



مدل سازی تبادل انرژی لحظه ای در برهم کنش صلب روتور با جریان غیردائمی آب اطراف داکت توربین های جزر و مدی محوری

علی زاهدی نژاد¹، منوچهر راد^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

2- استاد بازنشسته، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* صندوق پستی 11155-11365، rad@sharif.edu، تهران

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 مرداد 1395

پذیرش: 29 مهر 1395

ارائه در سایت: 11 دی 1395

کلید واژگان:

توربین جزر و مدی

جریان غیردائمی

داکت

شبیه سازی دینامیکی

معادلات انتگرالی

چکیده

برای پیشگویی جذب انرژی لحظه ای توسط توربین های جزر و مدی محوری در جریان غیردائمی آب یک روش مدل سازی عددی-تحلیلی ارائه شده است. هدف از مقاله حاضر معرفی یک روش حل انتگرالی سریع و پایدار با پاسخ یکتا است. این روش از داده های دینامیک سیالات محاسباتی در جریان دائمی استفاده می کند تا عملکرد زمانمند توربین جزر و مدی محوری را در جریان های خارجی غیردائمی تقریب بزند. این روش حل برای مدل سازی توربین جزر و مدی محوری با داکت همگرا-واگرا در جریان آب با شرایط مرزی غیردائمی طراحی شده است. معادلات حاکم برای جریان سیال به صورت معادلات انتگرالی به دست آمده اند. معادله حرکت یک درجه آزادی روتور با روش رانج-کوتا مرتبه چهار و روش تغییر پارامترها حل شده است. داده های دینامیک سیالات محاسباتی برای تقریب گشتاور روتور و ضریب فشار پشت توربین جزر و مدی به کار معادلات انتگرالی جریان سیال وارد شده اند. دو معادله تحلیلی زمانمند برای تقریب گشتاور روتور و ضریب فشار پشت توربین جزر و مدی به کار برده شدند. نتایج روش حل انتگرالی با نتایج داده های زمانمند دینامیک سیالات محاسباتی در نرم افزار آنسیس-فلونت مقایسه شده است. با روش ارائه شده، شبیه سازی های عددی متعددی انجام شده تا ابعاد داکت برای بیشترین افزایش جذب توان در یک توربین جزر و مدی محوری تعیین شود.

Modeling instantaneous energy exchange during rigid interaction of rotor with unsteady water flow around duct of axial tidal turbines

Ali Zahedi Nejad¹, Manoucher Rad^{2*}

1- Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Science and Research branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 11365-11155 Tehran, Iran, rad@sharif.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 August 2016
Accepted 20 October 2016
Available Online 31 December 2016

Keywords:
Duct
Dynamic simulation
Integral equations
Tidal turbine
Unsteady flow

ABSTRACT

For prediction instantaneous energy absorption by axial tidal turbines in the unsteady water flow a numerical analytical modeling approach has been presented. The purpose of the present article is introducing a fast and stable integral solution method with unique response. This method uses data of computational fluid dynamics in the steady flow to approximate time-dependent performance of axial tidal turbine in the unsteady external flows. This solution method has been designed for modeling axial tidal turbine with convergent-divergent duct in water flow with unsteady boundary conditions. The governing equations for fluid flow have been obtained in the form of integral equations. The equation of one-degree of freedom motion of rotor has been solved with fourth-order Runge-Kutta method and variations of parameters method. CFD data for rotor and duct of axial tidal turbine have been inserted as boundary values in the integral equations of fluid flow. Two time dependent analytical equations were employed for approximation of rotor torque and back pressure coefficient of tidal turbine. The results of the integral solution method have been compared with time-dependent CFD data in ANSYS-Fluent software. Several numerical simulations were carried out with the presented procedure to determine dimensions of the duct for the most enhancement of power absorption in an axial tidal turbine.

جنبشی محوری دارای داکت را با استفاده از تئوری جریان یک بعدی به صورت تحلیلی بررسی کرد [3]. بر اساس تحقیقات لون، با استفاده از یک داکت که به صورت دیفیوزر عمل کند، جذب توان (نسبت به توربین انرژی جنبشی محوری بدون داکت) بیش از 30 درصد افزایش می یابد. ستوگچی و همکارانش در زمینه طراحی و ساخت یک دیفیوزر با دوجدار تلاش کردند. آنها دریافتند که شکل دیفیوزر عامل مهمی در افزایش راندمان توربین است [4]. مدل سازی دینامیک

1- مقدمه

توربین جزر و مدی محوری قادر است انرژی جنبشی جریان آب را به انرژی مکانیکی تبدیل کرده و از طریق یک ژنراتور، برق تولید کند. این نوع توربین با استفاده از داکت سرعت جریان را در محل گلوگاه داکت همگرا-واگرا افزایش داده و در اثر تبدیل فشار آب به انرژی جنبشی، توان بیشتری را جذب می نماید [1,2]. به منظور اثبات این موضوع، در سال 2003 لون عملکرد توربین انرژی-

Please cite this article using:

A. Zahedi Nejad, M. Rad, Modeling instantaneous energy exchange during rigid interaction of rotor with unsteady water flow around duct of axial tidal turbine, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 692-702, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در مقاله حاضر یک سری معادلات انتگرالی با روش حل عددی پایدار ارائه شده است. این معادلات برای پیشگویی جذب انرژی لحظه‌ای توسط توربین جزر و مدی محوری در جریان غیردائمی به دست آمده‌اند. هدف تقریب عملکرد زمانمند توربین جزر و مدی با استفاده از یک سری داده‌های دینامیک سیالات محاسباتی است. معادلات حاکم جریان آشفته پس از انتگرال‌گیری به صورت معادلات یک‌بعدی نوشته شدند. معادلات انتگرالی شامل عبارت‌هایی است که امکان تبادل اطلاعات از حل دینامیک سیالات محاسباتی را فراهم می‌سازد. در مقاله حاضر یک توربین جزر و مدی محوری به دو بخش اصلی تفکیک شده‌است: توربین مرجع و داکت که در شکل 2 معرفی شدند.

2- هندسه توربین جزر و مدی محوری

در شکل 2 طرح توربین جزر و مدی محوری دارای داکت ترسیم شده‌است. پروفیل بهینه برای داکت متقارن محوری در [2] به دست آمده‌است.

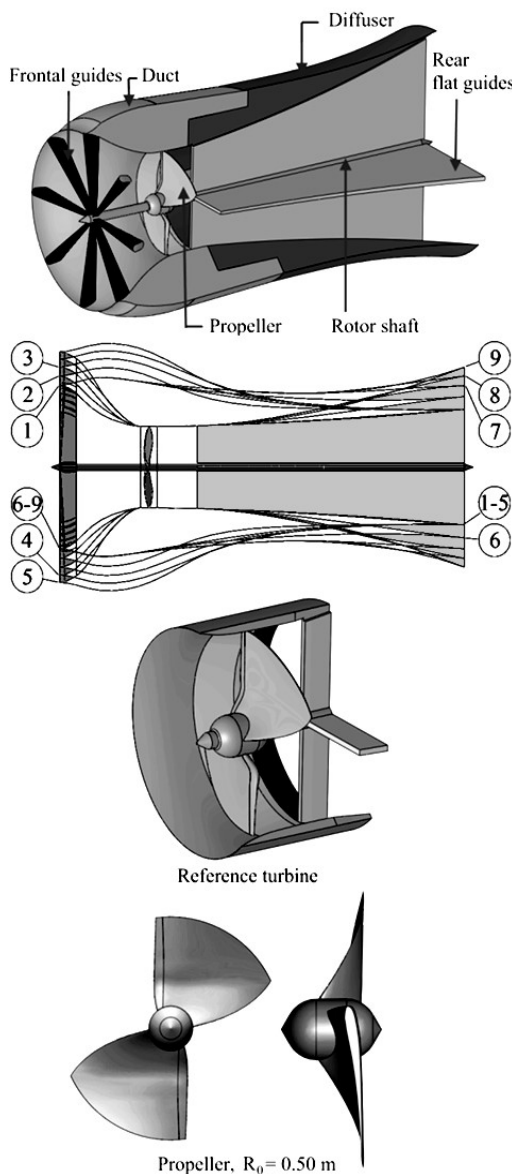


Fig. 2 Components of tidal turbine and duct configurations. The reference turbine and propeller were illustrated separately

شکل 2 اجزای توربین جزر و مدی و طرح‌های داکت، توربین مرجع و پروانه به صورت جدا مشخص شدند

سیالات محاسباتی که با حرکت دورانی یک‌درجه آزادی روتور متصل شود، راه حل مناسبی برای پیشگویی عملکرد زمانمند توربین‌های انرژی-جنبشی است [5]. در سال‌های اخیر مطالعات گسترده و پروژه‌های تحقیقاتی متعددی توسط محققان در زمینه توربین‌های رودخانه‌ای و جزر و مدی انجام شده‌است [6]. شیوز و کرافورد راندمان کلی توربین جزر و مدی دارای دیفیوزر را به دست آوردند. آنها از نرم‌افزار انسیس-سی. اف. اکس¹ برای شبیه‌سازی عددی جریان سیال استفاده کردند [7]. جو و همکارانش افت سرعت جریان در عبور از توربین‌های انرژی-جنبشی محوری پشت‌سر هم را بررسی کردند [9,8]. در سال 2012 باهاج و همکارانش طرح دنباله جریان توربین انرژی-جنبشی محوری را بررسی کردند. آنها یک روتور محوری که دو ردیف پروانه داشت را آزمایش کردند [11,10]. شلیچر و همکارانش یک روتور دو پروانه‌ای برای توربین آبی انرژی-جنبشی طراحی کردند. آنها از نرم‌افزار انسیس-فلوئنت² برای شبیه‌سازی جریان سیال استفاده کردند [12]. آنها نشان دادند که استفاده از پره‌های راهنما بین طبقات توربین انرژی-جنبشی، نه درصد راندمان توربین را افزایش می‌دهد. شجاعی‌فرد و همکارانش یک توربین آبی محوری کوچک را در نرم‌افزار انسیس-سی. اف. اکس. به صورت عددی شبیه‌سازی کردند. آنها شبکه‌های محاسباتی ریز و درشت را به کار بردند و نتایج حل عددی را با داده‌های تجربی مقایسه کردند [13]. کلکر و همکارانش مشخصه عملکرد توربین جزر و مدی محوری در یک کانال جزر و مدی را بررسی کردند [14]. ژفکوت و همکارانش برهم‌کنش توربین‌های جزر و مدی پشت‌سر هم و کنار هم را به صورت تجربی بررسی کردند. آنها توربین‌های جزر و مدی محوری را با چیدمان موازی و پشت سر هم در فواصل مختلف بررسی کردند تا افت جذب انرژی را برای حالت‌های مختلف به دست آورند [15]. در چند سال اخیر، راد و همکارانشان با بررسی‌های عددی و تجربی گسترده توانستند شکل داکت بهینه را برای توربین انرژی-جنبشی محوری طراحی کنند [17,16,2]. طراحی و ساخت توربین‌های جزر و مدی یک زمینه صنعتی فعال در کشورهای مختلف است. نمای خارجی نمونه ساخته شده یک توربین جزر و مدی محوری با داکت همگرا-واگرا، در شکل 1 نشان داده شده‌است. این توربین جزر و مدی دو مگاواتی توسط مرکز تحقیقات دانشگاه چارلز داروین استرالیا طراحی شده است. هدف شهر داروین، تأسیس یک نیروگاه تولید برق جزر و مدی و دستیابی به بیست درصد انرژی تجدیدپذیر تا سال 2020 است [18].

