



## بهینه‌سازی برداشت انرژی از ارتعاشات تیر کوپل با آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی

حسن صیادی<sup>1\*</sup>، مجتبی عفت‌پناه حصاری<sup>2</sup>، محمدامین عسکری فرسنگی<sup>3</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\* تهران، صندوق پستی 11155-9567، sayyaadi@sharif.edu

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 29 شهریور 1395

پذیرش: 04 آذر 1395

ارائه در سایت: 08 دی 1395

کلید واژگان:

آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی

برداشت انرژی

بهینه‌سازی

سازه کوپل با آلیاژ

### چکیده

در سال‌های اخیر برداشت انرژی از منابع موجود در محیط به‌منظور راه‌اندازی ادوات الکترونیکی با توان پایین، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. انرژی باد، انرژی خورشید، انرژی جریان آب، انرژی مکانیکی حاصل از ارتعاشات و ... از جمله منابع مهم انرژی‌های موجود در محیط به‌شمار می‌آیند. در این مقاله بهینه‌سازی برداشت انرژی از ارتعاشات محیط توسط آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی ارائه شده است. بدین منظور یک تیر دوسر درگیر به‌صورت کوپل با آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی در نظر گرفته می‌شود. ضربه‌ای به اندازه تنظیم شده به جرم محک متصل به وسط تیر اعمال می‌شود در نتیجه ارتعاشات تیر باعث ایجاد کرنش‌های طولی در آلیاژ می‌گردد. این تغییر کرنش باعث تغییر شار مغناطیسی در اطراف سیم پیچ متصل به آلیاژ شده و با القای جریان الکتریکی یک جریان AC در مدار برقرار می‌گردد. برای ادامه داشتن فرایند و بازگشت کرنش‌ها در آلیاژ، یک میدان مغناطیسی بایاس در جهت عرضی به آلیاژ اعمال می‌گردد. در این مقاله از مدل تیر اویلر - برنولی با کمک تئوری فون کارمن و مدل ساختاری مبتنی بر ترمودینامیک برای پیش‌بینی کرنش‌های غیرخطی و پاسخ مغناطیسی استفاده شده است. در نهایت برای پیش‌بینی ولتاژ خروجی قانون القای فارادی به کار می‌رود. پس از به‌دست آوردن معادلات و معرفی مدل، بهینه‌سازی ابعادی به‌همراه اثر جرم محک و میدان بایاس با هدف کم کردن حجم آلیاژ با قیود اعمالی انجام می‌شود.

## Optimization of energy harvesting from vibration of beam coupled with magnetic shape memory alloys

Hassan Sayyaadi\*, Mojtaba Effatpanah Hesari, Mohammad Amin Askari Farsangi

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B.11155-9567 Tehran, Iran, sayyaadi@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 19 September 2016

Accepted 24 November 2016

Available Online 28 December 2016

Keywords:

Magnetic shape memory alloy

Energy harvesting

Optimization

Beam coupled with MSMA

### ABSTRACT

In recent years, energy harvesting from ambient sources for use in low-powered electronics has been considered by many researchers. Wind energy, solar energy, water energy, mechanical energy from vibrations, etc are common sources of ambient energy. In this paper, optimization of energy harvesting from ambient vibration using magnetic shape memory alloy is presented. To this end, a clamped-clamped beam coupled with MSMA units is considered. A shock load is applied to a proof mass which is attached to the middle of the beam. As a result of beam vibration a longitudinal strain is produced in the MSMA. This strain changes magnetic flux inside the coil connected to MSMA and as a result, an AC voltage is induced in the coil. To have a reversible strain in MSMA, a bias magnetic field is applied in the transverse direction of MSMA units. The Euler-Bernoulli model with von Kármán theory and a thermodynamics-based constitutive model are used to predict the non-linear strain and magnetic response. Finally, Faraday's law of induction is used to predict the output voltage. After obtaining the governing equations, a design optimization is performed to find the optimal shape and configuration of the energy harvester together with the effects of proof mass and bias field.

### 1- مقدمه

پایین از یکسو، و نیاز به پیدا کردن راه حلی جهت تامین انرژی حسگرهای بیسیم از سویی دیگر، از عوامل توجه به این حوزه می‌باشند. استفاده از این تکنولوژی دارای پیامدهای زیست محیطی زیادی از جمله کاهش زباله‌های شیمیایی ناشی از جایگزینی باتری‌ها و سودآوری اقتصادی با کاهش هزینه‌های نگهداری می‌باشد. با توجه به اهمیت موضوع، حوزه‌ی برداشت انرژی جایگاه مهمی در صنعت و دانشگاه پیدا کرده است. نتیجه‌ی این امر سبب

در دهه‌ی گذشته برداشت انرژی از انرژی اتلاف شده در محیط به‌منظور راه‌اندازی ادوات الکترونیکی با توان پایین، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. هدف از این تکنولوژی فراهم کردن منابع انرژی الکتریکی در نقاط دور از دسترس و شارژ کردن وسایل ذخیره‌ی انرژی از جمله باتری و خازن می‌باشد. به عبارت دیگر، سیر تکاملی تولید قطعات الکترونیکی با توان

Please cite this article using:

H. Sayyaadi, M. Effatpanah Hesari, M. A. Askari Farsangi, Optimization of energy harvesting from vibration of beam coupled with magnetic shape memory alloys, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 675-684, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بروز انفجاری در تحقیقات دانشگاهی و محصولات متعدد صنعتی گردیده است [1].

مفهوم برداشت انرژی عموماً به فرآیند تبدیل انرژی موجود در محیط همچون انرژی باد، گرما، ارتعاشات و غیره به انرژی الکتریکی اطلاق می‌شود. از میان موارد ذکر شده انرژی موجود در ارتعاشات محیط به دلیل قابلیت دسترسی در مکان‌ها و زمان‌های گوناگون از اقبال خوبی برخوردار شده است. در این زمینه، جنبه‌های متعددی از علوم مهندسی از جمله مکانیک، علم مواد و الکترونیک درگیر می‌شوند. در این تبدیل انرژی از مواد هوشمند که قابلیت وابسته کردن حداقل دو میدان را دارند، از جمله مواد پیزوالکتریک<sup>1</sup>، الکترومگنتیک<sup>2</sup>، الکترواستاتیک<sup>3</sup>، مگنتواسترکتیو<sup>4</sup>، مگنتوالکتریک<sup>5</sup>، پلیمرهای الکترواکتیو از جمله الاستومردیالکتریک<sup>6</sup> و در نهایت آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی [2] (MSMA<sup>7</sup>) استفاده می‌شود.

اگرچه استفاده از پیزوالکتریک‌ها در سیستم‌های برداشت انرژی به دلیل داشتن مزایایی از قبیل سادگی کاربرد، ولتاژ خروجی بالا، چگالی انرژی بالا و روش‌های تولید نسبتاً تکامل یافته، کاربردهای زیادی پیدا کرده است [3] آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی نیز به دلیل داشتن برتری‌های متعددی نسبت به این مواد، مورد توجه مراکز تحقیقاتی قرار گرفته است. به منظور بررسی دقیقتر، بخشی از مزایا و معایب استفاده از پیزوالکتریک‌ها و آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی به عنوان برداشت کننده انرژی در جدول 1 آورده شده است. آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی یکی از موادی است که در حوزه برداشت انرژی به تازگی مورد توجه قرار گرفته است. این نوع آلیاژ با وابسته کردن میدان‌های مکانیکی و مغناطیسی توانایی تولید الکتریسیته دارند. با فشردن کردن این مواد شارمغناطیسی اطراف آنها تغییر کرده و با قرار دادن یک سیم پیچ در اطراف آنها ولتاژ الکتریکی حاصل می‌شود. اگرچه تحقیقات زیادی در حوزه برداشت کننده‌های انرژی از مواد پیزوالکتریک انجام شده و نمونه‌های تجاری این نوع برداشت کننده‌ها با شرایط عملکردی بهینه موجود است، ولی برداشت کننده‌های انرژی از آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی هنوز در فاز تحقیقاتی بوده و لزوم مطالعات متعددی برای هموار کردن مسیر تجاری سازی این نوع برداشت کننده احساس می‌شود. در این مقاله ابتدا به بررسی

جدول 1 مقایسه پیزوالکتریک‌ها و آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی

Table 1 Comparison between piezoelectric and magnetic shape memory alloys

| نوع ماده           | مزایا                                    | معایب                                                 |
|--------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| پیزوالکتریک        | ولتاژ بالا حدود 10-2 ولت                 | دپلاریزاسیون و مشکلات عدم نیاز به منبع خارجی          |
|                    | سازگار با MEMS                           | مربوط به طول عمر (حدود 10 <sup>5</sup> سیکل)          |
|                    | کوپلینگ قوی در ساختار تک کریستالی        | شکندگی کوپلینگ ضعیف در فیلم                           |
|                    | پیکربندی فشرده                           | های نازک                                              |
|                    |                                          | نشت شارژ                                              |
| آلیاژهای حافظه دار | طول عمر بالا (حدود 10 <sup>9</sup> سیکل) | نیاز به میدان مغناطیسی مناسب برای تحریک با دامنه بالا |
|                    | قابلیت بالا در فرکانس های پایین          | نیاز به سیم پیچ                                       |
|                    | (زیر 100 هرتز)                           | پیچیدگی ادغام با MEMS                                 |

<sup>1</sup> Piezoelectric

<sup>2</sup> Electromagnetic

<sup>3</sup> Electrostatics

<sup>4</sup> Magnetostrictive

<sup>5</sup> Magnetoelectric

<sup>6</sup> Dielectric elastomer

<sup>7</sup> Magnetic Shape-Memory Alloy

بعضی کارهای انجام شده در رابطه با برداشت انرژی می‌پردازیم سپس مدلی برای طراحی فرایند برداشت انرژی به صورت تیر دو سر درگیر<sup>8</sup> در حالت کوپل با آلیاژ در نظر می‌گیریم. این مدل اولین باری است که در برداشت انرژی از آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نهایت با توجه به هدف برداشت انرژی پارامترهای هندسی به همراه جرم محک<sup>9</sup> و میدان بایاس بهینه‌سازی خواهند شد. به دلیل آن که این پیکربندی برای اولین بار ارائه شده است، لذا برای راستی آزمایی، ولتاژ خروجی از یک قطعه آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی که به طور مستقیم تحت تنش قرار گرفته است با نتایج تجربی موجود در مقالات مقایسه شده است.

