



بهبود عملکرد کنترلر پسگام انتگرالی با استفاده از شناسایی حلقه بسته در تعقیب مسیر یک کوادروتور

اشکان پارسا¹، احمد کلهر^{2*}، محمد علی امیری آتشگاه³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه تهران، تهران

3- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی 14395-1374، akalhor@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 اردیبهشت 1395

پذیرش: 06 مرداد 1395

ارائه در سایت: 11 آبان 1395

کلید واژگان:

حداقل مربعات

کوادروتور

پسگام انتگرالی

شناسایی برخط

تعقیب مسیر

چکیده

در این مقاله با استفاده از روش‌های شناسایی خطی و غیرخطی مبتنی بر حداقل مربعات بازگشتی و تکراری، عملکرد سیستم کنترل پسگام انتگرالی روی یک کوادروتور در حضور نامعینی‌ها، بهبود یافته است. در ابتدا مدل دینامیکی کوادروتور و نمایش معادلات توصیفی در یک فضای حالت مناسب به منظور طراحی کنترلر پسگام انتگرالی معرفی شده است. سپس کنترلر پسگام انتگرالی به کمک کنترلرهای مجازی به منظور تعقیب مسیر طراحی شده است. در این سیستم کنترلی به علت وجود برخی نامعینی‌های متداول فیزیکی در کوادروتور، عملکرد کنترلی رضایت بخش نیست، لذا برای بهبود عملکرد کنترلر پسگام انتگرالی یک روش شناسایی برخط معرفی و مورد استفاده قرار گرفته است. در این راستا، برخی پارامترها که در ساختار مدل به فرم خطی قرار دارند، با تکنیک حداقل مربعات خطا شناسایی می‌شوند ولی در مورد برخی پارامترها که ساختار غیرخطی دارند، از روش حداقل مربعات تکراری برای شناسایی استفاده می‌شود. نتایج بدست آمده نشان از کاهش خطای ماندگار و افزایش قابلیت تعقیب مسیر مطلوب در حضور نامعینی‌ها دارد. همچنین نتایج، حاکی از پایدار شدن زوایای رول و پیچ و ممانعت از نوسانی شدن نیروهای کنترلی دارد.

Backstepping control performance enhancement using close loop identification for quadrotor trajectory tracking

Ashkan Parsa¹, Ahmad Kalhor^{2*}, Mohammadali Amiri Atashgah¹

1- Department of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.

2- Control and Intelligent Processing Center of Excellence, School of Electrical and Computer Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 14395-1374 Tehran, Iran, akalhor.ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 26 April 2016

Accepted 27 July 2016

Available Online 01 November 2016

Keywords:

Least-Square

Quadrotor

Backstepping

Online identification

Trajectory tracking

ABSTRACT

In this paper, using both linear and nonlinear identification methods based on iterative and recursive least-square, the performance of a backstepping control system of a quadrotor in the presence of uncertainties is improved. At first, the dynamic model of a quadrotor is introduced and descriptive equations are presented in an appropriate state-space in order to design a controller based on backstepping method. Then the backstepping controller is designed using virtual controller for trajectory tracking. In this control system, the control performance is not satisfactory because of the physical uncertainties existed in quadrotor. Consequently, an online identification method is introduced and used to improve the performance of the controller. In this regard, some parameters, which are linear in the model structure, are identified by least square error technique and iterative least square method is used for identifying other parameters. The results indicate that the steady-state error is decreased and the ability of tracking of a desired trajectory in the presence of uncertainties is increased. Furthermore, the results demonstrate the stability of roll and pitch angles, while the method prevents the vibration of control forces.

1- مقدمه

مانور پذیری بالاتر نسبت به بالگرد هم سایش اشاره نمود و البته این وسیله داری معایبی از قبیل مصرف توان زیاد و کم بودن سرعت سیستم کنترلی می‌باشد. [1].

تاکنون در زمینه طراحی کنترلر این نوع از روبات‌های پرنده، پژوهش‌های زیادی صورت گرفته است. در مرجع [2] مود لغزشی برای پایدار سازی

یک روبات پرنده از نوع کوادروتور معمولاً از یک قاب اصلی و چهار موتور که در چهار گوشه قاب اصلی قرار دارند، تشکیل می‌شود که به هر یک از آنها یک پروانه متصل است. از مزایای کوادراتور می‌توان به ظرفیت حمل بار بیشتر، پایداری بالاتر، پیچیدگی مکانیکی کمتر و

Please cite this article using:

A. Parsa, A. Kalhor, M. A. Amiri Atashgah, Backstepping control performance enhancement using close loop identification for quadrotor trajectory tracking, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 224-234, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نامعینی‌ها، دیگر به مانند برخی از روش‌های ذکر شده محدود نمی‌باشد. با بررسی معادلات کوادروتور، مشاهده می‌شود که معادلات نسبت به برخی از پارامترها غیر خطی بوده که باعث دشوار شدن شناسایی می‌شود. برای شناسایی سیستم در مسائلی که پارامترهای آنها به فرم غیر خطی ظاهر می‌شوند، تاکنون راه حل‌های زیادی ارائه شده است. در مرجع [14] به چند روش از روش‌های مبتنی بر حداقل مربعات غیر خطی از جمله روش‌های گرادیانی گوس-نیوتن⁵، لونیگ-مارکوارت⁶، روش ترکیبی L-M و شبه نیوتن⁷، اشاره شده است. از دیگر کارهای انجام شده می‌توان به روش حداقل مربعات بازگشتی غیر خطی برای پارامترهای دارای قید، اشاره نمود [15]. همچنین در [16] روش شناسایی بر مبنای گرادیان و حداقل مربعات تکراری برای سیستم‌های هم‌مرشتی⁸ استفاده شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی آنها نشان از دقت خوب هر دوی این روش‌ها داشته، اما روش حداقل مربعات تکراری نسبت به روش گرادیان سرعت همگرایی بیشتری داشت. در فعالیت مشابهی [17] شناسایی سلسله مراتبی⁹ بر مبنای گرادیان و سلسله مراتبی بر مبنای روش حداقل مربعات تکراری به کار برده شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی آنها نیز نشان از دقت خوب هر دوی این روش‌ها داشته، اما روش حداقل مربعات تکراری نسبت به روش گرادیان سرعت همگرایی بیشتری داشت.

2- مدل سازی دینامیکی

در شکل 1 نمودار نیروها و ممان‌های وارد بر کوادروتور نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده برای مدل‌سازی این سیستم دو دستگاه اینرسی و بدنی، در نظر گرفته شده است. دستگاه اینرسی با E^a و دستگاه بدنی با E^b نشان داده شده‌اند، که دستگاه اینرسی ثابت بوده در حالی که مبدأ دستگاه بدنی متصل به مرکز جرم جسم می‌باشد و با جسم در حال حرکت خواهد بود. در ادامه دو بردار موقعیت و زوایا در دستگاه اینرسی