1-1- هدف و روش کار



Fig. 1 Manufacturing of tidal turbine in research center of Charles Darwin University in Australia [18]

شکل 1 ساخت توربین جزر و مدی در مرکز تحقیقات دانشگاه چارلز داروین در استرالیا [18]

¹ ANSYS-CFX

² ANSYS-Fluent

$$u_1 A_1 - u_2 A_2 = 0 \quad (1)$$

$$u_2 A_2 - u_3 A_3 = 0 \quad (2)$$

$$u_3 A_3 - u_4 A_4 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{u_2}{(u_2)_0} = \alpha \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad (4)$$

تنظیم پارامتر α بر اساس سرعت جریان محوری در گلوگاه داکت ضروری است. پارامتر α به کمک شباهت سینماتیکی که در معادله (4) تعریف شده و شبیه سازی جریان سه بعدی تعیین می شود. معادلات انتگرالی اندازه حرکت به صورت روابط (5-8) می باشند:

$$p_1 - p_2 + 0.5\rho(u_1^2 - (u_2 - u_2')^2) - \rho g H_{\text{loss},1-2} = \frac{2\rho}{(A_1 + A_2)} \int_{C.V:1-2} A \left(\frac{du}{dt} \right) dx \quad (5)$$

$$p_3 - p_4 + 0.5\rho((u_3 - u_3')^2 - u_4^2) - \rho g H_{\text{loss},3-4} = \frac{2\rho}{(A_3 + A_4)} \int_{C.V:3-4} A \left(\frac{du}{dt} \right) dx \quad (6)$$

$$p_2 A_2 - p_3 A_3 - \rho g H_{\text{loss},2-3} A_2 - T_{\text{ducted propeller}} \left(\frac{\omega}{u_2} \right) - M_{\text{duct throat}} \frac{du_2}{dt} = 0 \quad (7)$$

$$M_{\text{total duct}} \frac{du_2}{dt} = \sum_{C.V} F_x = p_1 A_1 - p_4 A_4 + 0.5\rho u_1^2 A_1 - 0.5\rho u_4^2 A_4 + T_{\text{ducted propeller}} \left(\frac{\omega}{u_2} \right) + 0.5\rho u_{\infty}^2 \left(\frac{u_2(t)}{u_2'} \right)^2 \Gamma_{1-4} C_{D,\text{duct}} A_{\text{Frontal}} \quad (8)$$

Γ_{1-4} نسبت ضریب نیروی پسی داکت ($C_{D,\text{in}}/C_{D,\text{duct}}$) است. در جریان غیردائمی $C_{D,\text{in}}$ ضریب پسی زمانمند برای جدار داخلی داکت است و بر اساس مساحت سطح جلوی داکت A_{Frontal} بدون بعد شده است. افت هد⁴ کل در فاصله مقاطع 1 و 4 برابر مجموع افت هد در درون داکت است.

$$H_{\text{loss},1-4} = H_{\text{loss},1-2} + H_{\text{loss},2-3} + H_{\text{loss},3-4} \quad (9)$$

معادله (10) بر اساس تحلیل سینماتیکی پروانه، آنالیز نیرو و کاربرد اصل بقای انرژی برای جریان سیال به دست آمده است.

$$T_{\text{ducted propeller}} = T_{\text{sample}} \left(\frac{u_{2,\text{sample}}}{u_2} \right)^\eta + \frac{\left(F_{\text{ducted propeller}} - F_{\text{sample}} \right) u_{2,t} \tan \beta'}{\omega} \quad (10)$$

مطابق شکل 2 یک توربین مرجع تعریف شده است که شامل یک داکت استوانه ای نازک است. توربین مرجع برای ایجاد داده های نمونه⁵ (برای استفاده در معادله (10)) به کار می رود. برای اثبات معادله (10) یک بررسی سینماتیکی برای جریان تراکم ناپذیر و پروانه انجام شده است تا $u_{2,\text{sample}}$ را با ω_{sample} مرتبط سازد.

$$u_{2,\text{sample}} = \kappa R_0 \omega_{\text{sample}} \tan \beta' \quad (11)$$

زمانی که معادله (10) بر اساس مجزاسازی متغیرها بازنویسی شود، پارامتر η توسط معادله (12) و بر اساس داده های نمونه، تقریب زده می شود.

$$\eta_i = \frac{\log(T_i) - \log(T_{i+1} - \Delta T_{p,i})}{\log(u_{2,i+1}) - \log(u_{2,i})} \quad (12)$$

$$\Delta T_{p,i} = \frac{(F_{i+1} - F_i) u_{2,i+1} \tan \beta'}{\omega_{i+1}}$$

یک شکل جدید برای معادله (12) به صورت معادله (13) است که با تعریف

ابعاد داکت در تبادل انرژی لحظه ای بین جریان سیال غیردائمی و روتور توربین جزر و مدی تأثیرگذار است. توربین مرجع شامل روتور و بخشی از جدار داکت است که ناحیه گلوگاه توربین جزر و مدی را توصیف می کند و اثر داکت همگرا-واگرا در آن وجود ندارد.

در شکل 2، نه داکت با ابعاد متمایز رسم شدند. داکت های شماره 1 تا 5 سطح مقطع دهانه خروجی برابر و سطح مقطع دهانه ورودی متمایز دارند. داکت های شماره 6 تا 9 سطح مقطع دهانه ورودی برابر و سطح مقطع دهانه خروجی متمایز دارند. مشخصات اصلی هندسه داکت ها در شکل 2، که توسط آن ابعاد هر داکت کاملاً مشخص می شود، در جدول 1 گردآوری شدند.

3- معادلات حاکم انتگرالی برای مدل سازی کارکرد توربین جزر و مدی محوری در جریان غیردائمی آب

در شکل 3 تصویر یک توربین جزر و مدی دارای داکت رسم شده است. یک روتور دو پره ای در گلوگاه داکت قرار دارد. جریان آب از داخل و خارج داکت عبور می کند. اختلاط¹ جریان در جریان دنباله کم فشار که در پشت توربین بوجود می آید باعث افزایش نرخ انتقال انرژی بین جریان هایی می شود که از داخل و خارج داکت به هم می رسند.

معادلات حاکم انتگرالی برای جریان فاقد گردش² محوری (در درون و بیرون داکت) توسعه یافته اند. به علت وجود صفحات راهنما³، گردش محوری جریان تنها در اطراف پروانه بین مقاطع 2 و 3 در داخل داکت، در نظر گرفته شده است. شکل 3 شماره گذاری مقاطع توربین جزر و مدی را مشخص می سازد. هر یک از معادلات انتگرالی پیوستگی و اندازه حرکت از روش انتگرال گیری از معادله دیفرانسیل مربوط به جریان آشفته، روی حجم کنترل محدود به مقاطع داکت (که در شکل 3 مشخص شده)، به دست آمده اند. معادلات انتگرالی پیوستگی به صورت روابط (4-1) می باشند:

جدول 1 مشخصات هندسی داکت ها. حالت بررسی 10 مربوط به توربین مرجع است
Table 1 Geometric characteristic of ducts. Case study 10 is for reference turbine

حالت بررسی	L_{1-2} (m)	L_{2-3} (m)	L_{3-4} (m)	$\frac{A_{\text{inlet}}}{A_{\text{th}}}$	$\frac{A_{\text{exit}}}{A_{\text{th}}}$
1	1.0	0.2	3.8	4	2
2	1.0	0.2	3.8	5	2
3	1.0	0.2	3.8	6	2
4	1.0	0.2	3.8	7	2
5	1.0	0.2	3.8	8	2
6	1.0	0.2	3.8	4	3
7	1.0	0.2	3.8	4	4
8	1.0	0.2	3.8	4	5
9	1.0	0.2	3.8	4	6
10	0.0	0.2	0.0	1	1

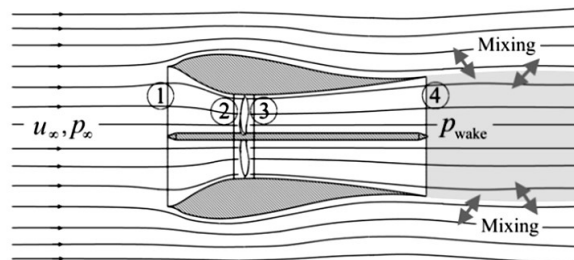


Fig. 3 Section numbering for flow around axial tidal turbine

شکل 3 نام گذاری مقاطع برای جریان اطراف توربین جزر و مدی محوری

¹ Mixing

² Non-swirling flow

³ Flat guides

⁴ Head

⁵ Sample data

پارامتر φ_i به‌دست می‌آید.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_{\text{ducted propeller}} - T_{\text{resistance, propeller}}}{I_{\text{rotor}}}, \quad \omega(t_0) = \omega_0 \quad (19)$$

4- روش حل معادلات حاکم

حل معادلات حاکم شامل حل معادله حرکت روتور و حل معادلات انتگرالی جریان سیال است. معادلات غیرخطی جریان سیال پس از خطی‌سازی به صورت توأم حل شده‌اند. این روش برای حفظ پایداری حل و یکنایی جواب معادلات حاکم ضروری است. در بخش 4-1 روش حل سیستم معادلات غیر خطی جریان سیال ارائه شده‌است. معادله حرکت روتور با تعریف تابع گرین¹ و روش تغییر پارامترها به یک معادله انتگرالی تبدیل شده است. سپس معادله انتگرالی به روش عددی حل شده است [19].