## 1-1- برداشت انرژی از پیزوالکتریک‌ها

تغییر پیکربندی سیستم برداشت انرژی از مواد پیزوالکتریک سهم عمده‌ای در افزایش انرژی برداشتی از آن دارد. این پیکربندی از طرق مختلفی همچون تغییر نوع ماده پیزوالکتریک، تغییر الگوی الکترودها، تغییر جهت قطبش یا تنش، لایه‌ای کردن ماده برای افزایش حجم فعال، افزایش پیش تنش به منظور افزودن جفتشدگی الکترومکانیکی و تنظیم فرکانس تحریک دستگاه تغییر می‌پذیرد. نوع ماده پیزوالکتریک تاثیر بسزایی بر کارایی سیستم برداشت انرژی دارد. تاکنون مواد پیزوالکتریک متعددی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. رایج‌ترین این مواد PZT می‌باشد. اگرچه این مواد کاربردهای زیادی در سیستم‌های برداشت انرژی پیدا کرده‌اند ولی شکندگی زیاد آن‌ها محدودیت‌های متعددی بر کرنش اعمالی بر آنان اعمال کرده است. لی و همکاران [4] نشان دادند که PZT ها زمانیکه مورد بارگذاری سیکلی قرار می‌گیرند، موادی مستعد در رشد ترک ناشی از خستگی هستند. برای حذف این عیب مواد پیزوالکتریک و افزایش کارایی آن‌ها، محققین به بررسی مواد پیزوالکتریک دیگری با انعطاف بیشتر پرداخته‌اند. یکی از این مواد PVDF ها هستند که یک پلیمر پیزوالکتریک بوده و در مقایسه با PZT انعطاف بیشتری از خود نشان می‌دهد.

حاجتی و کیم [5] از یک تیر دو سر درگیر با سختی غیرخطی برای مدل برداشت کننده انرژی پهنای باند فوق العاده استفاده کردند و نشان دادند با ارتعاش تیر کرنش‌هایی در پیزوالکتریک ایجاد می‌شود که باعث نوع دافینگ در اسیلاتور شده و پهنای باند و تراکم توان را به اندازی کافی بالا می‌برد. لیانگ [6] تحلیل دقیق برداشت انرژی با نیروی تحریک شبیه استاتیک در وسط تیر، از تیر دوسر درگیر بایمروف<sup>10</sup> و یونیمورف<sup>11</sup> پیزوالکتریک انجام داد.

## 1-2- برداشت انرژی با آلیاژ حافظه دار مغناطیسی

در سال 2007، کارمان<sup>12</sup> [7] و همکاران نتایجی تجربی در ارتباط با بیشینه ولتاژ تولید شده از یک MSMA در طی فرآیند جهتگیری مجدد مارتنزیت گزارش نمودند. قطعه مورد آزمایش تحت بار سیکلی با فرکانس 1 تا 5 هرتز قرار گرفت. در این مطالعه نویسندگان الگوریتمی ساده برای محاسبه ی ولتاژ القا شده به صورت تابعی از دامنه کرنش اعمالی، فرکانس تحریک و قطر سیم بکار رفته در سیم پیچ ارائه نمودند. اگرچه این الگوریتم، ولتاژی سازگار با آزمایشات پیش بینی می‌کرد، ولی این روش بر پایه‌ی یک قانون تجربی برگرفته از تحریک قطعه بود و ارتباطی با تغییرات چگالی شار مغناطیسی ناشی از فرآیند جهت گیری مجدد مارتنزیت نداشت. لذا این الگوریتم تجربی

<sup>8</sup> Doubly clamped beam

<sup>9</sup> Proof mass

<sup>10</sup> Bimorph

<sup>11</sup> Unimorph

<sup>12</sup> Karman

مغناطیسی داخل سیم پیچ تغییر کرده و این تغییر شار با وجود میدان بایاس در جهت عرضی باعث تولید ولتاژ AC در سیم پیچ های بالا و پایین می‌گردد. به‌منظور جلوگیری از بازگشت شار از سیم پیچ فرض شده است که سیم‌ها از داخل شیار که در نزدیکی سطح تیر ایجاد شده عبور کرده‌اند به طوریکه سطح مقطع سیم پیچ تا حد امکان به سطح مقطع آلیاژ نزدیک باشد. برای جلوگیری از ایجاد نیروهای کششی در آلیاژ، در میدان بایاس صفر آلیاژ تحت بارگذاری اولیه قرار می‌گیرد. بدین ترتیب پیش کرنش‌هایی به مقدار دلخواه در آن ایجاد می‌گردد. در ادامه مدل ریاضی برای برداشت‌کننده پیشنهادی ارائه می‌گردد.

### 3- مدل ریاضی برای برداشت‌کننده پیشنهادی

برای به‌دست آوردن مدل ریاضی برداشت‌کننده، از مدل تیر اوپلر – برنولی استفاده شده است و اثر ترم‌های غیرخطی ون- کارمن<sup>4</sup> در روابط کرنش-جابجایی نیز لحاظ شده است. براساس مدل تیر مولفه های غیرصفر کرنش برحسب جابه‌جایی  $u$  و  $w$  در صفحه میانی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\varepsilon = u_{,x} - zw_{,xx} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 \quad (1)$$

کاما در این معادله نشانه مشتق جزئی نسبت به متغیر بعد از آن است. برای لایه میانی نیز رابطه زیر را داریم:

$$\sigma = E_s \varepsilon \quad (2)$$

که در آن  $E_s$  مدول الاستیسیته صفحه می‌باشد. برای حالت وجود پیش کرنش در آلیاژ معادله زیر را خواهیم داشت:

$$\sigma = E_M(\varepsilon - \varepsilon_0 - \varepsilon^r) \quad (3)$$

که در آن تنش اعمالی،  $E_M$  مدول الاستیسیته آلیاژ،  $\varepsilon_0$  پیش کرنش اعمالی و  $\varepsilon^r$  کرنش حاصل از جهت گیری مجدد ورینت‌ها در ماده می‌باشد. کرنش  $\varepsilon^r$  براساس نسبت حجم ورینت مارتنزیت نوع 2 (ξ) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon^r = -(1 - \xi)\varepsilon^{r,\max} \quad (4)$$

در این معادله  $\varepsilon^{r,\max}$  بیشترین کرنش حاصل از جهت‌گیری مجدد ورینت‌ها می‌باشد. برای به‌دست آوردن ξ مغناطش داخلی نمونه در جهت x و z باید از رابطه زیر محاسبه شود [12].

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_z \end{pmatrix} = \xi M^{\text{sat}} \begin{pmatrix} \sin \theta_4 \\ \cos \theta_4 \end{pmatrix} + (1 - \xi) M^{\text{sat}} \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

که در این معادله  $M^{\text{sat}}$  مغناطش اشباع و  $\theta_i$  زاویه بین بردار مغناطش و محور آسان می‌باشد و اندیس آن به ناحیه مغناطیسی اشاره می‌کند.

وجود میدان مغناطیسی در دو جهت x و y درون آلیاژ باعث ایجاد یک میدان مغناطیس زدا درون نمونه می‌شود که این میدان به‌همراه میدان اعمال شده، میدان موثر درون ماده را تشکیل می‌دهند. مقدار میدان موثر را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد [12]:

$$\begin{pmatrix} H_x^{\text{eff}} \\ H_z^{\text{eff}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_x^{\text{app}} \\ H_z^{\text{app}} \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} D_{xx} & 0 \\ 0 & D_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_z \end{pmatrix} \quad (6)$$

$H^{\text{eff}}$  میدان موثر داخلی،  $H^{\text{app}}$  میدان اعمالی و  $D_{ii}$  عامل مغناطیس زدایی نام دارد. براساس نامساوی کلازیوس-دوئم<sup>5</sup> می‌توان  $\theta_3$  و  $\theta_4$  را از حل همزمان معادلات زیر به‌دست آورد [12].

$$\begin{aligned} & \left( M^{\text{sat}}(1 - \xi)(D_{zz} - D_{xx}) + \frac{2\rho K_1}{\mu_0 M^{\text{sat}}} \right) \sin \theta_3 \cos \theta_3 \\ & + M^{\text{sat}} \xi (D_{xx} \sin \theta_3 \sin \theta_4 + D_{zz} \cos \theta_3 \cos \theta_4) \\ & - H_z^{\text{app}} \cos \theta_3 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

قابل استفاده برای مقادیر دیگری از فرکانس، میدان مغناطیسی بایاس و ترکیبات شیمیایی آلیاژ نمی‌باشد.

