت اعداد ناسلت محلی، ناسلت میانگین و ناسلت بی‌بعد بر روی دیواره سمت چپ به ترتیب با روابط (20)، (21) و (22) محاسبه شده است.

$$Nu_l = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (20)$$

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_l d\eta \quad (21)$$

$$Nu^* = \frac{Nu_m(\varphi)}{Nu_m(\varphi = 0)} \quad (22)$$

در رابطه (21)، L بیانگر طول دیواره موجی و η متغیر انتگرال‌گیری در راستای دیواره موجی هستند.

2-4- معادلات حاکم برای نانوسیال‌ها

در این مطالعه نانوسیال، نیوتنی، غیرقابل تراکم و تک‌فاز فرض شده است. خواص فیزیکی آن نیز نسبت به تغییرات دما ثابت در نظر گرفته شده به جز چگالی در معادله نیروی شناوری که تغییرات آن با اعمال تقریب بوزینسک حاصل می‌شود. همچنین به علت استفاده از مدل تک‌فازی فرض شده است

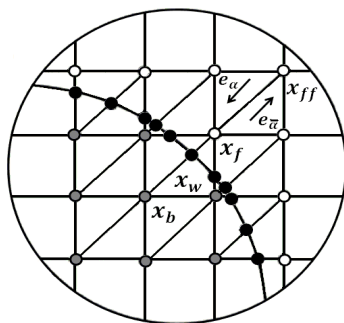


Fig. 3 Curved wall boundary and lattice nodes

شکل 3 مرز دیواره منحنی و شبکه گره‌ها

سرانجام حل معادله شبکه بولتزمن در دو مرحله برخورد و پخش انجام می‌شود. رابطه (9) مرحله برخورد و رابطه (10) مرحله پخش را نشان می‌دهند.

$$\tilde{f}_i(\vec{x}, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\theta} [f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (9)$$

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\vec{x}, t + \Delta t) \quad (10)$$

در رابطه‌های (9) و (10)، $\tilde{f}$ نشانگر تابع توزیع بعد از برخورد است. نیروی خارجی موجود در مسئله انتقال حرارت جابجایی آزاد، نیروی شناوری است که در معادله جریان ظاهر می‌شود. برای اعمال نیروی خارجی F معادله شبکه بولتزمن به صورت رابطه (11) تبدیل خواهد شد [30].

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\theta} [f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)] + \Delta t F_i(\vec{x}, t) \quad (11)$$

برای محاسبه نیروی شناوری از تقریب بوزینسک که تغییرات چگالی با دما را به صورت خطی در نظر می‌گیرد، استفاده شده است. معادله F با استفاده از این تقریب به صورت رابطه (12) تعریف شده است [30].

$$F_i(\vec{x}, t) = 3w_i g_y \beta [T(\vec{x}, t) - T_\infty] \rho(\vec{x}, t) \vec{c}_i \quad (12)$$

در رابطه (12)، g_y شتاب گرانشی در راستای y است و T_∞ برابر حداقل دمای بی‌بعد در نظر گرفته می‌شود ($T_\infty = 0$). با صرف‌نظر از اتلاف ویسکوز معادله انرژی شبکه بولتزمن به صورت رابطه (13) مشخص می‌شود [30].

$$g_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_T} [g_i(\vec{x}, t) - g_i^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (13)$$

در رابطه (13) تابع توزیع انرژی در راستای سرعت گسسته شده g_i با i نشان داده شده است و تابع توزیع انرژی تعادلی و دمای ماکروسکوپی به ترتیب توسط روابط (14) و (15) بیان شده‌اند [30].

$$g_i^{eq} = \omega_i T \left[1 + 3 \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{C^2} + \frac{9}{2} \frac{(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{C^4} - \frac{3 \vec{u}^2}{2 C^2} \right] \quad (14)$$

$$T = \sum_{i=0}^8 g_i \quad (15)$$

در نهایت برای بازیابی صحیح معادله انرژی از معادله حرارتی شبکه بولتزمن باید ضریب نفوذ حرارتی به صورت رابطه (16) بیان شود [30].

$$\alpha = C_s^2 \Delta t (\tau_T - 0.5) \quad (16)$$

و برای داشتن یک مقدار مثبت برای α باید برای زمان آرامش محدودیت $\tau_T > 0.5$ در رابطه (16) لحاظ شود.

2-3- اعمال شرایط مرزی

در رابطه (17) پارامترهای بی‌بعد در مسئله نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{W}, & y^* &= \frac{y}{W}, & U &= \frac{uW}{\alpha_f}, & V &= \frac{vW}{\alpha_f} \\ \alpha^* &= \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}, & \mu &= \frac{\mu_{nf}}{\mu_f}, & k &= \frac{k_{nf}}{k_f}, & \theta &= \frac{T - T_c}{\Delta T} \\ Pr &= \frac{\theta}{\alpha}, & Ra &= \frac{g_y \beta H^3 \Delta T}{\theta \alpha} \end{aligned} \quad (17)$$

با استفاده از معادلات بی‌بعد شده، شرایط مرزی مسئله به صورت رابطه (18) بیان شده است.

$$\begin{aligned} U = V = 0, & \quad \theta = A \sin\left(\frac{2\pi y}{H} + \Phi\right), \quad A=1 & \text{دیواره سمت چپ} \\ U = V = 0, & \quad \theta = 0 & \text{دیواره سمت راست} \\ U = V = 0, & \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 & \text{دیواره‌های بالا و پایین} \end{aligned} \quad (18)$$

