



بهبود عملکرد روش تاثیر فیزیکی بر روی شبکه حجم محدود مرکز سلولی

امیر سلیمانی¹، قنبر علی شیخزاده²، رضا مداحیان^{3*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* صندوق پستی 143-14115، maddahian@modares.ac.ir، تهران

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 مهر 1395

پذیرش: 04 آبان 1395

ارائه در سایت: 05 دی 1395

کلید واژگان:

شبیه سازی عددی

دینامیک سیالات محاسباتی

جریان تراکم ناپذیر

الگوریتم تاثیر فیزیکی

الگوریتم تمام کوپل

چکیده

یکی از چالش های موجود در استفاده از روش های تمام کوپل در حل معادلات ناویر-استوکس، هزینه محاسباتی بالای این روش ها در تشکیل ماتریس ضرایب و حل دستگاه معادلات خطی است. یکی از راه حل های موجود برای کاهش هزینه محاسبات این گونه روش ها، افزایش سرعت همگرایی است. از این رو عملکرد الگوریتم مورد استفاده در مدل سازی جریان، می تواند تاثیر به سزایی در کاهش هزینه محاسباتی داشته باشد. در این مقاله به ارائه یک رهیافت برای بهبود عملکرد روش تاثیر فیزیکی در حل جریان تراکم ناپذیر، در شبکه مرکز سلولی پرداخته می شود. گسسته سازی بهینه شده برای سرعت جابجا کننده بر روی سطح کنترل، توضیح داده و با روش های قبل مقایسه شده است. مزیت های روش جدید در مقایسه با مدل های مشابه به طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است. الگوریتم بهینه شده، با حل جریان پایا در یک حفره مربعی با درپوش متحرک در عددهای رینولدز 100 تا 10000 و جریان گذرنده از پله در عدد رینولدز 800 مستند سازی شده است. مقایسه روند همگرایی روش جدید در حل مسائل نمونه در شبکه یکسان با روش های پیشین و بررسی تغییرات باقی مانده در هر تکرار نشان دهنده عملکرد مناسب روش بهبود یافته است. با توجه به اینکه روش بهبود یافته مشابه روش های قبلی از تعداد 9 سلول برای گسسته سازی معادلات استفاده می کند، ظرفیت حافظه و هزینه محاسباتی یکسانی دارد. لذا افزایش سرعت همگرایی در روش بهبود یافته نشان دهنده عملکرد بهتر روش جدید می باشد. روش بهبود یافته می تواند به عنوان پایه ای برای توسعه کدهای دینامیک سیالات محاسباتی برای شبکه مرکز سلولی مورد استفاده قرار گیرد.

Improving the performance of the physical influence scheme (PIS) for cell-centred finite volume method

Amir Soleimani¹, Ghanbar Ali Sheikhzadeh¹, Reza Maddahian^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, maddahian@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 28 September 2016
Accepted 24 November 2016
Available Online 25 December 2016

Keywords:

Numerical Simulation
Computational Fluid Dynamics
Incompressible Flow
Physical Influence Scheme
Fully Coupled Algorithm

ABSTRACT

One of the main difficulties in employing fully coupled algorithms for solving Navier-Stokes equations is the high computation cost of coefficient matrix determination and solving the linear equation system. Therefore, the number of required iterations and computational costs may be reduced by increasing the convergence rate. This article deals with the formulation and testing of an improved fully coupled algorithm based on physical influence scheme (PIS) for the solution of incompressible fluid flow on cell-centred grid. The discretisation of improved algorithm is investigated and fully clarified, by comparing the methodology with two similar schemes. For a better insight, two benchmark problems are solved. The first problem is a steady lid-driven cavity with different Reynolds numbers between 100 and 10000. The second problem is steady flow over a backward facing step for the specified Reynolds number of 800. The history of residuals for present and previous methods is compared, in order to demonstrate the performance of the new discretization scheme. It is worth mentioning, the presented method is based on nine cells discretization. Therefore, the computational costs and memory usage of the proposed method are almost the same as previous ones. The results indicate that, the improved method converges in fewer iterations in comparison with prior methods. The new scheme can be utilized for development of the computational fluid dynamics solvers based on cell-centred grid arrangement.

1- مقدمه

هنگامی که دامنه فشار نوسانی باشد، این مشکل به چالشی بزرگ تر تبدیل می شود [1]. در روش حجم محدود، استفاده از الگوریتم سیمپل¹ یا

یکی از مهمترین چالش های موجود در دینامیک سیالات محاسباتی، کوپل کردن متغیرهای سرعت با فشار در معادلات حاکم بر جریان سیال می باشد.

¹ Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation (SIMPLE)

Please cite this article using:

A. Soleimani, Gh. A. Sheikhzadeh, R. Maddahian, Improving the performance of the physical influence scheme (PIS) for cell-centred finite volume method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 571-582, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برتری قابل توجهی نسبت به الگوریتم سیمپل در شبکه هم مرکز دارد. کوبرو و فوئو [13] با استفاده از درون یابی وزنی مومنتوم روش "درون یابی فشرده مومنتوم" را پیشنهاد دادند. آن ها همچنین نتایج خود را با روش یو و همکاران [14] مقایسه کردند و نشان دادند که روش آنها سریع تر همگرا می شود.

نمونه دیگری از روش ها برای غلبه بر میدان فشار شطرنجی و کوپل کردن فشار با سرعت، روش "تاثیر فیزیکی" می باشد [15]. در این روش متغیرهای سرعت جابجا شده با استفاده از معادلات حاکم بر جریان و با روش "دیفرانسیل المان محدود" درون یابی می شوند. الگوریتم تاثیر فیزیکی اولین بار با روش حجم کنترل بر پایه المان محدود⁹ معرفی شد و انفصال آن بر روی معادلات جریان سیال تراکم ناپذیر صورت گرفت [15]. روش مذکور، یک روش کوپل بوده و متغیرها در هر تکرار در یک دستگاه حل می شوند. در این روش، در انفصال جمله جابجایی¹⁰ از "انفصال جریان بالادست موب" ¹¹ ارائه شده توسط ریشبای [16] استفاده می شود. نتایج بدست آمده از حل جریان در شرایط متفاوت، از جمله جابجایی خالص و جریان برگشتی با استفاده از شبکه مستطیلی، قابل قبول و بدون مشکل بوده است [17]. دنگ و همکاران [18] الگوریتم تاثیر فیزیکی را با استفاده از روش حجم محدود بر روی شبکه با سازمان ارائه کردند و روش ارائه شده را "درون یابی فیزیکی پایدار"¹² نامیدند. در روش ارائه شده، به دلیل قرار گرفتن نقطه های محاسباتی در مرکز شبکه درون یابی انجام شده، با استفاده از معادله مومنتوم، کوپل بهتری ایجاد می کند [19]. از دیگر روش های مشابه روش تاثیر فیزیکی الگوریتم دایرکتو¹³ می باشد که شباهت بسیار زیادی با روش درون یابی فیزیکی پایدار دارد [20]. تفاوت این روش با روش های گذشته در این است که بر خلاف روش درون-یابی فیزیکی پایدار، سرعت های درون یابی شده روی سطح حجم کنترل را به صورت صریح در نظر می گیرد.

ایشنايدر و کریمیان [21] با استفاده از روش تاثیر فیزیکی پیشنهاد شده توسط ایشنايدر و را [15]، در درون یابی متغیرهای سرعت جابجاکننده، علاوه بر معادله مومنتوم، معادله پیوستگی را نیز در نظر گرفتند [22]. در حل جریان های تراکم پذیر و تراکم ناپذیر با استفاده از الگوریتم کریمیان و ایشنايدر برای مسئله نازل همگرا واگرا، نتایج در گام های زمانی مختلف بدون نوسان و پایدار بوده است [23]. نایجل و ویتوم [24] روش های ایشنايدر- را و کریمیان- ایشنايدر را مقایسه نمودند. در این مقایسه آن ها نتیجه گیری کردند روش کریمیان- ایشنايدر دارای همگرایی بهتری است. دربندی و ایشنايدر [25-27] الگوریتم تمام سرعت را، بر پایه روش تاثیر فیزیکی و با در نظر گرفتن متغیر مومنتوم به جای سرعت، توسعه دادند. آن ها در معادله های خود دو مؤلفه مومنتوم، مومنتوم جابجا شده و مومنتوم جابجاکننده، در نظر گرفتند. دربندی و همکاران [28] با توسعه روش تاثیر فیزیکی، بر روی شبکه مثلی بدون سازمان، موفق به حل جریان پایا در حفره مربعی در شبکه هایی با تعداد نقاط محاسباتی کمتر در مقایسه با شبکه مربعی شده اند. اشرفی زاده و همکاران [29] علاوه بر درون یابی سرعت بر سطوح حجم کنترل، روشی برای درون یابی فشار در سطوح ارائه کردند. رضوانی و اشرفی زاده [30] با استفاده از

الگوریتم های مشابه در شبکه های هم مرکز منجر به پیدایش مشکل میدان فشار شطرنجی¹⁴ می شود [1-3]. دو عامل در پیدایش میدان فشار شطرنجی نقش دارند: اول این که متغیرهای سرعت جای گذاری شده در سطح حجم کنترل، در شکل نهایی گسسته شده، ناقض فرم بقایی معادله ها می باشند [1] و دوم این که در معادله منفصل شده مومنتوم، فشار در مرکز شبکه ها ظاهر نمی شود [1-3]. از راه کارهایی که برای حل این مشکل به کار می رود استفاده از شبکه های جابجا شده همراه با الگوریتم سیمپل می باشد [4].

علی رغم توسعه استفاده از شبکه جابجا شده در دهه هفتاد و هشتاد میلادی، استفاده از شبکه جابجا شده خالی از عیب نیست. عدم امکان استفاده در فیزیک یا شبکه های پیچیده به علت هم مرکز نبودن متغیرها، دشواری در اعمال شرایط مرزی به علت قرار نداشتن شبکه ای بعضی از متغیرها روی مرز و دشواری در ذخیره سازی متغیرها و اشغال بیش از حد حافظه رایانه، از جمله مشکل های این روش است [5]. از سوی دیگر، سهولت به کارگیری شبکه هم مرکز در سیستم های مختصات خمیده نامتعامل و همچنین آسان بودن اعمال الگوریتم های "چند شبکه ای"¹⁵ در شبکه های هم-مرکز [6]، پژوهشگران را به استفاده از این شبکه ترغیب می نماید. پریک و همکاران [7] با مقایسه شبکه هم مرکز و جابجا شده با استفاده از الگوریتم سیمپل، نشان دادند که شبکه هم مرکز علاوه بر این که هزینه محاسباتی کمتری در هر تکرار دارد، در تعداد تکرار کمتری نیز همگرا می شود.