در سال 2008، ساراویت<sup>1</sup> و داپینو<sup>2</sup> [8] مدلی از یک قطعه آلیاژ حافظه دار مغناطیسی در کاربردهای سنسوری با در نظر گرفتن اثرات دینامیکی ارائه دادند. در این مطالعه چگالی شار برحسب کرنش از طریق آزمایش در فرکانس‌های 0.02 تا 164 هرتز به‌دست آمد و مشاهده گردید که با افزایش فرکانس، پاسخ تنش-کرنش تقریباً ثابت مانده، حال آنکه چگالی شار-کرنش با افزایش هیستریزیس روبرو شده است. برونو [9] برداشت انرژی از جهت گیری مجدد ورینت‌های مارتنزیت  $\text{Ni}_{50}\text{Mn}_{28.5}\text{Ga}_{21.5}$  در حضور میدان مغناطیسی بایاس تحت بار فشاری بررسی کرد. در سال 2015 سارن<sup>3</sup> [10] با استفاده از مدلی دیگر نمونه‌های آلیاژ را بصورت مکانیکی بین فرکانس‌های 130 تا 300 هرتز مورد ارتعاش قرار داد و با بهینه کردن مدل توانست توان 69.5mW در فرکانس 195 Hz به‌دست آورد. عسکری و همکاران [11] به بررسی میزان انرژی برداشتی از تیر یک سر درگیر کوپل شده با آلیاژ حافظه دار مغناطیسی پرداختند. بار اعمالی به انتهای تیر از نوع ضربه بوده و اثر پارامترهای مختلف بر میزان ولتاژ خروجی مورد مطالعه قرار گرفت.

با توجه به کارهای انجام شده در تحقیقات گذشته می‌توان دید برداشت انرژی از آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی متصل به تیر دو سر درگیر و بهینه‌سازی ابعاد به‌منظور برداشت انرژی بیشینه مورد مطالعه قرار نگرفته است. این موارد در مقاله‌ی پیش‌رو بررسی شده است.

### 2- مفهوم برداشت انرژی از اینرسی با آلیاژ حافظه دار مغناطیسی

مدل معرفی شده در این بخش شامل یک تیر دو سر درگیر تحت بار ضربه‌ای است در حالی که آلیاژ با سیم پیچ اطراف آن توسط یک صفحه اتصال دهنده با رفتار الاستیک در بالا و پایین روی تیر نصب می‌شوند. تیر به‌صورت مکعب مستطیل با طول  $L$ ، عرض  $w$  و ارتفاع (ضخامت)  $h$  در نظر گرفته می‌شود. در معادلات آتی اندیس  $s$  به تیر و صفحه میزبان و اندیس  $m$  به آلیاژ اشاره دارد. از یک جرم متمرکز برای کم کردن فرکانس سازه نیز استفاده می‌شود. این جرم به مرکز تیر اتصال می‌یابد و بعنوان جرم محک با نماد  $M_p$  معرفی می‌گردد. دستگاه مختصات نیز به‌گونه‌ای تعریف شده است که محور x در راستای طول تیر و محور z در راستای ضخامت تیر قرار می‌گیرد.

پس از اعمال ضربه به تیر، تیر شروع به نوسان می‌کند. این نوسان باعث بروز کرنش‌های طولی در تیر، و آلیاژ می‌گردد. با تغییر کرنش در آلیاژ، شار

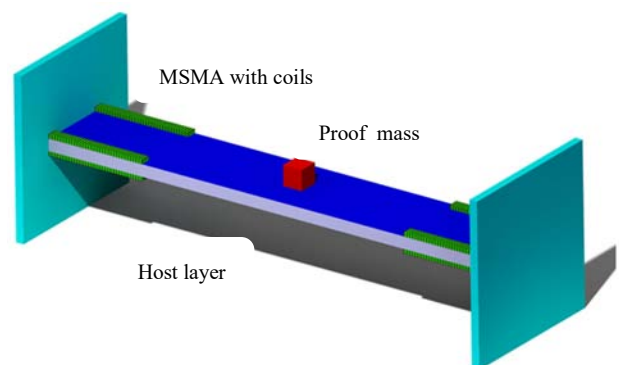


Fig. 1 Schematic representation of energy harvester

شکل 1 شماتیک برداشت‌کننده انرژی

<sup>4</sup> Von Kármán  
<sup>5</sup> Clausius-Duhem

<sup>1</sup> Sarawate  
<sup>2</sup> Dapino  
<sup>3</sup> Saren

برداشت انرژی در حالت کنترل کرنش با میدان بایاس 0.65 T از آلیاژی به ابعاد  $3\text{mm} \times 3\text{mm} \times 20\text{mm}$  با فرکانس 50 Hz انجام شده است. در "شکل 3" تطابق پذیری نتایج آزمایشگاهی و مدل معرفی شده مشخص است.

#### 4- به‌دست آوردن معادلات حاکم در حالت کوپل با سازه

برای به‌دست آوردن معادلات حاکم بر سازه از اصل همیلتون استفاده می‌کنیم [15]:

$$\int_0^t (\delta U - \delta T - \delta W_{ext}) dt = 0 \quad (14)$$

که در آن  $\delta$  اپراتور وردش،  $U$ ،  $T$  و  $W_{ext}$  به‌ترتیب انرژی کرنشی، انرژی جنبشی کل و کار نیروهای خارجی می‌باشند. انرژی کرنشی برای سازه کوپل با آلیاژ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\delta U = \frac{1}{2} \left( \int_{V_s} \sigma \delta \varepsilon dV_s + \int_{V_M} \sigma \delta \varepsilon dV_M \right) \quad (15)$$

و انرژی جنبشی سازه کوپل با آلیاژ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\delta T = \left( \int_{V_s} \rho_s \dot{U}^t \delta \dot{U} dV_s + \int_{V_M} \rho_M \dot{U}^t \delta \dot{U} dV_M \right) + M_p \dot{U}^t \delta \dot{U} \Big|_{x=\frac{L}{2}}^{x=0} \quad (16)$$

علامت نقطه در این معادله مشتق نسبت به زمان،  $\rho_s$  چگالی صفحه میزبان و  $\rho_M$  چگالی آلیاژ می‌باشد. بردار جابجایی نیز با نماد  $U$  به‌صورت زیر تعریف شده است [16]:

$$U = [u - zw_{,x} \quad 0 \quad w]^t \quad (17)$$

شکل بار خارجی اعمالی به سازه را به‌صورت یک پالس مستطیلی به اندازه  $F_0$  در مدت زمان  $T_f$  به‌صورت تابع  $F(t)$  زیر تعریف می‌کنیم.

$$F(t) = \begin{cases} F_0 & 0 < t < T_f \\ 0 & T_f < t \end{cases} \quad (18)$$

کار خارجی انجام شده به وسیله این بار به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta W_{ext} = F(t) \times \delta w \left( x = \frac{L}{2} \right) \quad (19)$$

با اعمال روابط (1)، (2)، (3) و (17) به معادله (15) انرژی کرنشی

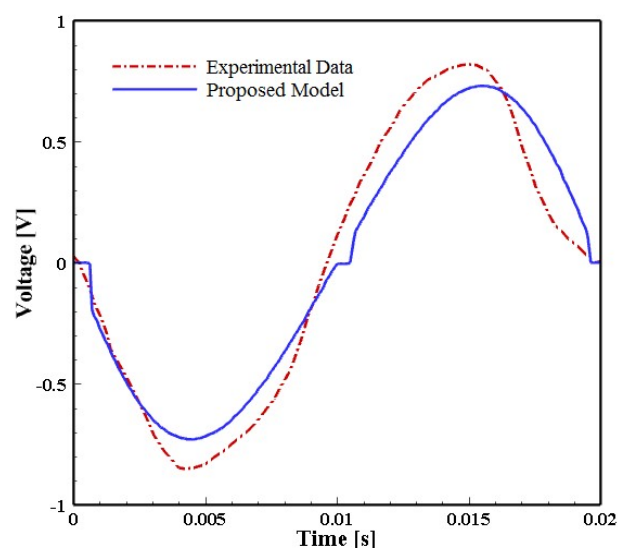


Fig. 3 Comparison of voltage predicted by the proposed model and the experimental data [14]

شکل 3 مقایسه ولتاژ برداشتی از مدل معرفی شده برای آلیاژ و داده های آزمایشگاهی [14]

$$\left( M^{\text{sat}} \xi (D_{zz} - D_{xx}) - \frac{2\rho K_1}{\mu_0 M^{\text{sat}}} \right) \sin \theta_4 \cos \theta_4 + M^{\text{sat}} (1 - \xi) (D_{xx} \cos \theta_3 \cos \theta_4 + D_{zz} \sin \theta_3 \sin \theta_4) - H_z^{\text{app}} \sin \theta_4 = 0 \quad (8)$$

نیروی محرکه ترمودینامیکی با مشتق‌گیری جزئی از تابع انرژی آزاد گیبس نسبت به متغیر  $\xi$  به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\pi^\xi = \sigma \varepsilon^{r,\max} + \frac{1}{2} \Delta S \sigma^2 - \mu_0 M^{\text{sat}} H_x^{\text{eff}} (\cos \theta_3 + \sin \theta_4) + \mu_0 M^{\text{sat}} H_z^{\text{eff}} (\cos \theta_4 - \sin \theta_3) + \rho K_1 (\sin^2 \theta_3 - \sin^2 \theta_4) - \frac{\partial f^\xi(\xi)}{\partial \xi} \quad (9)$$

