



## رویکردی جدید در بهبود دقت مکانیابی و نقشه‌سازی همزمان با استفاده از نقشه نسبی

سید فرزاد بحرینیان<sup>1</sup>، مازیار پالهنک<sup>2\*</sup>، محمد رضا تابان<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- دانشیار، مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

3- دانشیار، مهندسی مخابرات، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی 8415683111، cc.iut.ac.ir، palhang@

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 24 شهریور 1395

پذیرش: 09 آبان 1395

ارائه در سایت: 28 آذر 1395

کلید واژگان:

مکان یابی و نقشه‌برداری همزمان

نقشه نسبی

نقشه برداری

مکان یابی

ربات‌های متحرک

### چکیده

در این مقاله با پیشنهاد توسعه دو رویکرد در نقشه نسبی، مکان‌یابی و نقشه‌سازی همزمان (مونه) بهبود داده می‌شود. پیاده‌سازی مونه مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته در محیط‌های بزرگ به واسطه حجم زیاد محاسبات امکان‌پذیر نیست. از طرف دیگر چون مدل حرکت و مشاهده ربات‌ها معمولاً غیرخطی می‌باشد، باعث واگرایی مونه با تخمینگر کالمن می‌گردد. در تخمین‌گر نسبی چون تنها به فاصله نسبی بین نشانه‌ها توجه می‌شود معادلات آن به مدل حرکتی ربات وابسته نبوده و از طرف دیگر می‌توان مدل مشاهده را نیز به صورت خطی تعریف نمود و در نتیجه همگرایی آن قابل اثبات است؛ اما روش‌های ارائه شده مبتنی بر تخمینگر نسبی دارای مشکل اساسی ابهام در تعیین موقعیت مطلق ربات و نشانه‌ها می‌باشند. در این مقاله با ارائه الگوریتم‌های تخمین موقعیت با کمترین خطای بهبود یافته (ILPE) و همچنین تخمین موقعیت با واریانس کمینه بهبود یافته (IMVPE) روشی موثرتر برای مونه براساس تخمین‌گر نسبی ارائه شده است که با سوئیچ متوالی بین فضای نسبی و مطلق، مشکل ابهام در تعیین موقعیت مطلق نشانه‌ها و ربات در آن بر طرف شده است. حجم محاسبات این روش‌ها به تعداد نشانه‌ها در محیط وابسته نبوده و متناسب با متوسط نشانه‌های مشاهده شده در هر پیمایش ربات از محیط می‌باشد. در این مقاله معادلات و الگوریتم لازم برای یافتن موقعیت ربات و نشانه‌ها ارائه گردیده و در ضمن توسط شبیه‌سازی کارایی روش‌های پیشنهادی در مقایسه با روش‌های قبلی و همچنین مونه مبتنی بر کالمن توسعه یافته بررسی شده است.

## A New Approach to Improve Accuracy in Simultaneous Localization and Mapping using Relative Map

Sayed Farzad Bahreinian, Maziar Palhang\*, Mohammad Reza Taban

Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

\* P.O.B. 8415683111, Isfahan, Iran, palhang@cc.iut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 September 2016  
Accepted 30 October 2016  
Available Online 18 December 2016

Keywords:  
SLAM  
relative map  
mapping  
localization  
mobile robots

### ABSTRACT

In this paper, by introducing development of two approaches based on the relative map filter (RMF), attempts have been made to improve simultaneous localization and mapping (SLAM). The implementation of Extended Kalman Filter SLAM (EKF-SLAM) in large environments is not practical due to the large volume of calculations. On the other hand, the observation and motion models of many robots are nonlinear and these cause the divergence of EKF-SLAM. The basis of RMF is relative distances between landmarks; therefore its equations are independent from the robot motion model. Also, the robot observation model can be linearly defined and its convergence is guaranteed. Despite these features, the relative filter proposed methods are faced with the problem of ambiguity in absolute positioning of robot and landmarks. In this article, ILPE (Improved Lowest Position Estimation) and IMVPE (Improved Minimum Variance Position Estimation) methods are introduced. In these methods, the ambiguity problem in localization and mapping of robot and landmarks are solved by sequential switching between absolute and relative spaces. The calculation volume of these methods does not depend on the number of landmarks but is contingent on the average number of landmarks observed in each scan of the robot. In this paper, the equations and the required algorithm to find the position of landmarks and robot are presented. Moreover, by simulation, the performance and efficiency of the proposed methods are discussed in comparison with the previous methods including EKF-SLAM.

### 1- مقدمه

بر روی سطح زمین با وجود سامانه تعیین موقعیت جهانی<sup>1</sup> ربات بخوبی می‌تواند با دقت چند متر موقعیت خود را تعیین نماید که این دقت با کمک سامانه تعیین موقعیت جهانی تفاضلی<sup>2</sup> به حدود چند سانتی‌متر می‌رسد. در

یکی از مهمترین چالش‌های پیش روی ربات‌های متحرک خودمختار تعیین موقعیت آن نسبت به محیط اطراف و شناسایی محیط می‌باشد. هر چه دقت تعیین موقعیت ربات بهتر باشد انجام مأموریتش نیز بهتر خواهد شد. قطعاً بدون تعیین موقعیت دقیق، ربات گم شده و نمی‌تواند به اهداف خود برسد.

<sup>1</sup> Global Positioning System

<sup>2</sup> Differential Global Positioning System

Please cite this article using:

S. F. Bahreinian, M. Palhang, M. Reza Taban, A New Approach to Improve Accuracy in Simultaneous Localization and Mapping using Relative Map, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 490-500, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

این دو روش بهینه نیستند چون که همبستگی بین نشانه‌ها در آن‌ها در نظر گرفته نشده است [16]. نیومن تخمین‌گر نسبی را با استفاده از حسگر زاویه ربات شرح و بسط بیشتری داد [17,18]. او ثابت کرد که نقشه نسبی همگرا خواهد شد و خطای آن در نهایت به سمت صفر میل خواهد نمود؛ اما اگر از آن برای رسیدن به نقشه مطلق و موقعیت ربات استفاده شود به سبب وجود مسیرهای متعدد، موقعیت‌های متعددی برای هر نشانه به‌دست می‌آید. این مسئله باعث ابهام در نقشه نهایی و تعیین موقعیت ربات می‌گردد. او راهکار  $GPF^5$  را برای حل مشکل ابهام در نقشه مطلق ارائه کرد. در واقع او برای تخمین موقعیت ربات و نشانه‌ها، از دو تخمین‌گر نقشه نسبی و  $GPF$  بصورت متوالی استفاده نمود. در این روش با استفاده از تبدیل‌های خطی روی نقشه نسبی، یک فضای جدیدی از نشانه‌ها ایجاد می‌گردد که در آن برای رسیدن به موقعیت مطلق هر نشانه فقط یک مسیر وجود دارد و لذا دیگر ابهامی در تعیین موقعیت نشانه‌ها و ربات به‌وجود نمی‌آید. این روش به‌واسطه محاسبات تبدیل‌های خطی  $GPF$  دارای حجم محاسبات بالایی است.

مارتینلی و همکارانش بدون استفاده از قطب‌نما و با در نظر گرفتن المان‌هایی مانند روش شورا و با به‌کاربردن تخمین‌گر کالمن، نقشه نسبی را تخمین زدند [16,19]. به‌واسطه نوع المان‌های انتخابی، آن‌ها برای رسیدن به موقعیت مطلق نشانه‌ها، فرض کرده‌اند که در هر مشاهده حداقل سه نشانه باید دیده شود. در این روش همبستگی بین نشانه‌ها به‌صورت محلی و برای هر پیمایش ربات از محیط در نظر گرفته شده است. در واقع آن‌ها ماتریس کوواریانس نشانه‌ها را به‌صورت بلوکی قطری (شبه قطری) فرض کرده‌اند. آنها در ادامه کار قبلی، در پیشنهاد جدیدی تبدیل‌های خطی  $GPF$  را با کار قبلی خود ترکیب نموده و تلاش نمودند تا همبستگی بین ماتریس کوواریانس هر پیمایش ربات را، توسط تبدیل‌های خطی  $GPF$  بنوعی در نظر بگیرند تا نقشه نسبی سازگارتری به‌دست آورند [20].

لیو و همکارانش در یک پیاده‌سازی ترکیبی بین نقشه نسبی و مونه مبتنی بر EKF و با استفاده از یک دوربین تک رنگ توانستند حجم محاسبات مونه را تا حد قابل قبولی پایین بیاورند اما کارایی این روش نسبت به مونه معمول چندان بهبودی پیدا نکرد [21].

در روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی ارائه شده چون برای کاهش حجم محاسبات، ماتریس کوواریانس حالات نسبی را قطری فرض می‌کنند سازگاری لازم بین نقشه نسبی و نقشه مطلق به‌وجود نمی‌آید؛ لذا در این روش‌ها سعی شده با کمک تکنیک  $GPF$  و یا ترکیب آن با همبستگی محلی این سازگاری ایجاد شود. اخیراً برای ایجاد سازگاری بین نقشه نسبی نشانه‌ها و موقعیت مطلق آن‌ها و ربات، روش‌هایی مبتنی بر تخمین موقعیت با کمترین خطا  $LPE^6$  و تخمین موقعیت براساس واریانس کمینه  $MVPE^7$  ارائه شده است [22]. این روش‌ها حجم محاسباتشان کمتر از روش‌های قبلی است چون نه به محاسبات تبدیل‌های خطی  $GPF$  و نه به محاسبه ماتریس کوواریانس محلی نیاز دارند. در این روش‌ها مانند [17] از حسگر مناسب برای بدست آوردن زاویه ربات استفاده شده است و این باعث گشته که برای رسیدن به موقعیت مطلق ربات و نشانه‌ها برخلاف [16] نیاز به حداقل سه نشانه نباشد و با وجود یک نشانه در محیط نیز بتوان مونه را دنبال نمود.

در این مقاله، با بهبود روش‌های  $LPE$  و  $MVPE$  دو روش  $ILPE^8$  و

محیط‌های ناشناخته‌ای که سیگنال تعیین موقعیت ماهواره‌ای ضعیف است ربات‌ها می‌بایستی با استفاده از حسگرهای بینایی و پوششگر لیزری و سایر حسگرهای نصب شده بر روی ربات مانند سرعت‌سنج، شتاب‌سنج و قطب‌نما محیط اطراف و جابجایی ربات را شناسایی نموده و با استفاده از تکنیک‌های مکان‌یابی و نقشه‌برداری همزمان (مونه) به تعیین موقعیت ربات و نقشه‌سازی محیط بپردازند. در روش مونه، ربات بدون اطلاعات اولیه و تنها با استفاده از حسگرهای خود محیط را شناسایی کرده و از آن نقشه‌برداری می‌کند و از این اطلاعات به‌طور همزمان برای به‌دست آوردن موقعیت خود نیز استفاده می‌نماید؛ در واقع ربات مرجع تعیین موقعیت خود که نقشه است را نیز می‌سازد و به‌مرور زمان دقت نقشه و تعیین موقعیت را می‌تواند افزایش دهد [1]. همگرایی تخمین موقعیت ربات و نشانه‌ها توسط مونه مبتنی بر فیلتر کالمن ثابت شده است [2]؛ اما این اثبات براساس فرض‌ها و شرایط غیرعملی بنا شده است. در این روش مونه وقتی همگرا می‌شود که مدل حرکت ربات و مدل مشاهده آن خطی باشند؛ این در صورتی است که معمولاً این دو مدل در ربات‌ها غیرخطی هستند. این مشکل باعث واگرایی مونه معمول بخصوص در محیط‌های بزرگ می‌شود [3,4].

