



مشاهده گر تخمین عیب با وجود ورودی نامعلوم نامنطبق برای سیستم های خطی

مجتبی هاشمی¹، علی کمالی ایگلی^{2*}، مهیار نراقی³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

* صندوق پستی 1591634311، aut.ac.ir، alikamalie@aut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 خرداد 1395

پذیرش: 29 مرداد 1395

ارائه در سایت: 11 مهر 1395

کلید واژگان:

ورودی نامعلوم نامنطبق

تخمین عیب

مشاهده گر تطبیقی سریع

چکیده

روش های جبری تخمین عیب بر اساس مشاهده گرهای ورودی نامعلوم، با فرض برقراری شرط تطابق بین خروجی و ورودی نامعلوم قابل پیاده سازی هستند. شرط تطابق کاربردهای عملی این روش ها را محدود می کند. در این مقاله روشی برای تخمین عیب ارائه شده که نیازی به برقراری شرط تطابق نیست. بر خلاف روش های معمول در روش ارائه شده در این مقاله نیازی به تخمین خروجی کمکی، برای تخمین عیب برای سیستم های با ورودی نامعلوم نامنطبق نمی باشد. در روش پیشنهادی ابتدا ورودی نامعلومی به دو ورودی منطبق و نامنطبق تقسیم شده و سپس با فرض وجود مدل دینامیکی برای ورودی نامعلوم نامنطبق و اضافه کردن این مدل به مدل اصلی، سیستم جدیدی حاصل شده که تنها دارای ورودی نامعلوم منطبق است. برای سیستم جدید که شرایط تطابق برای ورودی نامعلوم آن صدق می کند، با استفاده از استراتژی حذف کامل اثر ورودی نامعلوم، مشاهده گر مرتبه کاملی طراحی شده که قادر است تمام متغیرهای حالت را تخمین بزند. برای تخمین عیب از قانون تطبیق سریع بهره برده شده که شرایط پایداری و وجود آن توسط قیود LMI بیان گردیده است. در انتها کارایی روش پیشنهادی با حل یک مثال عددی بر روی تک لینکی با مفصل انعطاف پذیر بررسی شده است.

Fault estimation observer with unmatched unknown inputs for linear systems

Mojtaba Hashemi, Ali Kamali Egoly*, Mahyar Naraghi

Mechanical Engineering, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 1591634311 Tehran, Iran, alikamalie@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 28 May 2016

Accepted 19 August 2016

Available Online 02 October 2016

Keywords:

unmatched unknown input

fault estimation

fast adaptive observer

ABSTRACT

An algebraic method based on unknown input observer for fault estimation in linear time invariant system with unknown input is implementable if matching condition is satisfied. Matching condition limits practical application of these methods. In this article, a method is proposed for fault estimation which need not satisfy matching condition. Unlike classical methods, the provided method does not require auxiliary output for fault estimation. In the first step, the unknown input is divided in two parts: the matched and the unmatched unknown inputs. Assuming that there exist a dynamic model for the unmatched part, new augmented system is constructed. The augmented system is revealed as a new system with matched unknown input. Then, the effect of matched unknown input is perfectly removed from observer estimation using the traditional unknown input decoupling strategy. In the next step, the full order observer is designed for the augmented system. A fast adaptive law is employed for the fault estimation. Lyapunov stability condition of state and fault estimation are derived by linear matrix inequality (LMI) criteria. The effectiveness of the proposed method is shown via numerical simulation on a flexible joint example.

1- مقدمه

نتایج مفیدی در این زمینه در کتاب هایی نظیر [2,1] و یا مقالات مروری نظیر [3-5] و مراجع موجود در آنها می توان یافت. در حالت کلی سیستم های متحمل عیب را می توان به دو دسته تقسیم کرد: 1- سیستم های کنترل عیب غیرفعال که کنترلرهای مقاوم در برابر عیب دارند و 2- سیستم های کنترل عیب فعال که اطلاعات مورد نیاز را از سیستم تشخیص عیب⁴ دریافت کرده و اقدام لازم را برای حفظ پایداری و کیفیت کنترلی اعمال می کنند. عیب یابی و جداسازی عیب اولین قدم در مقابله با عیب است. در این گام، سیستم پایش شده تا وقوع و محل رخداد عیب مشخص و در صورت امکان، عیوب مختلف از

افزایش نیاز به کیفیت و ایمنی در سیستم های مدرن کنونی (پیچیدگی در سیستم های امروزی)، باعث ازدیاد احتمال عیب در سیستم ها شده است. رخداد عیب در هر زیرسیستمی می تواند باعث تغییر رفتار و یا کاهش کیفیت و یا حتی ناپایداری سیستم گردد. به منظور ایجاد پایداری و افزایش قابلیت اطمینان، طراحی سیستم های عیب یابی¹، جداسازی عیب² و کنترلرهای متحمل عیب³ از موضوعات مورد توجه محققان در دو دهه اخیر شده است.

¹ Fault detection² Fault isolation³ Fault tolerant control⁴ Fault diagnosis

محیطی، عدم قطعیت های پارامتری مدل، عدم قطعیت های ناشی از خطی سازی و دینامیک مدل نشده باشد. آنچه باعث اطلاق تعبیر منطبق و یا نامنتطبق به این ورودی ها می شود نحوه اثرگذاری آنها در خروجی سیستم می باشد. با توجه به ماهیت ورودی نامعلوم مشخص است که بین این ورودی ها و اندازه گیری هایی از جنس مشتق سرعت ارتباط مستقیم وجود دارد و این در حالیست که در اغلب سیستم های مکانیکی و مکترونیک سنسورهای برای اندازه گیری سرعت و مشتق سرعت وجود ندارد و معمولاً این متغیرها تخمین زده می شوند [20]. به عنوان مثال اندازه گیری در سیستم های مکانیکی اغلب از جنس موقعیت خطی و زاویه ای است (مانند بازوهای رباتیکی) و حال آنکه تأثیر ورودی نامعلوم معمولاً در ترم های شتابی اتفاق می افتد، بنابراین در این سیستم ها شرط تطابق برقرار نمی باشد.