در این معادلات  $f^\xi(\xi)$  تابع سخت‌شوندگی است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود [13]:

$$f^\xi(\xi) = \begin{cases} \int_0^\xi A(1 + \tanh^{-1}(2\xi - 1)) d\xi + (B_1 + B_2)\xi, & \xi > 0, (1 \rightarrow 2) \\ \int_0^\xi C(1 + \tanh^{-1}(2\xi - 1)) d\xi + (B_1 - B_2)\xi, & \xi < 0, (2 \rightarrow 1) \end{cases} \quad (10)$$

به کمک شرایط کوهن-تاکر<sup>1</sup> برای ارضای کامل نامساوی کلازیوس-دوئم در هر فاصله زمانی، کسر حجمی  $\xi$  از زیر به‌دست می‌آید [12].

$$\pi^\xi = \begin{cases} +Y, & \xi > 0 \\ -Y, & \xi < 0 \end{cases} \quad (11)$$

برای پیش‌بینی ولتاژ در سیم پیچ اطراف آلیاژ از قانون القای فارادی کمک می‌گیریم. طبق این قانون هرگاه میزان شار مغناطیسی که از یک مدار بسته می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است. این قانون ولتاژ القا شده در یک سیم پیچ به تعداد  $N$  حلقه و مساحت مدار بسته  $A$  را به تغییرات چگالی شار مغناطیسی  $B$  به فرم زیر ارتباط می‌دهد:

$$V = -NA \frac{\partial B}{\partial t} \quad (12)$$

چگالی شار مغناطیسی  $B$  تلفیقی از مغناطیس داخلی آلیاژ و میدان اعمالی می‌باشد که با معادله زیر معرفی می‌شود [12]:

$$B = \mu_0 (H^{\text{app}} + M_x) \quad (13)$$

برای راستی‌آزمایی معادلات در مرجع [14] معادلات معرفی شده برای برداشت ولتاژ در حالت مدار باز از یک قطعه آلیاژ با مدل آزمایشگاهی مقایسه شده اند. "شکل 2" پیکربندی برداشت‌کننده انرژی را نشان می‌دهد.

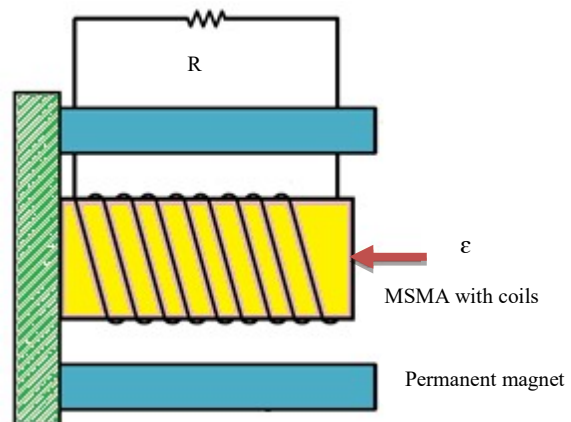


Fig. 2 Configuration of MSMA-based energy harvester [14]

شکل 2 پیکربندی مدل در نظر گرفته شده برای برداشت انرژی از آلیاژ [14]

<sup>1</sup> Kuhn-Tucker

$$M = \int_0^L I_0^S \phi_w^2 dx + \int_0^{L_M} I_0^M \phi_w^2 dx + M_p \phi_w^2|_{x=\frac{L}{2}} \quad (34)$$

$$\bar{K}_0 = -k_1^M (\varepsilon_0 - (1 - \xi) \varepsilon^{r, \max}) \int_0^{L_M} \phi_{w,xx} dx \quad (35)$$

$$\bar{K}_1 = k_0^M (\varepsilon_0 - (1 - \xi) \varepsilon^{r, \max}) \int_0^{L_M} 2 \phi_{w,x}^2 dx \quad (36)$$

$$\bar{K}_3 = k_0^M (\varepsilon_0 - (1 - \xi) \varepsilon^{r, \max}) \int_0^{L_M} \frac{1}{2} \phi_{w,x}^4 dx \quad (37)$$

$$\bar{F} = F_0 \times \phi_w|_{x=\frac{L}{2}} \quad (38)$$

$$(k_0^S, k_2^S) = w_s \int_{-\frac{h_s}{2}}^{\frac{h_s}{2}} E_s (1, z^2) dz \quad (39)$$

$$(k_0^M, k_1^M, k_2^M) = w_M \int_{\frac{h_s}{2}}^{\frac{h_s}{2} + h_M} E_M (1, z, z^2) dz \quad (40)$$

$$I_0^S = \int_{A_s} \rho_s dA_s \quad (41)$$

$$I_0^M = \int_{A_M} \rho_M dA_M \quad (42)$$

برای به‌دست آوردن این معادلات از تغییرات  $\xi$  در راستای ضخامت به‌دلیل کم بودن ضخامت آلیاژ صرف نظر شده است و فقط تغییرات در جهت طول لحاظ شده است. با جای‌گذاری ترم‌های مجازی در معادله همپلتون به معادله زیر برحسب جابجایی عرضی خواهیم رسید:

$$M \ddot{q}_w + K_1 q_w + K_3 q_w^3 + K_5 q_w^5 = \bar{K}_0 + \bar{K}_1 q_w + \bar{K}_3 q_w^3 + \bar{F} \quad (43)$$

معادله غیرخطی به‌دست آمده با معادلات جهت‌گیری مجدد مارتزیت کوپل می‌باشد و برحسب مختصات اصلی و نسبت حجم مارتزیت  $\xi$  تعریف شده است. به‌دلیل کوپل بودن معادلات و نیاز به داشتن اطلاعات درباره جهت‌گیری و رینت‌ها حل آن به مراتب دشوار می‌باشد. برای حل این معادلات روشی عددی-تدریجی<sup>2</sup> استفاده شده است. به بیان دیگر نیروی خارجی به‌صورت تدریجی اعمال می‌گردد و معادله حرکت (43) در هر مرحله به‌صورت عددی حل می‌گردند. با استفاده از معادله (9) مقدار جدید  $\xi$  به‌دست آمده و مجدداً معادله‌ی (43) با مقدار بروز شده‌ی  $\xi$  در همان بازه‌ی زمانی حل می‌گردد. اگر خطا از یک مقدار از پیش تعیین شده کمتر باشد به مرحله بعد رفته و در غیر این‌صورت محاسبات تکرار می‌شود.

## 5- بررسی مدل

پس از ارائه چارچوب کلی برای به‌دست آوردن معادلات آلیاژ در حالت کوپل با سازه در این بخش نتایج عددی برای بررسی رفتار سیستم انجام می‌شود. خواص آلیاژ و لایه‌ی میزبان به‌همراه داده‌های کالیبراسیون در جدول 2 ارائه شده است.

ابعاد مدل، جرم محک و میدان مغناطیسی بایاس نیز در جدول 3 معرفی شده‌اند.

مقدار پیش‌کرنش اعمال شده به آلیاژ برابر با 3٪ در نظر گرفته شده است و آلیاژها در دو سر تیر به‌صورت متقارن متصل شده‌اند. براساس داده‌های کالیبراسیون که در جداول 2 و 3 ارائه شده است مقدار میدان مغناطیسی بایاس بزرگتر یا مساوی 0.6T باعث بروز رفتار شبه الاستیک<sup>3</sup> در آلیاژ می‌شود [18]. تابع  $F(t)$  برای اعمال ضربه نیز به‌صورت رابطه (44) تعریف می‌شود.

مجازی به‌صورت مولفه‌هایی از جابجایی به صورت معادله زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} U = & \int_{V_s} E_s \left( u_{,x} - z w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) \delta u_{,x} dV_s + \\ & + \int_{V_M} E_M \left( u_{,x} - z w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) \delta u_{,x} dV_M \\ & + \int_{V_s} E_s \left( u_{,x} - z w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) w_{,x} \delta w_{,x} dV_s + \\ & + \int_{V_M} E_M \left( u_{,x} - z w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) w_{,x} \delta w_{,x} dV_M \\ & - \int_{V_s} z E_s \left( u_{,x} - z w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) \delta w_{,xx} dV_s \\ & - \int_{V_M} z E_M \left( u_{,x} - z w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) \delta w_{,xx} dV_M \\ & + \int_{V_M} E_M ((1 - \xi) \varepsilon^{r, \max} - \varepsilon_0) \{ (\delta u_{,x} + w_{,x} \delta w_{,x}) \\ & - z \delta w_{,xx} \} dV_M \end{aligned} \quad (20)$$

با صرف‌نظر از ترم‌های چرخشی، انرژی جنبشی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \delta T = & \int_{V_s} \rho_s \dot{u} \delta \dot{u} dV_s + \int_{V_M} \rho_M \dot{u} \delta \dot{u} dV_M \\ & + \int_{V_s} \rho_s \dot{w} \delta \dot{w} dV_s + \int_{V_M} \rho_M \dot{w} \delta \dot{w} dV_M + M_p \dot{u} \delta \dot{u}|_{x=\frac{L}{2}} \end{aligned} \quad (21)$$

با توجه به شرط بسط ناپذیری<sup>1</sup> در حالت خاص  $w_{,x} \ll 1$  روابط زیر را برای  $u$  و  $\dot{u}$  خواهیم داشت [17]:

$$u = \frac{1}{2} \int_0^x \left( w_{,x}^2 + \frac{1}{4} w_{,x}^4 \right) dx \quad (22)$$

$$\dot{u} = \frac{1}{2} \int_0^x \left( \dot{w}_{,x}^2 + \frac{1}{4} \dot{w}_{,x}^4 \right) dx \quad (23)$$

با مشتق گرفتن از معادله نسبت به  $x$  داریم:

$$u_{,x} = \frac{1}{2} w_{,x}^2 + \frac{1}{8} w_{,x}^4 \quad (24)$$

با درنظر گرفتن شرط بالا می‌توان دو انتگرال در رابطه‌های (20) و (21) و با اعمال معادله (24) انرژی کرنشی مجازی و انرژی جنبشی را برحسب جابجایی عرضی به‌دست آورد.