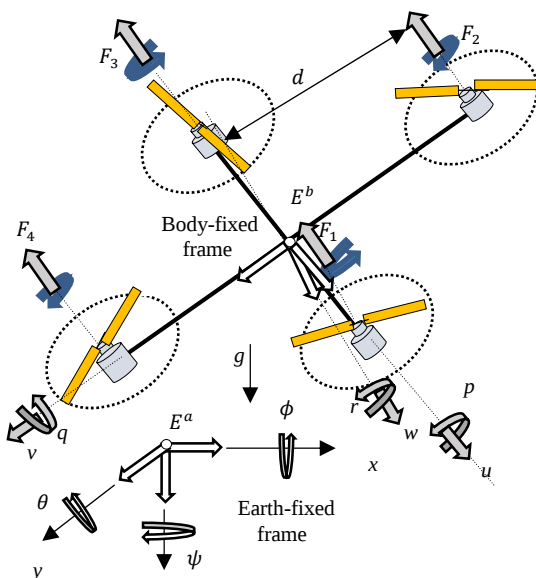


Fig. 1 Body-fixed frame and earth-fixed frame for the quadrotor

شکل 1 دستگاه مختصات بدنی و زمینی برای ربات پرنده

سیستم استفاده شد. نتایج حاصل نیز مقاوم بودن و پایداری سیستم را نشان می‌داد ولی اشکال عمده آن چترینگ¹ بود. در [3] روش مود لغزشی، برای دنبال کردن موقعیت و زاویه یاو و از بین بردن نویزها مورد استفاده بوده است که مقاومت روش مود لغزشی در آن به خوبی نشان داده شده است. در [4] از کنترل تطبیقی با خطی‌سازی فیدبک برای روبات پرنده با مرکز جرم دینامیکی متغیر استفاده شده است. روش‌هایی نظیر کنترل تناسبی مشتقی و خطی‌سازی فیدبک قادر به پایدار سازی این روبات نبودند ولی روش یاد شده به خوبی پایداری روبات پرنده با مرکز جرم متغیر را تضمین می‌نمود. در [5] الگوریتم دنبال کننده مقاوم ارائه شده و پایداری سامانه در نامعینی پارامترها و اغتشاشات غیر خطی ناشناخته به اثبات رسید. در مرجع [6] با استفاده از روش‌های خطی‌سازی فیدبک و دینامیک معکوس² طراحی کنترلر برای تعقیب مسیر انجام گردید. این روش به طراح اجازه می‌دهد که سرعت و زاویه یاو را تابعی از جابجایی در طول مسیر در نظر بگیرد که در هر دو مورد، همگرایی سرعت، نشان داده شده است. در [7] با اعمال کنترل فازی³ به روبات پرنده نتایج بهتری برای کنترل موقعیت و جهت آن حاصل شده است. در پژوهش دیگری [8] شبکه عصبی⁴ مقاوم برای پایداری روبات پرنده در برابر خطاهای مدل و اغتشاشات باد به کار برده شد. این روش باعث بهبود وضعیت روبات پرنده و کاهش خطای ناشی از وزن سیستم می‌شد. در [9] کنترلرهای خطی ساز فیدبک با مود لغزشی به صورت موازی قرار داده شدند. مود لغزشی استفاده شده به صورت یک مشاهده‌گر اغتشاشات خارجی، عمل کرده و در نتیجه این سیستم به خوبی اغتشاشات را رفع و روبات را مقاوم می‌نماید.

الگوریتم پسگام انتگرالی به دلیل قابلیت بالا در تعقیب مسیر و همچنین استوار بودن بر پایه تابع لیاپانوف محبوبیت زیادی پیدا کرده است. ولی عیب اصلی این روش کنترلی، مقاوم نبودن آن در برابر نامعینی‌هاست. در مرجع [10] از الگوریتم پسگام انتگرالی برای کوادروتور استفاده شده است. نتایج حاصله، دنبال شدن خوب موقعیت و زاویه یاو را نشان داده، و با استفاده از تئوری لیاپانوف پایداری زوایای رول و پیچ نیز اثبات می‌گردد. ولی نقطه ضعف آن مقاوم نبودن این روش در برابر نامعینی‌ها بود. در تحقیق دیگری [11] که به منظور مقاوم نمودن کنترلر پسگام برای کوادروتور در برابر نامعینی‌ها انجام شد، از شبکه‌های عصبی و کنترل تطبیقی به منظور بهبود عملکرد کوادروتور استفاده شده است. از معایب کار آن‌ها می‌توان به طولانی بودن پروسه یادگیری توسط شبکه عصبی و پیچیده شدن فرایند پیاده‌سازی آن اشاره نمود. در [12] از کنترلر پسگام انتگرالی بر مبنای روش مود لغزشی برای تعقیب مسیر کوادروتور استفاده شد. نتایج حاصل نشان از مقاوم شدن ربات پرنده در برابر نامعینی‌ها داشت. ولی از معایب این روش، وجود چترینگ بود. در مرجع [13] نیز به مقاوم نمودن کنترلر پسگام انتگرالی با استفاده از فیلتر کالمن پرداخته شده است که در آن، ضرایب کنترلی با استفاده از الگوریتم ژنتیک به منظور بهتر شدن پاسخ سیستم، بهینه شده است.

هدف اصلی در تحقیق حاضر، بهبود عملکرد کنترلر پسگام انتگرالی در برابر برخی از نامعینی‌های متداول فیزیکی است که به دلایل متعددی چون حمل بار، به سیستم وارد می‌شود. این روند با استفاده از شناسایی سیستم انجام می‌شود، به طوری که معایب روش‌های ذکر شده در بالا از قبیل پیاده سازی سخت و چترینگ را نخواهد داشت. همچنین در این روش لزوماً بازه

⁵ Gauss-Newton

⁶ Levenberg-Marquardt

⁷ L-M and Quasi-Newton

⁸ Hammerstein

⁹ Hierarchical

¹ Chattering

² Dynamic inversion

³ Fuzzy control

⁴ Neural networks

تعریف شده‌اند:

$$\xi \triangleq \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \eta \triangleq \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

که در آن به ترتیب، ϕ حرکت حول محور x ، θ حرکت حول محور y و ψ حرکت حول محور z می‌باشند. برای تبدیل بردارهای سرعت خطی و زاویه ای در دو دستگاه مختصات اینرسی و بدنی از روابط (1) و (2) استفاده شده است:

$$\dot{\xi} = R_t V \quad (1)$$

$$\Omega = R_r \dot{\eta} \quad (2)$$

که در آن‌ها بردارهای V و Ω بیان گر سرعت خطی و زاویه‌ای در دستگاه بدنی می‌باشند و همچنین R_t و R_r که به ترتیب ماتریس‌های انتقال سرعت خطی و سرعت زاویه ای بین دو دستگاه اینرسی و بدنی هستند به صورت روابط (3) و (4) تعریف می‌شوند [11]:

$$R_t = \begin{pmatrix} C_\phi C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\psi S_\theta + C_\phi C_\psi & S_\psi S_\theta C_\phi - S_\phi C_\psi \\ -S_\phi & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$R_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\phi & C_\theta S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\phi C_\theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

در ماتریس‌های روابط (3) و (4)، S و C نماد $\sin$ و $\cos$ می‌باشند.

همچنین $\dot{R}_t = R_t S(\Omega)$ که در آن $S(\Omega)$ به صورت (5) تعریف می‌شود.

$$S(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

با مشتق‌گیری از روابط (1) و (2) نسبت به زمان روابط (6) و (7) بدست می‌آیند:

$$\dot{\xi} = R_t \dot{V} + \dot{R}_t V = R_t \dot{V} + R_t S(\Omega) V = R_t (\dot{V} + \Omega \times V) \quad (6)$$

$$\dot{\Omega} = R_r \dot{\eta} + \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} \quad (7)$$

در ادامه با استفاده از قوانین نیوتن در دستگاه بدنی روابط (8) و (9)

نتیجه می‌شوند:

$$\sum F_{\text{ext}} = m \dot{V} + \Omega \times (mV) \quad (8)$$

$$\sum T_{\text{ext}} = I_T \dot{\Omega} + \Omega \times (I_T \Omega) \quad (9)$$

که در آن $m = \text{diag}[I_x, I_y, I_z]$ به ترتیب جرم و ماتریس اینرسی می‌باشند. $\sum F_{\text{ext}}$ و $\sum T_{\text{ext}}$ به ترتیب شامل برآیند نیروها و گشتاورهای خارجی در دستگاه بدنی بوده که به صورت روابط (10) و (11) می‌باشند:

$$\sum F_{\text{ext}} = F - F_{\text{aero}} - F_{\text{grav}} \quad (10)$$

$$\sum T_{\text{ext}} = T - T_{\text{aero}} \quad (11)$$

که در آن $F = [0, 0, F]$ و $T = [T_1, T_2, T_3]$ به ترتیب نشان از نیروها و گشتاورهای ورودی، $F_{\text{aero}} = K_t V$ و $T_{\text{aero}} = K_r \Omega$ مربوط به اصطکاک آیرودینامیکی و $F_{\text{grav}} = m R_t^T G$ ناشی از اثر جاذبه است. نیروی F و گشتاور T که توسط پره‌های ربات پرنده تولید می‌شوند به صورت (12) می‌باشند:

$$T = \begin{bmatrix} d(F_2 - F_4) \\ d(F_3 - F_1) \\ c \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در روابط بالا d برابر فاصله مرکز ثقل تا هر یک از روتورها و c ضریب درگ می‌باشند. با توجه به روابط ذکر شده در نهایت معادلات حرکت در دستگاه اینرسی به صورت روابط (13) و (14) نوشته می‌شوند [10]:

$$F = m R_t^T \ddot{\xi} + K_t R_t \dot{\xi} + m R_t^T G \quad (13)$$

$$T = I_T R_r \ddot{\eta} + I_T \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} + K_r R_r \dot{\eta} + (R_r \dot{\eta}) \times (I_T R_r \dot{\eta}) \quad (14)$$

3- طراحی کنترلر برای تعقیب مسیر یک کوادروتور

در این بخش به طراحی کنترلر برای کوادروتور پرداخته می‌شود. از آن جا که کوادروتور دارای 4 ورودی است، در نتیجه نمی‌توان انتظار ردیابی مسیر برای تمام موقعیت‌ها و زوایا را داشت. هدف این تحقیق طراحی کنترلر به منظور طی کردن مسیر مطلوب در جهات $\{x_d, y_d, z_d, \psi_d\}$ و پایداری زوایای $\{\phi, \theta\}$ است. در ادامه طراحی کنترلر در سه مرحله انجام می‌شود. در اولین گام معادلات به فرم فضای حالت که مناسب برای طراحی پستگام انتگرالی باشد، تبدیل شده‌اند. در مرحله بعد کنترلر با استفاده از 6 کنترلر مجازی طراحی شده است. در آخرین گام با استفاده از شناسایی سیستم، کنترلر طراحی شده در برابر برخی از مهم ترین نامعینی‌های فیزیکی مقاوم شده است.