یکی از چالش‌های بزرگ مونه حجم محاسبات زیاد برای محیط‌های بزرگ با توجه به محدودیت انرژی و قدرت محاسباتی ربات‌ها می‌باشد. در این محیط‌ها به‌واسطه زیاد بودن تعداد ویژگی‌ها و بزرگ شدن ماتریس کوواریانس حالت سیستم، حجم محاسبات روش‌های معمول مونه به‌سرعت زیاد می‌شود؛ لذا معمولاً محققین به سمت روش‌های دیگر برای کاهش حجم محاسبات روی می‌آورند که این روش‌ها خود انواع گوناگون دارد. در برخی نقشه به چند زیرنقشه با نشانه‌های محدود تقسیم می‌شود تا ماتریس کوواریانس نمونه‌ها به ابعاد دلخواه کمتری کاهش یابد و سپس سعی می‌کنند بین این زیرنقشه‌ها انطباق مناسب ایجاد شود [5,6]. در ایده‌ای دیگر معادلات حالت مونه به فرم ماتریس اطلاعات نمایش داده شده و برخی از ارتباطات ضعیف بین نشانه‌ها صفر می‌شود. در این حالت ماتریس همبستگی به سمت یک ماتریس خلوت که محاسبات آن کمتر است میل می‌کند [7,8]. گاهی دینامیک غیرخطی و پیچیده ربات‌ها، محققین را به ناچار به سمت تخمین‌گر ذره‌ای با حجم محاسبات بالا [9] و یا نوع تغییر یافته آن، مونه سریع<sup>1</sup> سوق می‌دهد [10].

در تمام روش‌های ذکر شده از موقعیت مطلق نشانه‌ها برای تعیین موقعیت ربات و نقشه‌سازی استفاده شده است. لذا به این روش‌ها معمولاً مونه مبتنی بر تخمین‌گر مطلق<sup>2</sup> گفته می‌شود. استفاده از فاصله نسبی بین نشانه‌ها بجای موقعیت آن‌ها برای مونه، می‌تواند خیلی موثر واقع شود؛ چون که مدل حرکت و مشاهده در تخمین‌گر نقشه نسبی<sup>3</sup> می‌تواند نسبت به بردار حالت خطی باشد و این باعث همگرایی آن می‌گردد. از طرف دیگر تخمین‌گر نقشه مطلق به خطای حسگرهای حرکتی ربات و همچنین سینماتیک ربات وابسته است؛ در صورتی که روش مبتنی بر تخمین فاصله نسبی نشانه‌ها<sup>4</sup> و یا تخمین‌گر نقشه نسبی می‌تواند مستقل از حرکت ربات باشد. شورا برای اولین بار پیشنهاد مونه با تخمین‌گر نسبی را مطرح نمود [13,14]. در این تخمین‌گر از اطلاعات نسبی بین نشانه‌ها مانند فاصله نسبی بین دو به دوی آن‌ها و زاویه بین هر سه نشانه استفاده شده است. او از این ویژگی‌های نسبی منحصر به فرد جهت استخراج موقعیت ربات و نقشه نسبی نشانه‌ها با کمک تخمین‌گر کالمن استفاده نمود. بعداً کار مشابهی نیز توسط دین و همکارش ارائه گردید [15].

<sup>5</sup> Geometric Projection Filter

<sup>6</sup> Lowest Position Estimation

<sup>7</sup> Minimum Variance Position Estimation

<sup>8</sup> Improved Lower position Estimation

<sup>1</sup> Fast SLAM

<sup>2</sup> Absolute Map Filter (AMF)

<sup>3</sup> Relative Map Filter (RMF)

<sup>4</sup> Relative Filter (RF)

موقعیت دو نشانه  $l_1 = [x_1 \ y_1]^T$  و  $l_2 = [x_2 \ y_2]^T$  را می‌توان بر اساس "شکل 1" و موقعیت ربات  $[x_r \ y_r]^T$  به صورت زیر نوشت:

$$l_1 = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \cos(\theta_r + \alpha_1) \\ r_1 \sin(\theta_r + \alpha_1) \end{bmatrix},$$

$$l_2 = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_2 \cos(\theta_r + \alpha_2) \\ r_2 \sin(\theta_r + \alpha_2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $r_1, r_2$  به ترتیب فاصله ربات از دو نشانه  $l_1$  و  $l_2$  و  $\alpha_1, \alpha_2$  زاویه دید ربات از آن دو نشانه نسبت به راستای محور افقی ربات و  $\theta_r$  زاویه بین راستای محور ربات نسبت به محور  $x$  می‌باشد که براحتی براساس مقدار حسگر زاویه قابل محاسبه است. لازم به یادآوری است که ربات در مشاهده نشانه‌ها، آن نشانه‌ای که زیر محور افقی ربات قرار دارد را با زاویه منفی شناسایی می‌کند. بنابراین اختلاف موقعیت دو نشانه  $l_1$  و  $l_2$  را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$l_{r(1,2)} = l_2 - l_1 = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 \cos(\theta_r + \alpha_2) \\ r_2 \sin(\theta_r + \alpha_2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_1 \cos(\theta_r + \alpha_1) \\ r_1 \sin(\theta_r + \alpha_1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

همان‌گونه که از رابطه (2) مشاهده می‌شود بردار تفاضل دو نشانه  $l_1$  و  $l_2$  به موقعیت ربات وابسته نبوده و فقط به مشاهدات ربات از نشانه‌ها  $r_1, r_2, \alpha_1, \alpha_2$  و زاویه ربات در  $\theta_r$  وابسته می‌باشد. اگر ربات بتواند در تمام طول مسیر خود همواره بجای نگاه مطلق به نشانه‌ها، به فاصله نسبی آنها نگاه کند، دیگر نیازی به مختصات ربات و سینماتیک آن نخواهد داشت.

در مونه نسبی، هدف تخمین نقشه نسبی دقیق با استفاده از مشاهده فاصله نسبی نشانه‌ها و نهایتاً رسیدن به موقعیت ربات و نشانه‌ها می‌باشد. برای رسیدن به نقشه نسبی دقیق لازم است اثر نویز مشاهده را تا حد ممکن کاهش داد. این کار در مشاهده مجدد نشانه‌ها و با استفاده از تخمین‌گر کالمن صورت می‌پذیرد. در ادامه مدل مناسب برای بردار حالت و معادلات کالمن جهت کاهش نویز و بهبود نقشه نسبی شرح داده می‌شود.

## 2-1- بررسی معادلات تخمین‌گر نسبی

در تخمین‌گر نسبی، هدف رسیدن به یک نقشه نسبی از نشانه‌ها می‌باشد؛ لذا لازم است بردار حالت سیستم بگونه‌ای تعریف شود که اطلاعات لازم برای ساخت نقشه نسبی را در برداشته باشد. می‌توان در حالتی که  $N$  نشانه در محیط وجود دارد بردار حالت سیستم را با بردار (3) نشان داد:

$$L_r = [l_{r(1,2)} \ l_{r(1,3)} \ \dots \ l_{r(i,j)} \ \dots \ l_{r(N-1,N-2)} \ l_{r(N-1,N)}]^T \quad (3)$$

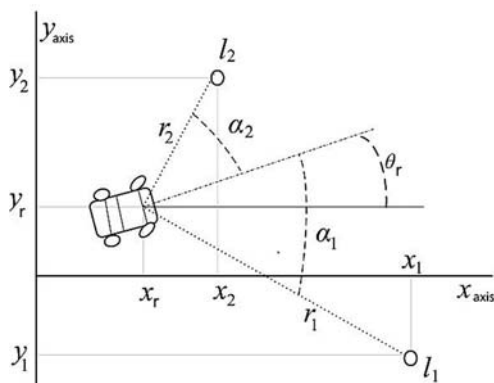


Fig. 1 Observation of two landmarks  $l_1$  and  $l_2$  by a robot

شکل 1 مشاهده دو نشانه  $l_1$  و  $l_2$  توسط یک ربات

$IMVPE^1$  برای مونه با نقشه نسبی ارائه شده است که عملکرد و کارایی بهتری نسبت به روش‌های قبلی داشته و در ضمن عملکرد این روش‌ها نسبت به یکدیگر و نسبت به EKF-SLAM به عنوان نماینده روش‌های مبتنی بر مونه مطلق در چند محیط تست نسبتاً بزرگ بررسی شده است.

در روش‌های مونه مطلق که دارای تخمین‌گر برخط هستند، آن‌هایی که حجم محاسبات کمتری نسبت به روش EKF دارند، معمولاً خطای بیشتری دارند و برعکس آن‌هایی که دقت بهتری نسبت به EKF دارند، حجم محاسباتشان بیشتر است [12,11,7]. این نکته درباره یکی از جدیدترین روش‌های برخط یعنی مونه سریه بدون ردیابی<sup>2</sup> نیز صادق است [24, 23]. لذا انتخاب مونه مبتنی بر EKF به عنوان نماینده روش‌های مونه مطلق، انتخاب یک روش میانه می‌باشد.

در ادامه این مقاله در بخش 2 ابتدا به شرح تخمین‌گر نسبی پرداخته می‌شود و در آن ارتباط بین نقشه نسبی و مطلق بررسی و مسئله ابهام در آن توضیح داده می‌شود. در بخش 3 رویکرد جدید در مونه نسبی مطرح می‌گردد. در این قسمت الگوریتم و پیاده‌سازی روش جدید همراه با جزئیات معادلات ارائه شده و شیوه محاسبه خطا برای حالت‌های سیستم شرح داده می‌شود. در انتهای این بخش روش‌های بهبود یافته ILPE و IMVPE ارائه می‌گردند. در بخش 4 با شبیه‌سازی سعی می‌گردد مزایا و معایب این کار جدید در نقشه نسبی با روش‌های قبلی و مونه معمولی مبتنی بر EKF ارائه گردد. در بخش 5 به ارزیابی روش‌های پیشنهادی جدید پرداخته خواهد شد.

## 2- نقشه نسبی

معمولاً فرض بر آن است که در محیط پیرامون ربات نشانه‌هایی ثابت و قابل مشاهده وجود دارند (هر چند در حالت خاص نشانه‌ها می‌توانند متحرک باشند ولی در این‌جا فرض بر ثابت بودن نشانه می‌باشد). اگر در محیط هیچ نشانه‌ای نباشد ربات چاره‌ای ندارد که با استفاده از حسگرهای حرکتی مانند انکودر و یا شتاب‌سنج‌ها موقعیت خود را محاسبه نماید که قطعاً این موقعیت با خطای افزایشی روبرو خواهد بود؛ اما با مشاهده نشانه‌ها، ثابت شده که بواسطه محاسبه موقعیت ربات نسبت به آن‌ها و با استفاده از همبستگی بین ربات و نشانه‌ها خطای تعیین موقعیت ربات و نشانه‌ها می‌تواند کاهش پیدا کند و در بی‌نهایت به یک حداقلی می‌رسد که این مقدار حداقلی برابر خطای تعیین موقعیت اولین نشانه مشاهده شده با حسگرهای حرکتی می‌باشد [17]. در تمام روش‌های پیاده‌سازی مونه مطلق در محیط‌های ناشناخته که تا کنون مطرح شده‌اند همواره نیاز به معادله سینماتیک حرکت ربات بوده است زیرا اگر نقطه شروع حرکت ربات مبدا مختصات فرض شود، برای دانستن موقعیت مطلق ربات و نشانه‌ها لازم است موقعیت ربات را توسط معادلات حرکتی آن و حسگرهای مربوطه محاسبه نمود؛ اما در جاهایی که نشانه‌ای قابل مشاهده در محیط وجود داشته باشد می‌توان بجای محاسبه موقعیت مطلق نشانه‌ها فاصله برداری بین دو نشانه را محاسبه نمود. این فاصله وابسته به موقعیت ربات و در نتیجه معادله سینماتیک ربات نمی‌باشد و در نهایت می‌توان با فرض وجود نشانه کافی در محیط، با الگوریتم مناسبی به نقشه نشانه‌ها و موقعیت ربات نیز دست یافت.