جابجایی عرضی  $w(x, t)$  را می‌توان با معادله زیر تقریب زد:

$$w(x, t) = \phi_w(x) q_w(t) \quad (25)$$

که در آن  $\phi_w$  مد طبیعی نامیرای سیستم و  $q_w$  مختصات اصلی می‌باشد. تابع  $\phi_w$  به‌صورت مد طبیعی یک سیستم ساده‌تر به‌صورت تیر دوسر درگیر بدون لایه آلیاژ و جرم محک درنظر گرفته می‌شود. با این فرض این تابع به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi_w(x) = & \cos \beta_w x - \cosh \beta_w x \\ & + \left( \frac{\cosh \beta_w L - \cos \beta_w L}{\sin \beta_w L - \sinh \beta_w L} \right) (\sin \beta_w x - \sinh \beta_w x) \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن  $\beta_w$  ریشه معادله مشخصه زیر است:

$$1 - \cos \beta_w L \cosh \beta_w L = 0 \quad (27)$$

با اعمال معادله (25) به معادلات (19)، (20) و (21) خواهیم داشت:

$$\delta U = (K_1 q_w + K_3 q_w^3 + K_5 q_w^5) \delta q_w - (\bar{K}_0 + \bar{K}_1 q_w + \bar{K}_3 q_w^3) \delta q_w \quad (28)$$

$$\delta T = M \dot{q}_w \delta \dot{q}_w \quad (29)$$

$$\delta W_{ext} = \bar{F} \delta q_w \quad (30)$$

ضرایب در این معادلات به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$K_1 = \int_0^L k_2^S \phi_{w,xx}^2 dx + \int_0^{L_M} k_2^M \phi_{w,xx}^2 dx \quad (31)$$

$$K_3 = \int_0^L k_0^S \phi_{w,x}^4 dx + \int_0^{L_M} k_0^M \phi_{w,x}^4 dx \quad (32)$$

$$K_5 = \frac{1}{8} \int_0^L k_0^S \phi_{w,x}^6 dx + \frac{1}{8} \int_0^{L_M} k_0^M \phi_{w,x}^6 dx \quad (33)$$

<sup>2</sup> Numerical-incremental

<sup>3</sup> Pseudoelasticity

<sup>1</sup> Inextensibility condition

جدول 2 داده های کالیبراسیون و خواص ماده [12]

Table 2 Material properties and calibration data [12]

| مقدار                   | خاصیت                             |
|-------------------------|-----------------------------------|
| $5.291 \times 10^{-11}$ | $S_1 (\text{Pa}^{-1})$            |
| $5.291 \times 10^{-11}$ | $S_2 (\text{Pa}^{-1})$            |
| 0.04                    | $D_{xx}$                          |
| 0.48                    | $D_{yy}$                          |
| 6.412                   | $\epsilon^{r,\max} (\%)$          |
| 572490                  | $M^{\text{sat}} (\text{Am}^{-1})$ |
| -3.3                    | $\sigma^{f(2,1)} (\text{MPa})$    |
| -1.0                    | $\sigma^{s(1,2)} (\text{MPa})$    |
| 0.0                     | $\sigma^{f(1,2)} (\text{MPa})$    |
| $4\pi \times 10^{-7}$   | $\mu_0 (\text{Hm}^{-1})$          |

جدول 3 ابعاد مدل، جرم محک و میدان مغناطیسی

Table 3 Geometrical dimensions, proof mass and bias magnetic field

| مقدار  | متغیر              | مقدار  | متغیر            |
|--------|--------------------|--------|------------------|
| 0.0200 | $w_s (\text{m})$   | 0.1200 | $L_s (\text{m})$ |
| 0.0025 | $w_m (\text{m})$   | 0.0250 | $L_m (\text{m})$ |
| 0.0050 | $M_p (\text{kg})$  | 0.0030 | $h_s (\text{m})$ |
| 0.7500 | $H (\text{tesla})$ | 0.0010 | $h_m (\text{m})$ |

$$F(t) = \begin{cases} 0.3e^7 & 0 < t < 2.5e^{-5} \\ 0 & 2.5e^{-8} < t \end{cases} \quad (44)$$

ضربه اعمال شده باعث می‌شود آلیاژ در جهت مستقیم و معکوس آن جهت گیری مجدد و رینت را انجام دهد. انرژی جذب شده توسط آلیاژ برابر با سطح زیر نمودار تنش - کرنش در زمان جهت گیری مستقیم (تبدیل و رینت 2 به 1) می‌باشد، و انرژی تحویل داده شده توسط آلیاژ برابر با سطح زیر نمودار در حالت جهت گیری معکوس است.

با توجه به این که سطح زیر نمودار تنش-کرنش در حالت جهت گیری مستقیم بیشتر از این سطح در حالت جهت گیری معکوس می‌باشد، آلیاژ انرژی سیستم را کاهش می‌دهد. با گذشت زمان منطقه محصور شده توسط حلقه‌های هیستریزس کاهش یافته و در نتیجه اتلاف انرژی نیز کاهش می‌یابد. زمانی که این ناحیه محصور شده به صفر می‌رسد، جابجایی جرم محک به حالت پایدار می‌رسد. در این حالت نمودار تنش-کرنش رفتار الاستیک و بدون جهت گیری مجدد را نشان می‌دهد و نسبت حجم و رینت 2 (ξ) ثابت مانده و تیر حول حالت تعادلی ارتعاش می‌کند.

مدل، تغییرات ξ در راستای طولی را با تقسیم آلیاژ به قسمت های کوچکتر در نظر می‌گیرد. تعداد این تقسیمات به دقت مورد نیاز بستگی دارد. جدول 4 روند تغییرات RMS ولتاژ برداشتی را نسبت به تعداد تقسیمات در نظر گرفته شده نشان می‌دهد. بهتر است تعداد این تقسیمات طوری در نظر گرفته شود که تغییر در RMS برداشتی از 5٪ کمتر باشد.

در ادامه تغییرات 8 متغیر در نظر گرفته شده را به صورت دو به دو بررسی می‌کنیم.

با افزایش طول تیر سازه نرم تر می‌شود و کرنش‌ها افزایش می‌یابند با

جدول 4 RMS ولتاژ برحسب تغییرات در تعداد قسمت های در نظر گرفته شده برای

آلیاژ

Table 4 RMS voltage versus number of elements in each MSMA unit

| تعداد قسمت ها در هر آلیاژ     | 1    | 4    | 7    | 10   | 12    |
|-------------------------------|------|------|------|------|-------|
| RMS(V)                        | 4.75 | 2.96 | 2.78 | 2.74 | 2.72  |
| درصد تغییرات نسبت به ستون قبل | -    | 37   | 6    | 1.4  | 0.7   |
| زمان حل (s)                   | 25.2 | 48.3 | 74.2 | 91.1 | 115.5 |

افزایش کرنش‌ها مقدار RMS ولتاژ افزایش می‌یابد. نرم تر شدن سازه به همراه افزایش جرم تیر باعث کاهش فرکانس ارتعاش می‌گردد. نتیجه این کاهش فرکانس، کاهش نرخ تغییرات مغناطش در آلیاژ و کم شدن مقدار ولتاژ برداشتی می‌باشد. پس با رقابتی بین اثر افزایش کرنش و کاهش فرکانس، نتیجه تغییرات RMS ولتاژ مشخص می‌شود. در "شکل 4" با ابعاد در نظر گرفته شده با افزایش طول تیر RMS ولتاژ کاهش می‌یابد که این نتیجه نشان‌دهنده غلبه اثر فرکانس بر اثر افزایش کرنش‌ها می‌باشد. ممکن است در طول‌های بالاتر (در صورت امکان از لحاظ فیزیکی) یا با ابعاد دیگر (پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده) اثر افزایش کرنش بر اثر فرکانس غلبه کند و نمودار دارای نقطه‌ای با تغییر علامت شیب منحنی باشد.

با توجه به شکل سازه که به صورت تیر دوسر درگیر و آلیاژهای متصل به آن است برای در نظر گرفتن تغییرات سختی تیر می‌توان "شکل 5" را مدنظر قرار داد. در این شکل فنرهای پیرنگ نماینده آلیاژ و فنرهای کم رنگ نماینده تیر می‌باشند.

با افزایش طول آلیاژ سختی فنرهای موازی (یک فنر آلیاژ و یک فنر تیر) کاهش می‌یابد. با افزایش قسمت متصل به آلیاژ، طول سمت بدون آلیاژ تیر کاهش می‌یابد در نتیجه سختی فنر سری با فنر معادل قسمت 1 افزایش می‌یابد. در نهایت این افزایش و کاهش سختی فنرها منجر به افزایش سختی کل سازه می‌شود. در نتیجه کرنش وارد بر آلیاژ کاهش می‌یابد.