3-1- معادلات فضای حالت

با در نظر گرفتن ورودی کنترلی به صورت $u = [\dot{F}_1, \dot{F}_2, \dot{F}_3, \dot{F}_4]$ و استفاده از (13) و (14) می‌توان معادلات حالت را به صورت سه زیر سیستم و با تعریف بردارهای (15) به صورت روابط (16) تا (22) بیان نمود [10].

$$x_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \end{bmatrix}, \quad x_4 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$x_5 = \begin{bmatrix} \psi \\ z \end{bmatrix}, \quad x_6 = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad x_7 = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (15)$$

زیر سیستم اول (S_1):

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (16)$$

$$\dot{x}_2 = f_0(x_2, x_3, x_5, x_6) + g_0(x_5, x_7) \varphi_0(x_3) \quad (17)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (18)$$

$$\dot{x}_4 = f_1(x_3, x_4, x_6, x_7) + g_1(x_3) \varphi_1(x_7) \quad (19)$$

زیر سیستم دوم (S_2):

$$\dot{x}_5 = x_6 \quad (20)$$

$$\dot{x}_6 = f_2(x_3, x_4, x_6, x_7) + g_2(x_3) \varphi_2(x_7) \quad (21)$$

زیر سیستم سوم (S_3):

$$\dot{x}_7 = u \quad (22)$$

که در روابط (16) تا (22):

$$g_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} \begin{pmatrix} S_\psi & C_\psi \\ -C_\psi & S_\psi \end{pmatrix}, \quad g_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_x} & \frac{1}{I_y} S_\phi T_\theta \\ 0 & \frac{1}{I_y} C_\phi \end{pmatrix}$$

$$g_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_z} C_\phi S_\theta & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} C_\phi C_\theta \end{pmatrix} \quad (23)$$

و بردارهای φ و f به صورت (24) می‌باشند:

$$\varphi_0 = \begin{bmatrix} S_\phi \\ C_\phi S_\theta \end{bmatrix}, \quad \varphi_1 = \begin{bmatrix} d(F_2 - F_4) \\ d(F_3 - F_1) \end{bmatrix}$$

$$\varphi_2 = \begin{bmatrix} c(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{bmatrix} \quad (24)$$

2-3-3- شناسایی سیستم با روش حداقل مربعات بازگشتی تکراری

در این قسمت هدف بدست آوردن پارامترهای غیر خطی سیستم با استفاده از تکنیک حداقل مربعات بازگشتی تکراری است. برای این منظور باید معادلات به فرم رگرسوری نسبت به پارامترها خطی، تبدیل شوند. از آنجا که معادلات بدست آمده را نمی‌توان به فرم مذکور تبدیل کرد، پس از تکنیک شناسایی تکراری استفاده شده است. این تکنیک بدین صورت است که ابتدا پارامترهایی را که نسبت به هم خطی هستند را به عنوان پارامترهای اصلی در نظر گرفته و سایر پارامترها را بر حسب مقادیر بدست آمده از مرحله قبلی برای پارامترهای اصلی نوشته، و اعداد بدست آمده به سمت چپ معادله (31) انتقال داده می‌شوند:

$$Y = \Psi \theta \quad (31)$$

برای شناسایی پارامترهای I_x, I_y, I_z ، از تساوی (27) استفاده می‌شود.

از آنجا که $f_1 = \begin{bmatrix} f_\phi \\ f_\theta \end{bmatrix}$ پس باید مؤلفه اول و دوم رابطه (27) به فرم رگرسوری تبدیل شود:

$$\begin{bmatrix} f_\phi \\ f_\theta \\ f_\psi \end{bmatrix} = -(I_T R_r)^{-1} I_T \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} - (I_T R_r)^{-1} K_r R_r \dot{\eta} - (I_T R_r)^{-1} ((R_r \dot{\eta}) \times (I_T R_r \dot{\eta})) + \begin{bmatrix} \frac{c}{I_z} C_\phi T_\theta \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\ -\frac{c}{I_z} S_\phi \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\ \frac{d}{I_y} S_\phi S_{e\theta} (F_3 - F_1) \end{bmatrix} \quad (32)$$

از طرفی جملات تساوی (32) به صورت رابطه (33) ساده می‌شود:

$$-(I_T R_r)^{-1} I_T \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} = -R_r^{-1} \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} \quad (33)$$

که مؤلفه اول و دوم بردار بالا با بردار $\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix}$ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، این جمله مستقل از پارامتر است پس می‌توان آن را به سمت چپ تساوی (31) انتقال داد.

$$(I_T R_r)^{-1} K_r R_r \dot{\eta} = -K_r \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} (\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi}) + \frac{1}{I_y} (S_\phi S_\theta (C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi})) + \frac{1}{I_z} (C_\phi S_\theta (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta})) \\ \frac{1}{I_y} (C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) C_\phi - \frac{1}{I_z} (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) S_\phi \\ \frac{1}{I_y} (C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) \frac{S_\phi}{C_\theta} + \frac{1}{I_z} (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \frac{C_\phi}{C_\theta} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$(I_T R_r)^{-1} ((R_r \dot{\eta}) \times (I_T R_r \dot{\eta})) = \begin{bmatrix} -(b_1 + b_2 \frac{S_\phi S_\theta}{C_\theta} + b_3 \frac{C_\phi S_\theta}{C_\theta}) \\ -(b_2 C_\phi - b_3 S_\phi) \\ -(b_2 \frac{S_\phi}{C_\theta} + b_3 \frac{C_\phi}{C_\theta}) \end{bmatrix} \quad (35)$$

که b_1 و b_2 و b_3 به صورت رابطه (36) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{I_z}{I_x} (C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \\ &\quad - \frac{I_y}{I_x} (C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \\ b_2 &= -\frac{I_z}{I_y} (\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi}) (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) + \frac{I_x}{I_y} (\dot{\phi} \\ &\quad - S_\theta \dot{\psi}) (C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \end{aligned}$$

$$f_0 = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad f_1 = \begin{bmatrix} f_\phi \\ f_\theta \end{bmatrix}, \quad f_2 = \begin{bmatrix} f_\psi \\ f_z \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{m} R_t K_t R_t^T \xi - G \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} f_\phi \\ f_\theta \\ f_\psi \end{bmatrix} = -(I_T R_r)^{-1} I_T \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} + K_r R_r \dot{\eta} + \begin{bmatrix} \frac{c}{I_z} C_\phi T_\theta \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\ -\frac{c}{I_z} S_\phi \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\ \frac{d}{I_y} S_\phi S_{e\theta} (F_3 - F_1) \end{bmatrix} + (R_r \dot{\eta}) \times (I_T R_r \dot{\eta}) \quad (27)$$

2-3- طراحی کنترلر پسیگام انتگرالی

در این مقاله از 6 کنترلر مجازی $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ برای طراحی کنترلر پسیگام بر اساس کار انجام شده در [10] استفاده شده است. نتایج حاصل به صورت معادلات (28) قابل بیان است:

$$\begin{aligned} v_1 &= A_1(x_{1d} - x_1) + \dot{x}_{1d} \\ v_2 &= g_0^{-1}[(x_{1d} - x_1) + A_2(v_1 - x_2) + \dot{v}_1 - f_0] \\ v_3 &= J_0^{-1}[g_0^T(v_1 - x_2) + A_3(v_2 - \phi_0) + \dot{v}_2] \\ v_4 &= g_1^{-1}[J_0^T(v_2 - \phi_0) + A_4(v_3 - x_4) + \dot{v}_3 - f_1] \\ v_5 &= A_5(x_{5d} - x_5) + \dot{x}_{5d} \\ v_6 &= g_2^{-1}[(x_{5d} - x_5) + A_6(v_5 - x_6) + \dot{v}_5 - f_2] \\ u &= \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} g_1 & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & g_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_3 - x_4 \\ v_5 - x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{v}_4 \\ \dot{v}_6 \end{bmatrix} + A_7 \begin{bmatrix} v_4 - \phi_1 \\ v_6 - \phi_2 \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

3-3- شناسایی سیستم حلقه بسته

در این بخش به شناسایی سیستم به صورت حلقه بسته به منظور بهبود عملکرد کنترلر پرداخته می‌شود که در آن معادلات نسبت به پارامترها، به دو دسته خطی و غیر خطی تقسیم می‌شوند. برای معادلاتی که نسبت به پارامترها خطی هستند از روش حداقل مربعات بازگشتی به منظور شناسایی، و برای معادلاتی که نسبت به پارامترها غیر خطی هستند از تکنیک شناسایی حداقل مربعات تکراری استفاده شده است.