برای محاسبه سرعت و دما بر روی مرزهای منحنی از روش ارائه‌شده توسط

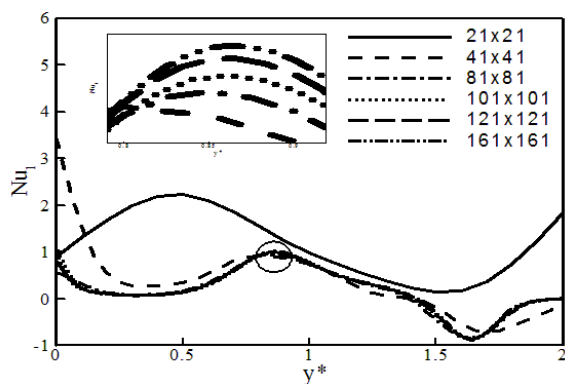


Fig. 4 The local Nusselt number for different mesh size on left wavy-wall

شکل 4 عدد ناسلت محلی برای شبکه‌های مختلف روی دیواره موجی سمت چپ

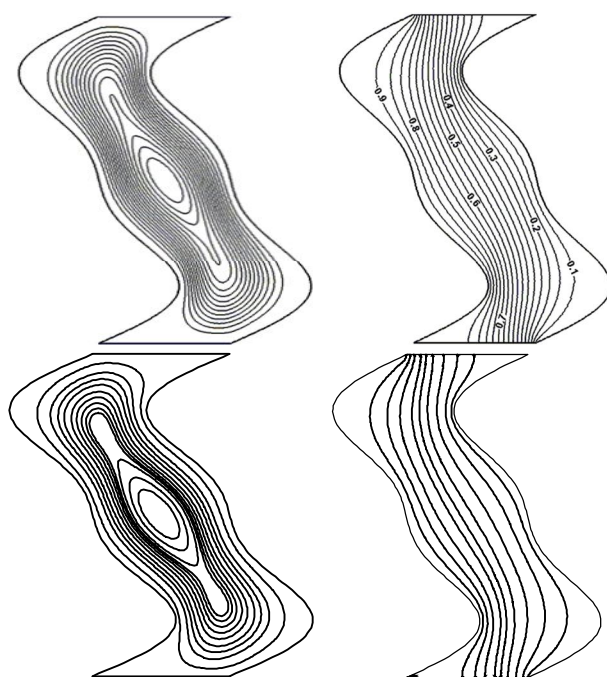


Fig. 5 Comparison of the streamlines (left) and isotherms (right) contours (top) results by Cho et al. [18] with (bottom) the present result
شکل 5 مقایسه خطوط جریان (در سمت چپ) و خطوط هم‌دما (در سمت راست) (بالا) نتایج چو و همکاران [18] (پایین) نتایج حاضر

معیار همگرایی برای پایان محاسبات به صورت رابطه (28) بیان شده است:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |T^{n+1} - T^n|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |T^n|} < 10^{-8} \quad (28)$$

در رابطه (28) n بیانگر مرحله زمانی قدیم، $n+1$ بیانگر مرحله زمانی جدید و ε خطای مجاز بین مرحله قدیم و جدید محاسبات عددی است. تعداد گره‌ها در راستای x و y به ترتیب با N و M نشان داده شده است.

4- نتایج

4-1- اثر پروفیل دیواره بر روی جریان و انتقال حرارت

شکل 6 خطوط جریان و هم‌دما را برای عدد رابی پایین ($Ra = 10^3$) و انحراف فاز صفر نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 6 دیده می‌شود خطوط هم‌دما تمایل دارند از هندسه دیواره موجی پیروی کنند و دارای انحنای

که نانوذرات جامد مشابه همان ذرات سیال پایه هستند و تعادل دمایی و سرعت برابر بین نانوذرات جامد و ذرات سیال پایه برقرار خواهد بود. جریان دو بعدی، آرام، پایا و بدون اثرات تابشی در نظر گرفته شده است.

خواص ترموفیزیکی نانوذرات و سیال پایه در جدول 1 آورده شده است. رابطه (23) چگالی مؤثر نانوسیال، رابطه (24) ظرفیت گرمایی و رابطه (25) انبساط حرارتی مؤثر نانوسیال را بر اساس مرجع [32] تعریف نموده است.

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \quad (23)$$

$$(c_p)_{nf} = \left[\frac{1}{1 + \frac{(1-\varphi)\rho_f}{\varphi\rho_p}} (c_p)_f + \frac{1}{1 + \frac{\varphi\rho_p}{(1-\varphi)\rho_f}} \right] (c_p)_f \quad (24)$$

$$\beta_{nf} = \left[\frac{1}{1 + \frac{(1-\varphi)\rho_f}{\varphi\rho_p}} \beta_f + \frac{1}{1 + \frac{\varphi\rho_p}{(1-\varphi)\rho_f}} \right] \beta_f \quad (25)$$

مدل برینکمن [8] برای لزجت نانوسیال و مدل هملتن و کروزر [9] برای هدایت حرارتی نانوسیال استفاده شده است که به ترتیب با رابطه‌های (26) و (27) قابل محاسبه‌اند.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (26)$$

$$k_{nf} = k_f \left(\frac{k_p + (n-1)k_f - (k_f - k_p)(n-1)\varphi}{k_p + (n-1)k_f + (k_f - k_p)\varphi} \right) \quad (27)$$

3- ارزیابی استقلال شبکه و اعتبار سنجی نتایج

برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج به شبکه انتخاب شده، عدد ناسلت محلی بر روی دیواره سمت چپ برای شش شبکه یکنواخت مختلف محاسبه و در شکل 4 نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند که برای بهینه نمودن محاسبات از نظر دقت و هزینه، می‌توان شبکه 121×121 را انتخاب نمود. به منظور اعتبار سنجی نتایج، خطوط جریان و خطوط هم‌دما در شکل 5 با دو روش مختلف با هم مقایسه شده‌اند. اعتبارسنجی انجام شده تطبیق خوب نتایج با نتایج عددی پیشین به روش‌های دیگر برای دیواره موجی را نشان می‌دهد.

جدول 1 خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات

خواص	آب	نانوذرات اکسید آلومینیم
ρ (kg/m ³)	997.1	3970
C_p (J/kgK)	4179	765
k (W/mK)	0.613	40
$\beta \times 10^5$ (1/K)	21	0.85
$\mu \times 10^4$ (Pas)	8.54	-

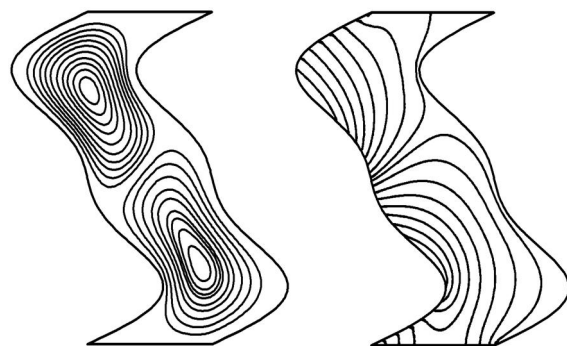


Fig. 6 Streamlines (left) and isotherms (right) contours. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\varphi=0.02$, $\Phi=0$, $Ra=10^3$)
شکل 6 خطوط جریان (در سمت چپ) و خطوط هم‌دما (در سمت راست). ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\varphi=0.02$, $\Phi=0$, $Ra=10^3$)

گردش به وجود آمده در خطوط جریان با افزایش عدد رایلی و در نتیجه افزایش نیروهای شناوری، بزرگ‌تر شده است که خود باعث ایجاد توزیع بیشتر خطوط هم‌دما می‌گردد. علاوه بر این در نواحی فرورفتگی دیواره گرم (سمت چپ) و برآمدگی دیواره سرد در شکل 7، تمرکز بیشتر خطوط هم‌دما مشاهده می‌شود.

در شکل 8 به بررسی اثر نسبت دامنه پروفیل دیواره موجی محفظه بر روی انتقال حرارت پرداخته شده است. شکل 8 نشان می‌دهد که برای دو عدد رایلی مختلف توزیع عدد ناسلت محلی برحسب الگوی دیواره موجی تغییر می‌کند، یعنی در قسمت‌های فرورفتگی دیواره سمت چپ عدد ناسلت افزایش و در قسمت‌های برآمدگی دیواره، عدد ناسلت کاهش یافته است. همچنین در نواحی که سطح از تغییرات سریع هندسه متأثر شده است، تغییرات گردادی دمای بیشتری به وجود آمده که باعث غیریکنواختی نمودار ناسلت محلی شده است.