با افزایش طول آلیاژ جرم تیر افزایش می‌یابد در نتیجه تغییرات فرکانس حاصل رقابت این دو اثر خواهد بود. تعداد سیم‌پیچ‌ها 600 دور در هر 10 میلی‌متر طول آلیاژ در نظر گرفته شده است. با فرض این که تمام طول آلیاژ با سیم‌پیچ پوشانده شود با افزایش طول آلیاژ تعداد سیم‌پیچ‌ها افزایش یافته

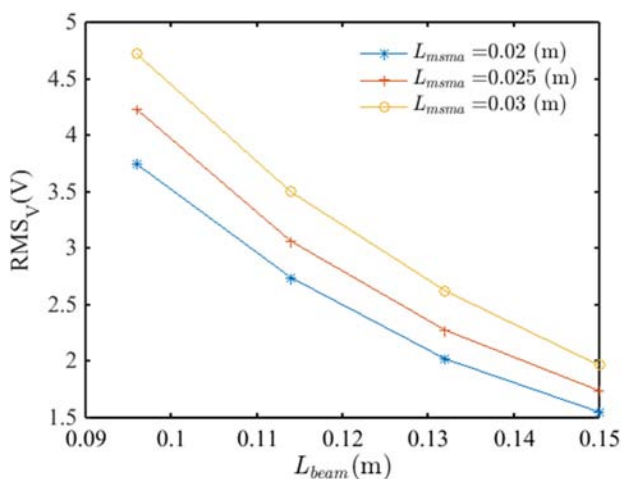


Fig. 4 Variation of RMS voltage versus length of beam for different length of MSMA

شکل 4 تغییرات RMS ولتاژ برحسب طول تیر در طول آلیاژ متفاوت

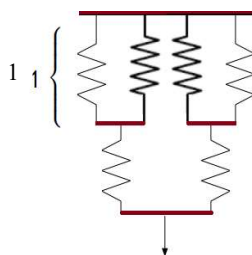


Fig. 5 Springs of equivalent stiffness

شکل 5 فنر معادل برای محاسبه سختی مدل



با افزایش جرم محک فرکانس کاهش می‌یابد. افزایش جرم در افزایش کرنش نیز موثر است اما این اثر در قبال فرکانس چشمگیر نیست. در نهایت با افزایش جرم محک RMS ولتاژ کاهش می‌یابد. (شکل 9)

با تغییر ضخامت تیر مشابه تغییر ارتفاع آن سختی افزایش می‌یابد با افزایش سختی و افزایش جرم، تغییرات فرکانس به مقدار تغییر آن‌ها و در نهایت به دیگر پارامترها بستگی خواهد داشت. برای ابعاد مفروض روند تغییر فرکانس کاهش است (تأثیر ضخامت در ممان اینرسی با توان 1 نسبت به تأثیر ارتفاع با توان 3).

کاهش فرکانس و کاهش کرنش ناشی از افزایش سختی در نهایت باعث کاهش RMS ولتاژ مطابق "شکل 10" می‌شود.

با افزایش عرض آلیاژ مشابه افزایش ضخامت آن سختی و سطح مقطع سیم پیچ و جرم زیاد می‌شود. در نهایت تغییرات RMS ولتاژ مطابق "شکل 11" خواهد بود.

آخرین متغیر میدان مغناطیسی بایاس می‌باشد. میدان مغناطیسی بایاس باعث بازگشت ورینت‌ها به وضعیت اولیه می‌شود. هرچه این مقدار بیشتر باشد، آلیاژ زودتر به وضعیت اولیه بر می‌گردد. در نتیجه با افزایش آن، RMS ولتاژ کاهش می‌یابد.

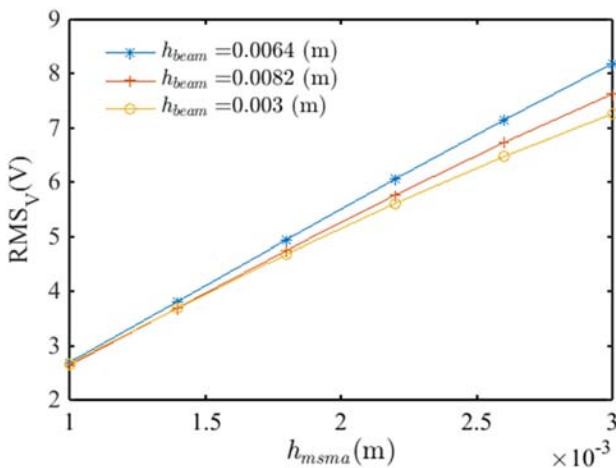


Fig. 8 Variation of RMS voltage versus thickness of MSMA for different thickness of beam

شکل 8 تغییرات RMS ولتاژ برحسب ضخامت آلیاژ در ضخامت تیر متفاوت

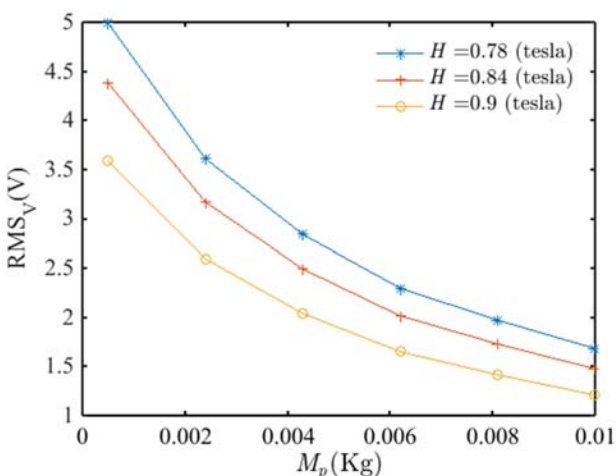


Fig. 9 Variation of RMS voltage versus proof mass for different bias magnetic field

شکل 9 تغییرات RMS ولتاژ برحسب جرم محک در میدان مغناطیسی بایاس متفاوت

و RMS ولتاژ برداشتی افزایش می‌یابد. در نهایت برآیند رقابت اثر کاهش کرنش، افزایش فرکانس (یا کاهش) و افزایش تعداد سیم‌پیچ برای ابعاد مورد نظر در "شکل 6" نشان داده شده است.

با افزایش ضخامت تیر ممان اینرسی تیر افزایش می‌یابد و در نتیجه سختی تیر بیشتر می‌شود اثر دیگر آن افزایش جرم سازه می‌باشد. اما اثر افزایش سختی در این ابعاد از اثر افزایش جرم بیشتر است و فرکانس افزایش می‌یابد. نتیجه افزایش فرکانس و کاهش کرنش‌ها در ابعاد مفروض، کاهش RMS ولتاژ می‌باشد.

متغیر بعدی ضخامت آلیاژ می‌باشد. با توجه به "شکل 5" با افزایش ضخامت آلیاژ سختی فنر پررنگ افزایش می‌یابد این افزایش سختی باعث افزایش سختی فنر معادل قسمت یک و در نهایت افزایش سختی کل می‌گردد. افزایش ضخامت، افزایش جرم را در پی دارد و در نهایت فرکانس در ابعاد مفروض افزایش می‌یابد.

با افزایش ضخامت آلیاژ، سطح مقطع سیم پیچ افزایش پیدا می‌کند و با توجه به قانون القای فارادی RMS ولتاژ افزایش می‌یابد. در نهایت "شکل 8" افزایش RMS ولتاژ را برای ابعاد مفروض با افزایش ضخامت آلیاژ نشان می‌دهد.

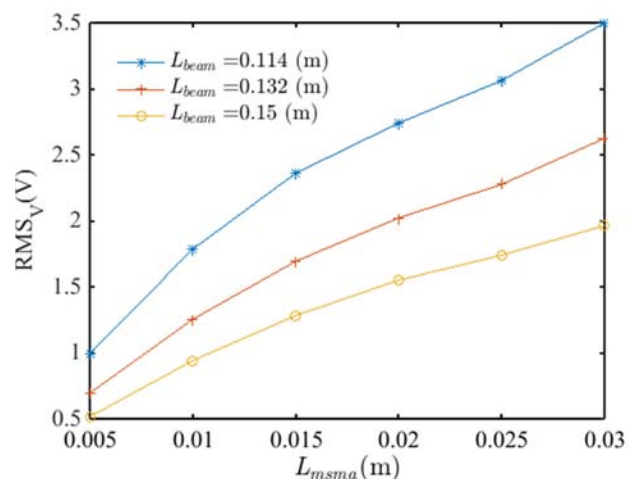


Fig. 6 Variation of RMS voltage versus length of MSMA for different length of beam

شکل 6 تغییرات RMS ولتاژ برحسب طول آلیاژ در طول تیر متفاوت

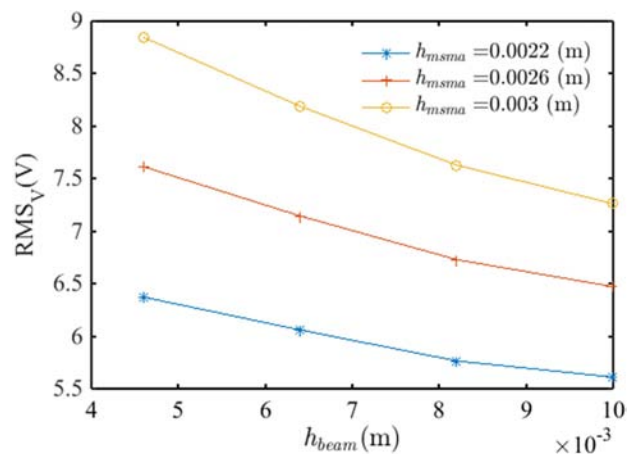


Fig. 7 Variation of RMS voltage versus thickness of beam for different thickness of MSMA

شکل 7 تغییرات RMS ولتاژ برحسب ضخامت تیر در ضخامت آلیاژ متفاوت

با به‌دست آوردن مدل ریاضی برای برداشت کننده انرژی پیشنهاد شده آنالیزی از پارامترها در این بخش آورده شد در بخش بعد با در نظر گرفتن اثر تغییرات همه متغیرها به بهینه سازی مدل می‌پردازیم.