اگر فرض شود که ربات دارای حسگرهایی مانند سونار، لیزر و یا رادار باشد که زاویه و برد نشانه را نسبت به ربات اندازه‌گیری کنند؛ همچنین اگر ربات دارای حسگر اندازه‌گیر زاویه ربات نیز باشد بر این اساس معادلات

<sup>1</sup> Improved Minimum Variance Position Estimation

<sup>2</sup> Unscented Fast SLAM

اگر مشاهده نسبی دو به دوی نشانه‌ها را مستقل از هم فرض کنیم، با توجه به این استقلال، ماتریس کوواریانس تخمین حالت  $P_r(k|k)$  به صورت قطری درمی‌آید. با قطری بودن  $P_r$  در برورسانی ماتریس‌های حالت  $L_r$  و کوواریانس  $P_r$ ، بعد از هر مشاهده فقط عناصر  $l_{r(i,j)}$  و  $P_{r(i,j)}$  بروز می‌شوند و روی سایر عناصر تغییری ایجاد نمی‌شود که در آن  $P_{r(i,j)}$  اشاره به عنصر سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام ماتریس  $P_r(k|k)$  اشاره دارد. این مسئله سبب کاهش قابل توجه حجم محاسبات ماتریسی می‌شود. لذا می‌توان روابط ماتریسی (8) و (9) را برای هر درایه به صورت (10) و (11) نوشت:

$$\hat{l}_{r(i,j)}(k+1|k+1) = \hat{l}_{r(i,j)}(k|k) + W_{r(i,j)}(k+1) [Z_{r(i,j)}(k+1) - \hat{Z}_{r(i,j)}(k+1|k)] \quad (10)$$

$$P_{r(i,j)}(k+1|k+1) = P_{r(i,j)}(k|k) - W_{r(i,j)}(k+1) S_{r(i,j)}^{-1} W_{r(i,j)}^T(k+1) \quad (11)$$

به طوری که در آن:

$$W_{r(i,j)}(k+1) = P_{r(i,j)}(k|k) H_{r(i,j)}^T S_{r(i,j)}^{-1} \quad (12)$$

$$S_{r(i,j)} = H_{r(i,j)} P_{r(i,j)}(k|k) H_{r(i,j)}^T + Q_{r(i,j)}(k+1) \quad (13)$$

در واقع معادلات ماتریسی بروز رسانی بردار حالت مونه نسبی در قالب تعدادی معادله مستقل از هم که فقط روی المانهای مشخص عمل می‌کند در می‌آید که این معادلات مستقل به صورت بلادرنگ قابل محاسبه هستند. با توجه به خطی بودن مدل حرکت و مشاهده تخمینگر نسبی، همگرایی نقشه نسبی که توسط معادلات بالا به دست می‌آید در [17] ثابت شده است. مزیت اصلی مونه مبتنی بر تخمینگر نسبی بر مونه مبتنی بر تخمینگر مطلق در وجود اثبات همگرایی برای آن است.

برای برورسانی بردار حالت نسبی با استفاده از (10) و (11) نیاز به دانستن ماتریس مشاهده  $H_r$  و ماتریس کوواریانس نویز مشاهده  $Q_{r(i,j)}$  می‌باشد که در بخش بعدی به بررسی آن پرداخته می‌شود.

## 2-2- مدل مشاهده و کوواریانس نویز مشاهده نسبی

در مونه نسبی هر مشاهده نسبی برابر با تفاضل مشاهده دو نشانه تعریف می‌شود و از طرف دیگر هر المان بردار حالت نیز برابر تفاضل موقعیت دو نشانه می‌باشد؛ لذا با توجه به رابطه (2) و "شکل 3" می‌توان برای هر المان بردار حالت نسبی  $l_{r(i,j)}$  و مشاهده آن  $Z_{r(i,j)}$  روابط زیر را نوشت:

$$l_{r(i,j)} = l_j - l_i = \begin{bmatrix} r_j \cos \beta_j - r_i \cos \beta_i \\ r_j \sin \beta_j - r_i \sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$Z_{r(i,j)} = \begin{bmatrix} r_j' \cos(\beta_j') - r_i' \cos(\beta_i') \\ r_j' \sin(\beta_j') - r_i' \sin(\beta_i') \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن  $r_i$  و  $r_j$  فاصله مستقیم ربات تا دو نشانه  $i$  و  $j$  و  $\beta_i$  و  $\beta_j$  زاویه‌های مشاهده نشانه‌ها تا محور افق می‌باشند.  $r_i'$ ،  $r_j'$ ،  $\beta_i'$  و  $\beta_j'$  فواصل و زوایای اندازه‌گیری شده دو نشانه توسط حسگر مشاهده و حسگر زاویه ربات می‌باشند که اگر  $\omega_{r_i}$ ،  $\omega_{r_j}$ ،  $\omega_{\beta_i}$  و  $\omega_{\beta_j}$  نویز حسگرهای فوق در اندازه‌گیری برد و زاویه دو نشانه تا محور افقی باشند می‌توان روابط  $r_j' = r_j + \omega_{r_j}$  و  $\beta_j' = \beta_j + \omega_{\beta_j}$  را بین پارامترهای بردار حالت و مشاهده نوشت. در صورتی که اندازه نویز کوچک باشد از مقایسه (14) و (15) می‌توان به رابطه تقریبی زیر برای مدل مشاهده رسید:

$$Z_{r(i,j)} \cong l_{r(i,j)} + \omega_{r(i,j)} \quad (16)$$

که در آن  $\omega_{r(i,j)}$  نویز ناشی از مشاهده نسبی  $Z_{r(i,j)}$  می‌باشد. از این رابطه می‌توان نتیجه گرفت که  $H_{r(i,j)} = I$  داشتن بهره مشاهده واحد باعث ساده سازی معادلات برورسانی (10) و (11) می‌شود.

طول بردار حالت در بدترین حالت که تمام نشانه‌های محیط همزمان مشاهده شوند حداکثر  $(N-1) * N$  است. اما باید توجه داشت که در واقع هیچ‌گاه این بدترین حالت اتفاق نمی‌افتد مگر آنکه محیط حرکت ربات خیلی کوچک باشد. اگر اطلاعات دقیق عناصر  $L_r$  در دسترس باشد می‌توان نقشه نسبی مانند "شکل 2" را با استفاده از آن اطلاعات ترسیم نمود. هدف از تخمین‌گر نسبی تخمین مطلوب یال‌ها برای رسیدن به یک نقشه نسبی با کمترین خطا می‌باشد.

در مونه نسبی نیز مانند مونه مطلق فرض بر ثابت بودن نشانه‌ها است؛ لذا برای برورسانی بردار حالت فاصله نسبی بین نشانه‌ها  $L_r$  با استفاده از تخمینگر کالمن، مدل‌های حرکت سیستم و مشاهده نسبی به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$L_r(k+1) = L_r(k) \quad (4)$$

$$Z_r(k) = H_r(k) L_r(k) + \omega_r(k) \quad (5)$$

در این روابط  $\omega_r$  نویز ناشی از مشاهده نسبی  $Z_r(k)$  و ماتریس  $H_r$  ماتریس مشاهده بردار حالت نسبی  $L_r$  می‌باشند. ملاحظه می‌شود مدل حرکت سیستم (4) نسبت به بردار حالت سیستم  $L_r(k)$  کاملاً خطی بوده و نویز آن نیز صفر است. این نوع مدل در بسیاری از مسائلی که با تخمین‌گر کالمن حل می‌شوند مرسوم است. البته مدل مشاهده در این‌جا خطی فرض شده که در حالت کلی می‌تواند غیرخطی باشد؛ اما در ادامه با فرض کوچک بودن نویز حسگرهای مشاهده، خطی بودن  $Z_r(k)$  ثابت می‌شود.

باید توجه داشت که در تخمین‌گر نسبی تا مشاهده جدیدی صورت نگیرد بردار حالت و ماتریس کوواریانس آن تغییر پیدا نکرده و بهبودی در آن‌ها صورت نمی‌پذیرد. اما وقتی یک مشاهده جدید رویت می‌شود، باید دو مقدار  $\hat{L}_r(k+1|k+1)$  و  $\hat{P}_r(k+1|k+1)$  یعنی تخمین بردار حالت و کوواریانس آن برورسانی گردد؛ لذا مطابق معادلات تخمین کالمن، بروز رسانی دو مقدار فوق را می‌توان به صورت (6) و (7) نوشت:

$$\hat{L}_r(k+1|k+1) = \hat{L}_r(k|k) + W_r(k+1) [Z_{r(i,j)}(k+1) - \hat{Z}_{r(i,j)}(k+1|k)] \quad (6)$$

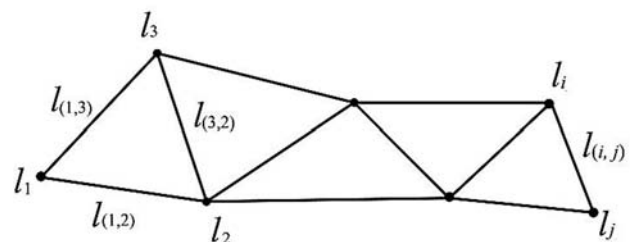
$$P_r(k+1|k+1) = P_r(k|k) - W_r(k+1) S_r(k) W_r^T(k+1) \quad (7)$$

در این روابط بهره فیلتر  $W_r$  و کوواریانس خطای مشاهدات  $S_r$  بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_r(k+1) = P_r(k|k) H_r^T(k) S_r^{-1}(k) \quad (8)$$

$$S_r(k) = H_r(k) P_r(k|k) H_r^T(k) + Q_r(k+1) \quad (9)$$

که در آن  $Q_r$  ماتریس کوواریانس نویز مشاهده نسبی  $\omega_r(k)$  می‌باشد. لازم به ذکر است که  $\hat{L}_r(k|k)$  نشان‌دهنده تخمین بردار حالت در مرحله  $k$  مشروط بر مشاهدات تا مرحله  $k$  می‌باشد.



**Fig. 2** A relative map with relative distances of landmarks  $l_{r(1,2)}, l_{r(1,3)}, l_{r(3,2)}, \dots, l_{r(i,j)}$  and  $l_1, l_2, \dots, l_i, l_j$  landmarks.