راه کارهای اولیه برای حل مشکل میدان فشار شطرنجی استفاده از درجات بالاتر گسسته سازی برای متغیر فشار و افزودن پخش مصنوعی به معادله پیوستگی است [6]. رای و چو [8] با تعریف دو نوع سرعت، جابجا شده¹⁶ و جابجاکننده¹⁷، الگوریتم سیمپل را در شبکه هم مرکز با موفقیت اعمال کردند. در تعریف آن ها، سرعت جابجاکننده در معادله مومنتوم به کار گرفته می شود که مشابه تعریف پانتکار و اسپالدینگ [4] است. سرعت جابجا شده، در معادله پیوستگی، برای ایجاد معادله تصحیح فشار استفاده می شود. در واقع این کار برای درون یابی فشار با استفاده از سرعت جابجا شده انجام می شود و به همین علت به روش "درون یابی وزنی فشار"¹⁸ معروف می باشد [9]. روش ارائه شده توسط رای و چو، با وجود حل مشکل فشار در شبکه هم مرکز، عیب هایی نیز دارد. از جمله، مستقل نبودن جواب نهایی از ضریب زیرتخفیف و متفاوت بودن تعریف سرعت در معادله پیوستگی و مومنتوم که منجر به ناپایداری می شود [2]. در راستایی از بین بردن این عیب روش "درون یابی وزنی مومنتوم"¹⁹ توسط ماجومدار پیشنهاد شده است [10]. میلر و اشمیت [11] با استفاده از روش درون یابی وزنی مومنتوم، الگوریتم سیمپل-سی²⁰ را در شبکه هم مرکز اعمال کردند. این عمل باعث می شود که همگرایی دستگاه، بر خلاف روش رای و چو، مستقل از ضریب زیر تخفیف باشد. آن ها همچنین نشان دادند که در روش درون یابی وزنی فشار، در شرایطی که گرادین فشار زیاد باشد، تعریف غیر فیزیکی از سرعت در مرز حجم کنترل ایجاد می شود. کوبایاشی و پرییرا [12] الگوریتم پیرو²¹ را با استفاده از روش درون یابی وزنی مومنتوم، بر روی شبکه هم مرکز اعمال کردند و نتایج را با کار پریک و همکاران [7] مقایسه کردند. آن ها نتیجه گرفتند که الگوریتم پیرو

⁹ Compact Momentum Interpolation (CMI)

¹⁰ Physical Influence Scheme

¹¹ Finite Element Differential Scheme (FIELDS)

¹² Control Volume Based on Finite Element

¹³ Convection

¹⁴ Skew Upstream Differencing Scheme

¹⁵ Consistent Physical Interpolation (CPI)

¹⁶ DIRECTO

¹ Checkerboard pressure field problem

² Multigrid

³ Convected

⁴ Convecting

⁵ Pressure Weighted Interpolation (PWI)

⁶ Momentum Weighted Interpolation (MWI)

⁷ SIMPLE Consistent (SIMPLEC)

⁸ Pressure-Implicit with Splitting of Operators (PISO)

$$\rho(\bar{u}_e u_e - \bar{u}_w u_w) \Delta y + \rho(\bar{v}_n u_n - \bar{v}_s u_s) \Delta x + \left(\frac{P_E - P_W}{2} \right) \Delta y - \mu \left[\frac{u_E - 2u_P + u_W}{\Delta x} \right] \Delta y - \mu \left[\frac{u_N - 2u_P + u_S}{\Delta y} \right] \Delta x = 0 \quad (7)$$

$$\rho(\bar{u}_e v_e - \bar{u}_w v_w) \Delta y + \rho(\bar{v}_n v_n - \bar{v}_s v_s) \Delta x + \left(\frac{P_N - P_S}{2} \right) \Delta x - \mu \left[\frac{v_E - 2v_P + v_W}{\Delta x} \right] \Delta y - \mu \left[\frac{v_N - 2v_P + v_S}{\Delta y} \right] \Delta x = 0 \quad (8)$$

با توجه به معادلات (5)، (7) و (8) نیاز به جایگزین کردن متغیرهای u و v در وجوه حجم کنترل s, w, n, e با متغیرهایی بر روی گره‌های شبکه می‌باشد. این جای‌گذاری باید به گونه‌ای انجام شود که سرعت در نقطه‌های وجوه حجم کنترل با فشار در گره‌ها کوپل شود. از سویی دیگر، انفصال معادلات فوق باید منجر به بالادست شدن جملات جابجایی گردد. بنابراین، با گسسته‌سازی معادلات (2) و (3) با استفاده از روش تفاضل محدود و مرتب کردن معادلات برحسب متغیرهای u و v ، می‌توان متغیرهای روی سطح کنترل را درون‌یابی کرد. این روش اولین بار توسط ایشنایدر و را معرفی شد [15].

4- پیاده‌سازی روش تاثیر فیزیکی در شبکه حجم محدود مرکز سلولی

این بخش به پیاده‌سازی روش تاثیر فیزیکی در شبکه حجم محدود مرکز سلولی اختصاص دارد. بدین منظور ابتدا پیاده‌سازی این روش با استفاده از بالادست سازی مورب ایشنایدر و را [15] بیان خواهد شد. ایشنایدر و را [15] الگوریتم تاثیر فیزیکی را با استفاده از روش حجم کنترل بر پایه المان محدود پیاده‌سازی کردند و روش ارائه شده در این‌جا در شبکه حجم محدود مرکز سلولی پیاده‌سازی می‌شود. سپس، روش پیشنهادی دنگ و همکاران [18]، به منظور درک شباهت‌ها و تفاوت‌های روش پیشنهادی با این روش توضیح داده شده و در پایان روش بهبود یافته ارائه خواهد شد.

4-1- روش بالادست‌سازی مورب روی شبکه حجم محدود مرکز سلولی

برای استفاده از روش بالادست مورب، با در نظر گرفتن جهت جریان به عنوان مختصات دیفرانسیل، رابطه (9) را به شکل زیر حاصل می‌شود [18].

$$ds = \frac{u}{V} dx + \frac{v}{V} dy \quad (9)$$

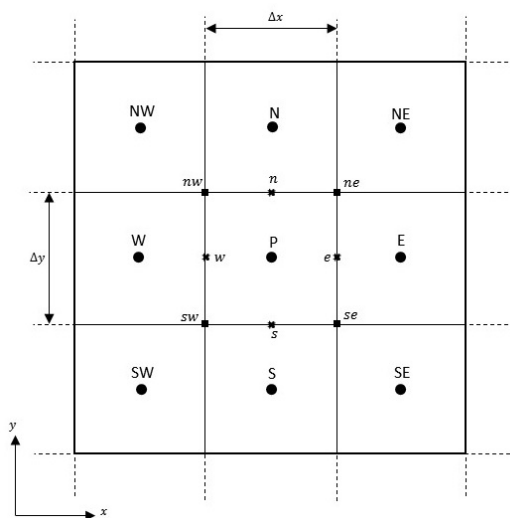


Fig. 1 Uniform two dimensional grid

شکل 1 شبکه یکنواخت دوبعدی در نظر گرفته شده برای گسسته‌سازی

روش مذکور راه‌کاری برای حل جریان تمام‌سرعت ارائه کردند.

مروری بر تحقیقات گذشته نشان می‌دهد روش تاثیر فیزیکی و الگوریتم‌های مشابه آن، روش بسیار مناسبی در کوپل کردن سرعت و فشار می‌باشد. در روش‌های تمام کوپل، حل دستگاه معادلات خطی هزینه محاسباتی بالایی دارد. از سویی دیگر، اعمال روش‌های تفکیک شده برای حل، در الگوریتم تاثیر فیزیکی، منجر به کاهش نرخ همگرایی، افزایش هزینه محاسباتی و طولانی‌تر شدن زمان حل در مقایسه با حل تمام کوپل این روش‌ها می‌شود [32,31]. از این‌رو، کاهش تعداد تکرارهای حلقه حل برای همگرا شدن به جواب نهایی، بدون افزایش هزینه محاسباتی یا میزان حافظه مورد نیاز، امری مطلوب محسوب می‌شود.

اغلب پژوهش‌های انجام شده بر روی الگوریتم تاثیر فیزیکی، بر روی روش حجم کنترل بر پایه المان محدود پیاده‌سازی شده است. تحقیق حاضر به پیاده‌سازی الگوریتم تاثیر فیزیکی با استفاده از روش حجم محدود بر روی شبکه‌های با سازمان می‌پردازد. با تغییر گسسته‌سازی جمله پخش و پیاده‌سازی در شبکه حجم محدود مرکز سلولی، الگوریتم بهبود یافته با الگوریتم‌های ایشنایدر و را [15] و دنگ و همکاران [18] مقایسه شده تا نقاط قوت الگوریتم جدید به خوبی مشخص شود. شایان ذکر است که هزینه محاسباتی و تعداد سلول‌های درگیر در فرایند گسسته‌سازی بین الگوریتم جدید و روش‌های پیشین یکسان است. به‌منظور بررسی روش بهبود یافته، دو مسئله نمونه شامل جریان پایا در حفره مربعی در اعداد رینولدز بین 100 و 10000 و جریان گذرنده از روی پله در رینولدز 800 در نظر گرفته شده است.

2- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان پایا و تراکم‌ناپذیر، شامل معادلات بقای جرم و مومنوم به فرم معادلات (1) تا (3) معرفی می‌گردند [33]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

در معادلات فوق u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در راستای x و y ، p فشار و μ به ترتیب چگالی و لزجت دینامیکی سیال می‌باشد.