در شکل 9 تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب عدد رایلی برای شکل‌های مختلف دیواره نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود بیشترین تأثیر هندسه در عدد رایلی $Ra=10^3$ است و با افزایش عدد رایلی تأثیر شکل دیواره کاهش یافته است.

با توجه به شکل‌های 6 تا 9 علت افزایش و کاهش عدد ناسلت را می‌توان این‌گونه توضیح داد که افزایش و کاهش عدد ناسلت به ترتیب رابطه مستقیم با همگرایی و واگرایی خطوط هم‌دما دارد. برای یک المان طولی ثابت در

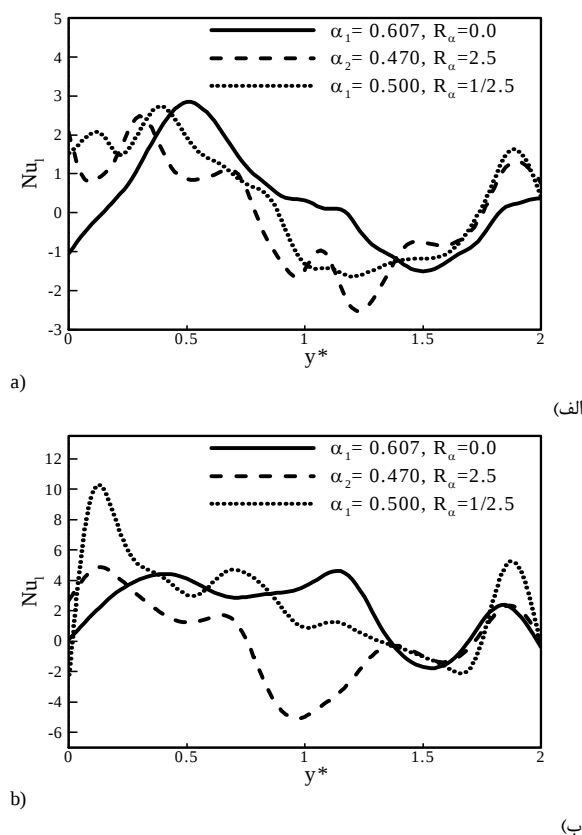


Fig. 8 Variation of local Nusselt number along left wavy-wall for different wave forms. (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^5$. ($\lambda=2$, $\phi=0.02$, $\Phi=0$)
شکل 8 تغییرات عدد ناسلت محلی بر روی دیواره موجی سمت چپ برای شکل‌های مختلف دیواره. (الف) $Ra=10^3$. (ب) $Ra=10^5$. ($\lambda=2$, $\phi=0.02$, $\Phi=0$)

قابل توجهی نیستند. علت این امر حاکم بودن رژیم انتقال حرارت هدایتی درون محفظه است. خطوط جریان نیز دارای دو سلول گردش در خلاف جهت همدیگر هستند که به‌طور اریب نسبت به سطح افق در مرکز محفظه به وجود آمده‌اند.

در شکل 7 خطوط هم‌دما و خطوط جریان برای سه مقدار مختلف نسبت دامنه پروفیل دیواره نمایش داده شده است. در شکل 7 مشاهده می‌شود که انحنا قابل‌ملاحظه در خطوط هم‌دما (نسبت به شکل 6) به وجود آمده است. علت انحنای ایجادشده، بالا بودن عدد رایلی $Ra=10^5$ و حاکم بودن رژیم انتقال حرارت جابجایی نسبت به انتقال حرارت هدایتی است.

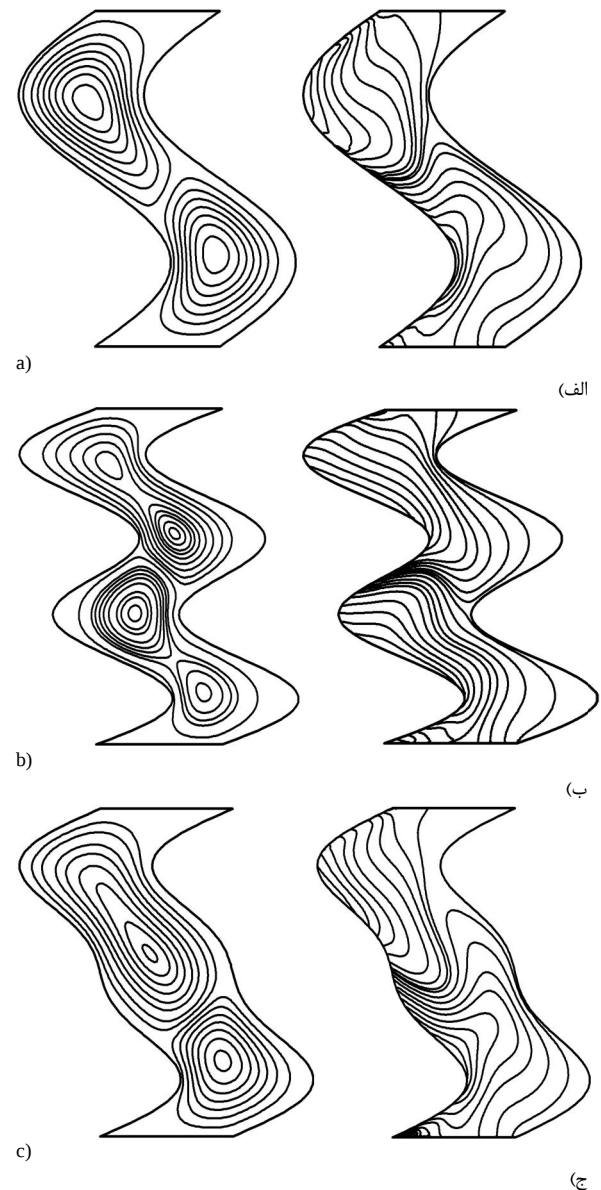


Fig. 7 Streamlines (left) and isotherms (right) contours for (a) $\alpha_1=0.607$, $Ra_a=0.0$ (b) $\alpha_2=0.47$, $Ra_a=2.5$ (c) $\alpha_1=0.5$, $Ra_a=1/2.5$. ($\lambda=2$, $\phi=0.02$, $\Phi=0$, $Ra=10^5$)

شکل 7 خطوط جریان (در سمت چپ) و خطوط هم‌دما (در سمت راست) برای (الف) $\alpha_1=0.607$, $Ra_a=0.0$ (ب) $\alpha_2=0.47$, $Ra_a=2.5$ (ج) $\alpha_1=0.5$, $Ra_a=1/2.5$. ($\lambda=2$, $\phi=0.02$, $\Phi=0$, $Ra=10^5$)