بر اساس درجه نسبی بین خروجی و ورودی نامعلوم می توان خروجی های کمکی ساخت که شرط تطابق برای آنها صادق باشد [21]. با استفاده از خروجی کمکی که معمولاً از مشتق خروجی سیستم بدست می آید می توان شرط تطابق را برای سیستمی که شرط تطابق برای آن برقرار نیست برقرار نمود [21]. استفاده از مشتق خروجی برای ساخت خروجی کمکی به دلیل وجود نویز در اندازه گیری باعث تشدید نویز می گردد. اخیراً روش هایی بر مبنای استفاده از مشاهده گرهای مرتبه بالای مد لغزشی برای غلبه بر شرط تطابق ارائه شده است [22-24]. مشاهده گرهای مد لغزشی مرتبه بالا که شبیه مشتق گیر دقیق عمل می کنند، ابزار مناسبی برای تخمین خروجی کمکی⁷ می باشند. در [19] ابتدا یک انتقال دستگاه مناسب انجام پذیرفته تا سیستم به فرم شبه بلوک مثلثی مشاهده پذیر تبدیل گردد. سپس گام به گام مشاهده گر مرتبه دوم مد لغزشی بر روی سیستم اعمال شده است. بر مبنای الگوریتم پیچش-بزرگ⁸ در [25] خروجی کمکی تخمین زده شده و مشاهده گر ورودی نامعلوم طراحی شده است. در [26] روشی جبری و بدون نیاز به خروجی کمکی برای عیب یابی ارائه شده و در [27] به جای مشتق گیری از انتگرال گیری متعدد برای ساخت خروجی کمکی استفاده شده است. روش های ارائه شده در [20, 28, 29] تنها به مرحله عیب یابی پرداخته اند این در حالیست که همان طور که ذکر شد برای طراحی یک سیستم تحمل پذیر عیب فعال، تخمین و بازسازی کامل عیب از اهمیت ویژه ای برخوردار است. اخیراً تلاش هایی برای جداسازی اثر قسمتی از ورودی نامعلوم از تخمین عیب صورت گرفته که می توان به [30] اشاره کرد. در این روش ها سعی می شود تا حد امکان اثر بخشی از ورودی نامعلوم نامنتطبق بطور کامل از تخمین عیب حذف گردد.

در این مقاله روشی ارائه شده که بر اساس آن مشاهده گر طراحی شده بدون نیاز به خروجی کمکی قادر به تخمین و بازسازی کامل سیگنال عیب خواهد بود. بر اساس روش پیشنهادی ورودی نامعلوم نامنتطبق به دو قسمت ورودی نامعلوم منطبق و ورودی نامعلوم نامنتطبق تجزیه شده است. برای ورودی نامعلوم نامنتطبق جدید می توان یک دینامیک مشخص فرض کرد. این دینامیک به دینامیک اصلی سیستم اضافه می گردد و یک سیستم تکمیلی حاصل می شود. سیستم تکمیلی دارای ورودی نامعلوم منطبق است که برای آن با استفاده از استراتژی مشاهده گر ورودی نامعلوم اثر ورودی نامعلوم حذف شده و با قانون تطبیق سریع، سیگنال عیب بطور کامل بازسازی می شود.

در بخش دوم مقاله، مدل سازی مسئله و در بخش سوم روند طراحی مشاهده گر تخمین عیب عملگر با وجود ورودی نامعلوم نامنتطبق توضیح داده

یکدیگر جدا شوند. مرحله تخمین عیب¹ برای بازسازی کامل سیگنال عیب و تخمین اندازه عیب مورد استفاده قرار می گیرد که این مرحله هدف نهایی یک سیستم تشخیص عیب است. تخمین و یا شناسایی² دقیق و موفق عیب بطور ضمنی به معنی موفق بودن مراحل عیب یابی و جداسازی عیب است [6] به همین دلیل همراه با پیچیدگی های بسیار است.

همان طور که ملاحظه می شود، تخمین عیب مهمترین بخش یک سیستم تشخیص و کنترل متحمل عیب فعال است [7-9]. طی دهه اخیر روش های متعددی برای تخمین عیب توسعه داده شده اند که از آن جمله: مشاهده گرهای مد لغزشی [10]، تکنیک های تطبیقی [9] و روش های یادگیری بر مبنای شبکه عصبی [11] است. استفاده از مدل ریاضی سیستم در تخمین عیب یکی از راهبردهای معمول در این زمینه است. مهم ترین چالش در تخمین عیب بر مبنای مدل، مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت های مدل سازی، اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده (ورودی نامعلوم³) می باشد. روش متداول برای طراحی مشاهده گرهای عیب یابی و تخمین عیب مقاوم در برابر ورودی نامعلوم، استفاده از اصل جداسازی ورودی نامعلوم⁴ است. اولین مقالات در طراحی مشاهده گرهای ورودی نامعلوم به سال 1970 برمی گردد. در [12] یک مشاهده گر کاهش مرتبه یافته برای سیستم های خطی با ورودی معلوم و ورودی نامعلوم طراحی شد. در این مرجع شرایط وجود مشاهده گر، ذکر نشده است. شرایط لازم و کافی برای وجود مشاهده گر کاهش مرتبه یافته ورودی نامعلوم در [13] نشان داده شده و سپس توسط محققان دیگر تصدیق شده است. طراحی مشاهده گر عیب یاب با استفاده از مشاهده گرهای ورودی نامعلوم⁵، با عدم حساسیت نسبت به ورودی نامعلوم و حساسیت نسبت به عیب در [14] شرح داده شده است. در [15] مشاهده گر عیب یابی بر اساس روش انتساب ساختار ویژه معرفی شده است. در روش پیشنهادی قوام مشاهده گر بدون لطمه زدن به فرایند جداسازی عیب افزایش یافته است. نحوه بکارگیری مشاهده گر مرتبه کامل ورودی نامعلوم در مسئله عیب یابی و جداسازی عیب در [16] مورد بررسی قرار گرفته و شرایط لازم و کافی برای وجود مشاهده گر، با نامساوی ماتریس خطی⁶ (ال-ام-آی) بیان شده است. در [17] روشی برای عیب یابی و جداسازی عیب در فضای محدود فرکانسی ارائه شد و شرایط طراحی با ترم های ال-ام-آی بیان گردید. در [18] با یک سری انتقال در فضای حالت و خروجی، سیستم مورد بررسی به سه زیرسیستم تقسیم بندی شد: زیرسیستم مستقل از ورودی نامعلوم و عیب، زیرسیستم وابسته به ورودی نامعلوم و زیرسیستم وابسته به عیب عملگر؛ سپس به صورت جبری برای زیرسیستم اول مشاهده گر ورودی نامعلوم طراحی شد و برای تخمین عیب در عملگر مورد استفاده قرار گرفت.

شرط لازم و کافی برای طراحی مشاهده گر ورودی نامعلوم و یا یک مشاهده گر عیب یاب مقاوم در برابر ورودی نامعلوم این است که صفرهای نامتغیر سیستم در سمت چپ محور موهومی قرار داشته باشند و شرط تطابق برای مشاهده گر (شرایط مرتبه مابین ماتریس خروجی و ماتریس ورودی نامعلوم) برقرار باشد [19]. تمام مقالات ذکر شده تاکنون شروط ذکر شده را ارضا نموده اند، اما شروط تطابق در برخی از موارد برای طراحی مشاهده گر و عیب یابی برای سیستم های واقعی بخصوص سیستم های مکانیکی بسیار محدود کننده است. ورودی نامعلوم می تواند مجموعه ای از اغتشاش های

¹ Fault estimation² Identification³ Unknown input⁴ Unknown input decoupling principle⁵ Unknown input observer (UIO)⁶ Linear matrix inequality (LMI)⁷ Auxiliary output⁸ Super-twisting algorithm

فرض 3: در مدل دینامیک سیستم معرفی شده در رابطه (5)، فرض می شود که ورودی نامعلوم نامنتطبیق w_2 ، یقینی است و می تواند خروجی یک سیستم دینامیکی خودمختار موهومی¹ در نظر گرفته شود [31].