4-1- روش حل معادلات غیر خطی جریان سیال

در سیستم معادلات حاکم غیر خطی، که برای مدل‌سازی توربین جزر و مدی به‌دست آمده اند تمام متغیرها به هم وابسته اند. بر این اساس یک دستگاه معادلات ماتریسی برای حل همزمان معادلات اندازه حرکت وابسته² (معادلات (5) تا (8)) تعریف شده است. در ابتدا فشارهای دینامیکی سیال به‌صورت معادله (20) تعریف شده‌اند.

$$E_0 = \frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2, \quad E_1 = \frac{1}{2} \rho u_1^2, \quad E_2 = \frac{1}{2} \rho (u_2 - u_2')^2 \\ E_3 = \frac{1}{2} \rho (u_3 - u_3')^2, \quad E_4 = \frac{1}{2} \rho u_4^2 \quad (20)$$

معادلات (5) تا (8) به‌فرد یک معادله ماتریسی نوشته شدند. فشارهای استاتیک در چهار مقطع داکت، پاسخ حل سیستم $AP = B$ هستند. ماتریس ضرایب و بردار مجهول به ترتیب A و P هستند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & A_2 & -A_3 & 0 \\ A_1 & 0 & 0 & -A_4 \end{bmatrix}, \quad P = [p_1, p_2, p_3, p_4]^T \quad (21)$$

ماتریس ضرایب A دارای مؤلفه‌های ثابت است. بردار B به‌صورت معادله (22) نوشته شده است.

$$B = \begin{bmatrix} -E_1 + E_2 + \frac{1}{2} \rho \frac{du_2}{dt} \left(1 + \frac{A_2}{A_1} \right) L_{1-2} + \rho g H_{\text{loss},1-2} \\ -E_3 + E_4 + \frac{1}{2} \rho \frac{du_2}{dt} \left(1 + \frac{A_3}{A_4} \right) \left(\frac{A_2}{A_3} \right) L_{3-4} + \rho g H_{\text{loss},3-4} \\ \frac{T_{\text{ducted propeller}}}{u_2} \omega + \frac{1}{2} \rho \frac{du_2}{dt} \left(1 + \frac{A_2}{A_3} \right) A_3 L_{2-3} + \rho g H_{\text{loss},2-3} A_2 \\ \{ -E_1 A_1 + E_4 A_4 \\ -E_0 \left(\frac{u_2}{u_2'} \right)^2 \Gamma_{1-4} C_{D,\text{duct}} A_{\text{Frontal}} - \frac{T_{\text{ducted propeller}}}{u_2} \omega + \\ \frac{1}{2} \rho \frac{du_2}{dt} ((A_1 + A_2) L_{1-2} + (A_2 + A_3) L_{2-3} + (A_3 + A_4) L_{3-4}) \} \end{bmatrix} \quad (22)$$

ماتریس ضرایب A یک ماتریس تنک³ است. زمانی که A_1 (مساحت ورودی داکت) و A_4 (مساحت خروجی داکت) به سمت مساحت گلوگاه داکت میل کنند، حل سیستم غیر خطی $AP = B$ بدون حد و مرز با مقادیر بزرگ خطای عددی مواجه می‌شود. لذا خواص متعامد ضرب داخلی در فضای هیلبرت⁴ برای کاهش خطا در حل عددی معادله ماتریسی $AP = B$ به‌کار رفته‌است.

4-2- روش حل معادله حرکت یک درجه آزادی روتور

معادله (19) یک معادله دیفرانسیل مرتبه دو برای حرکت یک‌درجه آزادی روتور توربین جزر و مدی است. با اضافه و کم کردن عبارت $K^2 \theta(t)$ به دو

$$\eta_i = \frac{\log \left(\frac{T_i}{(1-\varphi_i) T_{i+1} + \varphi_i T_i} \right)}{\log \left(\frac{u_{2,i+1}}{u_{2,i}} \right)} \\ \varphi_i = \frac{(F_{i+1} - F_i) u_{2,i+1} \tan \beta'}{(T_{i+1} - T_i) \omega_{i+1}} \quad (13)$$

داده‌های نمونه دینامیک سیالات محاسباتی برای حل معادلات 10 و 13 از جداول 3 و 4 به‌دست می‌آیند. برای این منظور مقادیر متغیرهای F_{i+1} ، $u_{2,i+1}$ و T_{i+1} برای توربین مرجع در جداول 3 و 4 گردآوری شدند. زیرنویس‌های i و $i+1$ اختلاف کمیت‌ها را در اثر تغییر سرعت محوری جریان خارجی، بیان می‌کنند. زمانی که سرعت جریان خارجی از $u_{\infty,i}$ به $u_{\infty,i+1}$ تغییر کند، زیرنویس i معرف مقادیر کمیت‌ها در سرعت قبلی جریان و زیرنویس $i+1$ معرف مقادیر کمیت‌ها در سرعت فعلی جریان است. جداول 3 و 4 با استفاده از داده‌های جدول 2 و کاربرد معادله (14) ایجاد شده‌اند. به‌کمک معادله (14)، با هر $u_{\infty,i}$ مقادیر سرعت زاویه‌ای روتور، ω_i ، (در شرایط جدید جریان پایا) تقریب زده می‌شود. معادله (14) یک معادله تأیید اعتبار شده برای دو حالت گشتاور ترمزی صفر و ضریب توان بهینه است. در هر ω_{i+1} و $u_{\infty,i+1}$ جدید برای توربین مرجع، شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی انجام شده است تا متغیرهای F_{i+1} ، $u_{2,i+1}$ و T_{i+1} تعیین شوند.

$$\frac{\omega_i}{\omega_{\text{sample}}} = \frac{\alpha u_{\infty,i}}{u_{\infty, \text{sample}}} \quad (14)$$

معادلات (15) و (16) روابط کمکی هستند که برای تکمیل اطلاعات نیروی محوری و گشتاور روتور در معادله (10)، به‌کار می‌روند.

$$F_{\text{ducted propeller}}^{\text{ducted}} = A_{\text{projected propeller}} (p_2 - p_3) \quad (15)$$

$$T_{\text{sample}} = T_{\text{sample}}(u_{\infty}, \omega) \quad (16)$$

فشار متوسط جریان در خروجی داکت، بر اساس معادلات (17) و (18) برآورد شده است. ضریب فشار پشت توربین جزر و مدی دارای داکت توسط معادله (17) تعریف شده‌است [7].

$$C_{p,b} = \frac{p_4 - p_{\infty}}{0.5 \rho u_{\infty}^2} \quad (17)$$

معادله تحلیلی (18) قادر است ضریب فشار پشت توربین انرژی-جنبشی را برای جریان غیردائمی با تقریب پیشگویی کند. معادله (18) بر اساس انتگرال-گیری از معادله انرژی سیال در کل دامنه سیال به‌دست آمده‌است. برای به‌دست آوردن معادله (18) فرض شده است که افت انرژی و جذب انرژی در توربین با بازیافت انرژی در جریان دنباله برابر باشد. معادله (18) دارای یک ثابت تحلیلی است. ثابت δ در ارتباط با اختلاط جریان آشفته در دنباله جریان پشت توربین در معادلات انتگرالی جریان سیال ظاهر شده‌است. با تنظیم ثابت δ ، تقریب ضریب فشار پشت توربین محوری امکان‌پذیر می‌شود. بر اساس شبیه‌سازی‌های گسترده دینامیک سیالات محاسباتی (مطابق شکل 12) برای توربین جزر و مدی محوری که در مقاله حاضر بررسی شده، قابلیت معادله تحلیلی (18) برای تقریب ضریب فشار پشت (با ثابت تحلیلی که در محدوده $0.55 \leq \delta \leq 1.07$ قرار دارد) تأیید اعتبار شده است.

$$C_{p,b}(t) = \frac{C_{D,\text{duct}} \left(\frac{A_{\text{Frontal,duct}}}{A_4} \right) + C_{p,\text{reference turbine}} \left(\frac{A_2}{A_4} \right)}{-\frac{1}{2}((2-\delta)\mu + \delta)} - (\mu^2 - 1), \\ \mu = \frac{u_4(t)}{u_{\infty}}, \quad 0.55 \leq \delta \leq 1.07 \quad (18)$$

معادله (19) بیانگر تعادل دینامیکی تمام گشتاورهای وارد بر روتور توربین انرژی-جنبشی محوری است.

¹ Green's function

² Coupled momentum equations

³ Sparse

⁴ Hilbert space

$\omega_0 = 10 \text{ rad s}^{-1}$ به کار رفته که متناظر با سرعت زاویه‌ای اولیه است.

4-4 پارامترهای حل برای مدل سازی بر اساس معادلات انتگرالی

فشار استاتیکی جریان آزاد 101.3 kPa است. سرعت جریان آزاد ثابت 3 m s^{-1} است. دانسیته آب برابر 998 kg m^{-3} تعریف شده است. طول کلی توربین جزر و مدی 5 متر است. ابعاد داکت‌ها مطابق جدول 1 در نظر گرفته شدند. بر اساس محاسبات در نرم افزار سالیید-ورک، اینرسی چرخشی⁵ روتور توربین جزر و مدی حول محور دوران آن برابر 0.84 kg m^2 تعریف شده است. محور روتور بدون اصطکاک فرض شده است. در مدل سازی‌های عددی توربین جزر و مدی، گشتاور ترمزی روتور 260 N m است. نسبت مساحت تصویر شده پروانه-ی روتور به مساحت گلوگاه داکت $\kappa = 0.33$ است. مطابق شکل 2 زاویه گام پره‌ها در نزدیک پایه پروانه بیشتر است. متوسط زاویه گام پره‌ها 22 درجه است.