### 6- بهینه‌سازی

بعد از به‌دست آوردن معادلات آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی در حالت کوپل با سازه نوبت به بهینه‌سازی هندسه سازه و آلیاژ و همچنین پارامتر میدان مغناطیسی می‌رسد. در این مساله هدف کم کردن حجم آلیاژ با توجه به قیود زیر است:

- حداکثر کرنش در ماده از مقدار مجاز بیشتر نباشد (5 درصد فشاری).
  - حداقل کرنش در ماده از مقدار مجاز بیشتر باشد (1.2 درصد فشاری).
  - مقدار ولتاژ برداشتی از 30V بیشتر یا مساوی باشد.
  - با توجه به محدودیت ساخت و نصب آلیاژ بر روی تیر عرض آلیاژ از ثلث عرض تیر کمتر باشد. (در هر انتهای تیر و در یک سمت آن مطابق "شکل 1"، 2 آلیاژ نصب شده است با توجه به مدل در نظر گرفته شده در صورت نصب آلیاژ در لبه‌های تیر حداقل یک سوم عرض تیر بین دو آلیاژ فاصله خواهد بود).
  - طول آلیاژ از 0.48 طول تیر کمتر باشد. (به دلیل محدودیت اتصال و ارتعاش تیر)
  - فرکانس کاری از فرکانس مجاز آلیاژ (1500Hz) کمتر باشد.
- بدین ترتیب مساله بهینه‌سازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Minimize: Volume } (X) &= L_m \times h_m \times w_m \\ \text{Subject to: } g_1(X) &= \varepsilon_m^{\max}(X) - \varepsilon_{\text{allow}}^{\max} \\ g_2(X) &= -\varepsilon_m^{\min}(X) + \varepsilon_{\text{allow}}^{\min} \\ g_3(X) &= \text{RMS}_0 - \text{RMS}(X) \\ g_4(X) &= w_m - \frac{w_s}{3} \\ g_5(X) &= L_m - 0.48L_s \\ g_6(X) &= \text{frequency}_m(X) - \text{frequency}_m^{\max} \\ X_k^{\min} &< X_k < X_k^{\max} \quad k = 1, 2, 3, \dots, 8 \end{aligned} \quad (45)$$

در این معادلات قید اول و دوم از معادله (1)، قید سوم با محاسبه جذر میانگین مربعات از معادله (10) و قید پنجم پس از محاسبه سختی و جرم معادل سازه به‌دست می‌آید.

در معادله (45)،  $X$  بردار متغیرهای طراحی است. در جدول 5 متغیرهای طراحی و محدوده آن‌ها معرفی شده اند.

جدول 5 معرفی متغیرهای طراحی و محدوده آن‌ها

Table 5 Design variables and their boundaries

| پارامتر     | نماینده | حد پایین <sup>۲</sup> | حد بالا <sup>۱</sup> |
|-------------|---------|-----------------------|----------------------|
| $L_s$ (m)   | $X_1$   | 0.0600                | 0.1500               |
| $L_m$ (m)   | $X_2$   | 0.0050                | 0.0300               |
| $h_s$ (m)   | $X_3$   | 0.0010                | 0.0100               |
| $h_m$ (m)   | $X_4$   | 0.0010                | 0.0030               |
| $w_s$ (m)   | $X_5$   | 0.0010                | 0.0100               |
| $w_m$ (m)   | $X_6$   | 0.0030                | 0.0300               |
| $M_p$ (kg)  | $X_7$   | 0.0005                | 0.0100               |
| $H$ (tesla) | $X_8$   | 0.6000                | 0.9000               |

<sup>1</sup> upper bound

<sup>2</sup> lower bound

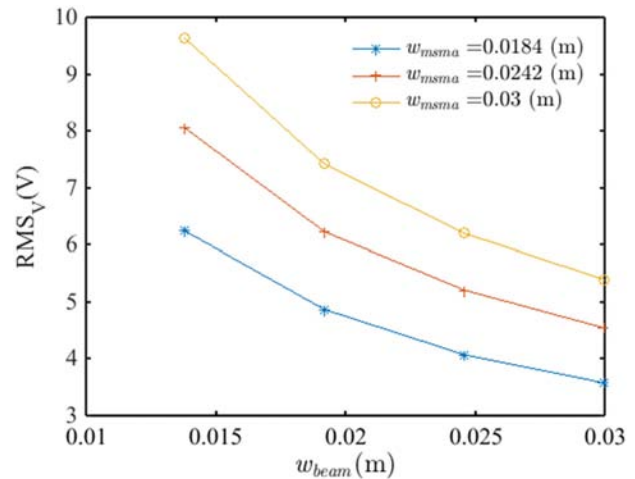


Fig. 10 Variation of RMS voltage versus width of beam for different width of MSMA

شکل 10 تغییرات RMS ولتاژ برحسب عرض تیر در عرض آلیاژ متفاوت

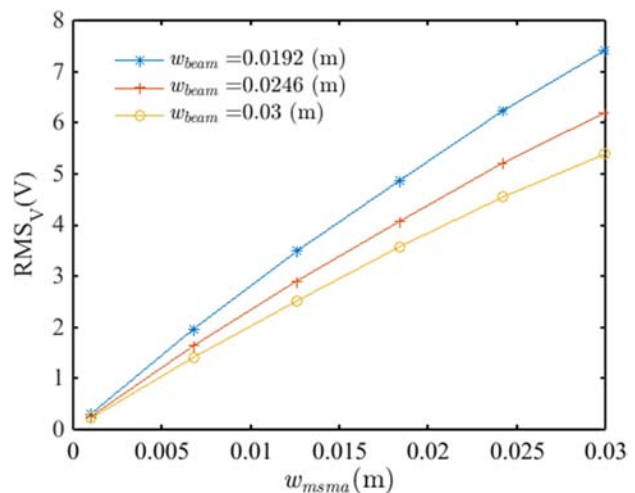


Fig. 11 Variation of RMS voltage versus width of MSMA for different width of beam

شکل 11 تغییرات RMS ولتاژ برحسب ضخامت آلیاژ در ضخامت تیر متفاوت

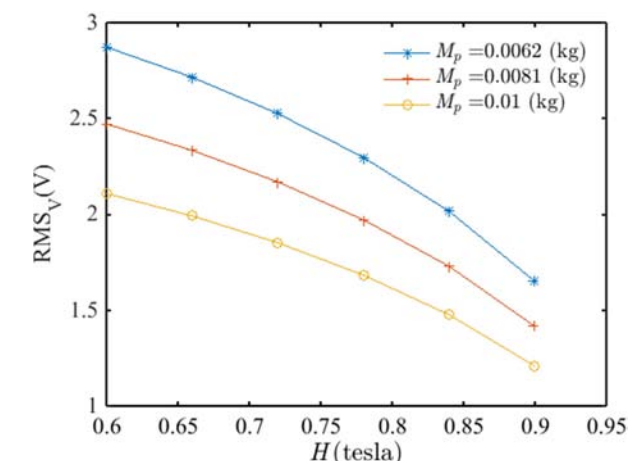


Fig. 12 Variation of RMS voltage versus bias magnetic field for different proof mass

شکل 12 تغییرات RMS ولتاژ برحسب جرم محک در میدان مغناطیسی با یاس متفاوت



جدول 6 نتایج بهینه‌سازی با یک تقسیم

Table 6 Optimization results with one element

| متغیر           | مقدار  | متغیر             | مقدار  |
|-----------------|--------|-------------------|--------|
| $L_s(\text{m})$ | 0.0622 | $w_s(\text{m})$   | 0.0254 |
| $L_m(\text{m})$ | 0.0291 | $w_m(\text{m})$   | 0.0025 |
| $h_s(\text{m})$ | 0.0081 | $M_p(\text{kg})$  | 0.0083 |
| $h_m(\text{m})$ | 0.0011 | $H(\text{tesla})$ | 0.6404 |

جدول 7 نتایج بهینه‌سازی با ده تقسیم

Table 7 Optimization results with ten element

| متغیر           | مقدار  | متغیر             | مقدار   |
|-----------------|--------|-------------------|---------|
| $L_s(\text{m})$ | 0.0976 | $w_s(\text{m})$   | 0.0235  |
| $L_m(\text{m})$ | 0.0283 | $w_m(\text{m})$   | 0.0069  |
| $h_s(\text{m})$ | 0.0083 | $M_p(\text{kg})$  | 0.0015  |
| $h_m(\text{m})$ | 0.0029 | $H(\text{tesla})$ | 0.07805 |

جدول 8 بررسی قیدها در خروجی های بهینه سازی

Table 8 Check output constraints in optimizations

| تعداد تقسیمات | RMS ولتاژ (V) | بیشتری کرنش | کمترین کرنش | فرکانس (Hz) | حجم (m <sup>3</sup> ) |
|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-----------------------|
| 1             | 30.702        | 0.0478      | 0.0121      | 1316.7      | 8.003e-8              |
| 10            | 30.430        | 0.0471      | 0.0129      | 1064.7      | 5.663e-7              |

همان‌طور که از جدول 8 پیداست در حالت استفاده از 1 تقسیم، الگوریتم به مقدار کافی پیش رفته است و جواب را نزدیک به مرزها (با توجه به قسمت بررسی مدل) پیش‌بینی می‌کند ولی در حالت استفاده از 10 تقسیم مدت زمان در نظر گرفته شده کافی نمی‌باشد و برای جواب بهتر زمان بیشتری نیاز است. اما در نهایت جواب حالت 10 تقسیم دقیق‌تر است و می‌توان با توجه به امکانات موجود برای رسیدن به جواب بهتر، مدت زمان بیشتری را برای انجام بهینه‌سازی در نظر گرفت.