2-3- مدل سازی ورودی نامعلوم نامنتطبیق

تکنیک های مرسوم و بهبود یافته متعددی برای مدل سازی ورودی نامعلوم وجود دارد. استفاده از مدل های نامتغیر با زمان، توابع هارمونیک، تابع شیب در سیستم های یقینی متداول است [31]. برای سادگی در این مقاله از مدل ارائه شده در [32] برای مدل سازی ورودی نامعلوم نامنتطبیق استفاده شده است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که مدل سازی عیب در سیستم های یقینی و تصادفی برای استفاده در پروسه تخمین عیب نیز متداول است [34,33]. با توجه به فرض 3، w_{2i} را می توان آامین ورودی نامعلوم از w_2 در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \dot{q}_{2i} &= D_{2i} q_{2i} \\ w_{2i} &= W_{2i} q_{2i} \end{aligned} \quad (6)$$

ماتریس های D_{2i}, E_{2i} ماتریس های معلوم با اندازه مناسب هستند. سیستم معرفی شده در رابطه (6) انواع مختلفی از ورودی های نامعلوم را دربرمی گیرد. با انتخاب مناسب D_{2i}, E_{2i} می توان ورودی نامعلوم را بخوبی مدل کرد. حال ورودی نامعلوم نامنتطبیق w_2 با قرار دادن هر یک از ورودی های نامعلوم در رابطه (6) در قطره های یک ماتریس قابل مدل سازی می باشد.

$$\begin{aligned} \dot{q}_2 &= D_2 q_2 \\ w_2 &= W_2 q_2 \end{aligned} \quad (7)$$

که ماتریس D_2 در ادامه معرفی شده است.

$$D_2 = \text{diag}(D_{21}, \dots, D_{2(p-p_1)}), \quad W_2 = \text{diag}(W_{21}, \dots, W_{2(p-p_1)})$$

می باشد.

در برخی از مقالات برای ورودی نامعلوم (بدون تفکیک به ورودی نامعلوم منطبق و نامنتطبیق)، مدلی مانند رابطه (7) در نظر گرفته و آن را در دینامیک سیستم ادغام می کنند. مشاهده گر، بر اساس سیستم تکمیلی²، طراحی می شود [35-38]. مهمترین مشکل این روش از بین رفتن مشاهده پذیری سیستم، پس از اضافه شدن دینامیک ورودی نامعلوم به آن است. برای مشاهده پذیر ماندن سیستم تکمیلی، تعداد ورودی های نامعلوم باید کمتر از تعداد خروجی های اندازه گیری شده سیستم باشد [39]. روش ارائه شده در این مقاله با در نظر گرفتن امکان وجود ورودی نامعلوم منطبق و نامنتطبیق در سیستم، محدوده وسیع تری از مسائل را در برمی گیرد. روش پیشنهادی برای جداسازی ورودی نامعلوم، این امکان را می دهد که دینامیک تعداد کمتری از ورودی های نامعلوم به سیستم اصلی اضافه شده و بنابراین امکان مشاهده پذیر ماندن سیستم نسبت به روش های ذکر شده بیشتر باشد. همچنین کم شدن تعداد ورودی های نامعلوم اضافه شده، به معنای کاهش هزینه و زمان در پیاده سازی الگوریتم است؛ چراکه استخراج دینامیک برای هر یک از ورودی های نامعلوم مستلزم بدست آوردن اطلاعات کافی از آنها می باشد.

3-3- طراحی مشاهده گر تخمین عیب

با اضافه کردن مدل ورودی نامعلوم در رابطه (7) به مدل اصلی، سیستم تکمیلی قابل بازنویسی است.

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a x_a + B_a u + E_a w_1 + F_a f \\ y &= C_a x \end{aligned} \quad (8)$$

شده است. در بخش آخر هم یک مثال عددی بمنظور نمایش صحت عملکرد مشاهده گر پیشنهادی ارائه شده است.

2- مدل سازی مسأله

یک سیستم خطی با عیب در عملگرها ورودی نامعلوم را می توان به صورت رابطه (1) مدل کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ew + Ff(t) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

که $x \in \mathbb{R}^n$ بردار متغیرهای حالت سیستم، $u \in \mathbb{R}^r$ و $y \in \mathbb{R}^m$ ورودی و بردار اندازه گیری و $w \in \mathbb{R}^p$ بردار ورودی نامعلوم، $f \in \mathbb{R}^l$ بردار عیب متغیر با زمان در سیستم است که به صورت جمعی مدل شده است و تعداد خروجی ها از تعداد عیوب احتمالی بزرگتر است. A, B, C ماتریس های معین سیستم با ابعاد مناسب هستند. ماتریس $E \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ، ماتریس توزیع ورودی نامعلوم است. ستون های ماتریس $F \in \mathbb{R}^{n \times l}$ جهت توزیع عیوب مستقل را نشان می دهد.

هدف از طراحی مشاهده گر تخمین عیب، بازسازی سیگنال عیب در حضور ورودی نامعلوم است که متأثر از ورودی نامعلوم نبوده و اثر آن بطور کامل از تخمین عیب حذف شود.

زمانی که $\text{rank}(CE) = \text{rank}(E)$ برقرار باشد، شرط تطابق برای سیستم برقرار بوده و می توان از روش های معمول مشاهده گرهای ورودی نامعلوم برای طراحی مشاهده گر تخمین عیب در عین حذف کامل اثر ورودی نامعلوم بهره برد. در این مقاله مشاهده گری معرفی شده که با وجود عدم برقراری شرط تطابق قادر به تخمین عیب بدون تأثیرپذیری از ورودی نامعلوم است.

فرض 1:

$$\text{rank}(CE) \neq \text{rank}(E) \quad (2)$$

که فرض می شود ماتریس خروجی رنک کامل است (رابطه 3)

$$\text{rank}(C) = m \quad (3)$$

3- طراحی مشاهده گر

1-3- جداسازی ورودی نامعلوم

مشاهده گر تخمین عیب باید طوری طراحی شود که از ورودی نامعلوم تأثیر نپذیرد. در این مقاله فرض می شود که ورودی نامعلوم w ، قابلیت تقسیم به دو بخش ورودی نامعلوم منطبق و ورودی نامعلوم نامنتطبیق را دارد (فرض 2). فرض 2: (بدون از دست دادن عمومیت) می توان فرض کرد که ماتریس E و ورودی نامعلوم w قابل تجزیه شدن به صورت روابط (4) هستند:

$$E = [E_1 \quad E_2], \quad w = [w_1^T \quad w_2^T]^T \quad (4)$$

که ورودی نامعلوم منطبق $w_1 \in \mathbb{R}^{p_1}$ ، بطور مناسب طوری انتخاب می شود که $\text{rank}(CE_1) = \text{rank}(E_1)$ ارضا شود. با توجه به فرض 2 رابطه (5) بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ff + E_1 w_1 + E_2 w_2 \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (5) اثر ورودی نامعلوم منطبق با استفاده از روش های رایج، در مشاهده گر و تخمین عیب قابل حذف است. ولی اثر ورودی نامعلوم نامنتطبیق با روش های جبری قابل حذف نمی باشد. بنابراین باید بدنبال راه حل دیگری بود تا تأثیر ورودی نامعلوم نامنتطبیق را بطور کامل در تخمین عیب حذف نمود.