1-3-3- شناسایی سیستم با روش حداقل مربعات بازگشتی

در این قسمت هدف بدست آوردن پارامترهای خطی سیستم با استفاده از تکنیک حداقل مربعات بازگشتی است. چون جرم در تساوی (17) به فرم خطی وجود دارد پس برای شناسایی آن از این روش استفاده می‌شود. در این راستا از سمت راست تساوی (17) از $1/m$ فاکتور گرفته و به عنوان θ در نظر گرفته می‌شود، عبارت باقی‌مانده همان Ψ خواهد بود. سپس با استفاده از روابط مربوط به حداقل مربعات بازگشتی [18]، θ بدست می‌آید. بر اساس مطالب بالا و نیز صفر بودن مؤلفه‌های اول و دوم بردار G ، با تعریف بردار z به صورت مؤلفه‌های اول و دوم بردار $-R_t K_t R_t^T \xi$ ، بردار Ψ با استفاده از رابطه (17) به صورت رابطه (29) بدست می‌آید:

$$\Psi = z + \sum_{i=1}^4 F_i \begin{bmatrix} S_\psi S_\phi + C_\psi C_\phi S_\theta \\ -C_\psi S_\phi + S_\psi C_\phi S_\theta \end{bmatrix} \quad (29)$$

و بردار Y نیز برابر است با:

$$Y = \dot{x}_2 \quad (30)$$

$$b3 = \frac{I_y}{I_z}(\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi})(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) - \frac{I_x}{I_z}(\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi})(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) \quad (36)$$

2- مقادیر بدست آمده برای θ در رابطه (40) جایگذاری شده و سپس به گام اول برگشت داده می‌شود.

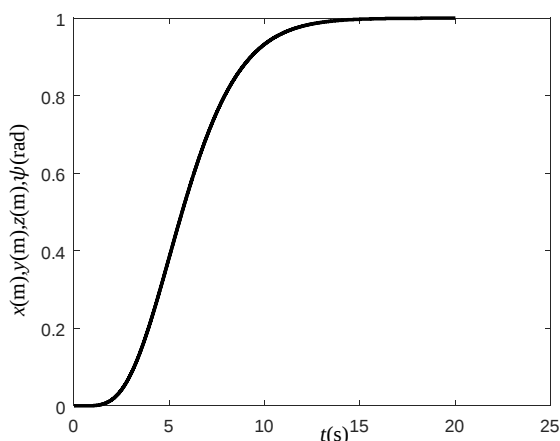
پس از جایگذاری تساوی‌های (33) و (34) و (35) در تساوی (32) f_1 را بدست آورده و با جایگذاری رابطه (37) و f_1 در (19)، پارامترهای بدست آمده از تساوی (19) به صورت زیر می‌باشند:

همان‌طور که مشاهده می‌شود این پارامترها نسبت به هم غیر خطی هستند و نمی‌توان از تکنیک حداقل مربعات بازگشتی، برای بدست آوردن تمامی این پارامترها استفاده نمود. برای حل این مشکل از تکنیک شناسایی تکراری استفاده شده است. برای این منظور پارامترهای $1/I_x$ و $1/I_y$ و $1/I_z$ به عنوان پارامترهای اصلی در نظر گرفته شده است. پس بردار θ به صورت رابطه (38) نوشته می‌شود:

$$\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} \\ \frac{1}{I_y} \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \quad \psi = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix} \quad (38)$$

در ابتدا کنترلر را بدون کمک شناسایی، در نظر گرفته و فرض می‌شود

واحد	مقدار	پارامتر
kg	2	m
Nms ² /rad	1.2416	I_x
Nms ² /rad	1.2416	I_y
Nms ² /rad	2.4832	I_z
m	0.01	c
m	0.2	d
m/s ²	9.81	g
Ns/m	0.01	K_t
Nms/rad	0.001	K_r



شکل 2 مسیر مرجع برای x و y و ψ و z

$$\begin{aligned}
c11 &= -K_r(\phi - S_\theta \psi) + d(F2 - F4) \\
c12 &= -K_r\left(\frac{S_\phi S_\theta}{C_\theta}(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi})\right) + d(F3 - F1))S_\phi T_\theta \\
c13 &= -K_r\left(\frac{C_\phi S_\theta}{C_\theta}(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta})\right) + cC_\phi T_\theta \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\
c21 &= 0 \\
c22 &= -K_r(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi})C_\phi + d(F3 - F1)C_\phi \\
c23 &= K_r(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta})S_\phi - cS_\phi \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \quad (39)
\end{aligned}$$

$$Y = \dot{x}_4 - ([a^{11}] + [d^{11}]) \quad (40)$$

$$d_{11} = -\frac{I_y}{I_x} \left(-(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi})(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \right) - \frac{I_z}{I_x} \left((C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi})(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \right) - \frac{I_x}{I_y} \left(((\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi})(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta})) \frac{S_\phi S_\theta}{C_\theta} \right) - \frac{I_z}{I_y} \left(-(\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi})(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}) \right) \frac{S_\phi S_\theta}{C_\theta} - \frac{I_x}{I_z} \left(-(\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi})(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}) \right) \frac{C_\phi S_\theta}{C_\theta} - \frac{I_y}{I_z} \left(((\dot{\phi} - S_\theta \dot{\psi})(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi})) \frac{C_\phi S_\theta}{C_\theta} \right) \quad (41)$$

$$d21 = -\frac{I_x}{I_y}((\phi - S_\theta \psi)(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}))C_\phi \\ - \frac{I_z}{I_y}(-(\phi - S_\theta \psi)(C_\theta C_\phi \dot{\psi} - S_\phi \dot{\theta}))C_\phi \\ - \frac{I_x}{I}((\phi - S_\theta \psi)(C_\phi \dot{\theta} + C_\theta S_\phi \dot{\psi}))S_\phi$$

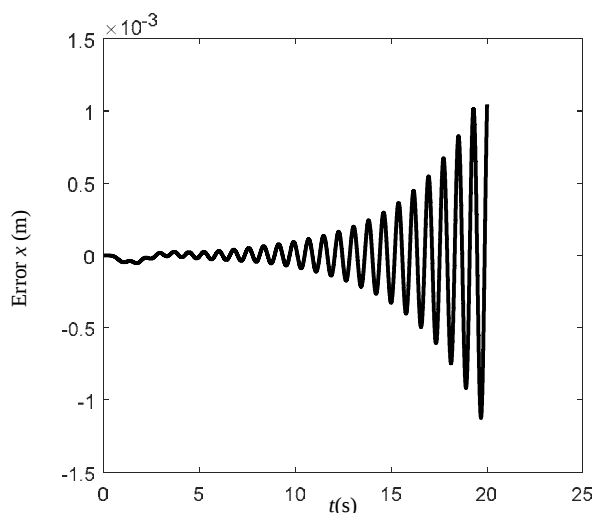


Fig. 4 -a Tracking error of x in presence of uncertainties and without identification

شکل 4-الف خطای دنبال کردن مسیر x در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

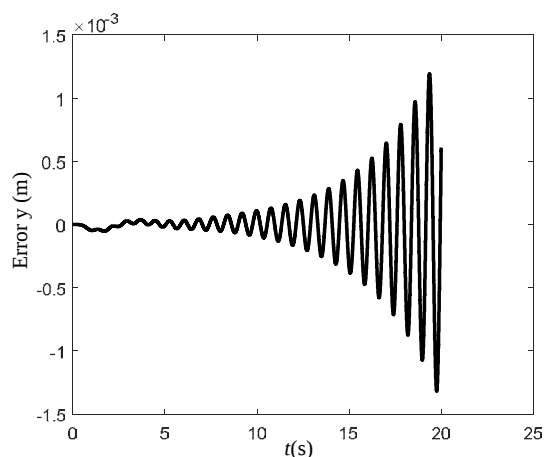


Fig. 4 -b Tracking error of y in presence of uncertainties and without identification

شکل 4-ب خطای دنبال کردن مسیر y در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

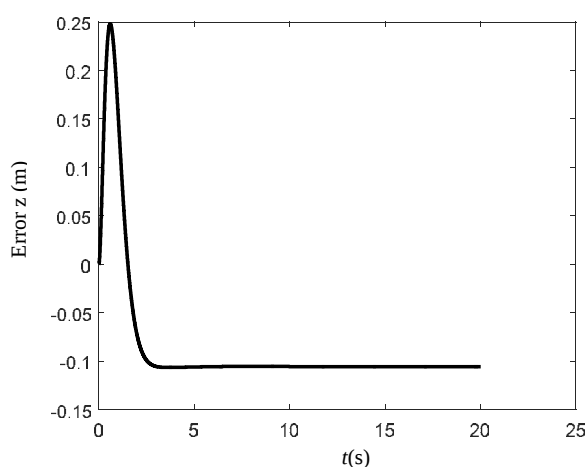


Fig. 4 -c Tracking error of z in presence of uncertainties and without identification

شکل 4-پ خطای دنبال کردن مسیر z در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

کوادروتور شامل یک سری نامعینی در پارامترهای جرم و ممان اینرسی‌ها حول محورهای مختصات خود باشد. مقادیر اولیه برای پارامترها در کنترلر $I_x = I_y = I_z/2 = 0.55$ و $m = 1.8$ در نظر گرفته می‌شود. از نمودار شکل 3 می‌توان نتیجه گرفت ϕ و θ دچار نوسان شده‌اند این نوسانات حول محورهای x و y کوادروتور رخ می‌دهند که دامنه آن‌ها مدام در حال افزایش است. این افزایش دامنه در نهایت منجر به ناپایداری ربات پرنده چهار پره و سقوط آن خواهد شد.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود خطای مربوط به متغیرهای حالت x و y نوسانی شده و به سمت صفر میل نخواهند کرد و همچنین خطای متغیر حالت z نیز صفر نشده است (شکل 4).