3- گسسته‌سازی معادلات حاکم بر روی شبکه حجم محدود مرکز سلولی

شروع گسسته‌سازی با انتگرال‌گیری از معادلات (1) تا (3) بر روی حجم کنترل اطراف نقطه P در "شکل 1" می‌باشد:

$$(u_e - u_w) \Delta y + (v_n - v_s) \Delta x = 0 \quad (4)$$

$$\rho(u_e^2 - u_w^2) \Delta y + \rho(u_n v_n - u_s v_s) \Delta x + (p_e - p_w) \Delta y - \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y - \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_n - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = 0 \quad (5)$$

$$\rho(u_e v_e - u_w v_w) \Delta y + \rho(v_n^2 - v_s^2) \Delta x + (p_n - p_s) \Delta y - \mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y - \mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_n - \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = 0 \quad (6)$$

با خطی‌سازی معادلات (5) و (6)، درون‌یابی فشار روی سطوح حجم کنترل و انفصال جمله پخش، با تقریب گسسته‌سازی مرکزی، معادلات (7) و (8) حاصل خواهند شد:

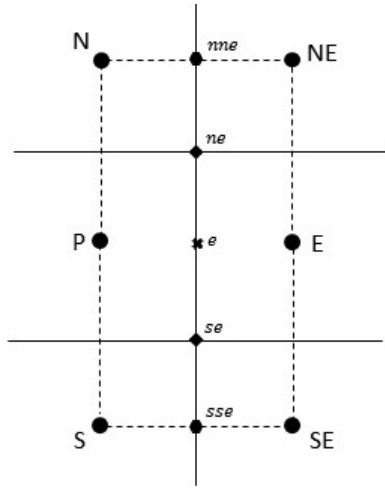


Fig. 3 Points and nodes related to eastern control volume face

شکل 3 صفحه شرقی و نقطه‌های وابسته به آن

و برای جمله دوم در رابطه (16)، رابطه (18) نوشته می‌شود:

$$\rho \bar{v}_e \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_e = \rho \max[\bar{v}_e, 0] \frac{(u_e - u_{sse})}{\Delta y/2} + \rho \min[\bar{v}_e, 0] \frac{(u_{nne} - u_e)}{\Delta y/2} \quad (18)$$

 که در شبکه همگن برای رابطه‌های (17) و (18) درونیابی متغیرهای روی نقطه‌های nne و sse از رابطه‌های (19) و (20) استفاده می‌شود.

$$\left\{ \phi_{nne} \approx \frac{\phi_N + \phi_{NE}}{2} \mid \phi \in \{u, v, P\} \right\} \quad (19)$$

$$\left\{ \phi_{sse} \approx \frac{\phi_S + \phi_{SE}}{2} \mid \phi \in \{u, v, P\} \right\} \quad (20)$$

گسسته‌سازی تفاضل محدود برای جمله فشار در معادلات (21) و (22) ارائه گردیده است:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_e \approx \frac{P_E - P_P}{\Delta x} \quad (21)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_e \approx \frac{P_{ne} - P_{se}}{\Delta y} \quad (22)$$

گسسته‌سازی جمله پخش در این روش با استفاده از رابطه‌های (23) و (24) انجام می‌شود.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_e + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_e \approx \left[\frac{u_P - 2u_e + u_E}{(\Delta x/2)^2} \right] + \left[\frac{u_{nne} - 2u_e^* + u_{sse}}{(\Delta y/2)^2} \right] \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_e + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \Big|_e \approx \left[\frac{v_P - 2v_e + v_E}{(\Delta x/2)^2} \right] + \left[\frac{v_{nne} - 2v_e^* + v_{sse}}{(\Delta y/2)^2} \right] \quad (24)$$

 در روابط (23) و (24) برای درونیابی متغیرهای روی نقطه‌های nne و sse در شبکه همگن از رابطه‌های (19) و (20) استفاده می‌شود. در جمله دوم رابطه‌های (23) و (24)، متغیرهای u_e^* و v_e^* با استفاده از رابطه‌های (25) و (26) درونیابی می‌شوند:

$$u_e^* \approx \frac{u_E + u_P}{2} \quad (25)$$

$$v_e^* \approx \frac{v_E + v_P}{2} \quad (26)$$

و در نهایت از رابطه‌های (23) و (24)، فرم گسسته شده معادلات پخش به صورت رابطه‌های (27) و (28) حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_e + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_e \approx \left[\frac{u_P - 2u_e + u_E}{(\Delta x/2)^2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{u_{SE} - 2u_e + u_{NE}}{(\Delta y/2)^2} + \frac{u_S - 2u_P + u_N}{(\Delta y/2)^2} \right] \quad (27)$$

بنابراین می‌توان جمله جابجایی در معادلات (2) و (3) را به شکل معادلات (10) و (11) بازنویسی کرد:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \left(|\vec{V}| \frac{\partial u}{\partial s} \right) \quad (10)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \rho \left(|\vec{V}| \frac{\partial v}{\partial s} \right) \quad (11)$$

 که $|\vec{V}|$ با استفاده از رابطه (12) تعیین می‌گردد:

$$|\vec{V}| = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (12)$$

گسسته‌سازی رابطه‌های (10) و (11) با استفاده از روش بالادست مورب به صورت رابطه‌های (13) و (14) می‌باشد

$$|\vec{V}| \frac{\partial u}{\partial s} \Big|_e \approx \frac{u_e - u_d}{L} \quad (13)$$

$$|\vec{V}| \frac{\partial v}{\partial s} \Big|_e \approx \frac{v_e - v_d}{L} \quad (14)$$

 مقدار ϕ_d را با استفاده از رابطه (15) می‌توان درونیابی کرد:

$$\left(\phi_d \approx \frac{a}{\Delta y} \phi_s + \frac{b}{\Delta y} \phi_P \mid \phi \in \{u, v\} \right) \quad (15)$$

 فواصل a و b مربوط به رابطه (15) در "شکل 2" نشان داده شده است.

4-2- روش دنگ و همکاران

در روش دنگ و همکاران [18]، انفصال جملات جابجایی در معادلات (2) و (3) در شبکه متعامد انجام می‌شود. انفصال این جمله‌ها باید به گونه‌ای انجام شود که جملات جابجایی بالادست شوند. به عبارت دیگر، در صورت مثبت بودن سرعت، انفصال پسرو خواهد بود و در صورت منفی بودن آن انفصال پیشرو خواهد شد. با در نظر گرفتن دو جمله جابجایی در معادله (3):

$$\frac{\rho u}{1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho v}{2} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (16)$$

 با توجه به "شکل 3" برای جمله اول در رابطه (16) در نقطه انتگرالی e می‌توان رابطه (17) را نوشت.

$$\rho \bar{u}_e \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_e = \rho \max[\bar{u}_e, 0] \frac{(u_e - u_P)}{\Delta x/2} + \rho \min[\bar{u}_e, 0] \frac{(u_E - u_e)}{\Delta x/2} \quad (17)$$

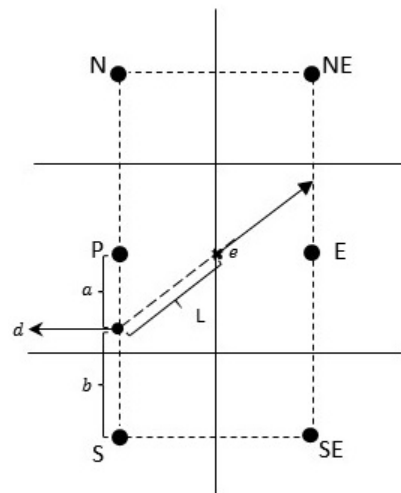


Fig. 2 Points and nodes related to eastern control volume face and velocity vector located of face

 شکل 2 نقطه‌های پیرامون وجه شرقی e و بردار سرعت بر روی این وجه.

خطی منجر به نتیجه غیردقیق می‌شود. در رابطه با علت دوم، در گسسته‌سازی جملات پخش هر چه دامنه مورد استفاده برای گسسته‌سازی کوچک‌تر باشد، خطای گسسته‌سازی کاهش پیدا کرده و دقت گسسته‌سازی بیشتر است.

با دقت بیشتر در رهیافت ارائه شده (روابط (17)، (18)، (21)، (22)، (29) و (30) می‌توان این نکته را به خوبی درک کرد که، دامنه حل برای سطح کنترل e از شرق به نقطه E ، از غرب به نقطه P ، از شمال به ne و از جنوب به se منتهی می‌شود. در حالی که برای بالادست‌سازی در راستای افقی از P و E و در راستای عمودی از nne و sse استفاده می‌شود.

در نهایت رابطه به‌دست آمده برای سطح کنترل e به شکل روابط (32) و (33) نوشته می‌شود

$$u_e = \sum_{i=nb} (ae_i u_i + ceu_i p_i) \quad (32)$$

$$v_e = \sum_{i=nb} (be_i v_i + cev_i p_i) \quad (33)$$

$$nb = \{E, P, S, N, SE, NE\} \quad (34)$$

با جای‌گذاری جمله‌های تخمین زده شده روی سطح حجم کنترل، در رابطه‌های اصلی (4)، (7) و (8) فرم نهایی معادلات، برای یک شبکه $n \times n$ به شکل رابطه (35) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a_P & b_P & c_P \\ a'_P & 0 & c'_P \\ 0 & b''_P & c''_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_P \\ v_P \\ p_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_E & b_E & c_E \\ a'_E & 0 & c'_E \\ 0 & b''_E & c''_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_E \\ v_E \\ p_E \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} a_W & b_W & c_W \\ a'_W & 0 & c'_W \\ 0 & b''_W & c''_W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_W \\ v_W \\ p_W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_N & b_N & c_N \\ a'_N & 0 & c'_N \\ 0 & b''_N & c''_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_N \\ v_N \\ p_N \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} a_S & b_S & c_S \\ a'_S & 0 & c'_S \\ 0 & b''_S & c''_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_S \\ v_S \\ p_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{NW} & b_{NW} & c_{NW} \\ a'_{NW} & 0 & c'_{NW} \\ 0 & b''_{NW} & c''_{NW} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{NW} \\ v_{NW} \\ p_{NW} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} a_{NE} & b_{NE} & c_{NE} \\ a'_{NE} & 0 & c'_{NE} \\ 0 & b''_{NE} & c''_{NE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{NE} \\ v_{NE} \\ p_{NE} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{SW} & b_{SW} & c_{SW} \\ a'_{SW} & 0 & c'_{SW} \\ 0 & b''_{SW} & c''_{SW} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{SW} \\ v_{SW} \\ p_{SW} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} a_{SE} & b_{SE} & c_{SE} \\ a'_{SE} & 0 & c'_{SE} \\ 0 & b''_{SE} & c''_{SE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{SE} \\ v_{SE} \\ p_{SE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \\ D' \\ D'' \end{bmatrix} \quad (35) \end{aligned}$$

انجام این عملیات برای تمام نقطه‌های محاسباتی در نهایت منجر به ایجاد یک دستگاه معادلات خطی می‌شود. در این دستگاه ماتریس ضرایب یک ماتریس بلوکی¹ نه قطری می‌باشد. با حل دستگاه حاصل و تکرار تا همگرایی، جواب نهایی حاصل می‌شود.