5- حل سه بعدی جریان زمانمند با نرم افزار انسیس-فلوئنت

شبکه محاسباتی در نرم افزار تولید شبکه انسیس⁶ ایجاد شده است. دامنه سیال توسط یک استوانه به قطر 8 متر و طول 15 متر تعریف شده است. توربین جزر و مدی به طول پنج متر در وسط دامنه محاسباتی قرار گرفته است. سطح جلوی استوانه به صورت مرز سرعت ثابت برای جریان آب با شدت آشفستگی 5 درصد تعریف شده است. سایر سطوح خارجی استوانه از نوع مرز فشار خروجی تعریف شده‌اند. جهت جریان در مرز خروجی در راستای محور استوانه تعریف شده است. از روش چرخش جسم صلب در یک ناحیه از شبکه محاسباتی که روتور را در بر گرفته استفاده شده است. مطابق شکل 4، شبکه محاسباتی درشت شامل 95000 المان هرمی برای زیردامنه محاسباتی اطراف روتور است. بین 165000 تا 170000 المان هرمی برای دامنه اطراف داکت‌های مختلف به کار رفته است.

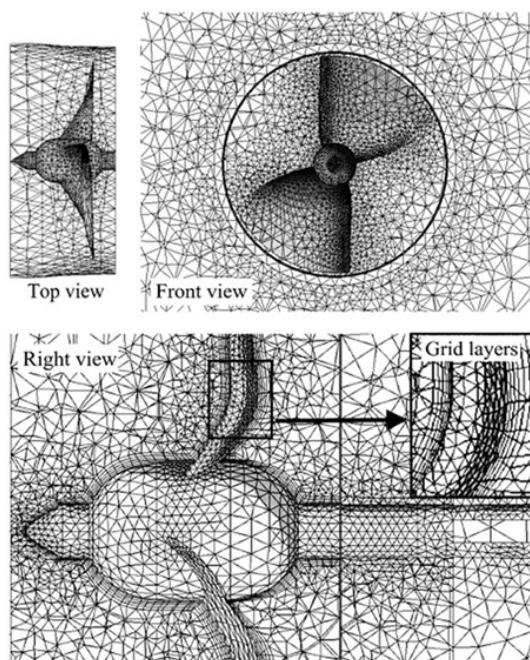


Fig. 4 Grid generation for reference turbine in ANSYS-Meshing software

شکل 4 ایجاد شبکه محاسباتی برای توربین مرجع در نرم افزار تولید شبکه انسیس

⁵ Rotary inertia

⁶ ANSYS-Meshing

سمت معادله (19) نتایج حل تغییر نمی‌کند. بر این اساس معادله حرکت روتور به صورت معادله (23) نوشته شده تا به صورت یک مسئله مقدار مرزی در یک زاویه چرخش کوچک حل شود [19].

$$\ddot{\theta}(t) + K^2\theta(t) = K^2\theta(t) + \frac{\sum T_{\text{external}}}{I_{\text{rotor}}} \quad (23)$$

شرایط مرزی برای معادله (23) عبارتند از $\theta(0) = 0$ و $\theta(\tau) = \theta_A$. روش تغییر پارامترها برای تعیین تابع گرین¹، $G(t, s)$ ، به کار رفته است [19].

$$G(t, s) = \begin{cases} \left(1 - \cos\left(K\left(t - \frac{\pi}{\omega}\right)\right)\right) \sin(Ks) \\ - 2K \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} + s\right)\right) \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} - s\right)\right), & 0 \leq t \leq s \leq \frac{\pi}{\omega} \\ \left(1 - \cos\left(K\left(s - \frac{\pi}{\omega}\right)\right)\right) \sin(Kt) \\ - 2K \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} + s\right)\right) \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} - s\right)\right), & 0 \leq s \leq t \leq \frac{\pi}{\omega} \end{cases} \quad (24)$$

بازه زمانی لازم برای تغییر زاویه روتور به اندازه θ_A برابر $\tau = \pi/\omega$ است. میانگین سرعت زاویه‌ای روتور در چرخش به اندازه θ_A است. در هر چرخش کوچک، ω بر اساس قضیه کار و انرژی مکانیکی به روز می‌شود.

حل تحلیلی معادله (19) با جواب یکتا² به صورت معادله انتگرالی (25) است. مطابق روش ارائه شده در [21, 20] برای مسئله مقدار مرزی، حل تحلیلی بر اساس تابع گرین به دست آمده است. متغیر کاتالیزر³، K ، در تابع گرین، یک پارامتر کلیدی برای افزایش پایداری حل عددی است. مقادیر مختلف کاتالیزر نتایج حل عددی یکسانی را نتیجه می‌دهند در حالی که با یک K که به اندازه کافی کوچک باشد پایداری حل عددی افزایش می‌یابد [19].

$$\theta(t) = \int_0^t \frac{\left(1 - \cos\left(K\left(t - \frac{\pi}{\omega}\right)\right)\right) \sin(Ks)}{-2K \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} + s\right)\right) \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} - s\right)\right)} f(s) ds \\ + \int_t^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{\left(1 - \cos\left(K\left(s - \frac{\pi}{\omega}\right)\right)\right) \sin(Kt)}{-2K \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} + s\right)\right) \sin\left(\frac{K}{2}\left(\frac{\pi}{\omega} - s\right)\right)} f(s) ds \\ + \frac{\theta_A \sin(Kt)}{\sin\left(\frac{K\pi}{\omega}\right)} \quad (25)$$

تابع $f(s)$ در معادله (25) توسط معادله (26) تعریف شده است. روش حل ریاضی بیان شده در فضای باناخ⁴ جواب یکتا دارد [19].

$$f(s) = K^2\theta(s) + \frac{\sum T_{\text{external}}(s)}{I_{\text{rotor}}} \quad (26)$$

3-4 شرایط اولیه و شرایط مرزی برای مدل سازی توربین جزر و مدی

بر اساس معادلات انتگرالی

در شروع مدل سازی میدان جریان آب با توزیع سرعت محوری یکنواخت و فشار استاتیکی یکنواخت تعریف شده است. سرعت اولیه جریان در داخل و خارج از توربین جزر و مدی برابر $u_\infty = 3 \text{ m s}^{-1}$ تعریف شده است. فشار اولیه میدان جریان $p_\infty = 1 \text{ atm}$ است [2]. شتاب اولیه جریان محوری آب در درون داکت صفر است. چرخش روتور نسبت به لحظه اولیه مدل سازی سنجیده می‌شود. شتاب زاویه‌ای اولیه روتور صفر است. نسبت سرعت دورانی اولیه روتور به حداکثر سرعت دورانی آن (در گشتاور ترمزی صفر) توسط پارامتر C_0 تعریف شده است. در تمام مدل سازی‌های عددی با داکت‌های مختلف، نسبت

¹ Green's function

² Unique solution

³ Catalyst

⁴ Banach space

سی با کنترل گشتاور محاسبه شده، بیشترین پایداری را برای مدل سازی برهم-کنش صلب روتور و جریان سیال در نرم افزار انسیس-فلوئنت فراهم ساخته است.

5-1- نتایج حل عددی جریان سه بعدی در نرم افزار انسیس-فلوئنت

در ابتدا جریان سیال برای توربین مرجع در سرعت های دورانی مختلف مدل سازی شده است. مطابق جدول 2 محدوده سرعت دورانی روتور گشتاور-های مثبت تا منفی روتور را پوشش داده است. نتایج شبیه سازی های اولیه در جدول 2 مشخص شده است. سرعت جریان خارجی آب ثابت و برابر 3 m s^{-1} در نظر گرفته شده است. داده های جدول 2 می تواند منحنی ضریب توان روتور را در جریان آب با سرعت 3 m s^{-1} توصیف کند.

داده های نمونه دینامیک سیالات محاسباتی برای حل معادلات (10) و (13) متغیرهای F_i و T_i هستند. این کمیت ها برای توربین مرجع، از جداول 3 و 4 به دست می آیند. زیرنویس i یک کمیت را با یک سرعت جریان خارجی، متناظر می سازد. در جداول 3 و 4 ابتدا یک سری سرعت محوری تعریف شده است. به کمک معادله (14) سرعت دورانی متناظر با سرعت جریان تعیین شده است. در هر ω_i جدید در سرعت جدید، $u_{\infty,i}$ مجدداً شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی (برای توربین مرجع در جریان پایا) انجام شده است تا متغیرهای F_i و T_i در جداول 3 و 4 تعیین شوند. داده های جدول 3 مربوط به سرعت روتور در گشتاور ترمزی صفر است. داده های جدول 4 مربوط به شرایطی است که توربین مرجع با حداکثر ضریب توان کار می کند.

5-2- بررسی استقلال حل عددی از اندازه شبکه محاسباتی

برای بررسی تأثیر اندازه و تعداد المان های شبکه محاسباتی بر نتایج حل عددی، مدل سازی جریان با شبکه های محاسباتی درشت، متوسط و ریز تکرار

جدول 2 داده های شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی برای کارکرد پایای توربین مرجع در جریان آب. سرعت جریان خارجی آب 3 m s^{-1} است

Table 2 CFD simulation data for steady-state performance of reference turbine in water flow. External water flow velocity is 3 m s^{-1}

ω (rad/sec)	-24	-16	-8	0	8	16	24	32	40
F (N)	5432	4699	3713	2832	3544	3544	3227	2941	3064
T (N m)	546	432	317	270	328	291	198	62	-52
u_2 (m s^{-1})	0.20	0.55	0.94	1.26	1.32	1.34	1.39	1.42	1.56
C_p	-1.25	-0.65	-0.23	0.0	0.26	0.44	0.44	0.18	-0.18

جدول 3 گسترش داده های شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی با تغییر سرعت جریان خارجی برای توربین مرجع. سرعت روتور بی بار براساس داده های جدول 2 از معادله (14) تقریب زده شده است

Table 3 Extension of CFD simulation data with changing external flow velocity for reference turbine. Rotor runaway speed was found from Eq. (14) based on data of table 2

i	1	2	3	4	5	6
$u_{\infty,i}$ (m s^{-1})	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
ω_i^* (rad s^{-1})	13	25	38	51	64	76
F_i^* (N)	259	1231	3033	5879	7451	11411
T_i^* (N m)	-4.2	-11	0	-47	-140	-330
$u_{2,i}^*$ (m s^{-1})	0.51	1.01	1.56	2.10	2.60	3.14
$C_{p,i}^*$	-0.14	-0.08	0	-0.09	-0.18	-0.29

برای تعریف چرخش شبکه اطراف روتور، شبکه متحرک¹ با کاربرد روش سطوح لغزنده² به کار رفته است. شبکه متحرک از نوع چرخش جسم صلب تعریف شده است. در اطراف روتور و محور آن یک شبکه از نوع لایه مرزی ایجاد شده است. این ناحیه شامل لایه های نازک و موازی از المان ها است. ارتفاع لایه های شبکه متناسب با توابع استاندارد جدار³ تعریف شده است. در جریان اطراف روتور، ساختارهای جریان آشفته⁴ در چندین مقیاس زمانی و طولی مختلف پدیدار می شوند. مدل تنش برشی انتقالی SST جدایی جریان در اثر گردان فشار برگشتی (در جهت مخالف رشد لایه مرزی) را نسبت به روش $k-\epsilon$ RNG بهتر پیشگویی می کند [22,13,12]. بر اساس دلایل ارائه شده در مراجع [22,13,12] مدل تنش برشی انتقالی SST برای مدل سازی جریان آشفته در اطراف روتور و داکت توربین جزر و مدی استفاده شده است. در شکل 5 بخشی از شبکه محاسباتی ریز برای توربین جزر و مدی دارای داکت ترسیم شده است. شبکه محاسباتی ریز یک میلیون و هشتصد هزار المان هرمی دارد. تمرکز المان های هرمی در اطراف روتور بیشتر است.