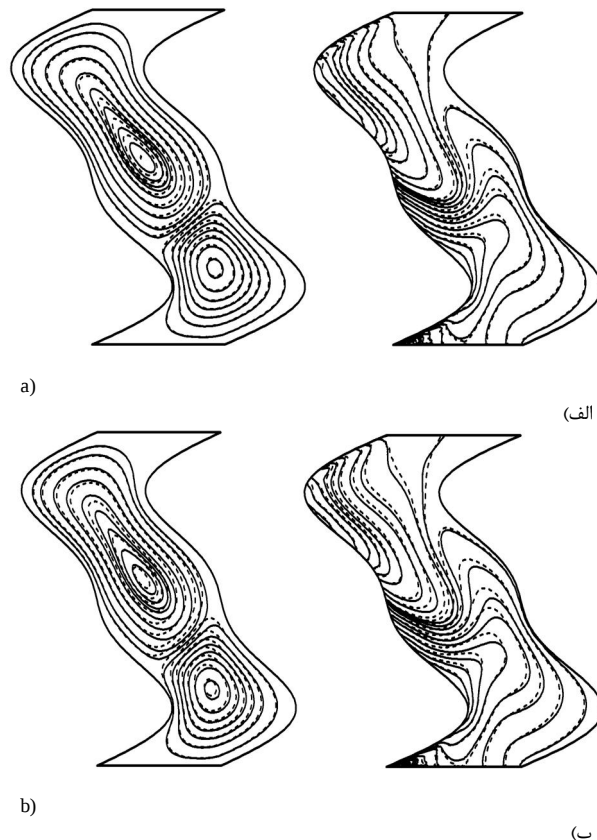


Fig. 10 Streamlines (left) and isotherms (right) contours for different values of volume fraction. (a) $\phi=0.02$ (b) $\phi=0.04$. (solid lines for base fluid and dashed lines for nanofluid, $\lambda=2$, $\Phi=0$, $Ra=10^5$)

شکل 10 خطوط جریان (در سمت چپ) و خطوط هم‌دما (در سمت راست) برای مقادیر مختلف کسر حجمی. (الف) $\phi=0.02$ ، (ب) $\phi=0.04$. (خط‌های تو پر برای سیال پایه و خط‌چین‌ها برای نانوسیال، $\lambda=2$, $\Phi=0$, $Ra=10^5$)

به‌منظور بررسی تأثیر حضور نانوذرات بر میدان دما، تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب اعداد رایلی، به‌عنوان تابعی از کسر حجمی نانوذرات در شکل 12 آورده شده است. اگرچه با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت میانگین در تمام محدوده اعداد رایلی موردبررسی بهبود یافته است، ولی درصد افزایش عدد ناسلت وقتی کسر حجمی از 0% تا 2% افزایش می‌یابد، در عدد رایلی $Ra=10^3$ بیشتر از اعداد رایلی دیگر خواهد بود. علت این روند را می‌توان این‌گونه توجیه نمود که در عدد رایلی کم رژیم انتقال حرارت هدایتی غالب است که با افزایش کسر حجمی نانوذرات هدایت حرارتی نانوسیال و در نتیجه اثرات هدایتی جریان گرما تقویت شده است.

4-3- اثر توزیع غیریکنواخت دما بر جریان و انتقال حرارت

در شکل 13 و 14 به ترتیب خطوط جریان و خطوط هم‌دما در رایلی‌ها و انحراف فازهای مختلف برای سیال و نانوسیال با کسر حجمی $\phi=0.04$ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تعداد سلول‌های در حال گردش تابعی از انحراف فاز بوده و مستقل از تغییرات عدد رایلی است. در انحراف فاز $\Phi=0$ نیمه پایین دیواره سمت چپ گرم و نیمه بالایی سرد است؛ بنابراین دو سلول تقریباً هم‌اندازه ایجاد شده که سلول بالایی در جهت پادساعت‌گرد و سلول پایینی ساعت‌گرد در حال چرخش هستند. بیشترین انحراف خطوط هم‌دما نیز برای انحراف فاز $\Phi=0$ است که بیانگر بالا

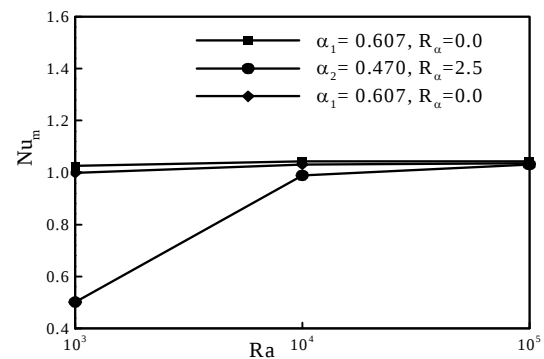


Fig. 9 Variation of mean Nusselt number with Rayleigh number for different wave forms. ($\lambda=2$, $\phi=0.04$, $\Phi=0$)

شکل 9 تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب اعداد رایلی برای شکل‌های مختلف دیواره، ($\lambda=2$, $\phi=0.04$, $\Phi=0$)

راستای افقی، در نواحی که خطوط هم‌دما متأثر از پروفیل دیواره همگرا شده‌اند اختلاف دمای بیشتری و در نواحی که خطوط هم‌دما واگرا شده‌اند اختلاف دمای کمتری به وجود آمده است. اختلاف دمای بیشتر منجر به ایجاد گردایان دمایی بیشتر و در نهایت افزایش عدد ناسلت شده است. کاهش عدد ناسلت نیز با استنباطی مشابه قابل توجیه است.

4-2- اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر روی جریان و انتقال حرارت

در شکل 10 تأثیر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر روی خطوط هم‌دما و خطوط جریان بررسی شده است. خط‌چین‌ها نانوسیال و خطوط توپر سیال پایه را نشان می‌دهند. شکل 10 نشان می‌دهد که تغییرات خطوط جریان و خطوط هم‌دما برای $\phi=0.02$ ناچیز است، باین‌حال برای $\phi=0.04$ تغییرات بیشتری مشاهده می‌گردد. برای خطوط هم‌دما نیز با افزایش کسر حجمی نانوذرات انحنای خطوط در حال کم شدن است که حاکی از افزایش اثرات هدایتی است.

برای خطوط جریان نیز ماکزیمم مقدار تابع جریان برای داشتن اطلاعاتی از قدرت جریان به دست آمده‌اند. به‌عنوان مثال در شکل 10 (الف و ب) خطوط جریان دارای دو سلول گردشی هستند که در سلول بالایی $|\psi_{\max}| = 6.40$ برای $\phi=0$ است درحالی‌که برای $\phi=0.02$ ، $|\psi_{\max}| = 6.01$ و برای $\phi=0.04$ ، $|\psi_{\max}| = 5.76$. تابع جریان برای سلول پایینی نیز همین روند کاهشی را نشان داده است. مقادیر محاسبه‌شده برای $|\psi_{\max}|$ نشان می‌دهد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات حداکثر تابع جریان کاهش یافته است که بیانگر کاهش نفوذ جریان درون محفظه است.

شکل 11 و شکل 12 به ترتیب برای تغییرات عدد ناسلت محلی و عدد ناسلت میانگین برحسب کسر حجمی نانوذرات در رایلی‌های مختلف رسم شده است. با افزایش کسر حجمی نانوذرات اگرچه الگوی پروفیل ناسلت محلی در شکل 11 تغییر نکرده است ولی حضور نانوذرات نیروهای شناوری را افزایش داده که در نتیجه آن میزان انتقال حرارت افزایش یافته است.