¹ Fictitious autonomous dynamical system

² Augmented system

ماتریس های رابطه (8) عبارتند از:

$$x_a = [x \quad q_2] \in \mathbb{R}^{n+\sigma}, \quad A_a = \begin{bmatrix} A & E_2 W_2 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_a = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_a = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}$$

بر اساس روش مشاهده گر ورودی نامعلوم، برای سیستم تکمیلی می توان مشاهده گیری طراحی نمود که اثر ورودی نامعلوم منطبق در آن کاملاً حذف گردد. دینامیک این مشاهده گر به این صورت می باشد:

$$\dot{z} = Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f} \quad (9)$$

که $\hat{x}_a \in \mathbb{R}^{n+\sigma}$ بردار تخمین متغیرهای حالت سیستم تکمیلی است (σ تعداد متغیرهای مربوط به دینامیک ورودی نامعلوم نامنتطق) و $z \in \mathbb{R}^{n+\sigma}$ بردار متغیرهای حالت مشاهده گر است. $\hat{f} \in \mathbb{R}^l$ سیگنال عیب تخمینی است و N, T, K, H ماتریس های طراحی هستند که در ادامه نحوه طراحی آنها توضیح داده شده است.

تعریف 1: مشاهده گر معرفی شده در رابطه (9) یک مشاهده گر مقاوم تخمین عیب برای سیستم (5) است اگر خطای تخمین متغیرهای حالت ($e_x = x_a - \hat{x}_a$) و تخمین عیب ($e_f = f - \hat{f}$) در حضور ورودی نامعلوم به صورت مجانبی به سمت صفر میل نماید.

با فرض معلوم بودن E_a ، دینامیک خطای تخمین متغیرهای حالت در رابطه (10) آورده شده است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x = & (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) e_x + \\ & [-N + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a)] z + \\ & [-K_2 + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) H] y + \\ & [-T + (I - HC_a)] B_a u + (-HC_a + I) E_a w_1 + \\ & TF_a e_f \end{aligned} \quad (10)$$

نحوه استخراج رابطه (10) در پیوست توضیح داده شده است.

اگر روابط (11) ارضا شوند:

$$(HC_a - I) E_a = 0 \quad (11-الف)$$

$$T = (I - HC_a) \quad (11-ب)$$

$$N = (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) \quad (11-ج)$$

$$K_2 = NH \quad (11-د)$$

رابطه (12) خطای تخمین متغیرهای حالت است:

$$\dot{e}_x = Ne_x + TF_a e_f \quad (12)$$

$$e_y = C_a e_x \quad (13)$$

اگر مقادیر ویژه ماتریس N پایدار باشد و $\hat{f} \rightarrow f$ آنگاه: $\hat{x}_a \rightarrow x_a$

مشاهده گر (9) یک مشاهده گر مقاوم برای سیستم (8) است اگر تمام شرایط (11-الف) تا (11-د) برقرار باشد. با توجه به برقراری رابطه $\text{rank}(CE_1) = \text{rank}(E_1) = p_1$ مشخص است که رابطه $\text{rank}(C_a E_a) = \text{rank}(E_a)$ هم برقرار است بنابراین یک جواب برای (11-الف) به صورت رابطه (14) خواهد بود:

$$H = E_a (C_a E_a)^+ \quad (14)$$

که:

$$(C_a E_a)^+ = [(C_a E_a)^T (C_a E_a)]^{-1} (C_a E_a) \quad (15)$$

تئوری 1: شرط لازم و کافی وجود مشاهده گر مقاوم ورودی نامعلوم برای سیستم (8) در ادامه معرفی شده است:

$$\text{rank}(C_a E_a) = \text{rank}(E_a) - 1$$

2- رویت پذیر بودن جفت $(C_a, A_a - HC_a A_a)$

با فرض اینکه $\| \hat{f} \| \leq f_1$ مشتق e_f در رابطه (16) آورده شده است:

$$\dot{e}_f = \dot{f} - \dot{\hat{f}} \quad (16)$$

تئوری 2: با در نظر گرفتن تئوری 1 و با در اختیار داشتن پارامترهای $\alpha, \theta > 0$ ، اگر ماتریس های مثبت معین $M \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$ و $Q \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$ و ماتریس مثبت معین و متقارن $P \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$ وجود داشته باشند، به نحوی که شروط (17) برقرار باشد:

$$\begin{bmatrix} PN + N^T P & -\frac{1}{\alpha} (N)^T P (TF_a) \\ * & -2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (TF_a) + \frac{1}{\alpha \theta} G \end{bmatrix} < 0 \quad (17-الف)$$

$$(TF_a)^T P = MC_a \quad (17-ب)$$

آنگاه اگر قانون تطبیق برای تخمین عیب، به صورت رابطه (18) در نظر گرفته شود دینامیک خطای تخمین متغیرهای حالت و عیب به سمت یک مقدار محدودی همگرا خواهد بود.

$$\dot{\hat{f}} = \gamma M (\dot{r} + \alpha r) \quad (18)$$

$$r = y - C_a \hat{x}_a = C_a e_x = e_y \quad (19)$$

قانون تطبیق فوق شامل یک ترم تناسبی و یک ترم انتگرالی است. ترم انتگرالی کیفیت تخمین عیوب متغیر با زمان را افزایش می دهد. $\gamma > 0$ ضریب یادگیری قانون تطبیق است که سرعت تخمین را تنظیم می کند. این قانون تطبیق به قانون تطبیق سریع مشهور است [40]. بدلیل اینکه تخمین عیب نسبت به ورودی نامعلوم هم مقاوم شده است میتوان عنوان قانون تخمین سریع مقاوم¹ را به آن اطلاق کرد.

قبل از ارائه اثبات تئوری 2 لمی ارائه می گردد که در روند اثبات مورد استفاده قرار می گیرد.