نیروهای کنترلی F_1, F_2, F_3, F_4 نیز حالت نوسانی به خود گرفته‌اند (شکل 5).

2-4- عملکرد کنترلر پسیگام انتگرالی در حضور نامعینی‌ها و با استفاده از شناسایی

در این قسمت مقادیر اولیه همانند بخش قبل در نظر گرفته شده است. با

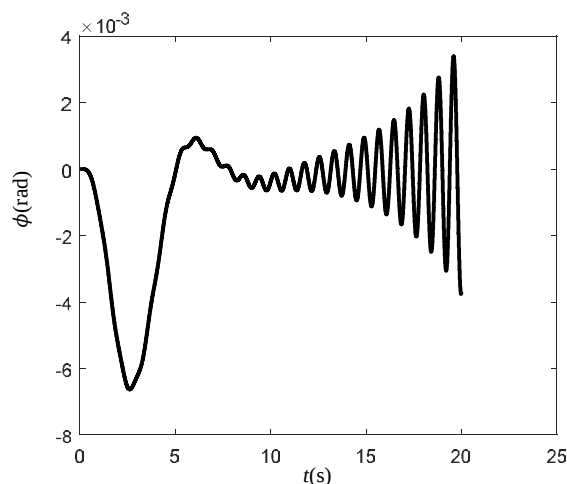


Fig. 3 -a roll angle in presence of uncertainties and without identification

شکل 3-الف جهت زاویه رول در حضور نامعینی و بدون شناسایی

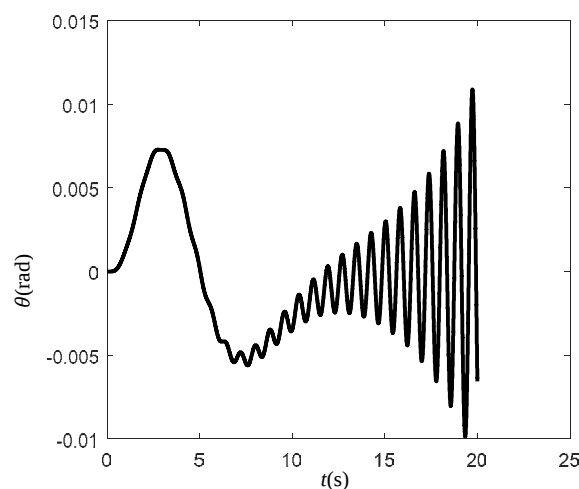


Fig. 3 -b pitch angle in presence of uncertainties and without identification

شکل 3-ب جهت زاویه پیچ در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

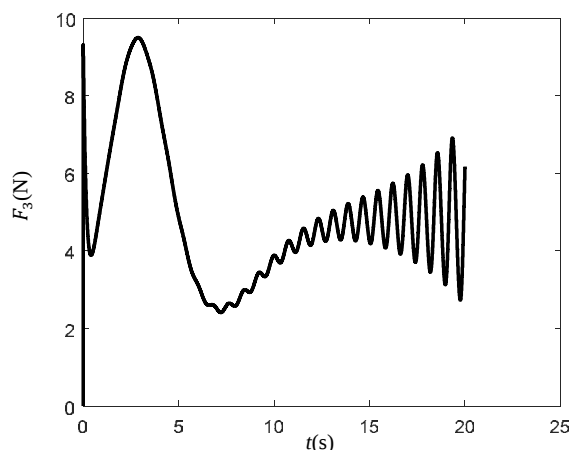


Fig. 5 - c F_3 propeller force in presence of uncertainties and without identification

شکل 5- پ نیروی پرهی F_3 در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

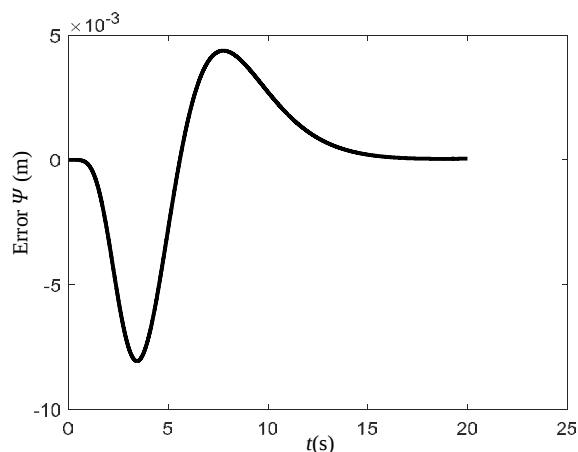


Fig. 4 - d Tracking error of ψ in presence of uncertainties and without identification

شکل 4- ت خطای دنبال کردن مسیر ψ در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

کمک روابط ذکر شده در بخش 3-3 از شناسایی برخت، برای بهبود عملکرد

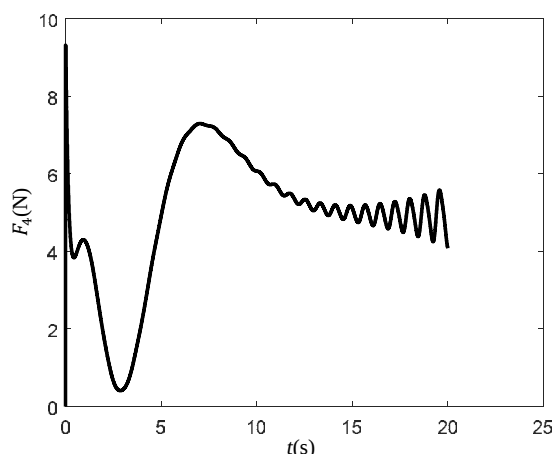


Fig. 5 - d F_4 propeller force in presence of uncertainties and without identification

شکل 5- ت نیروی پرهی F_4 در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

کنترلر استفاده شده است.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود θ و ϕ پایدار شده‌اند و دیگر حالت نوسانی ندارند و پس از گذشت تقریباً 12 ثانیه به مقدار صفر همگرا خواهند شد (شکل 6). همچنین از شکل 7 ملاحظه می‌شود خطای ناشی از x و y و ψ تقریباً پس از گذشت 12 ثانیه و خطای ناشی از z پس از گذشت تقریباً 4 ثانیه به سمت صفر میل خواهند کرد. این امر نشان از قابلیت بالای ردیابی مسیر توسط کنترلر، با استفاده از شناسایی بر خط را دارد. و علاوه بر این از شکل 8 مشاهده می‌شود که نیروهای کنترلی F_1, F_2, F_3 و F_4 مانند قبل حالت نوسانی ندارند و به نرمی به مقدار ثابتی همگرا شده‌اند.

3-4- مقایسه روش پیشنهادی با کنترلر پسگام انتگرالی مبتنی بر مود لغزشی

در این بخش به مقایسه بین کنترلر پسگام انتگرالی با استفاده از شناسایی و کنترلر پسگام انتگرالی مبتنی بر مود لغزشی که در مرجع [19] معرفی شده، پرداخته شده است. در مرجع [19] حالتی که بازه نامعینی‌ها باشد مورد بررسی قرار نگرفته است ولی در این پژوهش در مقایسه با [19] به عمد، بازه

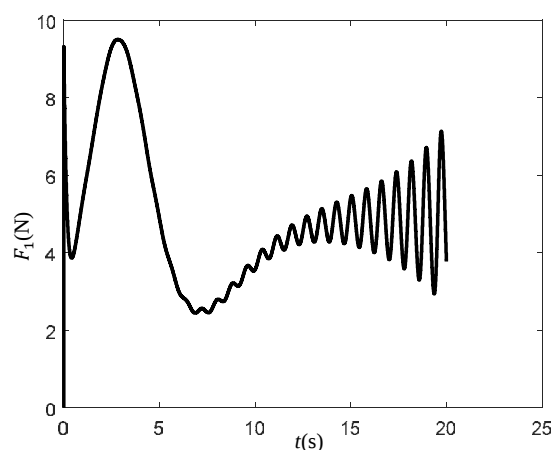


Fig. 5 - a F_1 propeller force in presence of uncertainties and without identification

شکل 5- الف نیروی پرهی F_1 در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