5- نتایج و بحث

برای ارزیابی روش حاضر، دو مسئله نمونه با استفاده از هر سه روش حل می‌شود. برای ارزیابی بهتر روش‌ها، روند تغییرات باقیمانده در هر تکرار در هر مسئله، برای رینولدزهای مختلف رسم و با یکدیگر مقایسه می‌شود.

5-1- جریان داخل حفره

هندسه حل مسئله نمونه یک حفره چهار گوش مربعی با درپوش متحرک به ابعاد L است که در "شکل 4" نشان داده شده است. سیال موجود در حفره سیال تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده است. دیوار فوقانی متحرک با سرعت

$$\left. \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right|_e + \left. \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right|_e \approx \left[\frac{v_P - 2v_e + v_E}{(\Delta x/2)^2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{v_{SE} - 2v_e + v_{NE}}{(\Delta y/2)^2} + \frac{v_S - 2v_P + v_N}{(\Delta y/2)^2} \right] \quad (28)$$

از روش پیشنهادی دنگ و همکاران [18] در حل مسائل گوناگون از جمله، جریان آشفته بر روی باله [34]، جریان آرام و آشفته در پشت استوانه [35]، [36] و جریان در پشت استوانه با سطح مقطع مربعی [37] استفاده شده است.

4-3- روش بهبود یافته

در روش بهبود یافته گسسته‌سازی جمله‌های پخش تغییر داده شده است و به صورت رابطه‌های (30) و (31) نوشته می‌شود:

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_e + \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_e \approx \left[\frac{u_P - 2u_e + u_E}{(\Delta x/2)^2} \right] + \left[\frac{u_{se} - 2u_e + u_{ne}}{(\Delta y/2)^2} \right] \quad (29)$$

$$\left. \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right|_e + \left. \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right|_e \approx \left[\frac{v_P - 2v_e + v_E}{(\Delta x/2)^2} \right] + \left[\frac{v_{se} - 2v_e + v_{ne}}{(\Delta y/2)^2} \right] \quad (30)$$

در شبکه یکنواخت، مقادیری که روی نقاط شبکه قرار می‌گیرند را می‌توان از رابطه (32) تخمین زد:

$$\left(\phi_{ne} \approx \frac{\phi_P + \phi_E + \phi_N + \phi_{NE}}{4} \mid \phi \in \{u, v, P\} \right) \quad (31)$$

در روش ارائه شده برای گسسته‌سازی جمله‌های فشار از روابط (21) و (22) و برای جمله جابجایی از توسعه الگوریتم ایشنایدر و را [15] بر روی شبکه حجم محدود مرکز سلولی (روابط (17) و (18)) استفاده می‌شود.

4-4- جمع‌بندی گسسته‌سازی معادلات

علت استفاده ایشنایدر و را [15] از روش بالادست مورب، به‌کار بردن شبکه بی‌سازمان بوده است. این روش بالادست کردن جمله‌های جابجایی، در شبکه بی‌سازمان، اعمال الگوریتم تاثیر فیزیکی را در کد بسیار ساده می‌کند. اما این ساده شدن همراه با پایین آمدن درجه بالادست کردن می‌باشد.

در رابطه‌های (17) و (18)، استفاده از نقطه‌های nne و sse منجر به بالادست‌سازی بهتری می‌شود. بالادست‌سازی مورب، در شرایطی که نقطه‌های محاسباتی در مرکز شبکه قرار دارد، دقت درجه یک دارد و نتیجه مطلوبی نخواهد داشت. در حالی که استفاده از نقطه‌های nne و sse برای بالادست‌سازی، از دقت درجه دوم برخوردار است.

در روش دنگ و همکاران [18]، علت گسسته‌سازی جمله پخش به‌صورت رابطه‌های (27) و (28)، ساده‌تر بودن جداسازی متغیر سرعت در سطح کنترل، u_e و v_e می‌باشد. گسسته‌سازی جمله پخش به‌صورت رابطه‌های (29) و (30) منجر به پیچیدگی فرآیند گسسته‌سازی معادلات شده اما تغییری در تعداد سلول‌های درگیر در گسسته‌سازی ایجاد نمی‌کند. لازم به ذکر است، هزینه محاسباتی حل ماتریس و میزان حافظه موردنیاز در هر سه روش برای یک تکرار یکسان است.

گسسته‌سازی جمله پخش با استفاده از روش دنگ و همکاران [18] منجر به کاهش دقت تخمین سرعت در سطح حجم کنترل می‌شود و همگرایی را با مشکل همراه می‌کند. در نامناسب بودن این روش گسسته‌سازی برای معادلات پخش می‌توان دو دلیل برشمرد. اول، در مکان‌هایی که گسسته‌سازی در راستای سطح انجام می‌شود، برای سرعت تخمین خطی در نظر گرفته شده است (رابطه‌های (25) و (26)). دوم استفاده از نقطه‌های nne و sse به جای ne و se . در رابطه با علت اول می‌توان گفت جایگزین کردن متغیرهایی که تعبیر فیزیکی دارند با استفاده از درونیایی

¹ Block Matrix

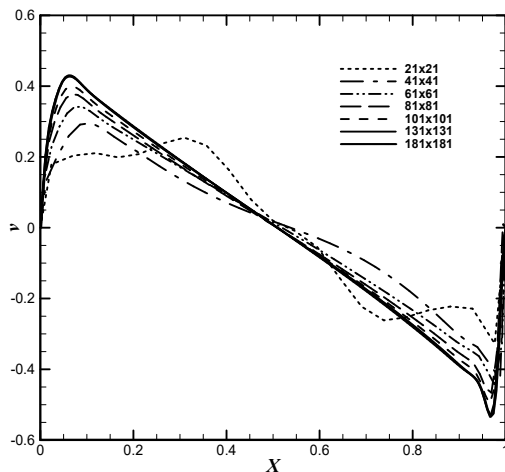


Fig. 5 Vertical velocity on $y = \frac{1}{2}L$ for the flow with Reynolds number 10000 for various size of grids

شکل 5 سرعت عمودی در $y = \frac{1}{2}L$ برای جریان با عدد رینولدز 10000 برای شبکه‌های مختلف

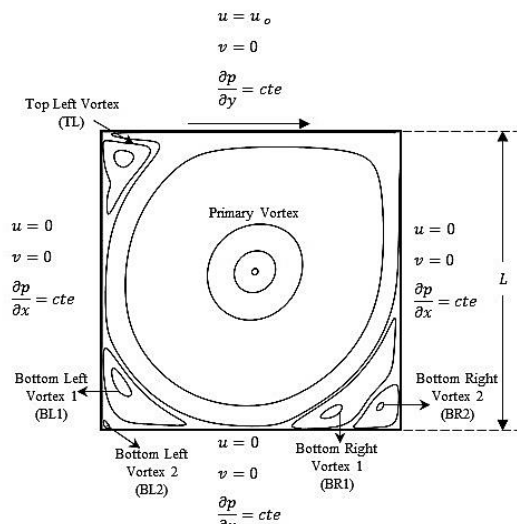


Fig. 4 Physical geometry and boundary conditions for velocity and pressure

شکل 4 هندسه مسئله و شرایط مرزی سرعت و فشار

ثابت u_o در حال حرکت و مابقی دیوارها بدون حرکت می‌باشند. بر روی تمامی دیوارها شرط عدم لغزش و عدم نفوذ حاکم است. فشار روی دیوارها با استفاده از دو نقطه محاسباتی، در راستای عمود بر صفحه، برون‌یابی می‌شود.

5-1-2- نتایج حاصل از حل جریان پایا در حفره

جریان پایا در حفره برای اعداد رینولدز بین 100 تا 10000 حل شده و نتایج آن بررسی می‌شود. نتایج حاصل شده با حل گیا و همکاران [38] مقایسه شده است. در "شکل 6" نتایج حاصل شده برای مولفه‌های سرعت افقی و عمودی، u و v ، به ترتیب در $x = 1/2 L$ و $y = 1/2 L$ ، برای جریان با رینولدزهای 100، 400، 1000، 5000، 7500 و 10000 با حل عددی گیا و

5-1-1- استقلال حل از شبکه

برای یافتن جواب مستقل از شبکه، مسئله برای جریان با رینولدز 10000 برای شبکه‌های 21x21، 41x41، 61x61، 81x81، 101x101، 131x131 و 181x181 حل می‌شود. برای بررسی نتایج، مولفه سرعت عمودی، v ، در $y = 1/2 L$ برای تمامی شبکه رسم می‌شود. با توجه به "شکل 5" نتایج حاصل شده از شبکه