لم 1: برای مقدار اسکالر داده شده $\theta > 0$ و ماتریس مثبت معین دلخواه G ، نامساوی زیر برقرار است [41]:

$$2x^T y \leq \frac{1}{\theta} (x^T G x) + \theta y^T G^{-1} y, \quad x, y \in \mathbb{R}^n$$

اثبات تئوری 2:

تابع لیپانوف به فرم رابطه (20) در نظر گرفته می شود:

$$V = e_x^T P e_x + \frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} e_f \quad (20)$$

با استفاده از روابط (12) و (16)، مشتق تابع لیپانوف معرفی شده در رابطه (20) نسبت به زمان به عبارت رابطه (21) تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{e}_x^T P e_x + e_x^T P \dot{e}_x + 2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{e}_f = \\ & e_x^T (PN + N^T P) e_x + 2e_x^T P (TF_a) e_f - \\ & 2\frac{1}{\alpha} e_f^T M (\dot{r} + \alpha r) + 2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{f} \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از رابطه (17-ب)، ترم $-2\frac{1}{\alpha} e_f^T M (\dot{r} + \alpha r)$ می تواند دوباره به صورت رابطه (22) بازنویسی شود:

$$-2\frac{1}{\alpha} e_f^T M (\dot{r} + \alpha r) = -2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (\dot{e}_x + \alpha e_x) \quad (22)$$

با جایگذاری روابط (22) و (12) در رابطه (21) رابطه (23) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{e}_x^T (PN + N^T P) e_x - 2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P N e_x - \\ & 2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (TF_a) e_f + 2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{f} \end{aligned} \quad (23)$$

با استفاده از لم 1 برای ترم آخر رابطه (23) رابطه (24) برقرار است:

$$2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{f} \leq \frac{1}{\alpha \theta} e_f^T G e_f + \frac{\theta}{\alpha} f_1^2 \lambda_{\max}(\gamma^{-1} G^{-1} \gamma^{-1}) \quad (24)$$

با جایگذاری رابطه (24) در (23) می توان مشتق تابع لیپانوف را به صورت رابطه (25) نوشت:

¹ Robust Fast Adaptive Fault Estimation(RFAFE)

که ω_m, θ_m موقعیت زاویه ای و سرعت زاویه ای موتور و ω_l, θ_l موقعیت زاویه ای و سرعت زاویه ای لینک، J_m اینرسی موتور، J_l اینرسی لینک، k_t ضریب فنر پیچشی، B_r ضریب اصطکاک ویسکوز، k_r بهره تقویت کننده ورودی، m_p جرم نقطه ای، g شتاب گرانش زمین و h طول لینک است (شکل 1). در این مثال فرض می شود $\theta_l, \omega_m, \theta_m$ اندازه گیری می شوند. بنابراین مدل فضای حالت در (32) بازنویسی شده است:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ff + \phi(x) + \Omega\zeta, \quad y = cx \quad (32)$$

ماتریس های رابطه (32) در ادامه نشان داده شده است:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \\ \theta_l \\ \omega_l \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix}, B = F = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33 \sin(\theta_l) \end{bmatrix}, \Omega = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

در رابطه (32) ترم $\phi(x)$ شامل تابع غیرخطی و ζ ناشی از عدم قطعیت های سیستم است. ترم غیرخطی می تواند به صورت ضرب یک ماتریس معین وزنی و بردار اغتشاش بیان شود ($\phi(x) = \Lambda\omega_2$) بنابراین روش معرفی شده در این مقاله قابل اعمال بر روی این سیستم می باشد.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33 \end{bmatrix}, \quad \omega_2 = \sin(\theta_l) \quad (33)$$

بنابراین رابطه (31) را می توان به فرم جدید بازنویسی کرد:

$$\dot{x} = Ax + Bu + E\omega + Ff, \quad y = Cx \quad (34)$$

$$E = [\Lambda \quad \Omega], \quad \omega = \begin{bmatrix} \zeta \\ \omega_2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

به راحتی می توان نشان داد که $\text{rank}(CE) \neq \text{rank}(E)$ در این مثال. $\text{rank}(C\Omega) = \text{rank}(\Omega) = 1$ شرایط تئوری 1 برای این مثال برقرار است. ورودی نامعلوم نامنتطق ω_2 در این مثال یک تابع سینوسی است، ماتریس های W_2, D_2 با توجه به ترم غیرخطی به صورت رابطه (36) معرفی می شود:

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -v^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

که در این مثال $v = 2\pi$ است. هم چنین سیگنال عیب را به دو صورت متغیر و ثابت با زمان $f = 1.2$ و $f = 1.2 + 0.8\sin(\pi t)$ در نظر گرفته که در فاصله زمانی 5 تا 7 ثانیه اتفاق می افتد. عدم قطعیت سیستم هم به صورت $\zeta = 0.5\sin(6\pi t)$ در تمام زمان ها در سیستم حضور دارد.

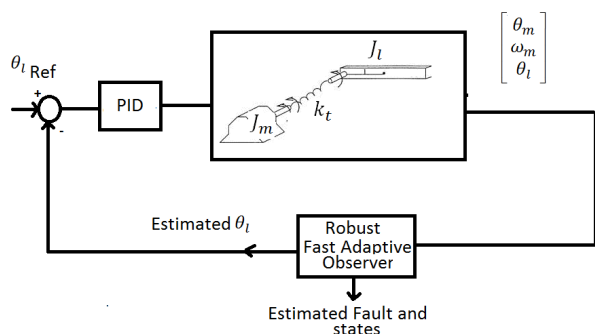


Fig. 1 System, controller loop block diagram

شکل 1 بلوک دیاگرامی سیستم و حلقه کنترلی

$$\dot{V} \leq \varphi^T \Xi \varphi + \Delta \quad (25)$$

که:

$$\varphi = \begin{bmatrix} e_x \\ e_f \end{bmatrix}, \quad \Delta = \frac{\theta}{\alpha} f_1^2 \lambda_{\max}(\gamma^{-1} G^{-1} \gamma^{-1})$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} PN + N^T P & \frac{-1}{\alpha} (N)^T P (TF_a) \\ * & -2 \frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (TF_a) + \frac{1}{\alpha \theta} G \end{bmatrix}$$

ماتریس (TF_a) یک ماتریس ستونی با مرتبه کامل است. اگر $\Xi < 0$

بوده می توان نوشت: $\varepsilon = \lambda_{\min}(-\Xi)$ و سپس رابطه (26) حاصل می شود:

$$\dot{V} \leq \varepsilon \|\varphi\|^2 + \Delta \quad (26)$$

اگر رابطه (27) برقرار باشد:

$$\Delta < \varepsilon \|\varphi\|^2 \quad (27)$$

آنگاه رابطه (28) برقرار خواهد بود:

$$\dot{V} \leq 0 \quad (28)$$

بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف، روابط (26-28) نشان می دهد که خطای تخمین متغیرهای حالت و عیب به سمت یک مقدار محدود همگرا خواهد بود. همچنین اگر فرض ثابت بودن عیب برقرار باشد، تعریف 1 برای مشاهده گر طراحی شده برقرار خواهد بود.

تذکره 1: اگرچه رابطه (17-الف) به سادگی توسط جعبه ابزار ال-ام-آی، موجود در نرم افزارهای استاندارد نظیر متلب¹ قابل حل است، اما حل همزمان (17-الف) و (17-ب) بسیار دشوار است. می توان قید تساوی در رابطه (17-ب) را به یک قید نامساوی تبدیل نمود [42].

$$\begin{bmatrix} -\beta I & (TF_a)^T P - MC_a \\ * & -\beta I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

در رابطه (29) پارامتر $\beta > 0$ پارامتر طراحی است. طراحی مشاهده گر

با اثبات پایداری به پایان رسید.