در ناحیه نزدیک جدار لایه مرزی برای شبکه محاسباتی تعریف شده- است. با قابلیت تطبیق شبکه⁵ در نرم افزار انسیس-فلوئنت، اولین ردیف المان-ها در مجاورت جدارهای جامد شبکه محاسباتی ریز شده اند تا شرط $y^+ < 10$ را برقرار سازند.

اندازه گام زمانی برای حل عددی میدان جریان، در محدوده 0.001 تا 0.005 ثانیه تنظیم شده است. از حل کننده بر مبنای فشار⁶ با روش حل معادلات وابسته⁷ استفاده شده تا پایداری حل افزایش یابد. مقادیر اولیه برای حل میدان جریان سیال در سرعت یکنواخت سه متر بر ثانیه و فشار یکنواخت یک اتمسفر تعریف شده است. مقادیر اولیه برای شدت آشفتگی در میدان جریان با مقادیر مرزی یکسان است. شدت آشفتگی در مرزهای جریان پنج درصد تعریف است. یک برنامه سی⁸ به صورت تابع تعریفی کاربر⁹ برای حل معادله حرکت یک درجه آزادی روتور نوشته شده است. این برنامه بارهای دینامیکی را توسط انتگرال گیری از تانسور تنش محاسبه می کند. تانسور تنش روی سطوح روتور به صورت مجموع تانسور تنش برشی و تانسور ایزوتروپیک فشار مکانیکی تفکیک شده است. بر این اساس تمام مؤلفه های برداری نیرو و گشتاور لحظه ای وارد بر روتور در جریان دوفازی آشفته محاسبه شده اند. برنامه

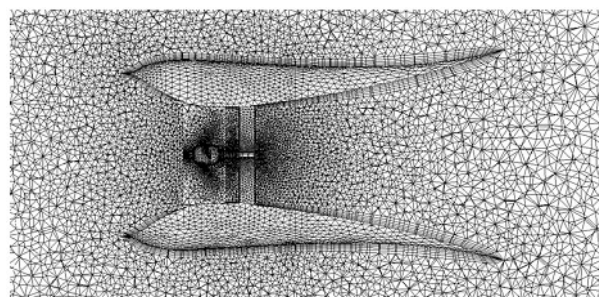


Fig. 5 Fine grid generation for ducted tidal turbine in ANSYS-Meshing software

شکل 5 ایجاد شبکه محاسباتی ریز برای توربین جزر و مدی دارای داکت در نرم افزار تولید شبکه انسیس

- 1 Moving mesh
- 2 Sliding interface method
- 3 Standard wall functions
- 4 Turbulent structures
- 5 Grid adaption
- 6 Pressure-based
- 7 Coupled equations
- 8 C-program
- 9 User-defined function (UDF)

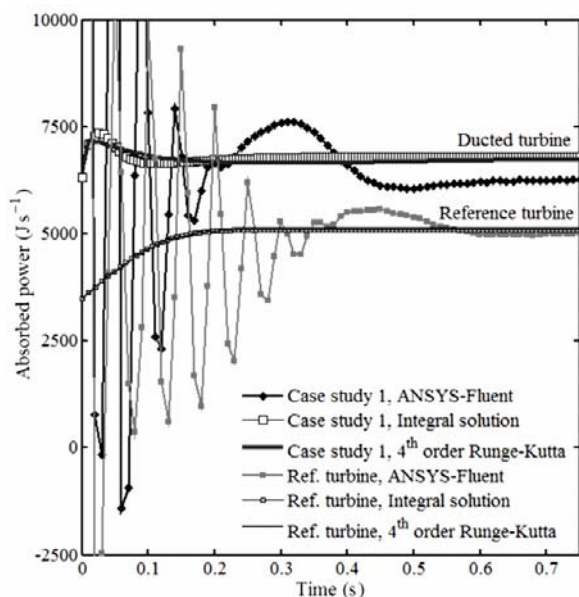


Fig. 7 Transient absorbed power for configuration 1 of ducted tidal turbine and for reference turbine ($J s^{-1}$)

شکل 7 توان گذرای جذب شده برای توربین جزر و مدی دارای داکت با طرح شماره 1 و برای توربین مرجع ($J s^{-1}$)

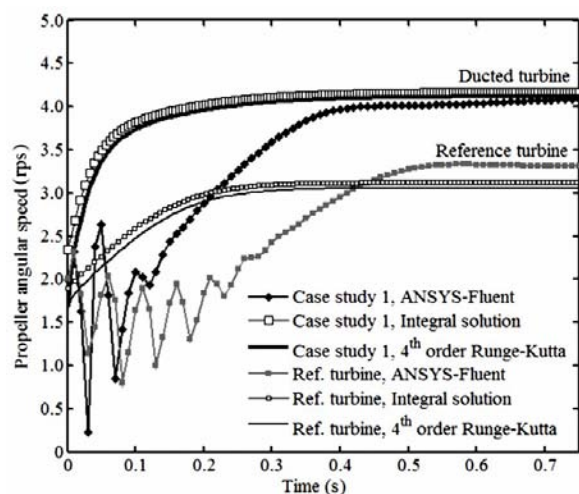


Fig. 8 Transient angular speed for configuration 1 of ducted turbine and for reference turbine (rps)

شکل 8 سرعت زاویه‌ای گذرای برای توربین دارای داکت با طرح شماره 1 و برای توربین مرجع (rps)

شرایط اولیه یکسانی (شامل شرایط اولیه جریان و متغیرهای سینماتیکی) برای هر دو حالت به کار رفته است. بر اساس شبیه سازی‌های عددی در نرم افزار انسیس-فلونت، در گشتاور ترمزی $260 N m$ سرعت زاویه‌ای بهینه برای توربین مرجع $20 rad s^{-1}$ است. در همان گشتاور ترمزی، سرعت زاویه‌ای توربین با اضافه شدن داکت شماره 1 (با مشخصات هندسه در جدول 1) به $27 rad s^{-1}$ یا $4.3 rps$ می‌رسد. با داکت شماره 9 حداکثر سرعت زاویه‌ای $31 rad s^{-1}$ به دست آمده است.

نتایج مدل سازی با روش انتگرالی برای سرعت متوسط جریان آب درون توربین جزر و مدی در شکل 9 رسم شده است. شماره گذاری مقاطع داکت بر اساس شکل 3 انجام شده است. با حضور پروانه سرعت جریان در گلوگاه داکت کمتر از سرعت جریان آزاد است.

جدول 4 گسترش داده‌های شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی با تغییر سرعت جریان خارجی برای توربین مرجع. سرعت روتور در ضریب توان بهینه بر اساس داده های جدول 2 از معادله (14) تقریب زده شده است

Table 4 Extension of CFD simulation data with changing external flow velocity for reference turbine. Rotor speed for optimum power coefficient was found from Eq. (14) based on data of table 2

i	1	2	3	4	5	6
$u_{\infty,i} (m s^{-1})$	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
$\omega_i (rad s^{-1})$	6	13	20	26	33	40
$F_i (N)$	368	1479	3455	5938	9897	13839
$T_i (N m)$	31	109	255	442	764	1032
$u_{2,i} (m s^{-1})$	0.46	0.90	1.34	1.73	2.03	2.70
$C_{p,i}$	0.47	0.45	0.49	0.46	0.51	0.49

شده است. در این راستا با حفظ خصوصیات رشد شبکه و نوع المان ها، تعداد المان های شبکه محاسباتی افزایش داده شدند. در شکل 6 تأثیر تعداد المان های شبکه محاسباتی بر ضریب توان توربین جزر و مدی ترسیم شده است. استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی در شبکه ریز با یک میلیون و ششصد هزار تا یک میلیون و هشتصد هزار المان (برای شبکه ای که در شکل 5 ترسیم شده) حاصل شده است. نتایج ترسیم شده در شکل 6 برای توربین جزر و مدی محوری با داکت شماره 9 در سرعت حدی روتور و کارکرد در جریان پایا به دست آمده اند.

6- مقایسه نتایج روش مدل سازی انتگرالی با نتایج حل زمانمند در نرم افزار انسیس-فلونت

به منظور اعتبار سنجی روش مدل سازی انتگرالی، نتایج روش های عددی مقایسه شدند. در شکل 7 توان گذرای جذب شده توسط توربین جزر و مدی با داکت شماره 1 رسم شده است. همچنین نتایج برای توربین مرجع رسم شده است.

بر اساس نتایج عددی در شکل 7، با وجود داکت توان بیشتری توسط روتور توربین جزر و مدی جذب شده است. نتایج نرم افزار انسیس-فلونت در ابتدای حل زمانمند، نوسانات غیر فیزیکی نشان داده است. این موضوع عدم پایداری حل عددی در نرم افزار انسیس-فلونت را نشان می دهد.

در شکل 8 منحنی های سرعت زاویه ای زمانمند روتور رسم شدند. نتایج شکل 8 متناظر با نتایج شکل 7 رسم شدند.