نکته دیگری که از مشاهده شکل 11 روشن می‌شود این است که هنگام حرکت به سمت بالای محفظه عدد ناسلت کاهش یافته است. این کاهش به علت افزایش ضخامت لایه مرزی با حرکت به سمت بالای محفظه است. ملاحظه می‌شود اثر افزایش نانوذرات بر روی عدد ناسلت نیز در بالای محفظه در هر دو عدد رایلی کم شده است.

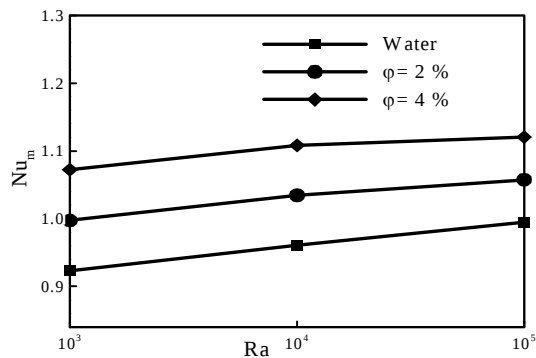


Fig. 12 Variation of mean Nusselt number with Rayleigh number for different nanoparticle volume fractions. ($\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=2$, $\Phi=0$)

شکل 12 تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب اعداد رایلی برای کسر حجمی مختلف نانوذرات. ($\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=2$, $\Phi=0$)

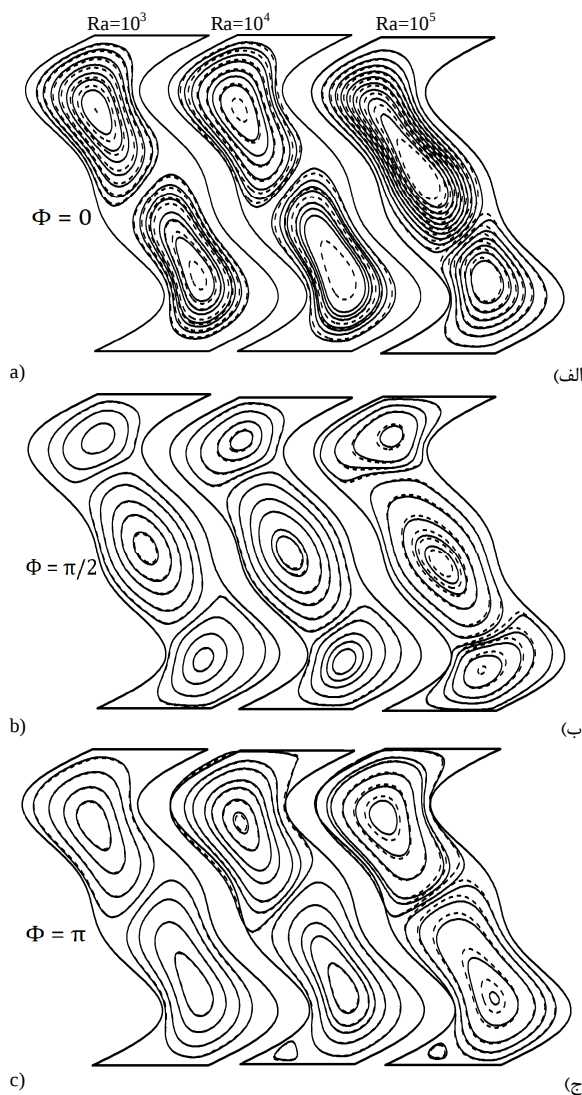
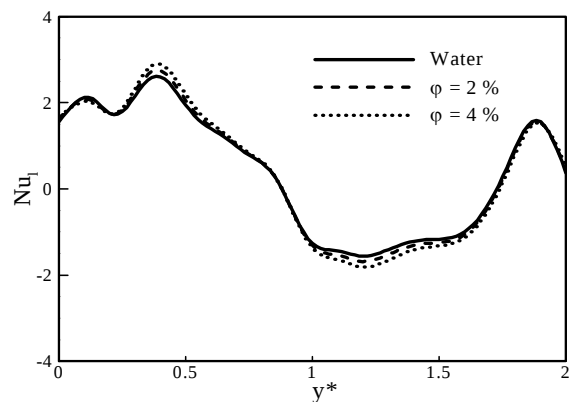


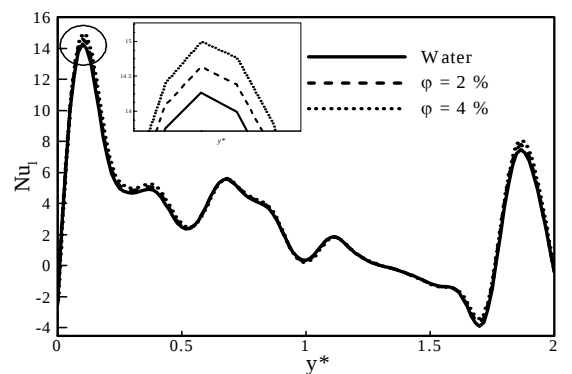
Fig. 13 Streamlines contours for nanofluid (dashed line) and pure fluid (solid line) for different Rayleigh numbers and phase deviations. ($\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=2$, $\phi=0.04$)

شکل 13 خطوط جریان برای نانوسیال (خط چین‌ها) و سیال پایه (خطوط تو پر) برای اعداد رایلی و انحراف فازهای مختلف. ($\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=2$, $\phi=0.04$)



a)

(الف)



b)

(ب)

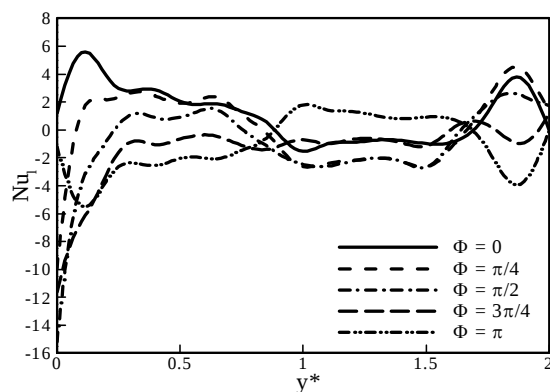
Fig. 11 Variation of local Nusselt number along left wavy-wall for different values of volume fraction. (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^5$. ($\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=2$, $\Phi=0$)

شکل 11 تغییرات عدد ناسلت محلی بر روی دیواره موجی سمت چپ برای مقادیر مختلف کسر حجمی (الف) $Ra=10^3$ (ب) $Ra=10^5$. ($\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=2$, $\Phi=0$)

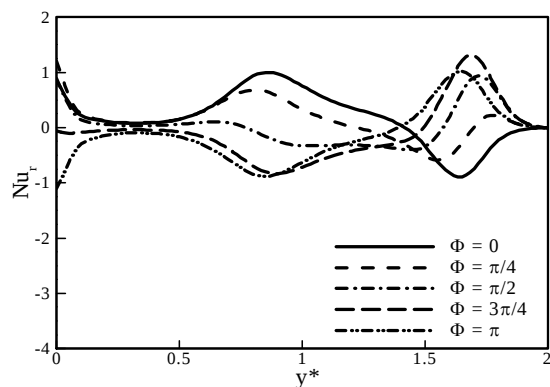
بودن رژیم انتقال حرارت جابجایی در محفظه است. علاوه بر این بیشترین تأثیر حضور نانوذرات بر خطوط جریان و هم‌دمای برای $\Phi=0$, $Ra=10^5$ مشاهده می‌گردد.