در انتها مراحل طراحی مشاهده گر تطبیقی مقاوم سریع برای یک سیستم خطی با ورودی نامعلوم نامنتطق به صورت مرحله به مرحله آورده شده است:

- 1- تبدیل ورودی نامعلوم نامنتطق اولیه به دو ورودی نامعلوم نامنتطق و نامنتطق (روابط 4 و 5)
- 2- استخراج دینامیک برای ورودی نامعلوم نامنتطق جدید (رابطه 7)
- 3- اضافه کردن دینامیک ورودی نامعلوم نامنتطق به دینامیک سیستم اصلی (رابطه 8)
- 4- طراحی مشاهده گر ورودی نامعلوم برای سیستم تکمیلی (روابط 11)
- 5- طراحی قانون تطبیق برای تخمین عیب (رابطه 18)

4- شبیه سازی عددی

در این بخش یک ربات تک لینکی با مفصل انعطاف پذیر در نظر گرفته شده تا الگوریتم پیشنهادی برای تخمین عیب در بخش قبل، بر روی آن پیاده سازی شود. مدل بکار رفته در [29] در این مقاله مورد بررسی قرار می گیرد. مدل نامی یک تک لینکی انعطاف پذیر با مفصل لولایی که توسط یک موتور DC تحریک می شود (رابطه 31):

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_m &= \omega_m \\ \dot{\omega}_m &= \frac{k_t}{J_m} (\theta_l - \theta_m) - \frac{B_r}{J_m} \omega_m + \frac{k_r}{J_m} u \\ \dot{\theta}_l &= \omega_l \\ \dot{\omega}_l &= -\frac{k_t}{J_l} (\theta_l - \theta_m) - \frac{m_p g h}{J_l} \sin(\theta_l) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\dot{\theta}_l = \omega_l, \quad \dot{\omega}_l = -\frac{k_t}{J_l} (\theta_l - \theta_m) - \frac{m_p g h}{J_l} \sin(\theta_l) \quad (31)$$

¹ MATLAB

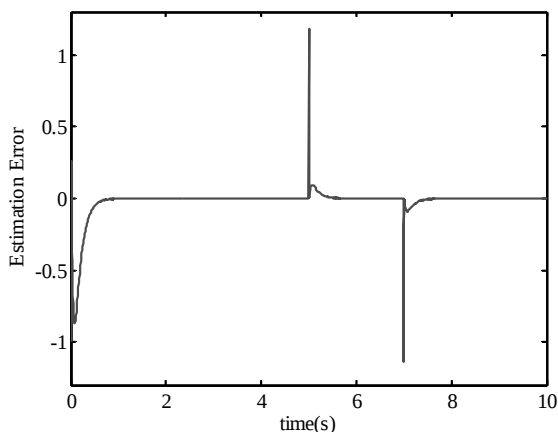


Fig. 3 Constant fault estimation error

شکل 3 خطای تخمین عیب ثابت با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

5- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله روش جبری برای تخمین (بازسازی) عیب با وجود ورودی

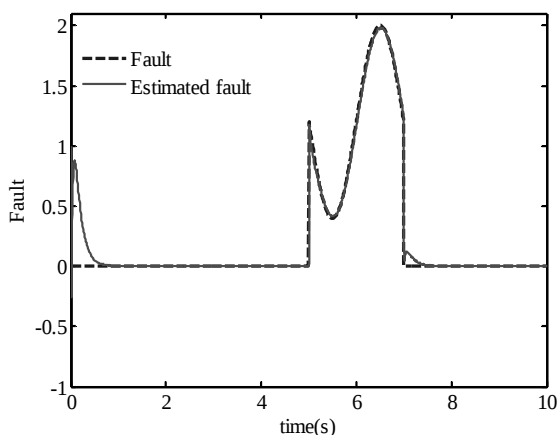


Fig. 4 Time varying fault signal, estimated fault signal

شکل 4 سیگنال عیب متغیر با زمان و سیگنال تخمین عیب با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

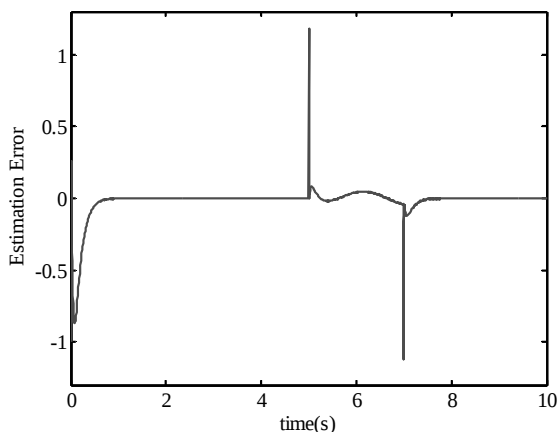


Fig. 5 Time varying fault estimation error

شکل 5 خطای تخمین عیب متغیر با زمان

شبیه سازی در شرایط اولیه $x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ برای سیستم و شرایط اولیه $\hat{x}(0) = [0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.1]$ برای مشاهده گر انجام شده است. همچنین مقدار تخمینی اولیه برای عیب برابر با 1 در نظر گرفته شده است. برای سیستم یک کنترلر PID طراحی شده تا بخوبی کیفیت کنترلی را برآورده سازد. قطب های سیستم تکمیلی (سیستم اصلی بعلاوه دینامیک ورودی نامعلوم نامنتطق) در موقعیت های p قرار دارد.

$p =$

$$[-0.62 + 6.95i \ -0.62 - 6.95i \ 0 \ -0.005 \ 6.28i \ -6.28i]$$

بهره ی مشاهده گر ورودی نامعلوم برای سیستم تکمیلی طوری طراحی شده که قطب های ماتریس در رابطه (12) در موقعیت دلخواه جدید $\dot{p}$ قرار بگیرند.

$$\dot{p} = [-2 + 8i \ -2 - 8i \ -4 + 9i \ -4 - 9i \ -5 + 5i \ -5 + 5i]$$

با توجه به مشاهده پذیر بودن $(C_a, A_a - HC_a A_a)$ می توان از روش هایی مانند جایابی قطب ها استفاده کرده و ماتریس K_I را برای موقعیت جدید قطب ها بدست آورد. با توجه به اینکه برای مثال کنونی هیچ کیفیتی برای تخمین مدنظر نبوده، محل قطب ها بطور دلخواه و با فاصله مناسب نسبت به محور موهومی انتخاب شده است. بدیهی است که هرچقدر قطب ها نزدیک محور موهومی انتخاب شوند تخمین متغیرهای حالت با سرعت و فراجاهش کمتری اتفاق می افتد. در شکل های 2 تا 5 نحوه تخمین سیگنال عیب با مشاهده گر طراحی شده به نمایش درآمده است.