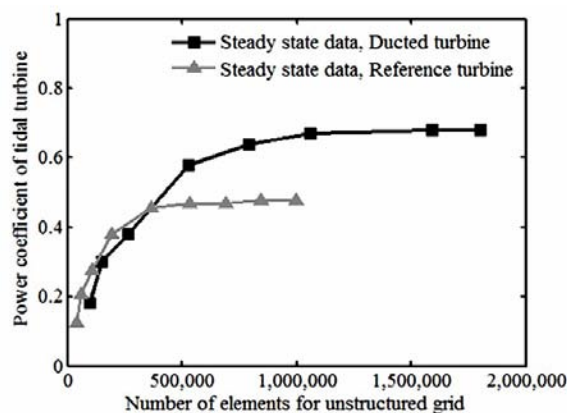


Fig. 6 Influence of elements number in computational grid on numerical solution of flow in ANSYS-Fluent software. The results were plotted for power coefficient of tidal turbine with duct 9

شکل 6 تأثیر تعداد المان ها در شبکه محاسباتی بر حل عددی جریان در نرم افزار انسیس-فلونت. نتایج برای ضریب توان توربین جزر و مدی با داکت 9 رسم شدند

پایا با تغییر مساحت دهانه ورودی داکت (حالت‌های 1 تا 5)

Table 5 Simulation data for ducted tidal turbine at steady state performance with changing duct inlet area (case studies 1 to 5)

Case study	1	2	3	4	5
ω ANSYS-Fluent (rps)	4.131	4.165	4.371	4.293	4.458
ω Integral solution (rps)	4.166	4.166	4.166	4.166	4.166
P ANSYS-Fluent ($J s^{-1}$)	6229	6281	6591	6474	6723
P Integral solution ($J s^{-1}$)	6805	6805	6805	6805	6805
$(\Delta P/P)$ ANSYS-Fluent (%)	24.6	25.7	31.9	29.5	34.5
$(\Delta P/P)$ Integral solution (%)	33.4	33.4	33.4	33.4	33.4
$\dot{m}$ ANSYS-Fluent ($kg s^{-1}$)	910	871	900	895	916
$\dot{m}$ Integral solution ($kg s^{-1}$)	906	906	906	906	906
$C_{p,b}$ ANSYS-Fluent	-0.062	-0.069	-0.106	-0.098	-0.108
$C_{p,b}$ Eq.(18)	-0.107	-0.056	-0.074	-0.057	-0.090

جدول 6 داده‌های شبیه‌سازی برای توربین جزر و مدی دارای داکت در عملکرد حالت

پایا با تغییر مساحت دهانه خروجی داکت (حالت‌های 6 تا 9)

Table 6 Simulation data for ducted tidal turbine at steady state performance with changing duct exit area (case studies 6 to 9)

Case study	6	7	8	9
ω ANSYS-Fluent (rps)	4.366	4.636	4.895	5.152
ω Integral solution (rps)	4.225	4.283	4.333	4.387
P ANSYS-Fluent ($J s^{-1}$)	6584	6991	7382	7769
P Integral solution ($J s^{-1}$)	6902	6997	7079	7167
$(\Delta P/P)$ ANSYS-Fluent (%)	31.7	39.9	47.7	55.4
$(\Delta P/P)$ Integral solution (%)	35.3	37.2	38.8	40.5
$\dot{m}$ ANSYS-Fluent ($kg s^{-1}$)	905	938	974	1012
$\dot{m}$ Integral solution ($kg s^{-1}$)	1059	1192	1300	1401
$C_{p,b}$ ANSYS-Fluent	-0.175	-0.196	-0.298	-0.390
$C_{p,b}$ Eq.(18)	-0.204	-0.234	-0.283	-0.301

7- اعتبارسنجی افزایش جذب توان توربین جزر و مدی با داکت

در مقابل داده‌های عددی و تجربی سایر محققان

نتایج عددی مقاله حاضر با استفاده از نتایج بررسی‌های عددی و تجربی سایر محققان در مراجع [23,12,7,3] مطابق جدول 7 تأیید اعتبار شده است. برای مقایسه نتایج، شرایط جریان یکسان و نسبت سرعت نوک¹ (λ) مساوی به کار رفته‌است. مرجع [3] معادله (27) را برای ضریب مقاومت توربین‌های بادی و جزر و مدی محوری پیشنهاد داده است (شماره گذاری مقاطع بر اساس شکل 3 است).

$$k = \frac{p_2 - p_3}{0.5\rho u_{th}^2} \quad (27)$$

بر اساس اطلاعات تجربی در [3]، برای ضریب مقاومت $k > 4.3$ با افزایش مساحت دهانه ورودی داکت (برای داکت‌های شماره 1 تا 5 در جدول 1 در روش محدوده $A_1/A_2 > 1$)، دبی جریان در گلوگاه داکت تقریباً ثابت می‌ماند. روش ارائه شده در مقاله حاضر توانسته است ثابت بودن دبی جرمی جریان درون داکت (در مقابل افزایش سطح مقطع ورودی داکت) را پیشگویی کند. ضریب توان بهینه که در جدول 7 ارائه شده بر اساس رابطه ضریب توان و راندمان توربین (معادله (28)) که در [3] ارائه شده، مجدداً محاسبه شده است.

$$C_p = \frac{k\eta_{turb}}{0.25k + 1} \quad (28)$$

¹ Tip-speed ratio

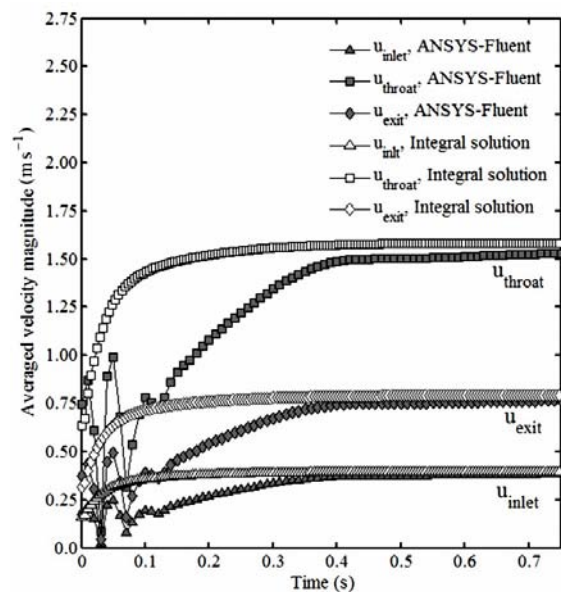


Fig. 9 Transient axial velocities for configuration 1 of ducted turbine ($m s^{-1}$)

شکل 9 سرعت‌های محوری گذرا برای توربین دارای داکت با طرح شماره 1 ($m s^{-1}$)

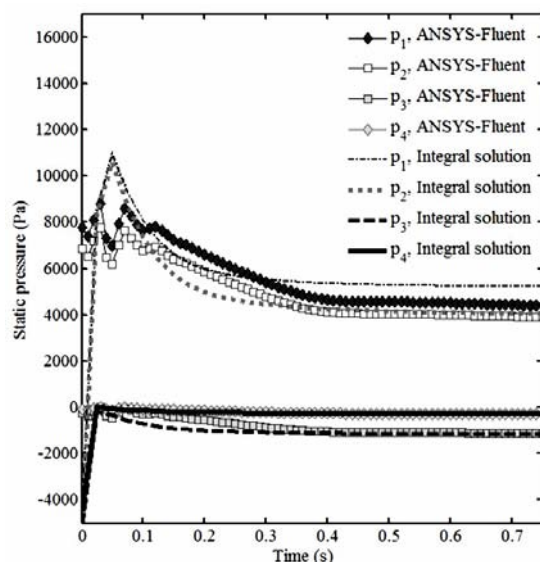


Fig. 10 Transient static pressures for configuration 1 of ducted turbine (Pa)

شکل 10 فشارهای استاتیکی گذرا برای توربین دارای داکت با طرح شماره 1 (Pa)

نتایج مدل‌سازی با روش انتگرالی، که فشار استاتیکی را در چهار مقطع داکت مشخص نموده، در شکل 10 ترسیم شدند. کمترین فشار درون داکت در مقطع 3 دقیقاً بعد از پروانه‌ی روتور است و این موضوع با افت فشار کل آب در اثر جذب انرژی در گلوگاه توربین همخوانی دارد.

برای شرایط جریان پایا مقایسه جامعی بین حل عددی در نرم‌افزار آنسیس-فلوئنت و روش حل معادلات انتگرالی انجام شده است. مقایسه نتایج برای افزایش قطر دهانه ورودی داکت در جدول 5 انجام شده است. کمیت $\Delta P/P$ در جدول 5 بیانگر افزایش جذب توان توربین جزر و مدی نسبت به توربین مرجع در اثر حضور داکت است. نتایج برای افزایش قطر دهانه خروجی داکت در جدول 6 گردآوری شدند.

جدول 5 داده‌های شبیه‌سازی برای توربین جزر و مدی دارای داکت در عملکرد حالت

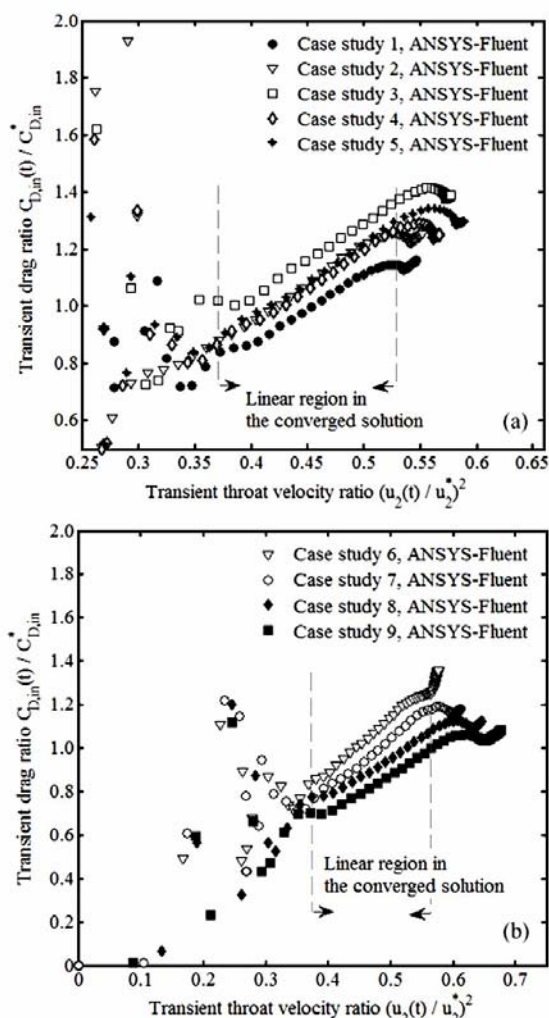


Fig. 11 Linear dependency of dimension-less parameters in transient flow. a) Case studies 1 to 5. b) Case studies 6 to 9

شکل 11 وابستگی خطی پارامترهای بدون بعد در جریان گذرا. (a) حالت‌های بررسی 1 تا 5. (b) حالت‌های بررسی 6 تا 9

وجود رابطه خطی با شبیه‌سازی جریان زمانمند در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها برای توربین جزر و مدی محوری (با روتور و داکت) در شکل‌های 14-a و 14-b رسم شدند. نتایج عددی برای تمام داکت‌های 1 تا 9 وجود یک ناحیه خطی را نشان داده است. در شکل 11-a نتایج حل عددی در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت برای داکت‌های 1 تا 5 ترسیم شدند. نتایج برای داکت‌های 6 تا 9 در شکل 11-b ترسیم شدند. به علت ناپایداری حل نرم‌افزار انسیس-فلوئنت در ابتدای شبیه‌سازی‌ها، ناحیه خطی در سرعت‌های کم به‌درستی پیشگویی نشده است.