شکل 2 نقشه نسبی با فواصل نسبی  $l_{r(1,2)}, l_{r(1,3)}, l_{r(3,2)}, \dots, l_{r(i,j)}$  و نشانه‌های  $l_j, l_i, \dots, l_2, l_1$

این انتقال باشد آن گاه برای یک نقشه مطلق با سه نشانه می‌توان نوشت:

$$T L_a = L_r \quad (20)$$

بگونه‌ای که در آن  $L_a$  و  $L_r$  به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$L_r = \begin{bmatrix} l_{r(1,2)} \\ l_{r(2,3)} \\ l_{r(3,1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 - l_1 \\ l_3 - l_2 \\ l_1 - l_3 \end{bmatrix}, \quad L_a = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

در این صورت ماتریس تبدیل  $T$  برابر است با:

$$T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

که در آن  $L$  ماتریس همانی می‌باشد. مشاهده می‌شود نقشه نسبی فقط در خود، اطلاعات یال بین رئوس را دارد و هیچ مشخصاتی از موقعیت رئوس را حفظ نمی‌کند. مشکل در این جا این است که برای به دست آوردن نقشه مطلق از نقشه نسبی نمی‌توان از وارون  $T$  استفاده کرد، چون معکوس پذیر نبوده و مرتبه آن کامل نیست. در عمل نیز اگر در یک نقشه که در آن فاصله برداری رئوس نسبت به هم معلوم است؛ اگر موقعیت مطلق یکی از رئوس مشخص شود به راحتی می‌توان موقعیت بقیه رئوس را نیز به دست آورد. به عنوان مثال اگر در نقشه قبلی با سه نشانه زمینی، اگر موقعیت  $l_1 = l_0$  مشخص باشد می‌توان برای رسیدن به نقشه مطلق از رابطه (23) استفاده نمود:

$$\begin{bmatrix} l_0 \\ l_0 + l_{r(1,2)} \\ l_0 + l_{r(1,2)} + l_{r(2,3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

علاوه بر (23) به عنوان نمونه می‌توان نقشه مطلق قبلی را از رابطه زیر نیز محاسبه نمود:

$$\begin{bmatrix} l_0 \\ l_0 + l_{r(1,2)} \\ l_0 - l_{r(3,1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

اگر هیچ خطایی وجود نداشت هر دو رابطه (23) و (24) یک جواب داشتند اما با وجود نویز مشاهده، جواب‌های آن‌ها متفاوت خواهد شد و همین مسئله باعث ابهام در موقعیت نشانه‌ها می‌گردد. تعدد این مقادیر مختلف به تعداد فواصل نسبی موجود بین یک نشانه با سایر نشانه‌ها بستگی دارد. به دنبال این ابهام در موقعیت نشانه، ابهام در موقعیت ربات نیز بوجود می‌آید چون که در نمونه نسبی موقعیت ربات براساس موقعیت نشانه‌ها محاسبه می‌گردد.

ملاحظه شد که دسترسی به نقشه مطلق از روی نقشه نسبی با ابهام روبرو است. لذا در فصل بعدی الگوریتم نمونه نسبی جدید بهبود یافته برای رسیدن به یک نمونه بدون نیاز به سینماتیک ربات با حجم کم محاسبات و داشتن همزمان نقشه نسبی و مطلق بدون ابهام ارائه می‌گردد.

### 3- بررسی نمونه نسبی بهبود یافته

در تخمینگر نسبی با مشاهده فاصله نسبی بین نشانه‌ها و معادلات (10) و (11) بردار حالت نسبی و عدم قطعیت هر عنصر آن قابل محاسبه هستند. اما در محیط عملیاتی آنچه برای ربات مهم است داشتن موقعیت مطلق ربات می‌باشد. در [22] الگوریتمی برای پیاده‌سازی نمونه با تعیین موقعیت مطلق نشانه‌ها و ربات بصورت پیوسته و متوالی بصورت همزمان با استخراج نقشه نسبی ارائه شده است. در این الگوریتم برای حل مشکل اصلی ابهام در تخمینگر نسبی در تعیین موقعیت مطلق ربات و نشانه‌ها، دو روش LPE و MVPE پیشنهاد شده است. این دو روش در بخش بروزرسانی نشانه‌های تکراری دارای نقاط ضعفی هستند که در این جا با بهبود آن‌ها روش‌های جدیدی ارائه می‌شوند. این بهینه‌سازی باعث گشته تا تعیین موقعیت نشانه‌های جدید و موقعیت ربات نیز به دنبال اصلاح موقعیت نشانه‌های

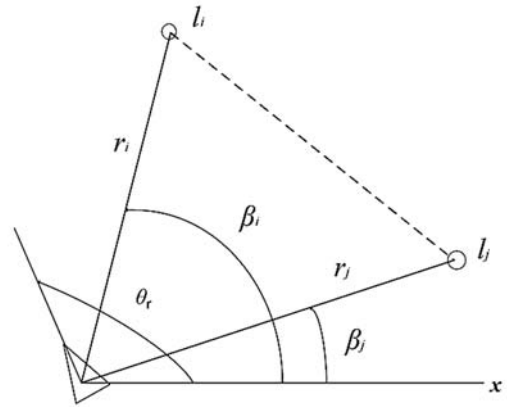


Fig.3 Robot observation of two landmarks  $l_i$  and  $l_j$ .

شکل 3 مشاهده دو نشانه  $l_i$  و  $l_j$  توسط ربات

برای محاسبه ماتریس کوواریانس نویز مشاهده  $\omega_{r(i,j)}$  باید توجه داشت که عدم قطعیت مدل مشاهده نسبی ناشی از عدم قطعیت اندازه‌گیری پارامترهای  $\beta_i$  و  $\beta_j$  و  $r_i$  و  $r_j$  می‌باشد. اگر فرض شود که این متغیرها دارای توزیع گوسی با واریانس‌های به ترتیب  $\sigma_{r_i}^2$ ,  $\sigma_{\beta_i}^2$ ,  $\sigma_{r_j}^2$  و  $\sigma_{\beta_j}^2$  و متوسط صفر بوده و همگی مستقل از یکدیگر باشند، با در نظر گرفتن بردار واسطه  $\vartheta_{i,j} = [r_j \ \beta_j \ r_i \ \beta_i]^T$  می‌توان ماتریس کوواریانس آن را به صورت زیر نوشت:

$$P_{\vartheta_{i,j}} = \begin{bmatrix} \sigma_{r_j}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\beta_j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{r_i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\beta_i}^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

با توجه به ارتباط غیرخطی  $z_{r(i,j)}$  با پارامترهای  $\beta_i$  و  $\beta_j$  و  $r_i$  و  $r_j$  که عدم قطعیت در آنها باعث عدم قطعیت در مشاهده نسبی شده است می‌توان از ژاکوبین برای بدست آوردن  $P_{r(i,j)}$  استفاده نمود [25].

$$z_{r(i,j)} = g(\vartheta_{i,j}) = \begin{bmatrix} g_1(r_j, \beta_j, r_i, \beta_i) \\ g_2(r_j, \beta_j, r_i, \beta_i) \end{bmatrix} \Rightarrow Q_{r(i,j)} \cong \nabla g_{\vartheta_{i,j}} P_{\vartheta_{i,j}} \nabla g_{\vartheta_{i,j}}^T \quad (18)$$

که در آن  $\nabla g_{\vartheta_{i,j}}$  برابر است با:

$$\nabla g_{\vartheta_{i,j}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial r_j} & \frac{\partial g_1}{\partial \beta_j} & \frac{\partial g_1}{\partial r_i} & \frac{\partial g_1}{\partial \beta_i} \\ \frac{\partial g_2}{\partial r_j} & \frac{\partial g_2}{\partial \beta_j} & \frac{\partial g_2}{\partial r_i} & \frac{\partial g_2}{\partial \beta_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & -r_j \sin \beta_j & -\cos \beta_i & r_i \sin \beta_i \\ \sin \beta_j & r_j \cos \beta_j & -\sin \beta_i & -r_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

نتیجه این حاصل ضرب یک ماتریس  $2 \times 2$  است که قاعداً درایه‌های قطری آن واریانس مولفه‌های نویز اندازه‌گیری تخمین موقعیت نسبی  $l_{r(i,j)}$  است. باید توجه داشت که ماتریس کوواریانس نویز مشاهده نسبی برخلاف نمونه مطلق مقدار ثابتی نداشته و براساس مقادیر پارامترهای  $\beta_i$  و  $\beta_j$  و  $r_i$  و  $r_j$  تغییر می‌کند.

تا این جا معادلات بروز رسانی فاصله نسبی جهت رسیدن به یک نقشه نسبی با خطای کم بررسی شد اما برای پیاده‌سازی نمونه نیاز به داشتن موقعیت مطلق نشانه‌ها و ربات می‌باشد. وجود ابهام در تبدیل نقشه نسبی به نقشه مطلق یک مشکل اساسی می‌باشد که در زیر بخش بعدی به بررسی آن پرداخته خواهد شد.

### 2-3- ارتباط نقشه نسبی و مطلق

برای تبدیل نقشه مطلق  $L_a$  به نقشه نسبی  $L_r$  باید موقعیت رئوس در نقشه مطلق به طول یال‌ها در نقشه نسبی تبدیل گردد. اگر فرض شود  $T$  ماتریس

```

7. if  $\sigma_{l_{new}}^2 < Varmin$ ;  $Varmin = \sigma_{l_{new}}^2$ ;  $k = j$ ; endif
8. endfor
9. if  $Varmin < \sigma_i^2$ ;  $\sigma_i^2 = Varmin$ ;  $l_i = l_k + l_{r(i,k)}$ ; endif
10.  $\Pi = \Pi - \{i\}$ ;
11. endwhile
    
```

ملاحظه می‌شود که در الگوریتم بالا ابتدا از بین نشانه‌های تکراری، آن نشانه‌ای که بیشترین واریانس را دارد انتخاب می‌شود؛ سپس تمام موقعیت‌های ممکن برای آن محاسبه شده، بعد موقعیتی که کمترین خطا را دارد بعنوان بهترین موقعیت برای آن نشانه انتخاب می‌شود. البته این کار در صورتی انجام می‌شود که موقعیت جدید، واریانس کمتری نسبت به واریانس موقعیت قبلی داشته باشد. سپس این نشانه که موقعیتش بهبود یافته از مجموعه بیرون گذاشته می‌شود. بعد الگوریتم بین نشانه‌های باقی مانده دو مرتبه تکرار می‌شود.

بیرون گذاشتن نشانه بهبود یافته از مجموعه نشانه‌ها، باعث می‌شود که اثر مثبت این نشانه در تعیین موقعیت نشانه‌های بعدی در نظر گرفته نشود. نشانه حذف شده می‌تواند یک کمینه قابل ملاحظه ای برای نشانه‌های بعد از خود ایجاد کند که با حذف آن این فرصت از دست می‌رود. یا به عبارت دیگر، نشانه‌های بعدی امکان سنجش وضعیت خود نسبت به نشانه حذف شده را از دست داده و با نشانه‌های کمتری موقعیت خود را بهبود می‌دهد. می‌توان گفت روش LPE به یک کمینه محلی همگرا می‌شود و کل فضای حالت را برای پیدا کردن بهترین موقعیت جستجو نمی‌کند.