### 7- فهرست علائم

#### علائم لاتین

|                  |                                                     |
|------------------|-----------------------------------------------------|
| $B$              | چگالی شار مغناطیسی (T)                              |
| $D$              | عامل مغناطیس زدایی                                  |
| $E$              | مدول الاستیسیته ( $\text{m}^{-1}\text{kg s}^{-2}$ ) |
| $h$              | ارتفاع (m)                                          |
| $H$              | میدان مغناطیسی ( $\text{A. m}^{-1}$ )               |
| $L$              | طول (m)                                             |
| $M^{\text{sat}}$ | مغناطش اشباع ( $\text{A m}^{-1}$ )                  |
| $M_p$            | جرم محک (kg)                                        |
| $N$              | تعداد دور سیم پیچ                                   |
| $V$              | ولتاژ (V)                                           |
| $w$              | عرض (m)                                             |

#### علائم یونانی

|         |                                          |
|---------|------------------------------------------|
| $\mu_0$ | ضریب نفوذ پذیری خلا ( $\text{Hm}^{-1}$ ) |
| $\rho$  | چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )              |
| $\xi$   | کسر حجمی ورینت نوع 2                     |

### 8- مراجع

- [1] A. Erturk, D. J. Inman, *Piezoelectric Energy Harvesting*, pp. 1-8, New York: John Wiley & Sons, 2011.
- [2] N. M. Bruno, C. Ciocanel, H. P. Feigenbaum, A. Waldauer, A theoretical and experimental investigation of power harvesting using the NiMnGa martensite

برای حل این مساله با توجه به این که قیدها به صورت غیرخطی می‌باشند و مسئله داری پیچیدگی‌های معادلاتی است، الگوریتم ژنتیک را به عنوان روش حل انتخاب می‌کنیم.

تنظیمات الگوریتم ژنتیک بگونه ای است که از 0.8 داده ها برای تولید مجدد<sup>1</sup> استفاده می‌شود و 5 درصد از آن ها حتما به نسل بعد انتقال می‌یابند. برای بقیه مقادیر و تابع از مقادیر پیش فرض نرم افزار متلب در الگوریتم ژنتیک استفاده شده است [19].

پس از پایان بهینه‌سازی در نتایج با 284 ساعت اجرا برای حالت استفاده از یک تقسیم برای آلیاژ در جدول زیر داده شده است.

همچنین اجرای دیگری در حالت استفاده از 10 تقسیم برای آلیاژ در نظر گرفته شده است که در این حالت زمان حل بسیار طولانی تر نسبت به حالت قبل خواهد بود بدین ترتیب دستور قطع فرآیند بهینه‌سازی پس از 200 ساعت داده شده است.

در "شکل 10" می‌توان نتایج را بعد از بهینه‌سازی با یک قسمت و بهینه‌سازی با 10 قسمت مشاهده کرد. همچنین در جدول 8 مقادیر قیدها در این دو حالت بهینه‌سازی با یکدیگر مقایسه شده اند.

در "شکل 13"، شکل شماتیک نتیجه حاصل از بهینه‌سازی ارائه شده است.

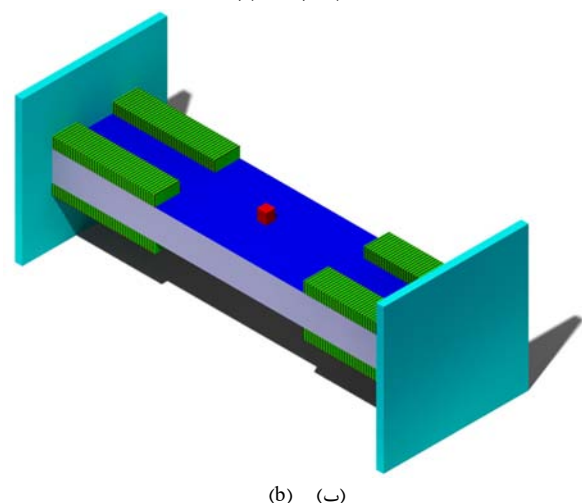
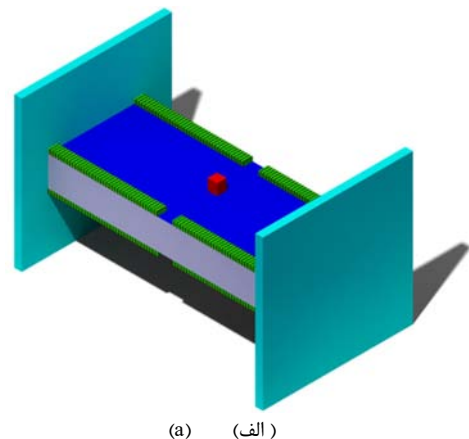


Fig. 13 Schematic of MSMA energy harvester after optimization  
a) 1 element b) 10 element

شکل 13 شکل شماتیک تیر بعد از بهینه‌سازی (الف) تعداد تقسیمات 1 (ب) تعداد تقسیمات 10

<sup>1</sup> Reproduction

- effect, *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 9, pp. 095002, 2015.
- [11] M. A. Askari Farsangi, H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, A novel inertial energy harvester using magnetic shape memory alloy, *Smart Materials and Structures* Vol. 25, No.10, pp 105024, 2016.
- [12] A. B. Waldauer, *An improved model for the application of magnetic shape memory alloys*, PhD Thesis, Northern Arizona University, Flagstaff, 2011.
- [13] Z. Guo, H. Li, Q. Wan, X. Peng, J. Wen, A Model to Describe the Magnetomechanical Behavior of Martensite in Magnetic Shape Memory Alloy, *Advances in Condensed Matter Physics*, Vol. 2014, No. 1, pp.6, 2014.
- [14] H. Sayyaadi, Mohammad Amin Askari Farsangi, and Mohammad Reza Zakerzadeh, Toward energy harvesting using Magnetic Shape Memory Alloys, *24th Annual International Conference on Mechanical Engineering-ISME*, 2016. English
- [15] Erturk, A., and Daniel J. Inman. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, *Smart materials and structures* , Vol. 18, No. 2, pp. 025009, 2009.
- [16] P. L. Gould, *Analysis of Shells and Plates*, pp.206-218, New York: Springer Science & Business Media, 2012.
- [17] A. Al-Qaisia, M. Hamdan, On the steady state response of oscillators with static and inertia non-linearities, *Journal of sound and vibration*, Vol. 223, No. 1, pp. 49-71, 1999.
- [18] H. Sayyaadi, M. A. A. Farsangi, Frequency-dependent energy harvesting via magnetic shape memory alloys, *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 11, pp. 115022, 2015.
- [19] Y. Lei, S. Zhang, X. Li, C. Zhou, MATLAB genetic algorithm toolbox and its application, *The Press of Xidian University*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-8, 2005.
- reorientation mechanism, *Smart Materials and Structures*, Vol. 21, No. 9, pp. 094018, 2012.
- [3] N. Elvin, A. Erturk, *Advances in Energy Harvesting Methods* , pp.3-10, New York: Springer Science & Business Media 2013.
- [4] B.-S. Lee, J.-J. He, W.-J. Wu, W.-P. Shih, MEMS generator of power harvesting by vibrations using piezoelectric cantilever beam with digitate electrode, *Smart Structures and Materials Conference on International Society for Optics and Photonics*, San Diego, United States pp. 61690B-61690B-9, 2006.
- [5] A. Hajati, S.-G. Kim, Ultra-wide bandwidth piezoelectric energy harvesting, *Applied Physics Letters*, Vol. 99, No. 8, pp. 083105, 2011.
- [6] Z. Liang, C. Xu, B. Ren, H. Luo, Theoretical analysis of energy harvesting performance for clamped-clamped piezoelectric beam, *Microsystem Technologies*, Vol. 21, No. 4, pp. 815-823, 2015.
- [7] I. Karaman, B. Basaran, H. Karaca, A. Karsilayan, Y. Chumlyakov, Energy harvesting using martensite variant reorientation mechanism in a NiMnGa magnetic shape memory alloy, *Applied Physics Letters*, Vol. 90, No. 17, pp. 172505, 2007.
- [8] N. N. Sarawate, *Characterization and modeling of the ferromagnetic shape memory alloy Ni-Mn-Ga for sensing and actuation*, PhD Thesis, The Ohio State University, Ohio, 2008.
- [9] N. M. Bruno, *Energy harvesting using martensitic variant reorientation in Ni<sub>50</sub>Mn<sub>28.5</sub>Ga<sub>21.5</sub> magnetic shape memory alloy*, Msc Thesis, Northern Arizona University, Flagstaff, 2011.
- [10] A. Saren, D. Musiienko, A. Smith, J. Tellinen, K. Ullakko, Modeling and design of a vibration energy harvester using the magnetic shape memory