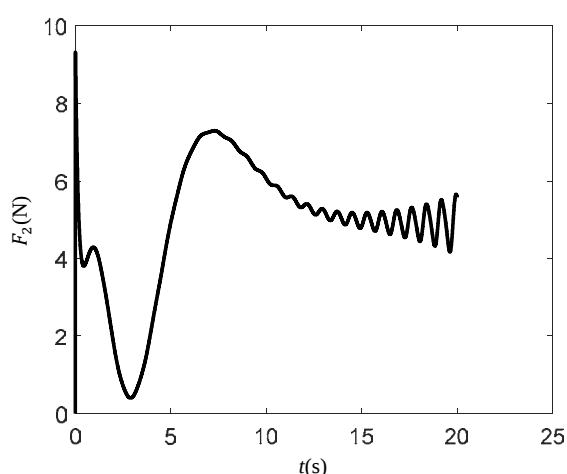


Fig. 5- b F_2 propeller force in presence of uncertainties and without identification

شکل 5- ب نیروی پرهی F_2 در حضور نامعینی‌ها و بدون شناسایی

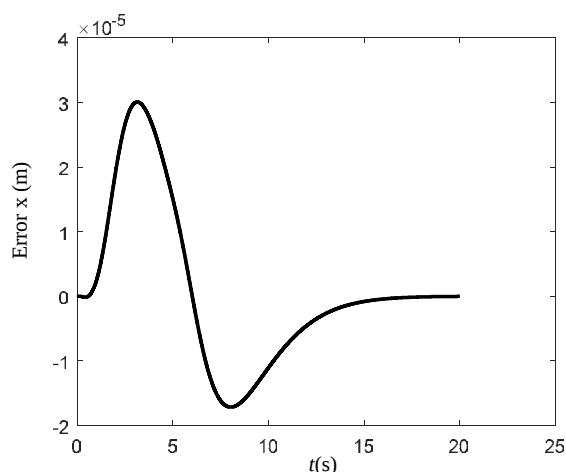


Fig. 7 -a Tracking error of x in presence of uncertainties and with identification

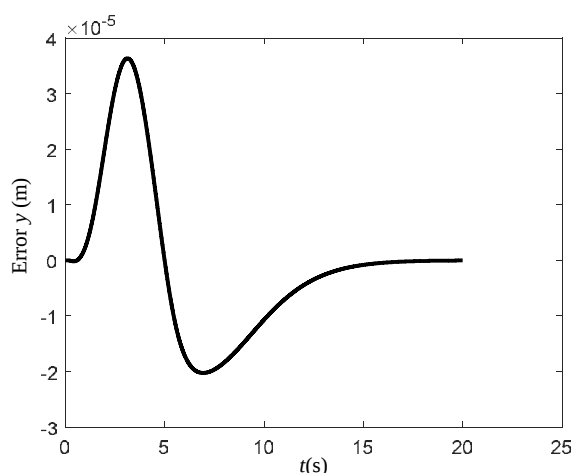


Fig. 7 -b Tracking error of y in presence of uncertainties and with identification

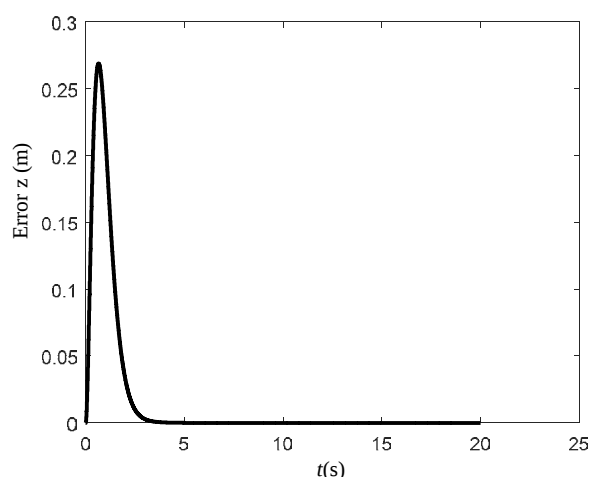


Fig. 7 -c Tracking error of z in presence of uncertainties and with identification

نامعینی‌ها بزرگ شده است تا کارآمدی عمل شناسایی در بهبود مشخصات پاسخ نشان داده شود. هدف از طراحی کنترلر پسگام انتگرالی -مود لغزشی مقاوم نمودن کنترلر پسگام با استفاده از مود لغزشی است. این روش در برابر نامعینی‌های با بازه محدود عملکرد خوبی از خود نشان داده ولی در برابر بازه بزرگی از نامعینی‌ها نسبت به روش پیشنهادی در این پژوهش، نتایج خوبی نشان نمی‌دهد. همان‌طور که از شکل 9 مشاهده می‌شود زوایای رول و پیچ برای کنترلر پسگام-مود لغزشی پایدار نشده در حالی که کنترلر پسگام با شناسایی پایداری این زوایا را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود خطای مربوط به متغیرهای حالت x و y برای کنترلر پسگام-مود لغزشی نوسانی شده و به سمت صفر میل نخواهند کرد همچنین خطای متغیر حالت z نیز صفر نشده و این در حالی است که خطاها برای کنترلر پسگام انتگرالی به همراه شناسایی در نهایت صفر شده‌اند. (شکل 10) همچنین در کنترلر پسگام انتگرالی-مود لغزشی نیروهای کنترلی F_1, F_2, F_3 و F_4 حالت نوسانی به خود گرفته اند (شکل 11).

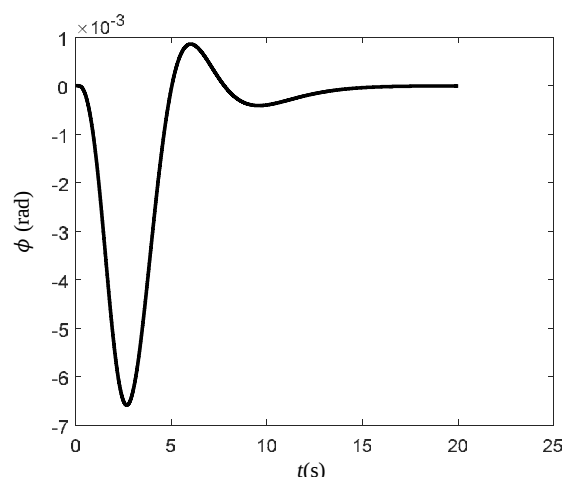


Fig. 6 -a roll angle in presence of uncertainties and with identification

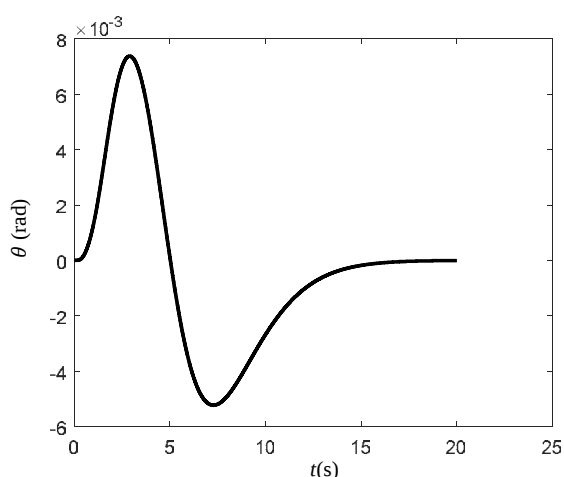


Fig. 6 -b pitch angle in presence of uncertainties and with identification

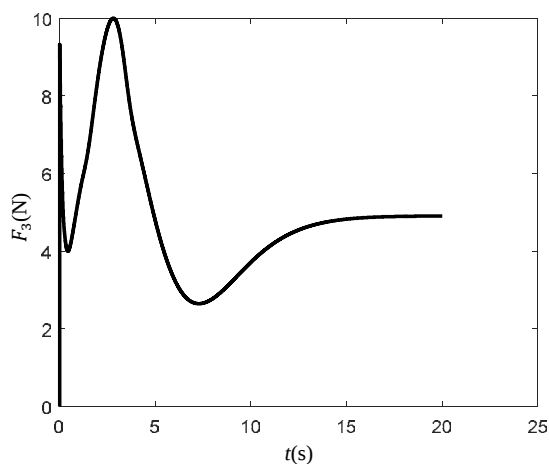


Fig. 8- c F_3 propeller force in presence of uncertainties and with identification

شکل 8- پ نیروی پرهی F_3 در حضور نامعینی‌ها و با شناسایی

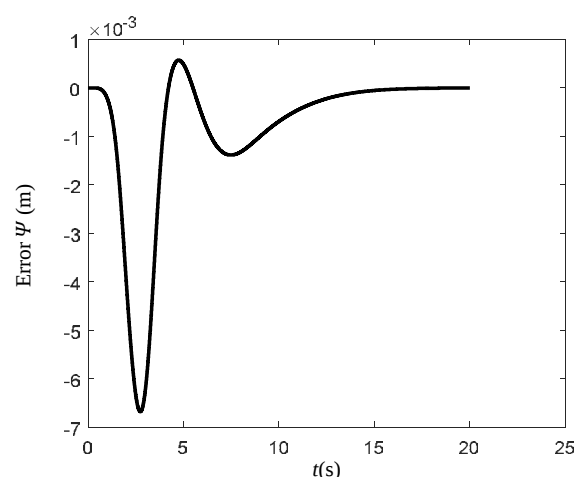


Fig. 7- d Tracking error of ψ in presence of uncertainties and with identification