در روش ILPE بجای محاسبه تمام موقعیت‌های ممکن برای هر نشانه تکراری و بیرون گذاشتن آن، بین هر دو نشانه مشاهده شده، آن نشانه‌ای که موقعیتش قابل بهبود است اصلاح می‌شود. لذا برای رفع ابهام نشانه‌های تکراری الگوریتم اصلاحی زیر برای ILPE پیشنهاد می‌شود:

```

1.  $\Pi = \text{Set of re-observed landmark indexes.}$ 
2. for each  $i, j \in \Pi$ ,  $i \neq j$ 
3.  $\sigma_{l_{temp}}^2 = \sigma_j^2 + \sigma_{r(i,j)}^2$ 
4. if  $\sigma_{l_{temp}}^2 < \sigma_i^2$ ;
5.  $\sigma_{l_{new}}^2 = \sigma_{l_{temp}}^2$ ,  $l_{l_{new}} = l_j - l_{r(i,j)}$ ;
6. endif
7.  $\sigma_{l_{temp}}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_{r(i,j)}^2$ 
8. if  $\sigma_{l_{temp}}^2 < \sigma_j^2$ ;
9.  $\sigma_{l_{new}}^2 = \sigma_{l_{temp}}^2$ ,  $l_{l_{new}} = l_i + l_{r(i,j)}$ ;
10. endif
11. endfor
12. update the revised variances and positions
    
```

در این الگوریتم نشانه‌ای که موقعیتش بهبود داده شده است حذف نمی‌شود بلکه با مقدار قبلی خود در بهبود تعیین موقعیت سایر نشانه‌ها حضور دارد. این کار باعث می‌گردد برخی از حالت‌های ممکن که در روش LPE دیده نشده در این جستجو در نظر گرفته شود و دقت تعیین موقعیت بالاتر برود. در این حالت کلیه نشانه‌ها با حداکثر امکان و برابر شرایط بهبود را در اختیار دارند.

تعیین موقعیت نشانه‌های جدید و ربات در روش LPE و ILPE مانند یکدیگر بوده و شرح زیر می‌باشد:

- محاسبه موقعیت نشانه‌های جدید: اگر  $q$  نشانه در اسکن ربات از محیط مشاهده شود که  $n$  تای آن‌ها نشانه‌های جدید باشند و  $m$  تای باقیمانده نشانه‌های تکراری باشند با استفاده از رابطه (2)،  $m$  موقعیت برای هر نشانه جدید براساس موقعیت نشانه‌های قبلی قابل محاسبه است. می‌توان واریانس این موقعیت‌ها را محاسبه و موقعیت با واریانس کمتر را انتخاب نمود.

- محاسبه موقعیت ربات: وقتی نشانه  $l_j$  توسط یک ربات با پارامترهای  $r_j$  و

تکراری بهبود یابند به گونه‌ای که کارایی دو روش جدید بسیار بهتر از روش‌های قبلی شده است.

الگوریتم اصلی براساس روش‌های جدید ILPE و IMVPE بصورت زیر می‌باشد:

- مشاهده اولین نشانه‌ها (برای افزایش دقت موقعیت آن‌ها می‌توان چند مرتبه مشاهده را انجام داد).
- محاسبه فاصله نسبی بین نشانه‌های مشاهده شده اولیه و تعیین موقعیت نشانه‌ها نسبت به ربات و تعیین خطا برای آن‌ها.
- حرکت ربات به جلو و مشاهده محیط و نشانه‌ها و محاسبه فاصله نسبی بین دویه دوی آن‌ها و محاسبه خطا برای آن‌ها.
- اضافه کردن نشانه‌های جدید به بردار حالت نسبی و محاسبه خطا برای آن‌ها.
- بروزرسانی فاصله نسبی نشانه‌هایی که قبلاً هم دیده شده بودند و بروزرسانی خطا برای آن‌ها.
- بروزرسانی موقعیت نشانه‌های تکراری و جدید براساس معیار کمترین خطا ILPE و یا روش IMVPE و بروزرسانی خطا.
- محاسبه موقعیت ربات براساس موقعیت نشانه‌ها براساس معیار کمترین خطا ILPE و یا روش IMVPE و بروزرسانی خطا.
- برگشت به مرحله سوم و تکرار مراحل الگوریتم.

در تبدیل نقشه نسبی به مطلق ابهام وجود دارد. این ابهام در سه مرحله بوجود می‌آید، ابتدا در بروزرسانی موقعیت مطلق نشانه‌های قدیمی (تکراری) و سپس در تعیین موقعیت نشانه‌های جدید و در انتها در تعیین موقعیت ربات اثر می‌گذارد. این ابهام توسط روش‌های ILPE و یا IMVPE بر طرف می‌شود. در اجرای این الگوریتم برای تعیین معیار خطا در مراحل مختلف الگوریتم از واریانس فاصله‌های نسبی و موقعیت مطلق نشانه‌ها استفاده می‌شود. واریانس فاصله نسبی  $\sigma_{r(i,j)}^2$  از جمع عناصر روی قطار اصلی ماتریس  $P_{r(i,j)}$  در (11) به دست می‌آید. واریانس موقعیت مطلق جدید یک نشانه نیز براساس (2) از جمع واریانس نسبی بین دو نشانه و واریانس موقعیت مطلق نشانه دیگر قابل محاسبه است.

با کمک تخمینگر نسبی و الگوریتم پیشنهادی می‌توان هم به نقشه نسبی و هم به نقشه مطلق نشانه‌ها و موقعیت ربات رسید. این نقشه‌ها با دو روش پیشنهادی ILPE و IMVPE بدون ابهام و منحصر به فرد فراهم می‌شود که در ادامه به بررسی این روش‌ها پرداخته می‌شود.

### 3-1- LPE بهبود یافته (ILPE)

در الگوریتم مونه نسبی ارائه شده، ملاحظه شد که بعد از هر مشاهده جدید از محیط، ابتدا موقعیت نشانه‌های تکراری بروزرسانی می‌شود و سپس براساس آن موقعیت نشانه‌های جدید و موقعیت ربات بدست می‌آید. در روش LPE یک راه حل پیشنهادی برای جلوگیری از ابهام در نقشه مطلق ارائه شده است [22]. در این روش ابتدا بایستی فاصله‌های نسبی و واریانس آن‌ها براساس روابط (10) و (11) بروز گردد. سپس برای رفع ابهام در موقعیت نشانه‌های تکراری باید الگوریتم زیر اجرا شود:

```

1.  $\Pi = \text{Set of re-observed landmark indexes.}$ 
2. while  $\text{size}(\Pi) > 1$ 
3.  $i = \text{index of the landmark with highest variance in } \Pi$ 
4.  $Varmin = \text{Inf}$ ,  $L = 0$ 
5. for each  $j$  except  $i$ ,  $j \in \Pi$ 
6.  $\sigma_{l_{new}}^2 = \sigma_{i,j}^2 + \sigma_j^2$ 
    
```

در روش MVPE، اگر در اسکن ربات از محیط،  $q$  نشانه مشاهده شود که  $n$  تای آن‌ها جدید و  $m$  تای بقیه نشانه‌های تکراری باشند، برای رفع ابهام در موقعیت نشانه‌های تکراری در این روش باید الگوریتم زیر انجام شود [22]:

1.  $\Pi$  = Set of re-observed landmark indexes.
2. while size ( $\Pi$ ) > 1
3.  $j$  = index of the landmark with highest variance in  $\Pi$
4.  $\Pi = \Pi - \{j\}$
5.  $l_{\text{new}} = 0, \mu = 0$
6. for each  $i \in \Pi$
7.  $\sigma_j^2 = \sigma_i^2 + \sigma_{i,j}^2$
8.  $l_j = l_i + l_{r(i,j)}$
9.  $\mu = \mu + 1/\sigma_j^2$
10.  $l_{\text{new}} = l_{\text{new}} + l_j/\sigma_j^2$
11. endfor
12.  $\sigma_j^2 = 1/\mu$
13.  $l_j = l_{\text{new}}/\mu$
14. endwhile

در این الگوریتم برای بروزرسانی موقعیت نشانه‌های تکراری ابتدا نشانه با بیشترین واریانس انتخاب می‌شود و تمام موقعیت‌های ممکن و واریانس آن‌ها، برای این نشانه محاسبه و سپس با استفاده از تخمین MVUE بهترین موقعیت با کمترین واریانس به‌دست می‌آید. در مرحله بعدی این نشانه بروز شده از مجموعه نشانه‌های تکراری خارج شده و مجدداً عملیات بروزرسانی برای نشانه‌های بعدی اجرا می‌شود.

با این الگوریتم اثر مثبت هر نشانه قبلی در بهبود موقعیت نشانه‌های بعدی در نظر گرفته نمی‌شود. علاوه بر این نکته، اثر موقعیت قبلی یک نشانه تکراری در محاسبه موقعیت جدید خودش در نظر گرفته نشده است.

در روش بهبود یافته IMVPE این دو ضعف حل شده است؛ بگونه‌ای که در هر بروزرسانی یک نشانه تکراری، مقدار موقعیت قبلی آن نیز مانند بقیه موقعیت‌های ممکن در محاسبات وارد می‌شود و در ضمن برای نشانه‌های بعدی نیز موقعیت قبلی این نشانه بروز شده در محاسبات وارد می‌گردد. لذا الگوریتم اصلاح شده IMVPE برای بروزرسانی موقعیت نشانه‌های تکراری به‌شرح زیر است:

1.  $\Pi$  = Set of re-observed landmark indexes.
2. for each  $j \in \Pi$
3.  $\Pi' = \Pi - \{j\}$
4.  $l_{\text{new}} = l_{\text{old}}/\sigma_{\text{old}}^2, \mu = 1/\sigma_{\text{old}}^2$
5. for each  $j \in \Pi'$
6.  $\sigma_j^2 = \sigma_i^2 + \sigma_{r(i,j)}^2$
7.  $l_j = l_i + l_{r(i,j)}$
8.  $\mu = \mu + 1/\sigma_j^2$
9.  $l_{\text{new}} = l_{\text{new}} + l_j/\sigma_j^2$
10. endfor
11.  $\sigma_{\text{new}}^2 = 1/\mu$
12.  $l_{\text{new}} = l_{\text{new}}/\mu$
13. endfor
14. update the revised variances and positions

در حلقه بیرونی این الگوریتم، برای تمام  $m$  نشانه تکراری مشاهده شده موقعیت و واریانس جدید محاسبه می‌شود و در حلقه درونی برای هر نشانه براساس  $m-1$  موقعیت قابل محاسبه از سایر نشانه‌ها و موقعیت قبلی، موقعیت کمینه آن نشانه با استفاده از روابط (29) و (30) استخراج می‌گردد.

در این‌جا نیز تعیین موقعیت نشانه‌های جدید و ربات در روش MVPE و IMVPE مانند یکدیگر بوده و به‌شرح زیر می‌باشد:

**محاسبه موقعیت نشانه‌های جدید:** با استفاده از (2)،  $m$  موقعیت ممکن برای هر نشانه براساس موقعیت نشانه‌های تکراری جدید همراه با واریانس آن‌ها قابل محاسبه است که براحتی می‌توان با (29) و (30) موقعیت بهینه با واریانس کمینه را برای هر نشانه جدید بدست آورد.

$\theta_j$  مشاهده می‌شود، موقعیت ربات  $[x_r \ y_r]^T$  با توجه به "شکل 2" می‌تواند از رابطه زیر محاسبه شود:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = l_j - \begin{bmatrix} r_j \cos \beta_j \\ r_j \sin \beta_j \end{bmatrix} \quad (25)$$

اگر فرض کنیم که  $\beta_j$  و  $l_j$  مستقل از هم باشند، براساس (16) واریانس موقعیت ربات  $\sigma_R^2$  به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\sigma_R^2 = \sigma_l^2 + \text{trace}(Q_{r(i,j)}|_{r_i=0, \beta_i=0}) \quad (26)$$

برای موقعیت ربات،  $q$  مقدار براساس موقعیت تمام نشانه‌ها قابل محاسبه است که می‌بایستی موقعیت با کمترین واریانس را انتخاب نمود.

تعیین موقعیت نشانه‌های جدید و ربات در روش ILPE مانند روش قبلی LPE می‌باشد ولی از آن‌جایی که بروزرسانی موقعیت نشانه‌های تکراری تأثیر مستقیمی روی دقت موقعیت نشانه‌های جدید و ربات دارد لذا بهبود بروز رسانی موقعیت نشانه‌های تکراری در روش ILPE، سبب شده که بهبود قابل توجهی در روش پیشنهادی ایجاد شود به‌گونه‌ای که نمونه مبتنی بر روش ILPE در تمام شرایط بهتر از روش LPE عمل می‌کند.