2-8- تأیید اعتبار تقریب پارامتر η برای کاربرد در معادله (10)

مقادیر متغیرهای T_{i+1} و F_{i+1} ، $u_{2,i+1}$ برای توربین مرجع در جدول 4 گردآوری شدند. این جدول داده‌های دینامیک سیالات محاسباتی را برای استفاده در معادلات (12) و (13)، فراهم می‌سازد. زیرنویس‌های i و $i+1$ اختلاف کمیت‌ها را در اثر تغییر سرعت جریان خارجی، بیان می‌کنند. معادلات (12) و (13) می‌توانند پارامتر η در معادله (10) را تقریب بزنند. تقریب ثابت η توسط معادلات (10)، (12) و (13) نزدیک به هم است. بر این اساس روش مجزاسازی معادلات (12) و (13) صحیح است.

نتایج روش مقاله حاضر با اطلاعات تحلیلی و تجربی در [3] هم‌خوانی دارند. بر اساس مدل تحلیلی ارائه شده در [3]، برای توربین‌های بادی و جزر و مدی محوری، حداکثر افزایش جذب توان توربین با استفاده از داکت 33 درصد است [3]. بر اساس نتایج حل انتگرالی در مقاله حاضر، حداکثر جذب توان توربین محوری با استفاده از داکت 40.5 درصد است که مربوط به داکت شماره 9 است. حداکثر جذب توان توربین جزر و مدی محوری در مراجع [23,7] در محدوده 30 تا 40 درصد است. اطلاعات بدون بعد در [7] بر اساس سرعت جریان آزاد 3 m s^{-1} و گشتاور ترمزی روتور 260 N m به‌صورت مجدد محاسبه شده‌اند. سپس با داده‌های روش انتگرالی مقایسه شدند.

8- تأیید اعتبار نتایج معادلات تحلیلی برای کاربرد در روش حل انتگرالی

در این بخش چند معادله تحلیلی به‌کمک شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی تأیید اعتبار شدند. ابتدا معادله (8) بررسی شده، که شامل یک عبارت برای تأثیر نیروی پسای زمانمند داکت بر اندازه حرکت جریان سیال است. در ادامه معادلات (12) و (13) که برای تقریب پارامتر η در معادله (10) به‌کار می‌روند، بررسی شدند. همچنین تقریب داده‌های نمونه توسط معادله (14) بررسی شده است. علاوه دقت معادله (18) برای تقریب ضریب فشار پشت توربین جزر و مدی محوری بررسی شده است.

8-1- تأیید اعتبار عبارت تحلیلی در معادله (8) برای تقریب نیروی پسای زمانمند داکت

ضریب نیروی پسای زمانمند داکت در عبارت انتهایی در معادله (8) به‌کار رفته‌است. ضریب پسای زمانمند داکت برای حالت گشتاور ترمزی صفر $C_D^*(t)$ است. بر اساس تحلیل جریان زمانمند و کاربرد مفهوم فشار دینامیکی، وجود رابطه خطی بین کمیت‌های بدون بعد $C_D(t)/C_D^*(t)$ و $(u_2(t)/u_2^*)^2$ اثبات می‌شود.

جدول 7 مقایسه ضریب جذب توان توربین در شرایط مشابه، با نتایج سایر مراجع. مقادیر داخل پرانتز نتایج روش انتگرالی در مقاله حاضر می‌باشند

Table 7 Comparison of power coefficient of turbine at similar condition with results of other references. Values in parenthesis are the results of integral method in the present paper

روش تحلیل	نسبت مساحت مقاطع داکت	ضریب توان بهینه براساس سطح مقطع گلگاه داکت
روش عددی یک بعدی با تئوری دیسک انتقال توان ¹ ، [3]	$\frac{A_1}{A_2} = 1.0$ $\frac{A_4}{A_2} = 1.0$	0.55 (0.48)
حل عددی سه بعدی و روش تجربی، [3]	$\frac{A_1}{A_2} = 1.0$ $\frac{A_4}{A_2} = 4.0$	0.75 (0.66)
نرم‌افزار انسیس-سی. اف. اِکس.، [38]	$\frac{A_1}{A_2} = 1.11$ $\frac{A_4}{A_2} = 1.52$	0.55 (0.87)
نرم‌افزار انسیس-سی. اف. اِکس. و مقایسه با تئوری دیسک انتقال توان، [10]	$\frac{A_1}{A_2} = 1.73$ $\frac{A_4}{A_2} = 1.84$	0.69 (0.64)
نرم‌افزار انسیس-فلوئنت، [16]	بدون داکت (بدون داکت)	0.45 (0.44)

¹ Actuator-disc theory

8-3- تأیید اعتبار معادله تحلیلی برای تقریب ضریب فشار زمانمند

پشت توربین جزر و مدی محوری

معادله (18) یک عبارت تحلیلی برای تقریب ضریب فشار زمانمند پشت توربین جزر و مدی محوری است. معادله تقریب برای ضریب فشار پشت (معادله (18)) با استفاده از حل کامل جریان زمانمند در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت تأیید اعتبار شده است. یک ثابت عددی (δ) برای اختلاط جریان و انتقال انرژی در جریان دنباله در معادله (18) منظور شده است. در شکل 12 نتایج ضریب فشار پشت که توسط معادله (18) تقریب زده شده است با نتایج حل جریان زمانمند در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت مقایسه شده است.

نتایج شکل 12 مربوط به زمانی است که روتور به سرعت حدی رسیده است. در صورت نوسان فشار، میانگین زمانی فشار محاسبه شده است. با انتخاب $\delta = 0.6$ نتایج دو روش حل برای داکت‌های شماره 1 تا 7، نزدیک به هم ظاهر شدند. برای داکت‌های شماره 8 و 9، تقریب ضریب فشار پشت با معادله تحلیلی (18)، اختلاف بیشتری با نتایج نرم‌افزار انسیس-فلوئنت دارد. اختلاف مقادیر به دلیل جدایی جریان و تأثیر جریان آشفته بر انتقال انرژی در دنباله پشت توربین است. با تغییر ثبته تحلیلی δ در محدوده $0.55 \leq \delta \leq 1.07$ معادله (18) قادر به پیشگویی جواب‌های نزدیک به نتایج نرم‌افزار انسیس-فلوئنت است. برای شرایط مسئله حاضر، ثابت تحلیلی در معادله (18) برابر $\delta = 0.6$ تنظیم شده و در حل معادلات انتگرالی استفاده شده است.

9- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر معادلات حاکم انتگرالی و تحلیلی ارائه شدند تا برهم‌کنش صلب روتور و جریان غیردائمی اطراف توربین جزر و مدی محوری بررسی شود. برای ساده‌ترین حالت، نتایج روش حل انتگرالی با نتایج حل نرم‌افزار انسیس-فلوئنت مقایسه شدند. پس از مقایسه نتایج روش‌های عددی و اعتبار-سنجی آنها، نتایج زیر حاصل شد:

- نتایج حل معادلات انتگرالی با پیشروی زاویه چرخش با نتایج حل عددی به روش پیشروی زمان (روش رانج-کوتا مرتبه چهار) همخوانی دارد.
- معادله تحلیلی (18) برای یافتن فشار لحظه‌ای پشت توربین رابطه‌ای کاربردی و مهم است و از طریق آن اطلاعات انتقال انرژی در دنباله به روش حل تحلیلی در معادلات انتگرالی وارد می‌شود.
- با افزایش شدت آشفتگی جریان دنباله و در اثر جدایی لایه مرزی در جدار داکت، خطای معادله (18) در برآورد ضریب فشار پشت، قابل ملاحظه می‌شود.

به کمک روش حل جریان بر اساس معادلات انتگرالی تعداد زیادی

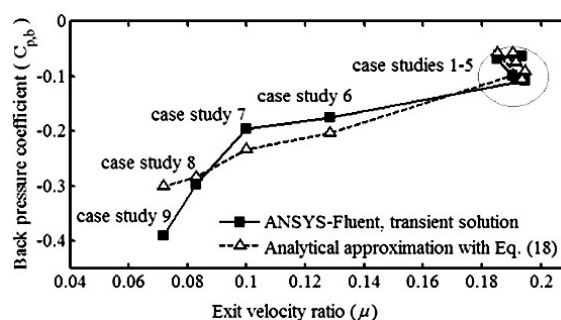


Fig. 12 Back pressure coefficient of ducted tidal turbine against exit velocity ratio

شکل 12 ضریب فشار پشت توربین جزر و مدی دارای داکت در مقابل نسبت سرعت

شبیه‌سازی انجام شد و نتایج مهم زیر بدست آمدند:

- در لحظه برخورد جریان آب سرعت ثابت با روتور توربین جزر و مدی، توان بیشتری توسط روتور جذب می‌شود. پس از آن، روتور به سرعت حدی می‌رسد.
- با افزایش اندازه دهانه ورودی داکت از حالت شماره 1 تا 5، در گشتاور ترمزی 260 N m سرعت روتور حدود 10 درصد افزایش یافته است. افزایش اندازه دهانه خروجی داکت از حالت شماره 6 تا 9، در گشتاور ترمزی 260 N m باعث افزایش سرعت روتور تا 24 درصد شده است. بر این اساس بهترین طرح داکت برای افزایش قدرت توربین جزر و مدی محوری، داکت با دهانه خروجی بزرگ است (در شرایطی که جدایی جریان ایجاد نشود [2]).
- در گشتاور ترمزی 260 N m ، سرعت روتور توربین جزر و مدی با بهترین داکت (حالت شماره 9)، 55 درصد بیشتر از سرعت روتور توربین مرجع است. در نتیجه جذب توان توربین جزر و مدی با بهترین داکت نزدیک به 55 درصد نسبت به جذب توان توربین مرجع افزایش یافته است.