شکل 7- ت خطای دنبال کردن مسیر ψ در حضور نامعینی‌ها و با شناسایی

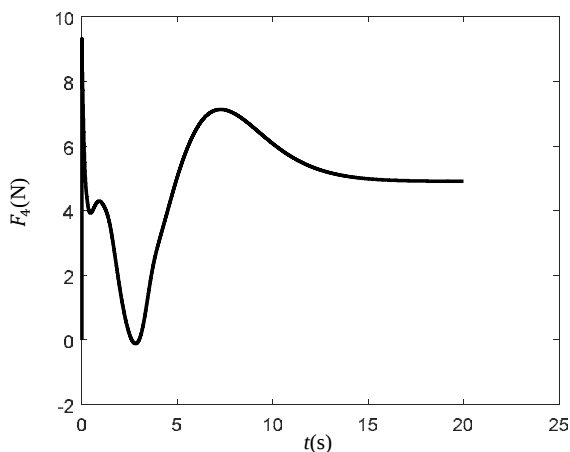


Fig. 8- d F_4 propeller force in presence of uncertainties and with identification

شکل 8- ت نیروی پرهی F_4 در حضور نامعینی‌ها و با شناسایی

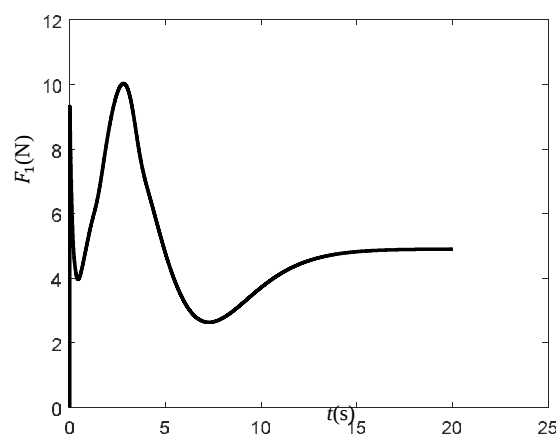


Fig. 8- a F_1 propeller force in presence of uncertainties and with identification

شکل 8- الف نیروی پرهی F_1 در حضور نامعینی‌ها و با شناسایی

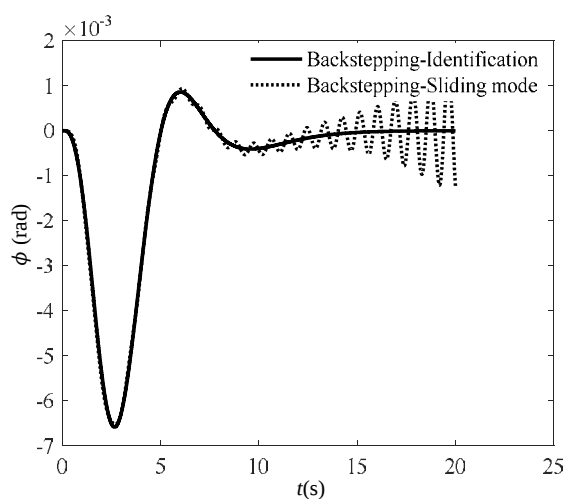


Fig. 9- a Roll angle in presence of uncertainties

شکل 9- الف جهت زاویه رول در حضور نامعینی‌ها

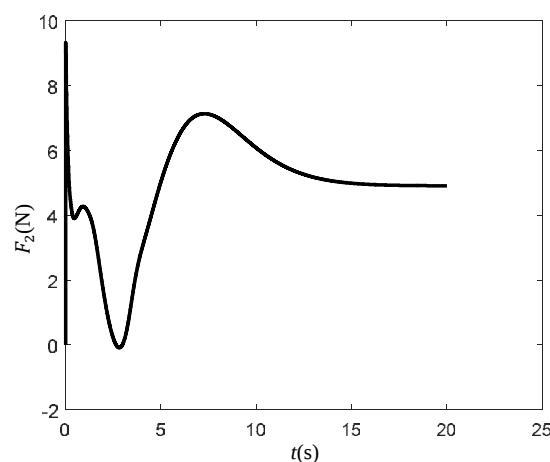
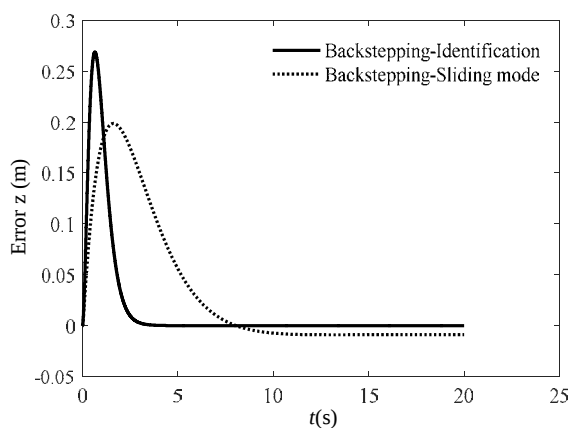


Fig. 8- b F_2 propeller force in presence of uncertainties and with identification

شکل 8- ب نیروی پرهی F_2 در حضور نامعینی‌ها و با شناسایی

Fig. 10.c. Tracking error of z in presence of uncertainties

شکل 10- پ خطای ناشی از دنبال کردن مسیر z در حضور نامعینی‌ها

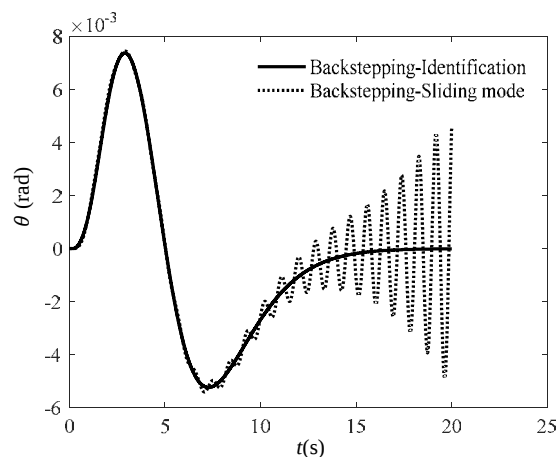
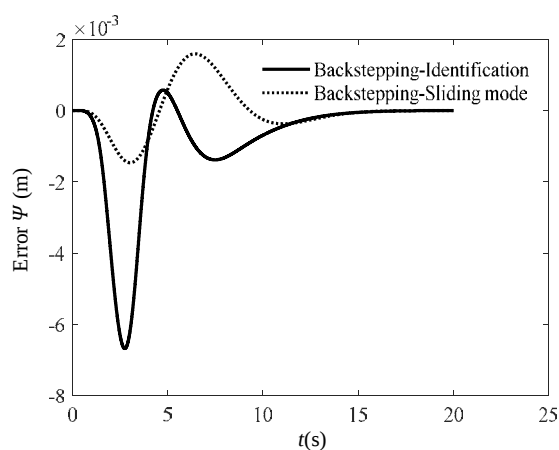
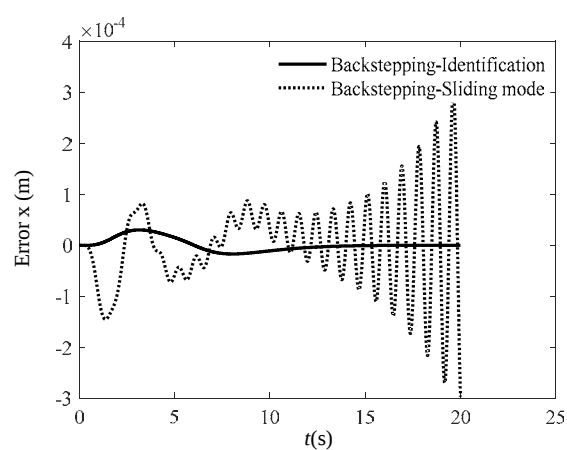


Fig. 9-b Pitch angle in presence of uncertainties

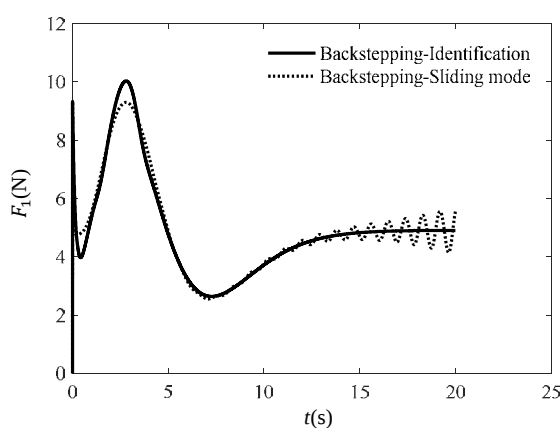
شکل 9- ب جهت زاویه پیچ در حضور نامعینی‌ها