لازم به‌ذکر است که الگوریتم ILPE یک الگوریتم بهینه نیست ولی حجم محاسبات آن در مقایسه با دقت جوابی که می‌دهد قابل توجه می‌باشد. در بخش 4 نشان داده می‌شود که این روش در تمام مواقع بهتر از EKF استاندارد و LPE عمل می‌کند.

### 2-3- MVPE بهبود یافته (IMVPE)

برخلاف روش LPE و ILPE در این‌جا بجای انتخاب موقعیت با کمترین واریانس، از تمام موقعیت‌های به‌دست آمده برای ربات و نشانه‌ها برای بدست آوردن موقعیت نهایی با کمترین واریانس خطا استفاده می‌شود. این روش مبتنی بر تخمین  $MVUE^1$  می‌باشد [26].

در تئوری تخمین برای محاسبه کمترین واریانس از تعداد  $N$  مشاهده مستقل  $a = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$  از متغیر  $a$  با انحراف استانداردهای  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  می‌توان مدل خطی  $a = fa + w$  برای مشاهدات در نظر گرفت که در آن  $a$  بردار مشاهدات،  $w$  بردار نویز مشاهدات و بردار  $f$  برابر مقدار  $f = [1, 1, \dots, 1]^T$  می‌باشد. حال با فرض نویز گوسی با متوسط صفر می‌توان به یک تخمین بهینه با کمترین واریانس رسید. تخمین این متغیر و واریانس کمینه آن از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\hat{a} = (f^T M^{-1} f)^{-1} f^T M^{-1} f \quad (27)$$

$$\sigma_{\text{opt}}^2 = (f^T M^{-1} f)^{-1} \quad (28)$$

که در آن  $M$  ماتریس کوواریانس مشاهدات و  $\sigma_{\text{opt}}^2$  کمترین واریانس تخمین بوده که با باند کرامر راتو برابر است (کمترین واریانس برای تخمین را دارد) [24]. با فرض استقلال اندازه‌گیری‌ها و یا مشاهدات، ماتریس کوواریانس قطری خواهد شد و روابط به‌صورت ساده زیر می‌شوند:

$$\hat{a} = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{\sigma_i^2} / \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (29)$$

$$\frac{1}{\sigma_{\text{opt}}^2} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (30)$$

بنابراین برای تخمین موقعیت ربات و نشانه‌ها از (29) و (30) می‌توان برای تخمین بهینه با کمترین واریانس ممکن استفاده نمود.

<sup>1</sup> Minimum variance unbiased estimator

جدول 1 پارامترهای قابل تنظیم در شبیه سازی

Table1 Simulation parameter setting

| پارامتر                       | مقدار       | نام                  |
|-------------------------------|-------------|----------------------|
| فاصله محور چرخهای ربات        | 1m          | $D$                  |
| فرکانس سیستم کنترل            | 10Hz        | $1/d_t$              |
| فرکانس مشاهده                 | 2sec        | $\Delta t_0$         |
| حداکثر زاویه چرخش فرمان ربات  | 30°         | $G_{max}$            |
| برد ماکزیمم حسگر مشاهده       | 25m         | $R_{max}$            |
| سرعت ربات و انحراف معیار آن   | 2, 0.2 m/s, | $V, \sigma_v$        |
| انحراف معیار زاویه فرمان ربات | 1°          | $\sigma_G$           |
| انحراف معیار حسگر قطب‌نما     | 1°          | $\sigma_{\theta_r}$  |
| انحراف معیارهای حسگر مشاهده   | 0.1m, 1°    | $\sigma_R, \sigma_B$ |

برای آن‌که اثر دنباله نویز که یک فرآیند تصادفی است در شبیه سازی اثر نامطلوبی نگذارد هر تست با پارامترهای ثابت خودش حداقل 50 مرتبه تکرار شده و سپس روی تمام مقادیر و معیارهای جمع آوری شده، متوسط گیری صورت گرفته است. پارامتر حسگر زاویه ربات مانند  $\sigma_{\theta_r}$  فقط برای روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی استفاده می‌شود و پارامترهای مرتبط با خصوصیات ربات مانند زاویه فرمان و فاصله چرخ‌ها فقط در مونه مطلق کاربرد دارند.

هدف در این بخش بررسی عملکرد و قابلیت‌های مونه بهبود یافته جدید نسبت به روش‌های قدیمی است ولی برای مقایسه کارایی روش‌های مونه نسبی و مطلق، مقایسه‌ای نیز با مونه مبتنی بر EKF نیز صورت می‌پذیرد. برای این مقایسه از معیار مجذور میانگین مربعات خطا<sup>1</sup> (RMSE) برای تعیین موقعیت ربات در طول مسیر طی شده و تخمین مکان نشانه‌ها استفاده می‌شود. در شکل‌ها و توضیحات شبیه‌سازی، مونه نسبی با روش‌های پیشنهادی جدید با عنوان ILPE و IMVPE و روش‌های قبلی با LPE و MVPE و مونه مطلق مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته با نماد EKF مشخص شده‌اند.

رفتار EKF-SLAM در مسیرهای کوتاه و با تعداد نشانه کم بخوبی قابل بررسی و ارزیابی نیست؛ لذا در این‌جا برخلاف [22] که طول مسیر 180 متر و تعداد نشانه‌ها 35 عدد بود تست در چند محیط بزرگ انجام شده است. مسیرهای تست از 1350 متر تا 6214 متر و تعداد نشانه‌ها از 177 تا 500 عدد می‌باشد. "شکل 4" محیط‌های تست را نشان می‌دهد. در "شکل 4" مسیر ربات و موقعیت نشانه‌ها هم در حالت واقعی و هم برای روش‌های EKF، ILPE و IMVPE نشان داده شده است.

ملاحظه می‌شود روش‌های پیشنهادی آن‌چنان با دقت موقعیت نشانه‌ها و مسیر ربات را تخمین زده‌اند که تفکیک آن‌ها از میزان واقعی حتی در تصاویر بزرگ شده به‌سختی امکان‌پذیر است اما عدم دقت EKF بخوبی قابل مشاهده می‌باشد.

"شکل 5" خطای تعیین موقعیت ربات برای پنج روش EKF، LPE، MVPE، ILPE و IMVPE در سرعت<sup>2</sup> "های مختلف ربات و براساس تغییرات عدم قطعیت در سرعت  $\sigma_v$  و زاویه فرمان ربات  $\sigma_G$  برای محیط‌های تست "شکل 4" را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی نسبت به تغییرات عدم قطعیت در مدل حرکت ربات حساس نبوده و تقریباً ثابت می‌باشند و اگر هم با افزایش سرعت ربات دارای تغییرات جزئی هستند این تغییرات ناشی از تاثیر سرعت روی عملکرد حسگر مشاهده می‌باشد.

**تعیین موقعیت ربات:** براساس تعداد کل نشانه‌های مشاهده شده  $q$  موقعیت برای ربات، همراه با واریانس مربوطه براساس روابط (25) و (26) می‌توان به‌دست آورد. سپس با استفاده از (27) و (30) موقعیت بهینه ربات قابل محاسبه خواهد بود.

لازم به ذکر است که تخمین گر واریانس کمینه وقتی نویز اندازه‌گیری گوسی و اندازه‌گیری‌ها مستقل از هم باشند بهینه است. در صورتی که وجود این دو فرض در تخمین گر نسبی اثبات نشده است، روش پیشنهادی بهینه نخواهد بود؛ اما در بخش 4 نشان خواهیم داد که این روش در تمام شرایط تست کارایی بهتر از مونه با MVPE و EKF استاندارد دارد.

### 3-3- حجم محاسبات و حافظه مورد نیاز در مونه نسبی جدید

حجم محاسبات مورد نیاز در روش‌های مونه مبتنی بر نقشه نسبی تقریباً با یکدیگر برابر است. حجم محاسبات این روش‌ها بسیار کمتر از مونه مطلق مبتنی بر تخمین گر کالمن می‌باشد. چون اگر  $N$  نشانه در محیط وجود داشته باشد؛ حجم محاسبات مونه معمولی از مرتبه  $O(N^2)$  است ولی حجم محاسبات مونه جدید خیلی کمتر بوده و چون محاسبات بروز رسانی بصورت مستقل از هم انجام می‌شود؛ حجم محاسبات نسبت به مونه معمول بشدت کاهش پیدا کرده و به مرتبه  $O(q^2)$  می‌رسد که در آن  $q$  متوسط تعداد نشانه‌های دیده شده در هر بار اسکن ربات از محیط است. این مقدار معمولاً ثابت بوده و با افزایش تعداد نشانه‌ها تغییر نمی‌کند و به تراکم نشانه‌ها در محیط وابسته است.

حجم حافظه مورد نیاز در روش‌های پیشنهادی مبتنی بر نقشه نسبی در بدترین شرایط ممکن که تمام نشانه‌های محیط به‌صورت همزمان در یک اسکن ربات دیده شوند، تقریباً برابر مونه مطلق است؛ چون در مونه جدید بردار حالت  $(N-1)$  مقدار داشته و به همین تعداد حافظه برای نگهداری واریانس حالتها نیاز است. از طرف دیگر برای نگهداری موقعیت مطلق نشانه‌ها و واریانس آن‌ها نیاز به  $4N$  حافظه دیگر می‌باشد؛ که مجموعاً  $2N(N+2)$  حافظه نیاز است. در مونه مطلق بردار حالت حدوداً  $2N+3$  تایی بوده و ماتریس کوواریانس آن  $(2N+3)^2/2$  مقدار متفاوت خواهد داشت که در مجموع حافظه مورد نیاز در هر دو تقریباً یکسان است. اما در حالت عملی هیچگاه این بدترین شرایط برای مونه نسبی بوجود نمی‌آید. به‌عنوان نمونه در شبیه‌سازی انجام شده بخش 4 که در محیط 175 نشانه وجود دارد طول بردار حالت نسبی 1025 است؛ یعنی مونه نسبی مبتنی بر روش‌های پیشنهادی کمتر از یک سی‌ام مونه مطلق مبتنی بر تخمین گر کالمن حافظه نیاز دارد.

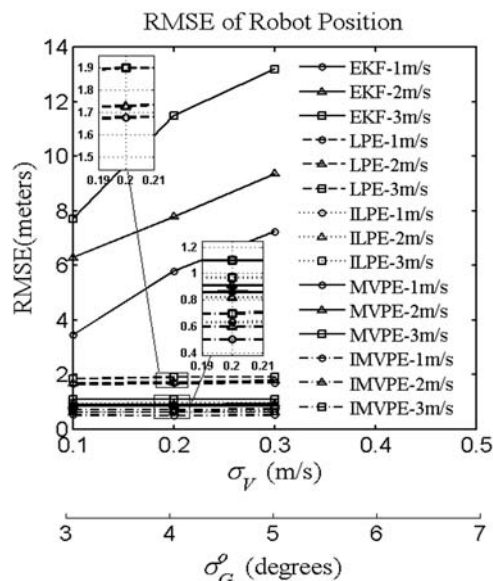
### 4- آزمایش‌ها

برای تست عملکرد و مقایسه روش‌های پیشنهادی از محیطی با نشانه‌های مصنوعی استفاده می‌شود. در این تست کارایی روش‌های بهبود یافته در مقایسه با روش‌های قبلی و EKF-SLAM استاندارد مقایسه می‌گردد. برای این شبیه‌سازی از نرم‌افزار شبیه‌ساز بایلی [27] استفاده شده و با توجه به امکان تغییر شرایط شبیه‌سازی، اثر عدم قطعیت‌ها و تغییرات پارامترهای مختلف ربات و حسگرها را بر روی عملکرد روش‌های مختلف بررسی شده است.