با افزایش انحراف فاز به $\Phi=\pi/2$ سلول‌های گردشی، به یک سلول مرکزی بزرگ‌تر در وسط و دو سلول در بالا و پایین محفظه افزایش می‌یابند. در این حالت در دو ناحیه بالا و پایین محفظه دیواره سمت چپ سرد و در ناحیه وسطی دیواره گرم است؛ بنابراین سلول مرکزی در جهت ساعت‌گرد و سلول‌های بالا و پایین به‌طور پادساعت‌گرد در حال چرخش هستند. خطوط هم‌دما نیز در این حالت حتی در محدوده اعداد رایلی بالا هنوز رفتار هدایتی نشان می‌دهند.

اگر افزایش انحراف فاز را تا $\Phi=\pi$ ادامه دهیم به دو سلول تقریباً هم‌اندازه و یک سلول کوچک در پایین و گوشه راست محفظه خواهیم رسید. در این حالت نیمه پایین محفظه سرد و نیمه بالایی گرم خواهد بود، بنابراین گردش سلول‌ها عکس حالت $\Phi=0$ است. خطوط هم‌دما نیز تنها در $Ra=10^5$ دچار انحنای شده‌اند که بیانگر قوی بودن رژیم انتقال حرارت جابجایی در محفظه است.



a)



b)

(الف)

(ب)

Fig. 15 Variations of the local Nusselt number along the left and right wavy wall for different phase deviation at $Ra = 10^4$ (a) left wall (b) right wall. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\varphi=0.04$)

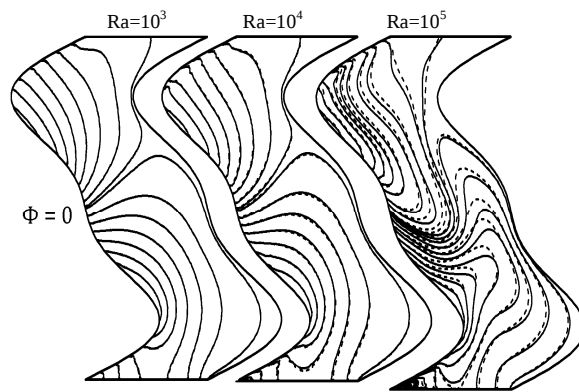
شکل 15 تغییرات عدد ناسلت محلی بر روی دیواره موجی سمت چپ و راست برای مقادیر مختلف انحراف فاز در $Ra = 10^4$ (الف) دیواره سمت چپ، (ب) دیواره سمت راست. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\varphi=0.04$)

همچنین به علت اعمال دمای غیریکنواخت سینوسی روی دیواره سمت چپ، عدد ناسلت روی این دیواره دستخوش تغییرات بیشتری شده است. چنان‌که در شکل 15 مشاهده می‌گردد، با افزایش انحراف فاز، انتقال حرارت در ناحیه گرم کاهش و در ناحیه سرد افزایش می‌یابد.

در شکل 16 عدد ناسلت بی‌بعد در رایلی‌های و انحراف فازهای مختلف نشان داده شده است. شکل 16 نشان می‌دهد که عدد ناسلت بی‌بعد برای تمام اعداد رایلی و اختلاف فازهای موردبررسی با افزودن نانوذرات رفتار افزایشی دارد. علاوه بر این بیشترین اثر حضور نانوذرات برای دو عدد رایلی $Ra=10^3$ و $Ra=10^4$ در اختلاف فاز $\Phi=\pi$ و برای عدد رایلی $Ra=10^5$ در اختلاف فاز $\Phi=0$ دیده می‌شود.

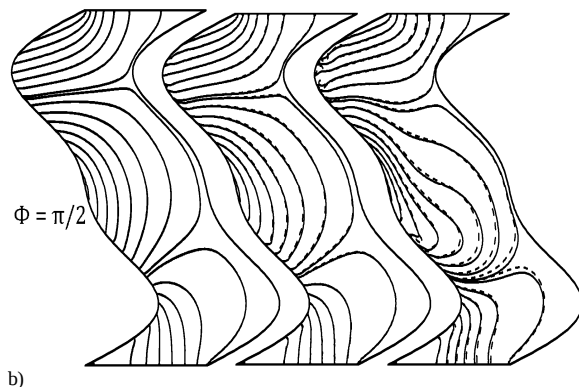
در شکل 17 اثر دامنه تابع سینوسی توزیع دما بر روی دیواره سمت چپ بررسی شده است. با توجه به اینکه دامنه تابع سینوسی به‌صورت مستقیم با توزیع دما مرتبط است بنابراین دامنه تابع سینوسی توزیع دما با انتقال حرارت رابطه مستقیم خواهد داشت.

در شکل 17 مشاهده می‌گردد همان‌طور که انتظار داشتیم با کاهش دامنه تابع توزیع دما میزان انتقال حرارت (در هر دو ناحیه سرد و گرم) و در نتیجه عدد ناسلت محلی کاهش یافته است.



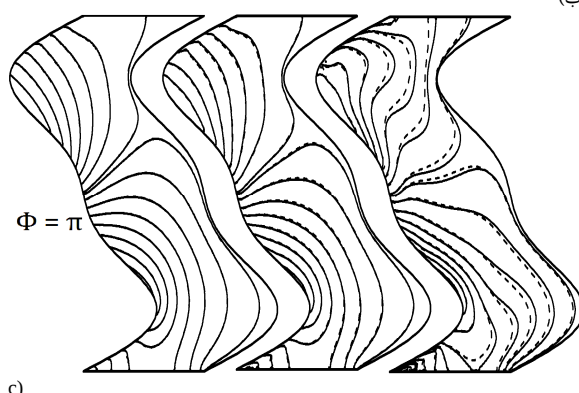
a)

(الف)



b)

(ب)



c)

(ج)

Fig. 14 Isotherms contours for nanofluid (dashed line) and pure fluid (solid line) for different Rayleigh numbers and phase deviations. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\varphi=0.04$)

شکل 14 خطوط هم‌دما برای نانوسیال (خط‌چین‌ها) و سیال پایه (خطوط تو پر) برای اعداد رایلی و انحراف فازهای مختلف. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\varphi=0.04$)

در شکل 15 توزیع عدد ناسلت محلی بر روی دیواره سمت چپ (Nu_l) که دارای توزیع دمای غیریکنواخت سینوسی است و همچنین توزیع عدد ناسلت محلی بر روی دیواره سمت راست (Nu_r) که دارای توزیع یکنواخت دما است، برای انحراف فازهای مختلف و کسر حجمی $\varphi = 0.02$ رسم شده است.