Fig. 10-d Tracking error of ψ in presence of uncertainties

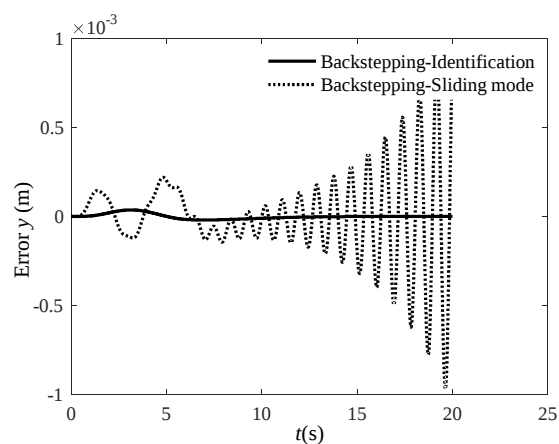
شکل 10- د خطای دنبال کردن مسیر ψ در حضور نامعینی‌ها

Fig. 10-a Tracking error of x in presence of uncertainties and with identification

شکل 10- الف خطای دنبال کردن مسیر x در حضور نامعینی‌ها

Fig. 11-a F_1 propeller force in presence of uncertainties

شکل 11- الف نیروی پرهی F_1 در حضور نامعینی‌ها

Fig. 10-b Tracking error of y in presence of uncertainties

شکل 10- ب خطای ن دنبال کردن مسیر y در حضور نامعینی‌ها

خوبی از خود نشان نمی‌دهد. برای بهبود عملکرد کنترلر در حضور نامعینی‌ها از شناسایی حلقه بسته مبتنی بر روش‌های خطی و غیر خطی حداقل مربعات بازگشتی و تکراری استفاده شده و همان‌گونه که از نمودارها مشاهده می‌شود با این روش از ناپایداری کوادروتور جلوگیری شده و همچنین باعث افزایش قابل ملاحظه دقت ردیابی برای روبات پرنده می‌گردد.

6- مراجع

- [1] E. Davoodi, M. Rezaei, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp.175-184, 2014. (in Persian)
- [2] R. Xu, Ü. Özgüner, Sliding mode control of a quadrotor helicopter, *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, USA, pp. 4957-4962, 2006.
- [3] K. Runcharoon, V. Srichatrapimuk, Sliding mode control of quadrotor, *International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering (TAECE)*, Konya, Turkey, pp. 552-557, 2013.
- [4] I. Palunko, R. Fierro, Adaptive control of a quadrotor with dynamic changes in the center of gravity, *Proceedings 18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, pp. 2626-2631, 2011.
- [5] C. T. Tony, W. Mackunis, Robust attitude tracking control of a quadrotor helicopter in the presence of uncertainty, *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Maui, HI, USA, pp. 937-942, 2012.
- [6] A. Roza, M. Maggiore, Path following controller for a quadrotor helicopter, *Proceedings of the American Control Conference*, Montreal, Canada, pp. 4655-4660, 2012.
- [7] M. Santos, V. Lopez, F. Morata, Intelligent fuzzy controller of a quadrotor, *International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE)*, Hangzhou, China, pp. 141-146, 2010.
- [8] C. Nicol, C. Macnab, A. Ramirez-Serrano, Robust neural network control of a quadrotor helicopter, *Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Calgary, Canada, pp. 1233-1237, 2008.
- [9] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV, *International Workshop on Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, pp. 365-372, 2006.
- [10] T. Madani, A. Benallegue, Backstepping control for a quadrotor helicopter, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, pp. 3255-3260, 2006.
- [11] T. Madani, A. Benallegue, Adaptive control via backstepping technique and neural networks of a quadrotor helicopter, *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, pp. 6513-6518, 2008.
- [12] H. Ramirez-Rodriguez, V. Parra-Vega, A. Sanchez-Orta, O. Garcia-Salazar, Robust backstepping control based on integral sliding modes for tracking of quadrotors, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 73, No.1, pp. 51-66, 2014.
- [13] R. Babaei, A. F. Ehyaei, Robust Backstepping Control of a Quadrotor UAV Using Extended Kalman Bucy Filter, *International Journal of Mechatronics, Electrical and Computer Technology (IJMEC)* Vol. 5, No. 16, PP. 2276-2291, 2015.
- [14] K. Madsen, H. B. Nielsen, O. Tingleff, Methods for non-linear least squares problems, Technical Representative, Technical University of Denmark, 2004.
- [15] D. P. O'leary, B. W. Rust, Variable projection for nonlinear least squares problems, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 54, No. 3, pp. 579-593, 2013.
- [16] F. Ding, X. Liu, J. Chu, Gradient-based and least-squares-based iterative algorithms for Hammerstein systems using the hierarchical identification principle, *IET Control Theory Appl*, Vol. 7, No. 2, pp. 176-184, 2013.
- [17] F. Ding, X. Liu, H. Chen, G. Yao, Hierarchical gradient based and hierarchical least squares based iterative parameter identification for CARARMA systems, *Signal Processing*, Vol. 97, No. 1, pp. 31-39, 2014.
- [18] L. Ljung, *System identification*, Second Edition, pp. 363-369 New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [19] T. Madani, A. Benallegue, Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot, *32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, Paris, France, pp. 700-705, 2006.

5- نتیجه گیری

در این مقاله با توجه به دینامیک غیر خطی روبات پرنده از روش کنترلی پسگام انتگرالی به منظور تعقیب مسیر مطلوب استفاده شد. این روش در حضور نامعینی‌های فیزیکی از قبیل جرم و ممان‌های اینرسی که معمولاً به دلیل حمل بار در برخی کاربردهای کوادروتور به سیستم وارد می‌شود، عملکرد

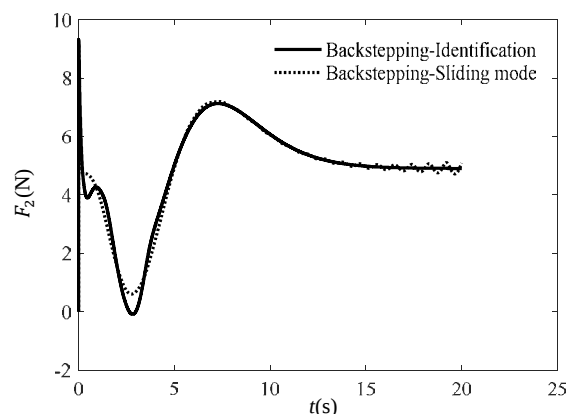


Fig. 11 - b F_2 propeller force in presence of uncertainties

شکل 11- ب نیروی پرهی F_2 در حضور نامعینی‌ها

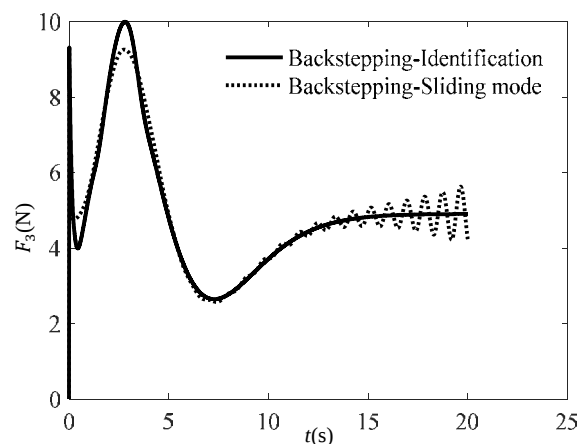


Fig. 11 - c F_3 propeller force in presence of uncertainties

شکل 11- پ نیروی پرهی F_3 در حضور نامعینی‌ها

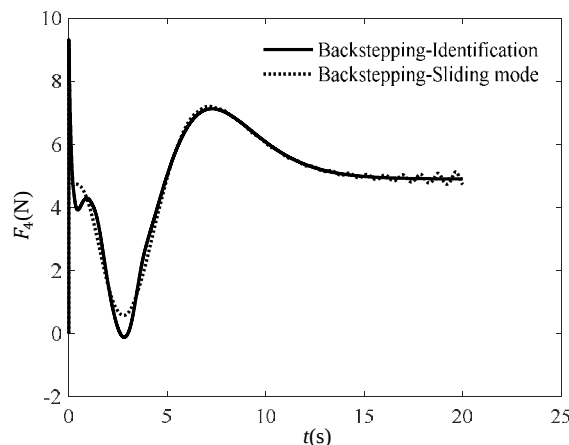


Fig. 11- d F_4 propeller force in presence of uncertainties

شکل 11- ت نیروی پرهی F_4 در حضور نامعینی‌ها