در این شبیه‌سازی، تست‌ها در یک فضای  $200 \times 200$  متر و دو فضای  $400 \times 400$  متر انجام می‌شود و ربات همواره از مبدا مختصات محیط شروع حرکت می‌کند. پارامترهایی که می‌توان در شبیه‌ساز آن‌ها را تغییر داد در جدول (1) قابل مشاهده می‌باشند.

<sup>1</sup> Route Mean Squire Error





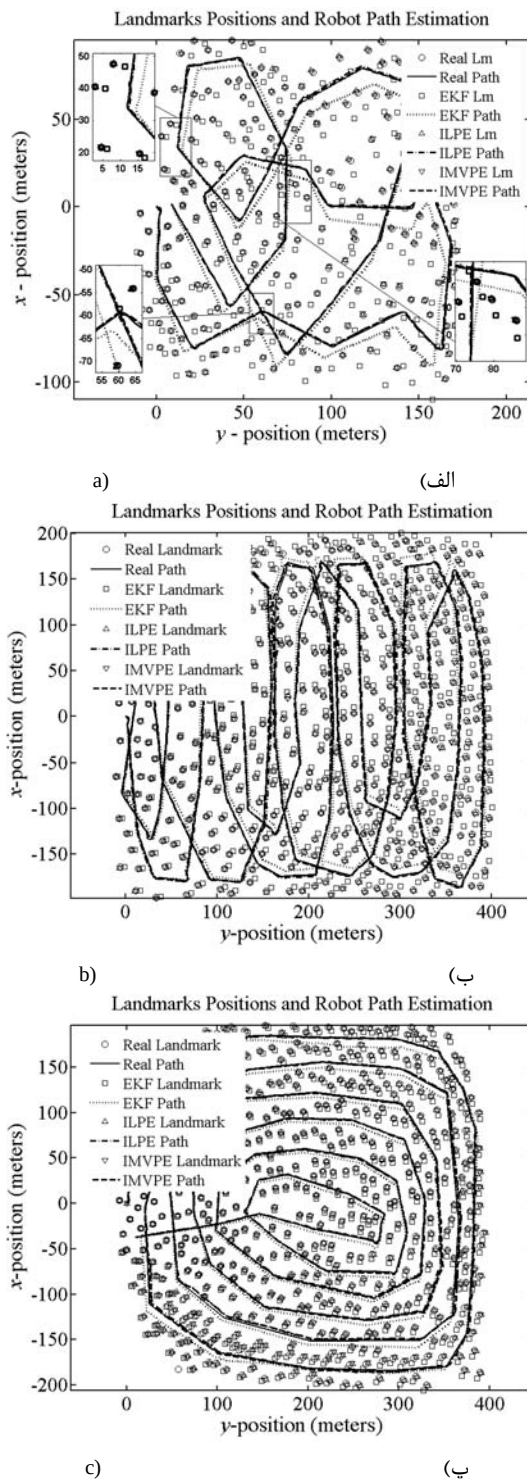
**Fig. 5** RMSE of robot position for EKF, LPE, ILPE, MVPE and IMVPE methods based on various robot speeds (1-2-3m/s) and changes in uncertainty of robot speed  $\sigma_v$  and uncertainty of robot steering angle  $\sigma_\theta$ .

شکل 5 RMSE موقعیت ربات برای روش‌های EKF، LPE، ILPE، MVPE و IMVPE در سرعت‌های مختلف ربات (1، 2 و 3 متر بر ثانیه) براساس تغییرات عدم قطعیت سرعت ربات  $\sigma_v$  و عدم قطعیت زاویه چرخ ربات  $\sigma_\theta$ .

بزرگ شده دقت شود مشاهده می‌گردد که دقت روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی به ترتیب از IMVPE به ILPE، MVPE و LPE کاهش می‌یابد. این بدین معنی است که روش پیشنهادی ILPE که بهبود یافته LPE است؛ از روش MVPE نیز پیشی گرفته است. "شکل 2" مانند یکی از تست‌های صورت گرفته در [22] است با این تفاوت که در این‌جا محیط تست بزرگتر شده است. ملاحظه می‌شود در این‌جا به‌واسطه افزایش طول مسیر روش EKF به‌واسطه ماهیت واگرایی خود، خطای بیشتری نشان داده به‌طوری‌که در تمام طول تست RMSE آن بیشتر از روش LPE است؛ این در صورتی است که در تست مشابه [22] در عدم قطعیت‌های کم مدل حرکت ربات، EKF بهتر از LPE بود.

یکی از نقاط ضعف تست‌های انجام شده در [22] جهت مقایسه EKF با روش‌های LPE و MVPE، انجام کلیه تست‌ها براساس تغییرات عدم قطعیت سرعت ربات  $\sigma_v$  و عدم قطعیت زاویه چرخ ربات  $\sigma_\theta$  بوده است. تغییرات این دو پارامتر فقط روی عدم قطعیت مدل حرکتی ربات و روش EKF موثر است در صورتی که جهت ایجاد شرایط عادلانه در تست، لازم است عدم قطعیت حسگر زاویه ربات (حسگر قطب‌نما)  $\sigma_{\theta_r}$  را نیز تغییر داد تا تاثیر آن بر روی روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی نیز بررسی شود.

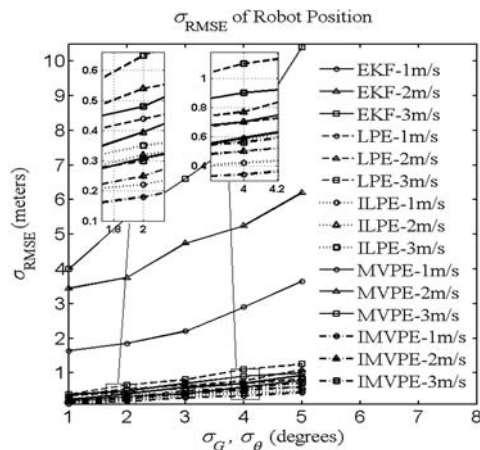
"شکل 6" متوسط مجذور خطای تعیین موقعیت ربات را برای روش‌های EKF، LPE، MVPE، ILPE و IMVPE در سرعت‌های مختلف ربات و براساس تغییرات عدم قطعیت در زاویه فرمان ربات  $\sigma_\theta$  و عدم قطعیت در زاویه حسگر زاویه ربات (حسگر قطب‌نما)  $\sigma_{\theta_r}$  نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در این تست دیگر خطای روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی ثابت نیستند و با افزایش عدم قطعیت در حسگر زاویه ربات، خطای آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. "شکل 6" نشان می‌دهد در این شرایط که عدم قطعیت حسگر زاویه ربات در کنار عدم قطعیت زاویه فرمان در حال تغییر و افزایش است باز هم روش‌های



**Fig.4** The simulated test environments with the robot path and landmarks positions (Lm) of actual positions, EKF, ILPE and IMVPE methods estimation in closed-loop path, a) with 1300 meters length and 175 landmarks, b) with 6214 meters length and 400 landmarks, c) with 5000 meters length and 500 landmarks.

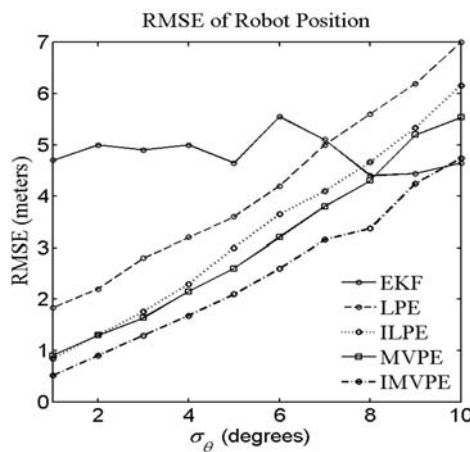
شکل 4 محیط‌های شبیه‌سازی همراه با موقعیت نشانه‌ها و مسیر ربات که در آن مسیر واقعی ربات و محل نشانه‌ها در حالت واقعی و برای روش‌های EKF، ILPE، IMVPE مشخص شده است. الف) مسیر 1350 متری با 175 نشانه، ب) مسیر 6214 متری با 400 نشانه، پ) مسیر 5000 متری با حدود 500 نشانه.

اما روش EKF نسبت به تغییرات سرعت و عدم قطعیت مدل حرکتی بسیار حساس بوده و با افزایش آن‌ها، خطای EKF افزایش می‌یابد. اگر روی تصاویر



**Fig.7**  $\sigma_{RMSE}$  of robot position for EKF, LPE, ILPE, MVPE and IMVPE with different robot speeds  $v = 1, 2, 3m/s$  and  $\sigma_v = 0.1v$  based on  $\sigma_G$  and  $\sigma_{\theta_r}$ .

شکل 7  $\sigma_{RMSE}$  موقعیت ربات برای روش‌های EKF, LPE, MVPE و IMVPE در سرعت‌های مختلف 1، 2 و 3 متر بر ثانیه و با  $\sigma_v = 0.1v$  براساس تغییرات  $\sigma_G$  و  $\sigma_{\theta_r}$ .



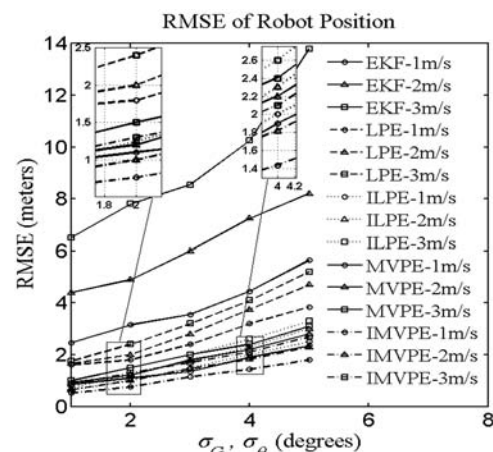
**Fig.8** The RMSE of robot positioning for EKF, LPE, ILPE, MVPE and IMVPE methods based on different values for  $\sigma_{\theta_r}$  with  $v = 2m/s$ ,  $\sigma_v = 0.2m/s$  and  $\sigma_G = 1^\circ$ .

شکل 8  $\sigma_{RMSE}$  موقعیت ربات برای روش‌های EKF, LPE, MVPE و IMVPE براساس تغییرات وسیع  $\sigma_{\theta_r}$  در سرعت ربات 2 متر بر ثانیه و با  $\sigma_v = 0.2m/s$  و  $\sigma_G = 1^\circ$ .

به خطای EKF می‌رسد. در حالی که خطای روش IMVPE بعد از رسیدن به حدود 10 درجه هنوز به خطای EKF نرسیده است. لذا به‌خوبی ملاحظه می‌شود که روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی در مقابل عدم قطعیت زاویه ربات مقاوم می‌باشند و علاوه بر این روش‌های پیشنهادی جدید IMVPE و ILPE نسبت به روش‌های قبلی در مقابل عدم قطعیت حسگر زاویه ربات بهتر عمل می‌کنند و مقام‌تر هستند.