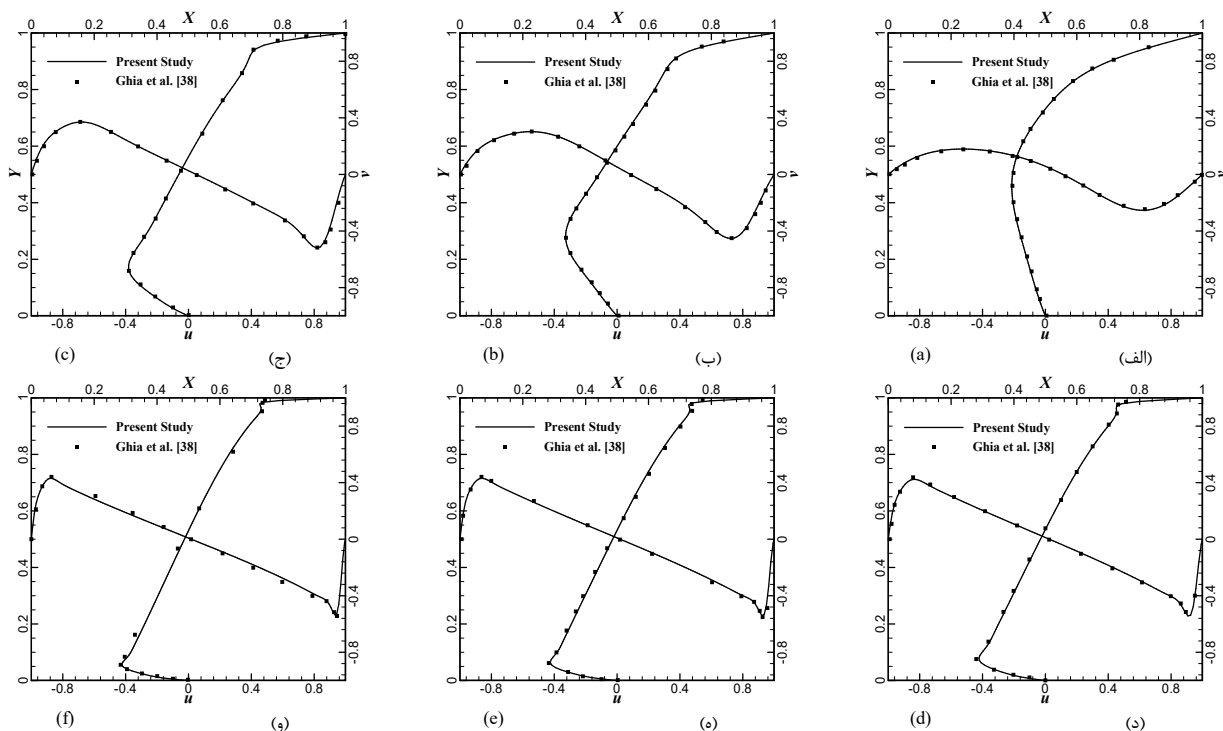


Fig. 6 Horizontal velocity on $x = \frac{1}{2}L$ and vertical velocity on $y = \frac{1}{2}L$ for the flow with Reynolds number (a) 100, (b) 400, (c) 1000, (d) 5000, (e) 7500 and (f) 10000

شکل 6 سرعت افقی در $x = \frac{1}{2}L$ و سرعت عمودی در $y = \frac{1}{2}L$ برای جریان با عدد رینولدز (الف) 100، (ب) 400، (ج) 1000، (د) 5000، (ه) 7500 و (و) 10000

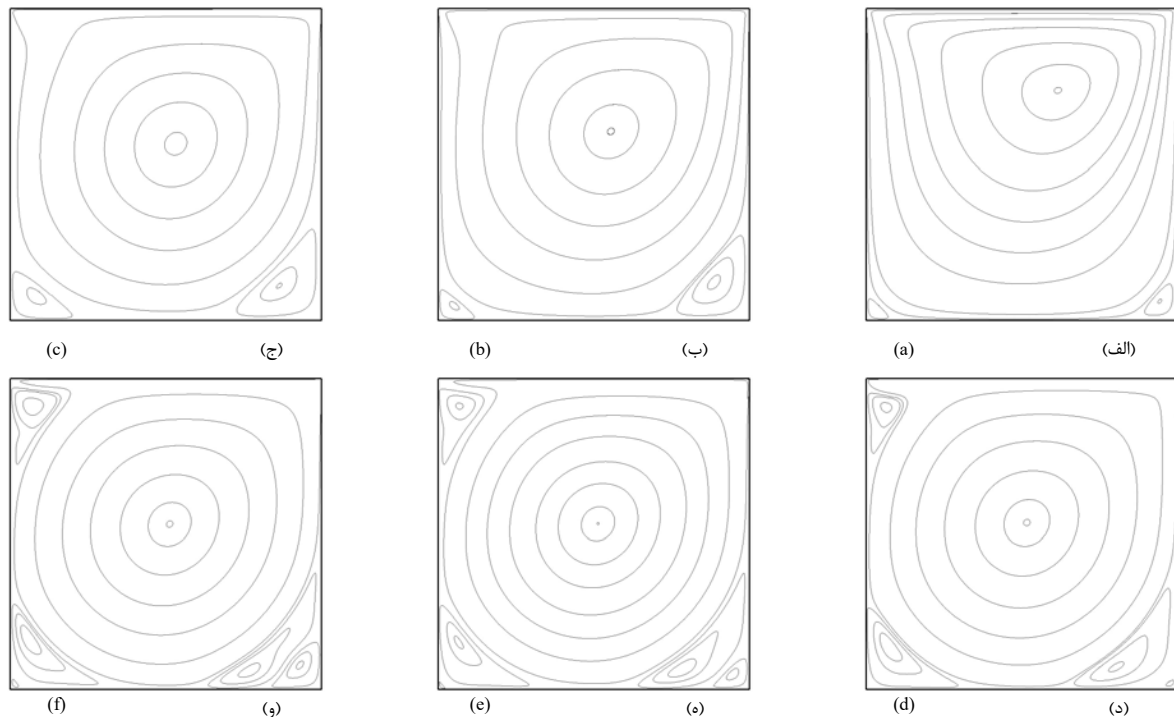


Fig. 7 Streamlines for the flow with Reynolds number (a) 100, (b) 400, (c) 1000, (d) 5000, (e) 7500, (f) 10000

شکل 7 خطوط جریان برای جریان با عدد رینولدز (الف) 100، (ب) 400، (ج) 1000، (د) 5000، (ه) 7500 و (و) 10000

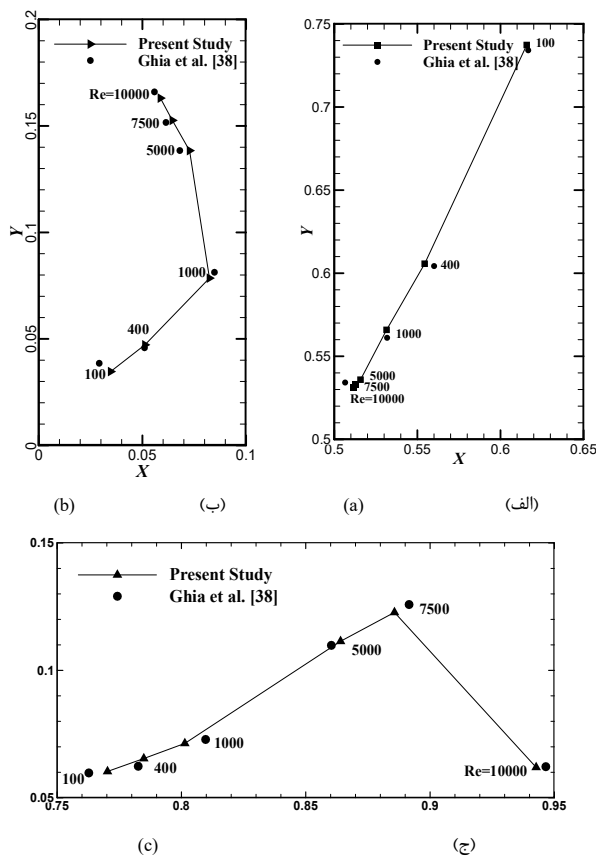


Fig. 8 Coordinates of vortex centroids for the various Reynolds number for (a) Primary vortex, (b) BL1 vortex and (c) BR1 vortex.

شکل 8 مختصات مراکز گردابه‌ها برای جریان با اعداد رینولدز مختلف در (الف) گردابه مرکزی، (ب) گردابه BL1 و (ج) گردابه BR1

همکاران [38] مقایسه شده است. در "شکل 6"، نتایج حاصل شده تا عدد رینولدز 7500 کاملاً با حل گیا و همکاران [38] تطابق دارند. اما برای جریان با عدد رینولدز 10000، میزان اختلاف نتایج حاصل شده با حل گیا و همکاران [38] افزایش یافته است (شکل 6-و)). علت این اختلاف، استفاده گیا و همکاران [38] از درجه‌های بالاتر بالادست، برای جمله جابجایی می‌باشد.

نتایج به‌دست آمده برای خطوط جریان در رینولدزهای مختلف در "شکل 7" نشان داده شده است. نتایج خطوط جریان نشان می‌دهد که تمامی گردابه‌های فرعی تشکیل شده‌اند. همچنین، پیوستگی خطوط جریان نشان از همگرایی کامل نتایج می‌دهد.

در "شکل 8" مختصات مرکز گردابه‌های اصلی، BL1 و BR1 با نتایج گیا و همکاران [38] مقایسه شده است. میزان اختلاف مراکز هر سه با حل گیا و همکاران [38] همخوانی قابل قبولی دارد و درصد خطا ناچیز می‌باشد.

5-3-1- مقایسه روش جدید با روش‌های قبل

برای مقایسه رهیافت جدید با روش‌های قبل، روند همگرایی به جواب برای هر روش، در مسئله یکسان بررسی می‌شود. این عمل با مشاهده روند تغییر باقیمانده در هر تکرار بررسی می‌شود. بدین منظور، برای محاسبه باقیمانده، بعد از حل دستگاه معادلات خطی و یافتن متغیرهای مجهول، ماتریس ضرایب با مقادیر جدید تشکیل شده و با استفاده از رابطه (36) مقدار باقیمانده محاسبه می‌شود [39].

$$R^n = \Phi^{n+1} X^n - \psi^{n+1} \quad (36)$$

در رابطه (36)، ماتریس ضرایب Φ^{n+1} و ماتریس ثابت، با استفاده از مقادیر جدید حاصل شده از مرحله قبل می‌باشد. X^n مقادیر به‌دست آمده از حل دستگاه معادلات خطی مرحله قبل می‌باشد.

شبکه کوچک‌تر دارد. در تحقیقی دیگر که توسط دنگ و همکاران [40] به چاپ رسیده است، برای حل جریان با رینولدز 10000 از شبکه 257×257 استفاده شده است در حالی که در تحقیق حاضر و با استفاده از رهیافت پیشنهادی نتایج در شبکه 131×131 بدست آمده است.

5-2- جریان گذرنده از روی پله

در "شکل 10" می‌توان هندسه مسئله، به همراه شرایط مرزی را مشاهده نمود. ابعاد هندسه مستطیلی به ارتفاع H و طول $30H$ در نظر گرفته شده است. ورودی جریان در سطح فوقانی مرز غربی، به ارتفاع $H/2$ انتخاب شده است. شرایط مرز ورودی، جریان کاملاً توسعه یافته با میانگین یک اعمال شده است (رابطه (36)).

$$u = 24 \left(\frac{H}{2} - y \right) (y - H) \quad (36)$$

شرایط مرزی قسمت‌های شمالی، جنوبی و قسمت پایینی مرز غربی دیوار ثابت و بدون لغزش در نظر گرفته شده است. در سطح شرقی، جریان کاملاً توسعه یافته افقی با فشار ثابت اعمال شده است.