تخمین عیب برای هر دو حالت ثابت و متغیر با زمان با سرعت و با دقت خوبی اتفاق افتاده است. خطای تخمین در لحظات اولیه بدلیل خطا در شرایط اولیه سیستم و مشاهده گر می باشد. این خطای اولیه در تخمین، به سرعت مستهلک می گردد. با مقایسه دو حالت فوق مشخص است که برای حالت عیب ثابت با زمان، خطای تخمین عیب به سمت صفر همگرا شده ولی برای حالت عیب متغیر با زمان، همگرایی به یک ناحیه محدود اتفاق افتاده است (شکل 5)؛ که این موضوع در قسمت اثبات تئوری پیش بینی شده بود. بدیهی است که با قراردادی قطب های جدید بر اساس معیارهای کیفی احتمالی می توان به کیفیت مورد نظر دست یافت. با تغییر ضریب یادگیری قانون تطبیق می توان سرعت تخمین عیب مخصوصا در عیوب متغیر با زمان را تنظیم کرد. فراجاهش اولیه در هنگام وقوع عیب در نتایج شبیه سازی بدلیل تغییر بزرگ در سیگنال عیب در زمان وقوع عیب است که با تنظیم درست ضریب یادگیری قانون تطبیق به سرعت مستهلک می گردد.

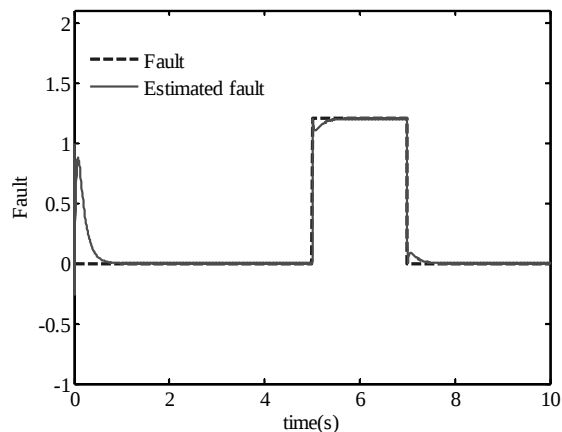


Fig. 2 Constant fault signal, estimated fault signal

شکل 2 سیگنال عیب ثابت و سیگنال تخمین عیب با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

که همان رابطه (10) می باشد.

7- مراجع

- [1] J. Chen, R. J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, pp. 72-80, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] M. Blanke, M. Kinnaert, *Diagnosis and fault-tolerant control*, pp. 7-50, Berlin: Springer, 2006.
- [3] J. J. Gertler, Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 8, No. 6, pp. 3-11, 1988.
- [4] R. Isermann, Model-based fault-detection and diagnosis-status and applications, *Annual Reviews in Control*, Vol. 29, No. 1, pp. 71-85, 2005.
- [5] P. M. Frank, X. Ding, Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems, *Journal of Process Control*, Vol. 7, No. 6, pp. 403-424, 1997.
- [6] X. D. Steven, *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*, pp. 10-55, London: Springer 2013.
- [7] M. M. Polycarpou, Fault accommodation of a class of multivariable nonlinear dynamical systems using a learning approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 5, pp. 736-742, 2001.
- [8] J. Bin, M. Staroswiecki, V. Cocquempot, Fault accommodation for nonlinear dynamic systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 51, No. 9, pp. 1578-1583, 2006.
- [9] W. Chen, M. Saif, Adaptive actuator fault detection, isolation and accommodation in uncertain systems, *International Journal of Control*, Vol. 80, No. 1, pp. 45-63, 2007.
- [10] C. Edwards, S. K. Spurgeon, R. J. Patton, Sliding mode observers for fault detection and isolation, *Automatica*, Vol. 36, No. 4, pp. 541-553, 2000.
- [11] Z. Xiaodong, M. M. Polycarpou, T. Parisini, A robust detection and isolation scheme for abrupt and incipient faults in nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No. 4, pp. 576-593, 2002.
- [12] S. h. Wang, E. Wang, P. Dorato, Observing the states of systems with unmeasurable disturbances, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 20, No. 1, pp. 716-717, 1975.
- [13] F. Yang, R. W. Wilde, Observers for linear systems with unknown inputs, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, No. 7, pp. 677-681, 1988.
- [14] M. Hou, P. C. Müller, Fault detection and isolation observers, *International Journal of Control*, Vol. 60, No. 5, pp. 827-846, 1994.
- [15] L. C. Shen, P. L. Hsu, Robust Design of Fault Isolation Observers, *Automatica*, Vol. 34, No. 11, pp. 1421-1429, 1998.
- [16] C. Weitian, M. Saif, Fault detection and isolation based on novel unknown input observer design, *American Control Conference*, IEEE, pp. 6-10, 2006.
- [17] K. Y. Lum, J. Xu, L. Xie, A. P. Loh, A novel UIO-based approach for fault detection and isolation in finite frequency domain, in *IEEE International Conference on Control and Automation*, IEEE, pp. 471-476, 2009.
- [18] T. G. Park, Estimation strategies for fault isolation of linear systems with disturbances, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 4, No. 4, pp. 2781-2792, 2010.
- [19] L. Fridman, A. Levant, J. Davila, Observation of linear systems with unknown inputs via high-order sliding-modes, *International Journal of Systems Science*, Vol. 38, No. 10, pp. 773-791, 2007.
- [20] E. A. Bagherpour, M. R. Hairi Yazdi, M. Mahjoub, Residual generation in linear systems with unmatched uncertainties for fault detection problems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 191-198, 2014. (in Persian)
- [21] T. Floquet, C. Edwards, S. K. Spurgeon, On Sliding Mode Observers for Systems with Unknown Inputs, *International Workshop on Variable Structure Systems*, VSS'06, pp. 214-219, 2006.
- [22] F. J. Bejarano, A. Poznyak, L. Fridman, Observer for Linear Time Invariant Systems with Unknown Inputs based on the Hierarchical Super-Twisting Concept, *International Workshop on Variable Structure Systems*, IEEE, pp. 208-213, 2006.
- [23] W. Chen, M. Saif, Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding-mode robust differentiator (HOSMRD), *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 18, No. 4-5, pp. 413-426, 2008.
- [24] Y. Xiong, M. Saif, Sliding-mode observer for uncertain systems. I Linear systems case, in *Decision and Control, Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, Australia: IEEE, pp. 316-321, 2000.
- [25] A. Levant, Robust exact differentiation via sliding mode technique, *Automatica*, Vol. 34, No. 3, pp. 379-384, 1998.
- [26] T. G. Park, D. Kim, Design of unknown input observers for linear systems with unmatched unknown inputs, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 36, No. 3, pp. 399-410, 2013.
- [27] E. A. Bagherpour, M. R. HairiYazdi, M. J. Mahjoub, Residual generation with unknown input observer for linear systems in the presence of unmatched uncertainties, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 12, pp. 5159-5167, 2014.
- [28] A. E. Bagherpour, M. R. Hairi Yazdi, M. J. Mahjoub, Unknown input observer for sensor fault detection in linear systems with unmatched uncertainties, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 292-300, 2015. (in Persian)
- [29] T. G. Park, Designing fault detection observers for linear systems with

نامعلوم نامنتطبیق برای یک سیستم خطی ارائه شد که نیازی به تشکیل و یا تخمین خروجی کمکی ندارد.