در قسمت‌هایی از شکل 15 که عدد ناسلت مثبت است انتقال حرارت از دیواره به محفظه رخ می‌دهد و در قسمت‌هایی که عدد ناسلت منفی شده است انتقال حرارت از سیال در حال چرخش به دیواره در حال انتقال است.

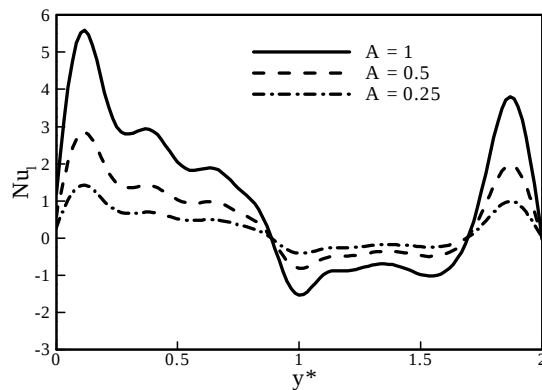


Fig. 17 Variations of the local Nusselt number along the left wavy wall for different amplitude of sinusoidal function. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\phi=0.04$, $\Phi=0$, $Ra=10^4$).

شکل 17 تغییرات عدد ناسلت محلی بر روی دیواره موجی سمت چپ برای مقادیر مختلف دامنه تابع سینوسی. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$, $\phi=0.04$, $\Phi=0$, $Ra=10^4$).

- 1- شبیه‌سازی انجام‌شده و اعتبار سنجی نتایج نشان می‌دهد که روش شبکه بولتزمن یک روش مناسب برای حل مسائل مختلف از جمله مسائل با هندسه و شرایط مرزی پیچیده هست.
- 2- در کسر حجمی 2% برای عدد رایلی $Ra=10^3$ بیشترین تأثیر حضور نانوذرات و در کسر حجمی 4% برای عدد رایلی $Ra=10^5$ کمترین تأثیر حضور نانوذرات مشاهده می‌گردد.
- 3- با کاهش نسبت دامنه پروفیل دیواره‌های جانبی در تمام محدوده اعداد رایلی موردبررسی میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد که اثر تغییر هندسه برای عدد رایلی $Ra=10^3$ مشهودتر است.
- 4- مشاهده می‌شود که تعداد سلول‌های در حال چرخش در محفظه اگرچه تابع عدد رایلی نیستند ولی تابع انحراف فاز هستند.
- 5- بیشترین تأثیر حضور نانوذرات در $Ra=10^5$ برای انحراف فاز $\Phi=0$ و کمترین تأثیر برای انحراف فاز $\Phi=\pi$ مشاهده می‌شود.
- 6- کاهش دامنه تابع سینوسی توزیع دما باعث کاهش میزان انتقال حرارت در هر دو ناحیه سرد و گرم خواهد شد.
- 7- برای انحراف فاز $\Phi=\pi/2$ در اعداد رایلی بالا در قسمت بالا و پایین محفظه در خطوط هم‌دما رفتار هدایتی مشاهده می‌شود.
- 8- در یک عدد رایلی ثابت، انتقال حرارت تابع پارامترهای مختلف تغییر هندسه همچون نسبت دامنه و طول موج دیواره است؛ و با تغییر مناسب این پارامترها می‌توان به یک انتقال حرارت بهینه دست یافت.

6- فهرست علائم

A	دامنه تابع سینوسی توزیع دما
C_i	سرعت ذرات مجازی روی شبکه
C_p	گرمای ویژه ($J/kg \cdot K$)
F	نیروی خارجی
f_i	تابع توزیع چگالی
g_i	تابع توزیع انرژی
g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
H	ارتفاع محفظه (m)

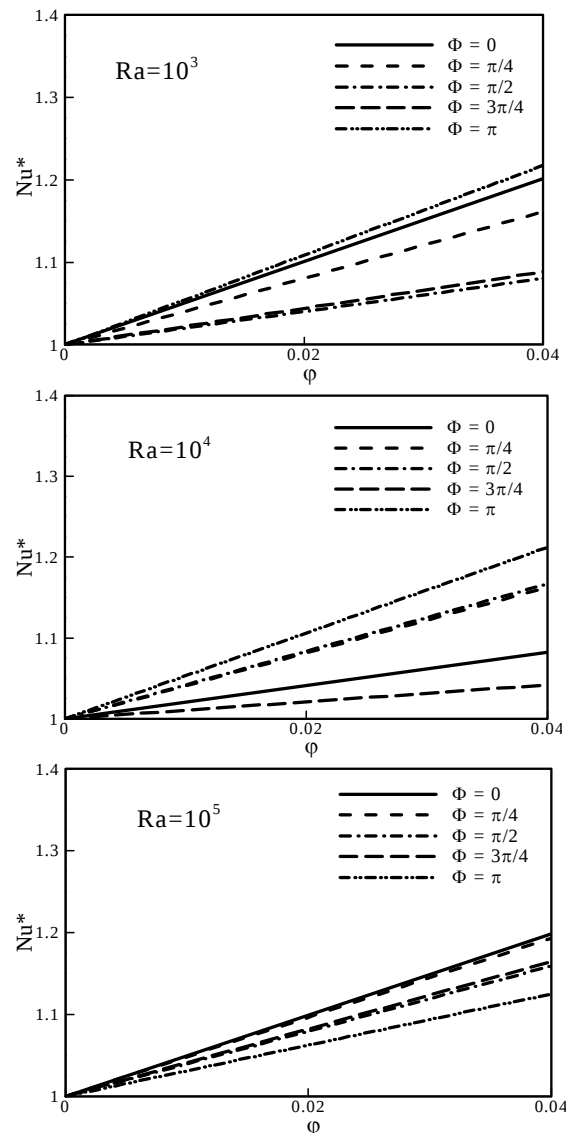


Fig. 16 Variations of the dimensionless average Nusselt number for various Rayleigh numbers at different phase deviations. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$)

شکل 16 تغییرات عدد ناسلت بی‌بعد (Nu^*) برای اعداد رایلی و انحراف فازهای مختلف. ($\alpha_1=0.5$, $Ra=1/2.5$, $\lambda=2$)

5- نتیجه‌گیری

در این مطالعه انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه دو بعدی برای نانوسیال آبی اکسید آلومینیم به کمک روش شبکه بولتزمن با اعمال روش مرز منحنی مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های بالا و پایین صاف و از نظر حرارتی عایق شده‌اند درحالی‌که دیواره‌های جانبی چپ و راست دارای شکل موجی پیچیده هستند و به ترتیب دارای توزیع غیریکنواخت دما و توزیع یکنواخت دما هستند.