## 5- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای پیاده‌سازی مونه با نقشه نسبی، دو روش جدید ILPE و IMVPE ارائه شد. این روش‌ها بهبود یافته‌ی روش‌های LPE و MVPE در مکان‌یابی و نقشه‌برداری هم‌زمان مبتنی بر نقشه نسبی هستند. روش‌های پیشنهادی در کنار کاهش حجم محاسبات و عدم نیاز به سینماتیک ربات، می‌توانند با سوئیچ متوالی بین حالت نسبی و حالت مطلق، در کنار ساخت نقشه نسبی، نقشه مطلق و موقعیت ربات را نیز به‌دست آورند.



**Fig.6** RMSE of robot position for EKF, LPE, ILPE, MVPE and IMVPE with different robot speeds  $v = 1, 2, 3m/s$  and  $\sigma_v = 0.1v$  based on  $\sigma_G$  and  $\sigma_{\theta_r}$ .

شکل 6  $\sigma_{RMSE}$  موقعیت ربات برای روش‌های EKF, LPE, MVPE و IMVPE در سرعت‌های مختلف 1، 2 و 3 متر بر ثانیه و با  $\sigma_v = 0.1v$  براساس تغییرات  $\sigma_G$  و  $\sigma_{\theta_r}$ .

مبتنی بر نقشه نسبی همواره بهتر از EKF عمل می‌کنند و هنوز هم دقت روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی به ترتیب از IMVPE به ILPE، MVPE و LPE کاهش می‌یابد.

این تست نشان می‌دهد که روش پیشنهادی ILPE بهتر از روش MVPE عمل نموده و روش پیشنهادی IMVPE از تمام روش‌ها کارایی بیشتری دارد. البته روش ILPE نسبت به روش قبلی ILPE به‌صورت چشمگیری بهبود یافته است که این به‌دلیل الگوریتم جستجوی کامل آن است که مانع از آن می‌شود که ILPE در کمینه محلی متوقف شود، اما بهبود روش IMVPE نسبت به روش قبلی MVPE خیلی قابل توجه نیست ولی در هر صورت این روش بهترین تخمین را از موقعیت ربات و نشانه‌ها می‌زند.

یک معیار مهم برای ارزیابی پایداری یک روش در مقابل دنباله‌های نویز مختلف، بررسی واریانس خطا در اجراهای متفاوت می‌باشد. "شکل 7" انحراف استاندارد متوسط مجذور خطای تعیین موقعیت ربات  $\sigma_{RMSE}$  ناشی از شرایط تست "شکل 6" می‌باشد. ملاحظه می‌شود  $\sigma_{RMSE}$  روش EKF بین 60 تا 75 درصد متوسط آن در "شکل 6" است؛ در صورتی که  $\sigma_{RMSE}$  در روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی حدود 20 درصد می‌باشد و این نشان‌دهنده پایداری این روش‌ها در مقابل دنباله نویز و عدم قطعیت‌های سیستم است.

ممکن است این تصور در ذهن شکل بگیرد که در روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی به‌واسطه استفاده از حسگر زاویه ربات (حسگر قطب‌نما)، کارایی بهتری نسبت به روش EKF ایجاد شده است اما باید یادآور شویم که مزیت اصلی روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی، مدل‌های خطی آن‌ها در تخمین کالمن و همگرایی آن‌ها می‌باشد که این خطی‌سازی با استفاده از حسگر زاویه ربات به‌دست آمده است. برای نشان دادن کارایی روش‌های جدید و بررسی این مسئله در یک تست عدم قطعیت زاویه فرمان ربات  $\sigma_{\theta}$ ، سرعت ربات و عدم قطعیت در سرعت ربات  $\sigma_v$  که تاثیر مستقیم روی عدم قطعیت زاویه ربات در روش EKF دارند را ثابت نگه داشته و عدم قطعیت در حسگر زاویه ربات  $\sigma_{\theta_r}$  که تاثیر مستقیم بر روی روش‌های مبتنی بر نقشه نسبی دارد را در محدوده وسیعی تغییر داده شده است. "شکل 8" نتیجه این تست را نشان می‌دهد.

متوسط خطای  $\sigma_{RMSE}$  روش EKF در این تست 4.84 متر است و ملاحظه می‌شود که خطای روش LPE بعد از رسیدن  $\sigma_{\theta_r}$  به حدود 7 درجه

- [10] M. Montemerlo, S. Thrun, D. Koller, B. Wegbreit, FastSLAM: A Factored Solution to the Simultaneous Localization and Mapping Problem, *Proceedings of the AAAI National Conference on Artificial Intelligence*, pp. 593-598, Edmonton, Canada, 2002.
- [11] M. Korkmaz, N. Ylmaz, A. Durdu, Comparison of the SLAM algorithms: Hangar experiments, *MATEC Web of Conferences*, DOI 10.1051/mateconf/20164203009, 2016.
- [12] Z. Kurt-Yavuz, S. Yavuz, A comparison of EKF, UKF, FastSLAM2.0, and UKF-based FastSLAM algorithms, *International Conference on Intelligent Engineering Systems*, Lisbon, Portugal, June13-15, 2012.
- [13] M.Csorba, *Simultaneous localisation and map building*, PhD thesis, Department of Engineering Science, University of Oxford, 1997.
- [14] M. Csorba, J. K. Uhlmann, H. F. Durrant-Whyte, A Sub Optimal Algorithm For Automatic Map Building, *Proceedings of the American Control Conference*, New Mexico, June 6-7, 1997.
- [15] M. C. Deans, M. Hebert, Invariant Filtering for Simultaneous Localization and Mapping, *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1042-1047, USA, April 24-28, 2000.
- [16] A. Martinelli, R. Siegwart, Improving the SLAM Convergence with a Relative Map Filter, *International Conference on Intelligent Autonomous Systems (IAS04)*, Amsterdam, the Netherlands, 2004.
- [17] P. N. Newman, *On the Structure and Solution of the Simultaneous Localisation and Map Building Problem*, PhD. thesis, Department of Mechanical and Mechatronic Engineering University of Sydney, Mar.1999.
- [18] P. M. Newman, H.F. Durrant-Whyte, An efficient solution to the slam problem using geometric projection, *Proceedings of Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotis Systems IV*, Boston, USA, October 4, 2001.
- [19] A. Martinelli, N. Tomatis, R. Siegwart, Open Challenges in SLAM: An Optimal Solution Based on Shift and Rotation Invariants, *IEEE International Conference on Robotics and Automation - ICRA*, April 26- May1, 2004.
- [20] A. Martinelli, V. Nguyen, N. Tomatis, R. Siegwart, A relative map approach to SLAM based on shift and rotation invariants, *Elsevier, Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55, No. 1, pp. 50-61, 2007.
- [21] W. Liu, T. Wang, Y. Zhang, A Relative Map Approach for Efficient EKF-SLAM, *Proceedings of IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*, pp. 2646-2650, Yantai, China, August 8-10, 2014.
- [22] S. F. Bahreinian, M. Palhang, M. Taban, A New Approach to Solve SLAM challenges by Relative Map Filter, *Journal of Intelligent Service Robotics, JIST-D-16-00023\_R1*, 2016 (under review).
- [23] C. Kim, H. Kim, W. K. Chung, Exactly Rao-Blackwellized unscented particle filters for SLAM, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3589-3594, May 2011.
- [24] M. Zamani Alavijeh, S. Hadian Jazi, Simultaneous Localization and Mapping Using Laser Data and Unscented FastSLAM with Scan Matching, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 217-225, 2016. (in Persian)
- [25] R. Siegwar, R. Nourbakhsh, *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, MIT press, edition 3, pp. 227-238, 2004.
- [26] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*, pp.101-120, April 5, 1993.
- [27] T. Bailey, *SLAM Simulator*, Available online: <http://www-personal.acfr.usyd.edu.au/tbailey>.

با اصلاح شرایط محیط شبیه‌سازی و افزایش مسیر حرکت ربات و تعداد نشانه‌ها نشان داده شد که نتایج برخی از تست‌های قبلی در مورد روش LPE جامع نبوده و در شرایط شبیه‌سازی در مسیرهای طولانی این روش رفتار بهتری از خود نسبت به مونه مبتنی بر EKF نشان می‌دهد.

در تست‌های انجام شده سعی شد پارامترها به‌گونه‌ای در نظر گرفته شوند که تغییرات آن‌ها به‌صورت عادلانه روی روش‌های مختلف مونه نسبی و مطلق تاثیر گذارد. لذا برای بررسی مونه مطلق تغییرات زاویه فرمان و برای تست روش‌های مبتنی بر مونه نسبی تغییرات حسگر زاویه ربات در نظر گرفته شد.

با شبیه‌سازی نشان داده شد که روش‌های پیشنهادی در شرایط مختلف تست دارای دقت بیشتری نسبت به روش‌های قبلی بوده به‌طوری که حتی روش ILPE کارایی بهتری نسبت به روش MVPE دارد.

نشان داده شد که روش‌های پیشنهادی در مقابل عدم قطعیت حسگر زاویه ربات مقاوم‌تر از روش‌های قبلی بوده و همچنان پایداری قابل توجهی در مقابل دنباله نویز سیستم دارند؛ به‌گونه‌ای که در شرایط مختلف، واریانس متوسط خطای موقعیت ربات در آن‌ها همچنان کمتر از یک سوم واریانس متوسط خطای مونه مطلق مبتنی بر روش EKF است. این نشان‌دهنده قابلیت اطمینان و پایداری روش‌های پیشنهادی در مقابل نویز حسگرها می‌باشد.

## 6- مراجع

- [1] H. Durrant-Whyte, T. Bailey, Simultaneous Localization And Mapping: part I, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Vol. 13, No. 2, pp. 99-110, 2006.
- [2] G. Dissanayake, P. Newman, S. Clark, H. F. Durrant-Whyte, M. Csorba, A Solution to the Simultaneous Localization and Map Building (SLAM) Problem, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 3, pp. 229-241, June 2001.
- [3] J. A. Castellanos, J. Neira, D. Tard, Limits to the Consistency of EKF-Based Slam, *5th IFAC Symposium On Intelligent Autonomous Vehicles, IAV'04*, Lisbon, Portugal, July 5 - 7, 2004.
- [4] S. Julier, J. K. Uhlmann, A counter example to the theory of simultaneous localization and map building, *IEEE International Conference on Robotic and Automation (ICRA)*, Seoul, Korea, May 21-26, 2001.
- [5] J. Leonard, H. Feder, Decoupled stochastic mapping, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 26, No. 4, pp. 561-571, 2001.
- [6] J. Aulinas, X. Llado, J. Salvi, Y. R. Petillot, Selective Submap Joining for Underwater Large Scale 6-DOF SLAM, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2552 - 2557, Taipei, Taiwan, Oct. 18-22, 2010
- [7] S. Thrun, Y. Liu, D. Koller, A. Ng, Z. Ghahramani, H. Durrant-Whyte, Simultaneous Localization and Mapping with Sparse Extended Information Filters, *International Journal of Robotics Research*, Vol. 23, No. 7-8, pp. 693-716, Aug. 2004.
- [8] R. Eustice, H. Singh, J. Leonard, M. Walter, R. Ballard, Visually Navigating the RMS Titanic with SLAM Information Filters, *Proceedings of Robotics: Science and Systems-RSS*, Cambridge, MA, pp.57-64, Jun., 2005.
- [9] G. Grisetti, C. Stachniss, W. Burgard, Improving grid based SLAM with Rao-Blackwellized particle filters by adaptive proposals and selective resampling, *Proceeding of International Conference on Robotics and Automation ICRA*, pp. 667-672, April 18-22, 2005.