در مقایسه تغییرات باقیمانده بین روش‌های مختلف، برای جریان با رینولدز 1000 و 5000 شبکه 81×81 و برای جریان با رینولدز 7500 شبکه 91×91 در نظر گرفته شده است. در روند حل ضریب زیرتخفیف برای هیچ یک از روش‌ها در نظر گرفته نشده است. در حل جریان با رینولدز کم، تفاوت قابل ملاحظه‌ای مشاهده نشد. با افزایش عدد رینولدز، فرآیند همگرایی برای روش‌های مختلف متفاوت می‌باشد. در روش بالادست مورب، مقدار باقیمانده برای جریان با رینولدزهای 1000، 5000 و 7500، در بازه‌ی 10^{-4} و 10^{-5} ثابت قرار می‌گیرد.

در روش دنگ و همکاران [18] در حل جریان با رینولدز 1000، باقیمانده با شیب مناسب کاهش می‌یابد، اما در حل جریان با رینولدز 5000 باقیمانده در بازه‌ی 10^{-3} و 10^{-4} نوسان می‌کند و در نهایت در رینولدز 7500 نوسان‌های باقیمانده به بازه‌ی 10^{-2} و 10^{-3} افزایش می‌یابد. نتایج مقایسه تغییرات باقیمانده در "شکل 9" قابل مشاهده است. همان طور که در "شکل 9" مشاهده می‌شود، روند کاهش باقیمانده در روش جدید، در قیاس با دو روش دیگر، بسیار بهبود پیدا کرده است.

لازم به ذکر است، حل جریان با رینولدز 10000 در دو روش دیگر نیاز به

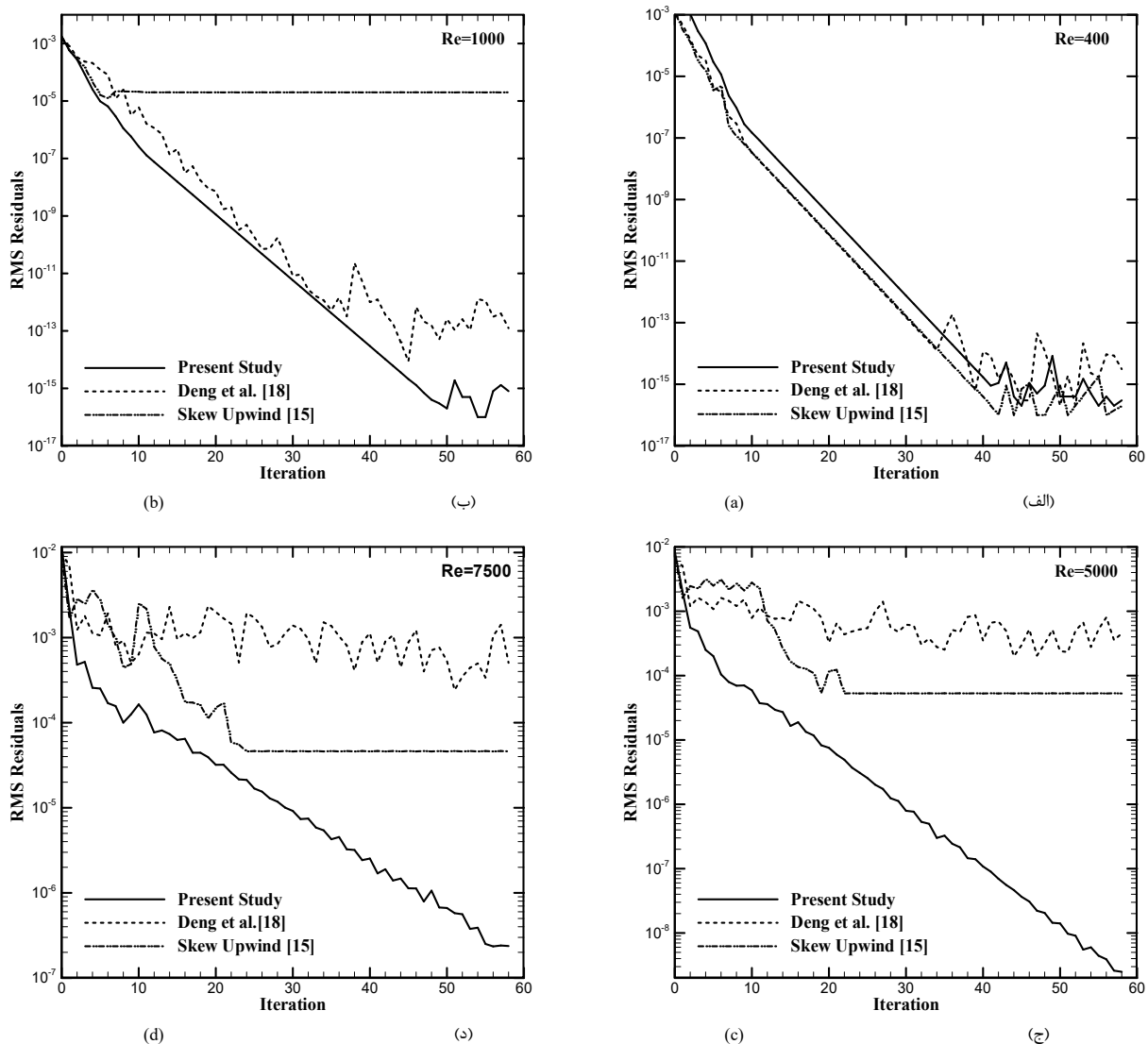


Fig. 9 Convergence history for various methods for the flow with Reynolds number (a) 400, (b) 1000, (c) 5000 and (d) 7500.

شکل 9 تغییرات باقیمانده در هر تکرار برای روش‌های مختلف در حل جریان با رینولدز (الف) 400، (ب) 1000، (ج) 5000 و (د) 7500

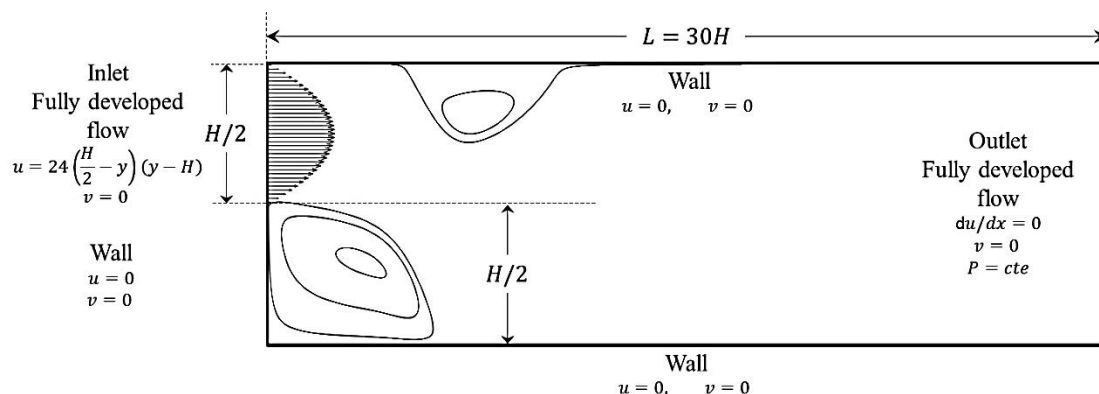


Fig. 10 Physical geometry and boundary conditions for velocity and pressure for backward facing step flow.

شکل 10 هندسه مسئله و شرایط مرزی سرعت و فشار برای جریان گذرنده از روی پله.

توسط گارتلینگ [41]، غیریکنواخت بوده و در ورودی ابعاد شبکه کوچکتر می‌باشد. "شکل 13" خطوط جریان را برای جریان گذرنده از روی پله برای روش بهبود یافته را نشان می‌دهد که همخوانی خوبی با نتایج عددی سایر محققین دارد.

در "شکل 14" تغییرات باقیمانده در هر تکرار، برای هر سه روش نشان داده شده است. شبکه مورد استفاده برای هر سه روش 130×1005 و روند حل بدون ضریب زیرتخفیف می‌باشد. نتایج روند همگرایی نشان می‌دهد که حل هر سه روش منتهی به همگرایی شده است. روند همگرایی روش بهبود یافته و بالادست مورب بسیار به یکدیگر نزدیک بوده است اما همچنان روش

برای این مسئله عدد رینولدز 800 در نظر گرفته شده است و با استفاده از رابطه (37) محاسبه می‌شود.

$$Re = \frac{u_{avr} H}{\nu} \quad (37)$$

که در رابطه فوق u_{avr} میانگین سرعت ورودی و ν گرانیوی دینامیکی می‌باشد.

مسئله حل شده با نتایج گارتلینگ [41] مقایسه و صحت نتایج بررسی خواهد شد. در پایان برای ارزیابی روش‌های ارائه شده مسئله در شرایطی یکسان با هر سه روش حل و روند همگرایی ثبت و بررسی می‌شود.

5-2-1- استقلال حل از شبکه

برای یافتن جواب مستقل از شبکه، مسئله برای شبکه‌های 60×405، 90×645، 110×855، 130×1005 و 150×1215 حل می‌شود. برای ارزیابی حل مستقل از شبکه، مولفه سرعت عمودی، v ، در $x = 7H$ برای تمامی شبکه‌ها بررسی می‌شود. در "شکل 11" تغییرات مولفه سرعت عمودی، برای شبکه‌های مختلف، در $x = 7H$ نمایش داده شده است.

در جدول 1 مقدار بیشینه مولفه سرعت عمودی v_{max} در $x = 7H$ موقعیت آن در محور مختصات y/H و درصد تغییر آن با مقدار شبکه قبلی بررسی شده است. برای محاسبه درصد تغییرات از رابطه (38) استفاده می‌شود.

$$RD\% = \frac{v_{max} - v_{max,0}}{v_{max,0}} \times 100 \quad (38)$$

که در رابطه فوق $v_{max,0}$ بیشینه مولفه سرعت عمودی در $x = 7H$ برای شبکه قبلی می‌باشد.

در جدول 1 میزان تغییرات شبکه 150×1215 نسبت به شبکه 130×1005 نزدیک به 1.5% می‌باشد. با نتایج حاصل شده می‌توان جواب شبکه 130×1005 جواب مستقل از شبکه در نظر گرفت.