10- فهرست علائم

A	مساحت سطح عبور جریان در مقاطع عرضی داکت (m^2)
A_{Frontal}	مساحت تصویر شده سطح جلویی داکت (m^2)
A_{th}	مساحت سطح مقطع گلوگاه داکت (m^2)
C_0	نسبت سرعت دوران اولیه روتور به حداکثر سرعت دورانی آن
C_D	ضریب پسای کل
$C_{D,f}$	ضریب پسای اصطکاکی
$C_{D,p}$	ضریب پسای فشاری
$C_{D,\text{tot}}$	ضریب پسای کل
C_p	ضریب توان توربین جزر و مدی محوری
$C_{p,b}$	ضریب فشار پشت توربین جزر و مدی محوری
E	فشار دینامیکی (Pa)
F	نیروی پسا (N)
g	شتاب جاذبه زمین (m s^{-2})
G	تابع گرین
H_{loss}	افت انرژی سیال (افت هد) در مقاطع داکت (Pa)
I_{rotor}	اینرسی چرخشی روتور (m^4)
k	ضریب مقاومت روتور
K	کاتالیزر تابع گرین
L	طول حجم کنترل در مقاطع مختلف داکت (m)
M	جرم سیال در یک حجم کنترل درون داکت (kg)
p	فشار استاتیک (Pa)
p_{wake}	فشار خروجی داکت یا فشار دنباله پشت داکت (Pa)
P	توان جذب شده (J s^{-1})
R_{eff}	شعاع مؤثر پروانه (m)
R_0	شعاع پروانه توربین (m)
s	متغیر انتگرال گیری نسبت به زمان (s)
t	زمان (s)
t_0	زمان شروع حرکت روتور توربین (s)
T	گشتاور محور توربین (N m)
T_0	گشتاور ترمزی محور توربین (N m)
u_2^*	سرعت جریان در گلوگاه داکت در گشتاور صفر (m s^{-1})

- [4] T. Setoguchi, N. Shiomi, K. Kaneko, Development of two-way diffuser for fluid energy conversion system, *Renewable Energy*, Vol. 29, pp. 1757–1771, 2004.
- [5] X. Wang, X. Luo, B. Zhuang, W. Yu, H. Xu, 6-DOF Numerical Simulation of the Vertical-Axis Water Turbine, *ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference*, No. AJK2011-22035, pp. 673–678, 2011.
- [6] K. Wern, W. H. Lam, K. C. Ching, Review 2002-2012: 10 years research progress in horizontal-axis marine current turbines, *Open Access Energies*, Vol. 6, No. 3, pp. 1497–1526, 2013.
- [7] M. Shives, C. Crawford, Overall Efficiency of Ducted Tidal Current Turbines. In *Proceedings of the Oceans 2010 MTS/IEEE Seattle Conference & Exhibition*, Washington, USA, September 20–23, 2010.
- [8] C. H. Jo, K. H. Lee, J. Y. Yim, Y. H. Rho, Interaction effect analysis for tidal current power farm feasibility study applied to projects in Korea. *Proceedings of the 9th European Wave and Tidal Energy Conference*, Southampton, UK, 2011.
- [9] C. H. Jo, K. H. Lee, J. H. Lee, C. Nichita, Wake effect on HAT tidal current power device performance. *International Journal of Ocean System Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 144–147, 2011.
- [10] L. E. Myers, B. Keogh, A. S. Bahaj, Experimental investigation of inter-array wake properties in early tidal turbine arrays, *Proceedings of the Oceans*, Waikoloa, HI, USA, pp. 1–8, 2011.
- [11] L. E. Myers, A. S. Bahaj, An experimental investigation simulating flow effects in first generation marine current energy converter arrays. *Renewable Energy*, Vol. 37, No. 1, pp. 28–36, 2012.
- [12] W. C. Schleicher, J. D. Riglin, Z. A. Kraybill, A. Oztekin, Design and simulation of a micro hydrokinetic turbine, *Proceedings of the 1st Marine Energy Technology Symposium, METS13*, Washington, USA, pp. 1–8, 2013.
- [13] M. H. Shojaeefard, A. Mirzaei, M. S. Abedinejad, Y. Yassi. Numerical study of different models of an Agnew micro hydro turbine, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 221–230, 2015. (in Persian)
- [14] N. Kolekar, A. Banerjee. Performance characterization and placement of a marine hydrokinetic turbine in a tidal channel under boundary proximity and blockage effects. *Applied Energy*, Vol. 148, issue C, pp. 121–133, 2015.
- [15] P. Jeffcoat, T. Whittaker, C. Boake, B. Elsaesser. Field tests of multiple 1/10 scale tidal turbines in steady flows. *Renewable Energy*, Vol. 87, No.1, pp. 240–252, 2016.
- [16] A. Lotfi, M. Rad, Drag performance of divergent tubular-truncated cones: a shape optimization study, *International Journal of Environmental Science and Technology*, Vol. 9, No. 1, pp. 105–112, 2012.
- [17] Y. Niknafs Abrebekoo, M. Rad, Experimental and numerical investigation of drag force over tubular frustum, *Scientia Iranica; International Journal of Science and Technology*, Vol. 18, Issue 5, pp. 1133–1137, 2011.
- [18] Southern Hemisphere's First Tidal Energy Facility to be Constructed in Darwin, Australia. *Charles Darwin University News*. Accessed on 10 April 2014; <http://inhabitat.com/darwin-australia-to-build-first-tidal-energy-facility-in-the-southern-hemisphere/2011>.
- [19] B. Mehri, A. Zahedi-Nejad, Application of the singular boundary value problem for investigation of piston dynamics under polytropic expansion process, *International Journal of Mathematical Modeling & Computations*, Vol. 2, No. 3, pp. 189–197, 2012.
- [20] J. R. Cash, H. H. M. Silva, On the numerical solution of a class of singular two-point boundary value problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 45, Issues 1–2, pp. 91–102, 1993.
- [21] M. A. El-Gebeily, A. Boumenir, M. B. M. Elgindi, Existence and uniqueness of solutions of a class of two-point singular nonlinear boundary value problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 46, Issue 3, pp. 345–355, 1993.
- [22] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, Third Edition, pp. 1–522, La Canada: DCW Industries, 2006.
- [23] C. Munch, M. Vonlanthen, J. Gomes, R. Luquet, P. Guinard, F. Avellan, Design and performance assessment of a tidal ducted turbine, In *Proceedings of the third IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Brno, Czech Republic, pp. 571–581, 2009.

u_{th} میانگین سطحی سرعت جریان در گلوگاه داکت ($m s^{-1}$)
 u_{∞} سرعت جریان آزاد ($m s^{-1}$)
 y^+ فاصله بدون بعد از دیوار بر اساس پارامترهای جریان آشسته

علائم یونانی

α ثابت تنظیم سرعت دورانی اولیه روتور با جریان محوری
 β زاویه گام متوسط پره پروانه (rad)
 β' متمم زاویه گام متوسط پره پروانه (rad)
 Γ نسبت نیروی پسای جدار داخلی داکت به نیروی کل داکت
 δ ثابت عددی یا تجربی برای معادله تحلیلی فشار پشت توربین
 η ثابت عددی یا تجربی برای افزایش لگاریتمی گشتاور پروانه
 η' راندمان توربین جزر و مدی محوری
 θ میزان چرخش یا موقعیت زاویه ای پروانه (rad)
 θ_A حداکثر چرخش پروانه در بازه زمانی ثابت (rad)
 κ ثابت هندسی (نسبت سطح جلویی پروانه به سطح گلوگاه)
 λ نسبت سرعت نوک $\lambda = \frac{R_0 \omega}{u_{\infty}}$
 $\mu(t) = \frac{u_4}{u_{\infty}}$ نسبت سرعت در خروجی داکت
 ρ دانسیته سیال ($kg m^{-3}$)
 τ بازه زمانی ثابت برای چرخش روتور توربین (s)
 ϕ تابع نسبت توان نیروی فشاری به توان گشتاور توربین
 ω سرعت زاویه ای روتور ($rad s^{-1}$)

بالانویس ها

T ترانپاده بردار و ماتریس
 * چرخش روتور در گشتاور ترمزی صفر یا بی بار
 ' افت سرعت محوری جریان در اثر چرخش روتور

زیرنویس ها

A دامنه زاویه چرخش پروانه
 exit مقطع خروجی داکت (مقطع شماره 4)
 Frontal کمیت تصویر شده بر اساس مساحت سطح جلویی داکت
 i شمارنده داده های نمونه
 inlet مقطع ورودی داکت (مقطع شماره 1)
 p وابستگی (گشتاور) به نیروی فشاری سیال
 resistance گشتاور مقاوم یا گشتاور ترمزی روتور
 sample داده های نمونه مربوط به حل عددی جریان سه بعدی
 t مؤلفه مماسی بردار
 th مشخصه جریان در گلوگاه داکت
 throat مقطع گلوگاه داکت (مقطع شماره 2)
 turb توربین جزر و مدی محوری
 ∞ مشخصه جریان آزاد یا جریان دوردست

11- مراجع

- [1] A. N. Gorban, A. M. Gorlov, V. M. Silantyev, Limits of the turbine efficiency for free fluid flow. *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 123, No. 4, pp. 311–317, 2001.
- [2] A. Zahedi Nejad, M. Rad, M. Khayyat, Conceptual duct shape design for horizontal axis hydro-kinetic turbines, *Scientia Iranica; International Journal of Science and Technology*, Transactions B: Mechanical engineering. Article in press; Ref. No: P0480, 2015.
- [3] C. J. Lawn, Optimization of the power output from ducted turbines, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, Vol. 217, No. 1, pp. 107–117, 2003.