خروجی کمکی معمولاً با مشتق گیری از خروجی سیستم بدست می آید که طبیعتاً با وجود نویز در خروجی، همراه با مشکلات فراوان است. برای غلبه بر شرط تطابق، ورودی نامعلوم به دو قسمت منطبق و نامنتطبیق تقسیم شده و فرض شده برای ورودی نامعلوم نامنتطبیق یک مدل دینامیک یقینی وجود دارد. سیستم جدیدی با اضافه کردن دینامیک ورودی نامنتطبیق به دینامیک اصلی سیستم شکل داده شده که تنها دارای ورودی نامعلوم منطبق است. برای سیستم جدید با استفاده از استراتژی حذف کامل اثر ورودی نامعلوم در مشاهده گر ها و قانون تطبیق سریع برای تخمین عیب یک مشاهده گر مرتبه کامل طراحی شد که هم قادر به تخمین تمام متغیرهای حالت سیستم و هم قادر به تخمین عیب متغیر با زمان است. برای اینکه مفید بودن روش مذکور نشان داده شود یک مثال عددی در انتهای مقاله ارائه شد. نتایج نشان می دهد که سیگنال عیب بدون تأثیرپذیری از ورودی نامعلوم نامنتطبیق به صورت کامل تخمین زده شده است. بنابراین می توان نتیجه گرفت روش ارائه شده برای یک سیستم خطی که شرایط تئوری 1 را ارضا نماید قابل اجرا می باشد.

6- پیوست

در این قسمت نحوه استخراج رابطه (10) توضیح داده شده است.

بر اساس تعریف خطای تخمین بازنویسی شده است:

$$e_x = x_a - \hat{x}_a \quad (پ-1)$$

بنابراین مشتق خطای تخمین حاصل می شود:

$$\dot{e}_x = \dot{x}_a - \dot{\hat{x}}_a \quad (پ-2)$$

از رابطه (9) می توان نوشت:

$$\dot{\hat{x}}_a = \dot{z} + H\dot{y} = Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f} + HC_a \dot{x}_a \quad (پ-3)$$

با جایگذاری رابطه فوق و رابطه (8) در رابطه دینامیک خطای تخمین:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \dot{x}_a - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f} + HC_a \dot{x}_a) \\ &= (I - HC_a) \dot{x}_a - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \\ &= (I - HC_a)(A_a x_a + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - \\ &\quad - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \end{aligned} \quad (پ-4)$$

رابطه فوق با حذف x_a بازنویسی شده است:

$$\dot{e}_x = (I - HC_a)(A_a(e_x + \hat{x}_a) + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \quad (پ-5)$$

و به جای $\hat{x}_a$ برحسب z جایگذاری شده است:

$$\dot{e}_x = (I - HC_a)(A_a(e_x + z + Hy) + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \quad (پ-6)$$

ضریب بهره K را می توان به صورت $K = K_1 + K_2$ در نظر گرفت و

دینامیک خطا را بازنویسی نمود:

$$\dot{e}_x = (I - HC_a)(A_a(e_x + z + Hy) + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - (Nz + TB_a u + (K_1 + K_2)y + TF_a \hat{f}) \quad (پ-7)$$

حال به جای عبارت $K_1 y$ از عبارت معادل آن یعنی:

$$K_1 y = K_1 C_a x_a = K_1 C_a(e_x + z + Hy) \quad (پ-8)$$

جایگذاری شده است. بنابراین با فرض اینکه

$$T = (I - HC_a) \quad (پ-9)$$

دینامیک خطا به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) e_x \\ &\quad + [-N + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a)] z \\ &\quad + [-K_2 + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) H] y \\ &\quad + [-T + (I - HC_a)] B_a u + (-HC_a + I) E_a w_1 \\ &\quad + TF_a e_f \end{aligned} \quad (پ-9)$$

- Badreddin, Distributed observers for pose estimation in the presence of inertial sensory soft faults, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 4, pp. 1307-1319, 2014.
- [37] F. Shi, R. J. Patton, Simultaneous state and fault estimation for descriptor systems using an augmented PD observer, *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 47, No. 3, pp. 8006-8011, 2014.
- [38] Z. Wang, R. S. Schittenhelm, S. Rinderknecht, Augmented observer for fault detection and isolation (FDI) in rotor systems, *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science (WCECS'12)*, China: IEEE, pp. 8482-8487, 2012.
- [39] Z. Wang, R. S. Schittenhelm, M. Borsdorf, S. Rinderknecht, Application of augmented observer for fault diagnosis in rotor systems, *Engineering Letters*, Vol. 21, No. 1, pp. 10-17, 2013.
- [40] K. Zhang, B. Jiang, V. Cocquempot, Adaptive Observer-based Fast Fault Estimation, *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 6, No. 40, pp. 320-326, 2008.
- [41] B. Jiang, J. L. Wang, Y. C. Soh, An adaptive technique for robust diagnosis of faults with independent effects on system outputs, *International Journal of Control*, Vol. 75, No. 11, pp. 792-802, 2002.
- [42] M. Corless, J. A. Y. Tu, State and Input Estimation for a Class of Uncertain Systems, *Automatica*, Vol. 34, No. 6, pp. 757-764, 1998.
- mismatched unknown inputs, *Journal of Process Control*, Vol. 23, No. 8, pp. 1185-1196, 2013.
- [30] Z. Gao, X. Liu, M. Z. Q. Chen, Unknown input observer-based robust fault estimation for systems corrupted by partially decoupled disturbances, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 63, pp. 2537-2547, 2016.
- [31] P. Albertos, A. Sala, *Multivariable Control Systems: An Engineering Approach*, pp. 100-123, London: Springer, 2004.
- [32] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*: pp. 110-133, London: Springer, 1995.
- [33] R. J. Patton, S. Klinkhieo, Actuator fault estimation and compensation based on an augmented state observer approach, *In Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference*, China: IEEE, pp. 8482-8487, 2009.
- [34] N. Sadeghzadeh-Nokhodberiz, J. Poshtan, Z. Shahrokhi, Particle filtering based gyroscope fault and attitude estimation with uncertain dynamics fusing camera information, *Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Iran: IEEE, pp. 1221-1226, 2014.
- [35] H. Khaloozadeh, A. Karsaz, Modified input estimation technique for tracking manoeuvring targets, *IET Radar, Sonar & Navigation*, Vol. 3, No. 1, pp. 30-41, 2009.
- [36] N. Sadeghzadeh-Nokhodberiz, J. Poshtan, A. Wagner, E. Nordheimer, E.