5-2-2- نتایج حاصل از حل جریان گذرنده از روی پله

جریان گذرنده از روی پله با رینولدز 800 با استفاده از هر سه روش حل و نتایج حاصل شده با نتایج گارتلینگ [41] مقایسه می‌شود. در "شکل 12" نتایج مولفه‌های سرعت در $x = 7H$ و $x = 15H$ برای هر سه روش با نتایج گارتلینگ [41] مقایسه شده است. با توجه به "شکل 12" نتایج روش بهبود یافته و بالادست سازی مورب یکسان می‌باشد. نتایج روش دنگ و همکاران [18] اختلاف قابل ملاحظه‌ای با دو روش دیگر دارد. نتایج حاصل شده در مقایسه با نتایج گارتلینگ [41] همخوانی خوبی دارد. علت وجود اختلاف در نتایج شکل 12-b، استفاده از شبکه یکنواخت می‌باشد. شبکه استفاده شده

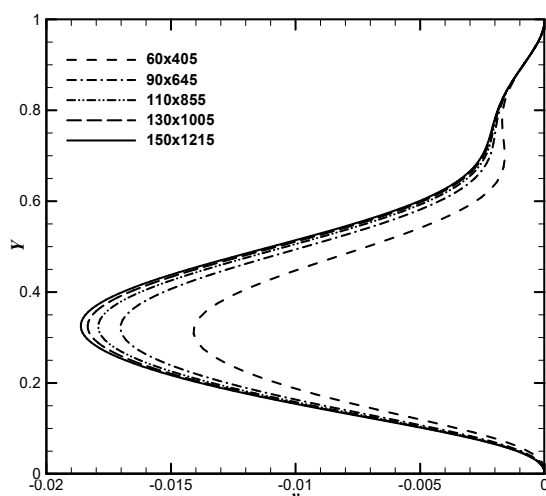


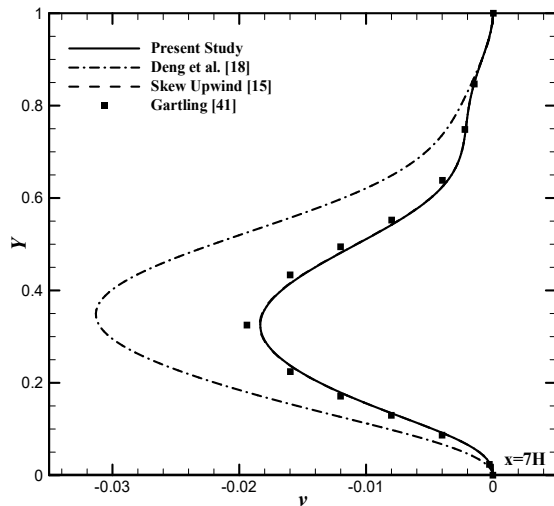
Fig. 11 Vertical velocity on $x = 7H$ for various size of grids

شکل 11 سرعت عمودی در $x = 7H$ برای شبکه‌های مختلف

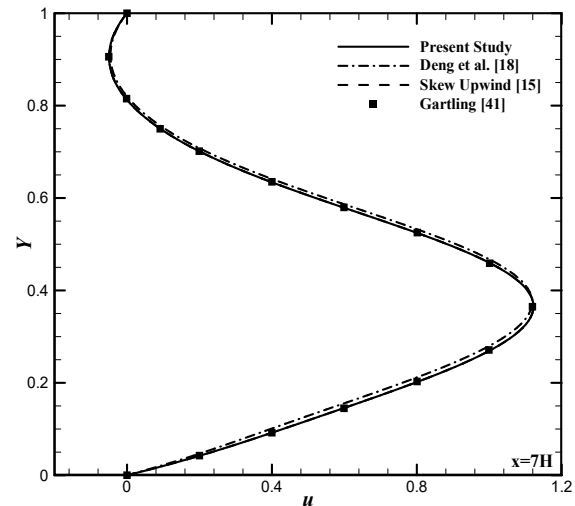
جدول 1 نتایج بیشینه مولفه سرعت عمودی در $x = 7H$ بر روی شبکه‌های مختلف

Table 1 Maximum vertical velocity component at $x = 7H$ for various grid size.

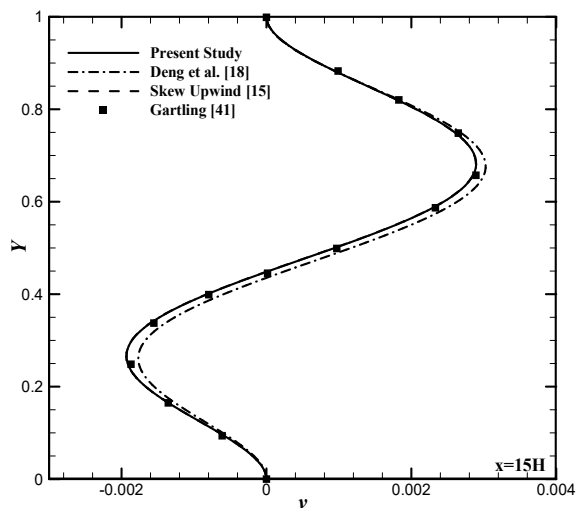
RD%	مختصات سرعت y/H بر محور	بیشینه مولفه سرعت عمودی در $x = 7H$	ابعاد شبکه
-	0.308333	-0.01409	60×405
20.78	0.316667	-0.01702	90×645
5.29	0.322727	-0.01792	110×855
2.34	0.326923	-0.01834	130×1005
1.53	0.323333	-0.01862	150×1215



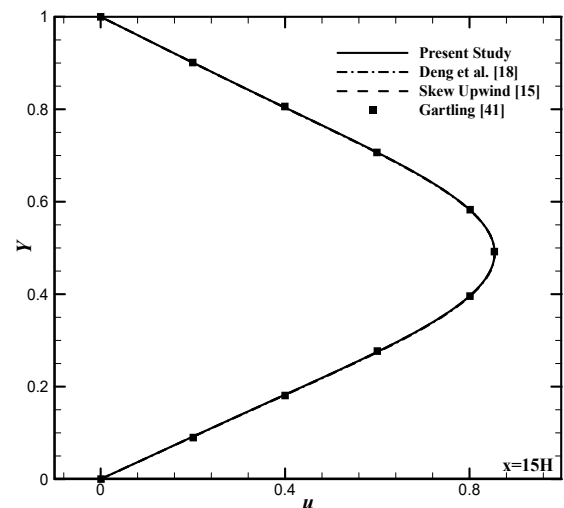
(b) Vertical velocity at $x = 7H$ $x = 7H$ در سرعت عمودی (ب)



(a) Horizontal velocity at $x = 7H$ $x = 7H$ در سرعت افقی (الف)



(d) Vertical velocity at $x = 15H$ $x = 15H$ در سرعت عمودی (د)



(c) Horizontal velocity at $x = 15H$ $x = 15H$ در سرعت افقی (ج)

Fig. 12 Vertical and horizontal velocity components for different discretization at $x = 7H$ and $x = 15H$

شکل 12 سرعت‌های افقی و عمودی برای روش‌های مختلف در $x = 15H$ و $x = 7H$

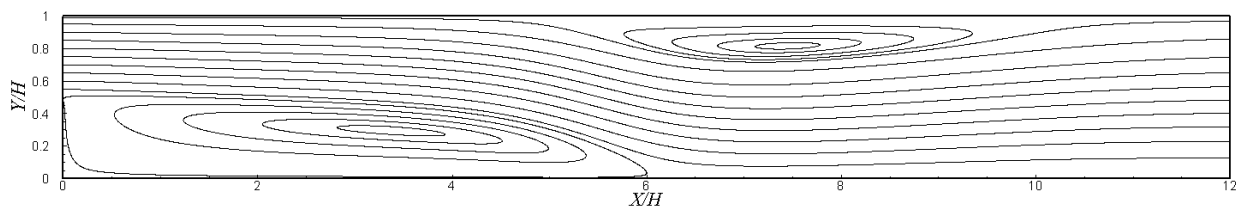


Fig. 13 Streamlines for backward facing step flow

شکل 13 خطوط جریان برای جریان گذرنده از روی پله

فیزیکی پایدار [18] و روشی بهبود یافته. برای تحلیل و بررسی روش‌های مختلف دو مسئله جریان درون حفره و جریان گذرنده از روی پله حل و نتایج بررسی شد. عملکرد رهیافت جدید با حل جریان پایا در یک حفره مربعی با درپوش متحرک در مقایسه با دو روش دیگر بهتر بود. پایداری انفصال جدید در مقایسه با دو روش دیگر با افزایش عدد رینولدز آشکارتر می‌شود. همچنین، سرعت همگرایی روش جدید در حل جریان درون حفره در قیاس با دو روش دیگر بیشتر است. نتایج حاصل شده از حل جریان پایا در حفره با نتایج تایید

بهبود یافته برای شبکه‌های یکسان سریع‌تر همگرا می‌گردد. روند همگرایی روش دنگ و همکاران [18] با دو روش دیگر اختلاف زیادی دارد.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی پیاده‌سازی روش تاثیر فیزیکی با استفاده از روش حجم محدود مرکز سلولی پرداخته شد. سه روش میان‌یابی برای سرعت‌های جابجاکننده در نظر گرفته شد، روش بالادست مورب [15]، روش درون‌یابی

عدد رینولدز	Re
مولفه سرعت	u, v
مولفه سرعت با استفاده از مقادیرهای مرحله قبل	$\bar{u}, \bar{v}$
مولفه سرعت بی بعد	U, V
بردار سرعت	$\vec{v}$
ماتریس متغیرهای اصلی (مولفه های سرعت و فشار)	X
علائم یونانی	
ماتریس ضرایب	Φ
ماتریس ثوابت	Ψ
لزجت	μ
چگالی	ρ
بالانویس ها	
مربوط به تکرار n ام	n
زیرنویس ها	
مکان صفحات محاسباتی	e, w, n, s
مکان نقطه های محاسباتی	P, E, W, N