اثر کسر حجمی نانوذرات، پارامترهای تغییر هندسه، عدد رایلی و انحراف فاز در توزیع غیریکنواخت دما بر روی توزیع خطوط جریان، توزیع خطوط هم‌دما، عدد ناسلت محلی، عدد ناسلت میانگین و عدد ناسلت بی‌بعد مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده موارد زیر را نشان می‌دهد:

- fluids with nanoparticles, in *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exhibition*, San Francisco, USA, 1995.
- [6] J. Kim, Y. T. Kang, C. K. Choi, Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids, *Physics of Fluids*, Vol. 16, No. 7, pp. 2395-2401, 2004.
- [7] A. Einstein, Eine neue bestimmung der moleküldimensionen *Annalen der Physik*, Vol. 324, No. 2, pp. 289-306, 1906
- [8] H. C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solution, *Chemistry Physics*, Vol. 20, No. 20, pp. 571-581, 1952.
- [9] R. L. Hamilton, O. K. Crosser, Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems, *Industrial & Engineering chemistry fundamentals*, Vol. 1, No. 3, pp. 187-191, 1962.
- [10] D. A. G. Bruggeman, Berechnung Verschiedener Physikalischer Konstanten Von Heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten Und Leitfähigkeiten Der Mischkörper Aus Isotropen Substanzen, *Annalen der Physik*, Vol. 416, No. 8, pp. 665-679, 1935.
- [11] N. Putra, W. Roetzel, S. Das, Natural convection of nano-fluids, *Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 8, pp. 775-784, 2003.
- [12] D. Wen, Y. Ding, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, No. 6, pp. 855-864, 2005.
- [13] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 19, pp. 3639-3653, 2003.
- [14] E. Abu-Nada, A. Chamkha, Effect of nanofluid variable properties on natural convection in enclosures filled with a CuOeEGeWater nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 3, pp. 2339-2352, 2010.
- [15] R. Nouri, M. Gorji, D. Domir Ganji, Numerical investigation of magnetic field effect on forced convection heat transfer of nanofluid in a sinusoidal channel, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 43-55, 2013. (in Persian فارسی)
- [16] M. Nazari, M. H. Kayhani, H. Shokri, LBM for modeling cavities with curved and moving, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 117-129, 2012. (in Persian فارسی)
- [17] E. Abu-Nada, H. F. Oztog, Numerical analysis of Al₂O₃/Water nanofluids natural convection in a wavy walled cavity, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 59, No. 5, pp. 403-419, 2011.
- [18] C. C. Cho, C. L. Chen, C. K. Chen, Natural convection heat transfer performance in complex-wavy-wall enclosed cavity filled with nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 60, No. 1, pp. 255-263, 2012.
- [19] H. F. Oztog, E. Abu-Nada, Y. Varol, K. H. Al-Salem, Computational analysis of non-isothermal temperature distribution on natural convection in nanofluid filled enclosures, *Superlattices and Microstructures*, Vol. 49, No. 4, pp. 453-467, 2011.
- [20] G. Barrios, R. Rechtman, J. Rojas, R. Tovar, The lattice boltzmann equation for natural convection in a two-dimensional cavity with a partially heated wall, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 522, No. 1, pp. 91-100, 2005.
- [21] E. Fattahi, M. Farhadi, K. Sedighi, Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in eccentric annulus, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 12, pp. 2353-2362, 2010.
- [22] D. Gao, Z. Chen, Lattice Boltzmann simulation of natural convection dominated melting in a rectangular cavity filled with porous media, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 4, pp. 493-501, 2011.
- [23] O. R. Mohammadipoor, H. Niazmand, S. A. Mirbozorgi, A new curved boundary treatment for the Lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28-41, 2013. (in Persian فارسی)
- [24] M. Nazari, H. Shokri, Natural convection n in semi-ellipse cavities with variable aspect ratios using Lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 1-13, 2014. (in Persian فارسی)
- [25] O. Filippova, D. Hänel, Boundary-Fitting and local grid refinement for Lattice-Bgk models, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 9, No. 8, pp. 1271-1279, 1998.
- [26] R. Mei, L. S. Luo, W. Shyy, An accurate curved boundary treatment in the Lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, No. 2, pp. 307-330, 1999.
- k هدایت حرارتی ($Wm^{-1}K^{-1}$)
- Nu عدد ناسلت محلی
- Nu_m عدد ناسلت میانگین
- Nu^* عدد ناسلت بی‌بعد
- Pr عدد پراتل
- R_α نسبت دامنه دیواره موجی ($R_\alpha = \alpha_2/\alpha_1$)
- T' دما (K)
- U مؤلفه بدون بعد سرعت در راستای x^*
- u مؤلفه سرعت در راستای x (ms^{-1})
- V مؤلفه بدون بعد سرعت در راستای y^*
- v مؤلفه سرعت در راستای y (ms^{-1})
- W عرض محفظه (m)
- x, y مختصات دکارتی (m)
- x^*, y^* مختصات بدون بعد
- علائم یونانی**
- α ضریب پخش حرارتی (m^2s^{-1})
- α_1, α_2 دامنه‌های پروفیل دیواره
- λ طول موج پروفیل دیواره
- β ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})
- φ کسر حجمی نانوذرات
- Φ انحراف فاز تابع سینوسی توزیع دما
- μ لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
- θ لزجت استاتیکی (m^2s^{-1})
- ρ چگالی (kgm^{-3})
- θ دمای بدون بعد
- τ زمان آرامش
- ω_i ضرایب وزنی تابع توزیع تعادلی
- بالانویس‌ها**
- eq حالت تعادلی
- * کمیت بی‌بعد
- زیرنویس‌ها**
- f سیال پایه
- l دیواره سمت چپ
- nf نانوسیال
- p نانوذرات جامد
- θ زمان آرامش (برای تابع چگالی)
- r دیواره سمت راست
- T زمان آرامش (برای تابع انرژی)
- 7- مراجع**
- [1] S. Ostrach, Natural convection in enclosures, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 10, No. 4b, pp. 1175-1190, 1988.
- [2] B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 25, No. 16, pp. 2522-2531, 2005.
- [3] E. Abu-Nada, Natural convection heat transfer simulation using energy conservative dissipative particle dynamics, *Physical Review E*, Vol. 81, No. 056704, pp. 1-14, 2010.
- [4] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Second edition, pp. 435-441, Cambridge, Oxford University Press, 1904.
- [5] S. U. S. Choi, J. A. Eastman, Enhancing thermal conductivity of

- [30] P. H. Kao, R. J. Yang, Simulating oscillatory flows in rayleigh-bénard convection using the Lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 17-18, pp. 3315-3328, 2007.
- [31] S. Chen, G. D. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flow *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 329-364, 1998.
- [32] Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 19, pp. 3701-3707, 2000.
- [27] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An Extrapolation Method for Boundary conditions in Lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 6, pp. 2007-2010, 2002.
- [28] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, S. M. Seyyedi, D. D. Ganji, H. B. Rokni, S. Soleimani, Application of Lbm in simulation of natural convection in a nanofluid filled square cavity with curve boundaries, *Powder Technology*, Vol. 247, No. 1, pp. 87-94, 2013.
- [29] G. H. R. Kefayati, Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid filled cavity with sinusoidal temperature distribution, *Powder Technology*, Vol. 243, No. 1, pp. 171-183, 2013.