8- مراجع

- [1] J. H. Ferziger, M. Perić, *Computational methods for fluid dynamics*, pp. 164-190, Springer Berlin, 2002.
- [2] S. Acharya, B. Baliga, K. Karki, J. Murthy, C. Prakash, S. Vanka, Pressure-based finite-volume methods in computational fluid dynamics, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 129, No. 4, pp. 407-424, 2007.
- [3] A. Date, Solution of transport equations on unstructured meshes with cell-centered colocated variables. Part I: Discretization, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 6, pp. 1117-1127, 2005.
- [4] S. V. Patankar, D. B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, pp. 1787-1806, 1972.
- [5] C. Fletcher, *Computational techniques for fluid dynamics 2: Specific techniques for different flow categories*, pp. 357-358, Springer Science & Business Media, 2012.
- [6] R. H. Pletcher, J. C. Tannehill, D. Anderson, *Computational fluid mechanics and heat transfer*, pp. 652-671, 674-676, CRC Press, 2012.
- [7] M. Perić, R. Kessler, G. Scheuerer, Comparison of finite-volume numerical methods with staggered and colocated grids, *Computers & Fluids*, Vol. 16, No. 4, pp. 389-403, 1988.
- [8] C. Rhie, W. Chow, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532, 1983.
- [9] P. Wesseling, *Principles of computational fluid dynamics*, pp. 237, 302, 537, Springer Science & Business Media, 2009.
- [10] S. Majumdar, Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 13, No. 1, pp. 125-132, 1988.
- [11] T. Miller, F. Schmidt, Use of a pressure-weighted interpolation method for the solution of the incompressible Navier-Stokes equations on a nonstaggered grid system, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 14, No. 2, pp. 213-233, 1988.
- [12] M. Kobayashi, J. Pereira, Numerical comparison of momentum interpolation methods and pressure-velocity algorithms using non-staggered grids, *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol. 7, No. 3, pp. 173-186, 1991.
- [13] A. Cubero, N. Fueyo, A compact momentum interpolation procedure for unsteady flows and relaxation, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 52, No. 6, pp. 507-529, 2007.
- [14] B. Yu, W.-Q. Tao, J.-J. Wei, Y. Kawaguchi, T. Tagawa, H. Ozoe, Discussion on momentum interpolation method for colocated grids

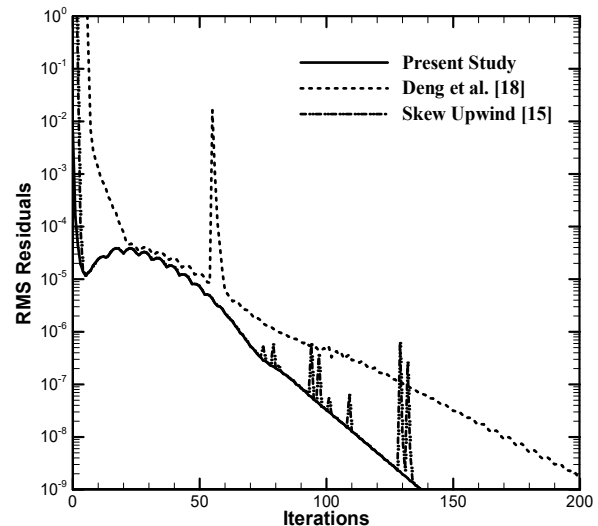


Fig. 14 Convergence history for various methods for the flow over a backward facing step

شکل 14 تغییرات باقیمانده در هر تکرار برای روش های مختلف در حل جریان گذرنده از روی پله

شده، تطابق قابل قبولی داشت. در حل مسئله جریان گذرنده از روی پله، نتایج و روند همگرایی روش بهبود یافته و بالادست مورب [15] بسیار به یکدیگر نزدیک بود. لازم به ذکر است که روش های بررسی شده برای گسسته سازی جملات مختلف در معادلات پیوستگی و مومنوم تعداد 9 سلول را به کار می گیرند. لذا ماتریس نهایی ضرایب ایجاد شده، از لحاظ ابعاد و از لحاظ پراکندگی کمیت های غیر صفر یکسان می باشند. از سویی دیگر، از آنجایی که متغیرهای یکسانی در هر سه روش تعریف شده و مورد استفاده قرار گرفته اند، حافظه مورد نیاز برای هر سه روش تقریباً یکسان می باشد. تنها تفاوت روش پیشنهادی در نحوه گسسته سازی معادلات بوده است. لذا با توجه به یکسان بودن تعداد سلول های درگیر و همچنین یکسان بودن تعداد متغیرهای ذخیره شده حافظه و هزینه محاسباتی یکسانی برای هر سه روش به کار گرفته می شود. در نتیجه زمان مورد نیاز در هر تکرار، برای تمامی روش ها تقریباً یکسان می باشد. لذا کاهش تعداد تکرار برای رسیدن به همگرایی مورد نظر، نشان دهنده افزایش سرعت همگرایی و بهبود عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با روش های پیشین است.

با استناد به نتایج بدست آمده و دلایل ارائه شده، رهیافت بهبود یافته پایدارتر بوده و دارای نرخ همگرایی بهتری در مقایسه با روش های قبل می باشد و توانایی حل عددی جریان با رینولدز بالاتر با تعداد نقاط محاسباتی کمتری را دارا می باشد.

7- فهرست علائم

ae	ضرایب سرعت عمودی
be	ضرایب سرعت افقی
ceu	ضرایب فشار در گسسته سازی معادله مومنوم راستای x
cev	ضرایب فشار در گسسته سازی معادله مومنوم راستای y
min	کمینه
max	بیشینه
P	فشار
R	باقیمانده

- performance of a physical influence scheme in structured triangular grids, *AIAA Paper*, Vol. 436, pp. 2003, 2003.
- [29] A. Ashrafizadeh, M. Rezvani, B. Bakhtiari, Pressure-velocity coupling on co-located grids using the method of proper closure equations, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 56, No. 3, pp. 259-273, 2009.
- [30] M. Rezvani, A. Ashrafizadeh, Numerical Simulation of the Inter-Equation Couplings in All-Speed Flows via the Method of Proper Closure Equations, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 58, No. 4, pp. 313-332, 2010.
- [31] H. Alisadeghi, S. Karimian, Comparison of different solution algorithms for collocated method of MCIM to calculate steady and unsteady incompressible flows on unstructured grids, *Computers & Fluids*, Vol. 46, No. 1, pp. 94-100, 2011.
- [32] M. Darbandi, A. Banaeizadeh, G. E. Schneider, Parallel computation of a mixed convection problem using fully-coupled and segregated algorithms, in *Proceeding of, American Society of Mechanical Engineers*, pp. 313-322.
- [33] F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish, *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*, pp. 48-54, Springer, 2016.
- [34] E. Guilmineau, J. Piquet, P. Queutey, Two-dimensional turbulent viscous flow simulation past airfoils at fixed incidence, *Computers & Fluids*, Vol. 26, No. 2, pp. 135-162, 1997.
- [35] E. Guilmineau, P. Queutey, A numerical simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 16, No. 6, pp. 773-794, 2002.
- [36] E. Guilmineau, P. Queutey, Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow, *Journal of fluids and structures*, Vol. 19, No. 4, pp. 449-466, 2004.
- [37] A. Roy, G. Bandyopadhyay, A finite volume method for viscous incompressible flows using a consistent flux reconstruction scheme, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 52, No. 3, pp. 297-319, 2006.
- [38] U. Ghia, K. N. Ghia, C. Shin, High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, *Journal of computational physics*, Vol. 48, No. 3, pp. 387-411, 1982.
- [39] S. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, pp. 139-152 CRC Press, 1980.
- [40] G. Deng, M. Ferry, J. Piquet, P. Queutey, M. Visonneau, New Fully Coupled Solutions of the Navier-Stokes Equations, *Proceeding of, Springer*, pp. 191-200.
- [41] D. K. Gartling, A test problem for outflow boundary conditions—flow over a backward-facing step, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 11, No. 7, pp. 953-967, 1990.
- of incompressible flow, *Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals*, Vol. 42, No. 2, pp. 141-166, 2002.
- [15] G. Schneider, M. Raw, Control volume finite-element method for heat transfer and fluid flow using colocated variables—1. Computational procedure, *Numerical Heat Transfer, Part A Applications*, Vol. 11, No. 4, pp. 363-390, 1987.
- [16] G. Raithby, Skew upstream differencing schemes for problems involving fluid flow, *Computer Methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 9, No. 2, pp. 153-164, 1976.
- [17] G. Schneider, M. Raw, Control volume finite-element method for heat transfer and fluid flow using colocated variables—2. Application and validation, *Numerical Heat Transfer, Part A Applications*, Vol. 11, No. 4, pp. 391-400, 1987.
- [18] G. Deng, J. Piquet, P. Queutey, M. Visonneau, *A fully implicit and fully coupled approach for the simulation of three-dimensional unsteady incompressible flows*, in: *Numerical Simulation of 3-D Incompressible Unsteady Viscous Laminar Flows*, Eds., pp. 34-45: Springer, 1992.
- [19] G. Deng, J. Piquet, P. Queutey, M. Visonneau, Incompressible flow calculations with a consistent physical interpolation finite volume approach, *Computers & fluids*, Vol. 23, No. 8, pp. 1029-1047, 1994.
- [20] P. B. Vasconcelos, F. D. d'Almeida, Preconditioned iterative methods for coupled discretizations of fluid flow problems, *IMA journal of numerical analysis*, Vol. 18, No. 3, pp. 385-397, 1998.
- [21] G. Schneider, S. Karimian, Advances in control-volume-based finite-element methods for compressible flows, *Computational mechanics*, Vol. 14, No. 5, pp. 431-446, 1994.
- [22] S. Karimian, G. Schneider, Application of a new control-volume-based finite-element formulation to the shock tube problem, *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 1, pp. 165-167, 1995.
- [23] S. Karimian, G. Schneider, Pressure-based computational method for compressible and incompressible flows, *Journal of thermophysics and heat transfer*, Vol. 8, No. 2, pp. 267-274, 1994.
- [24] S. Nägele, G. Wittum, On the influence of different stabilisation methods for the incompressible Navier–Stokes equations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 224, No. 1, pp. 100-116, 2007.
- [25] M. Darbandi, G. Schneider, Solving compressible and incompressible flows using a momentum variable calculation procedure, *AIAA Paper*, pp. 96-0605, 1996.
- [26] M. Darbandi, G. Schneider, Momentum variable procedure for solving compressible and incompressible flows, *AIAA journal*, Vol. 35, No. 12, pp. 1801-1805, 1997.
- [27] M. Darbandi, G. Schneider, An analogy-based momentum-variable procedure for flow at all speeds, *AIAA paper*, Vol. 97, pp. 1827, 1997.
- [28] M. Darbandi, G. Schneider, K. Javadi, N. Solhpour, The