



## مطالعه اثرات اندرکنش سیال و سازه در لوله ویسکوالاستیک بر مبنای بسط جدیدی از روش ماتریس انتقال

حامد کریمیان علی آبادی<sup>1</sup>، احمد احمدی<sup>2\*</sup>، علیرضا کرامت<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

3- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور، دزفول

\* شاهرود، صندوق پستی 3619995161، a.ahmadi@shahroodut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 تیر 1395

پذیرش: 18 مهر 1395

ارائه در سایت: 24 آبان 1395

کلید واژگان:

حوزه فرکانس

لوله ویسکوالاستیک

جریان گذرا

ماتریس انتقال

اندرکنش سیال-سازه

### چکیده

در این مقاله تحلیل جریان گذرا در خط لوله ویسکوالاستیک در حوزه فرکانس با در نظر گرفتن اثرات اندرکنشی سیال-سازه بر مبنای یک فرمول بندی جدید انجام شده است. در این راستا ابتدا مبانی ریاضی به منظور دستیابی به ماتریس انتقال تعمیم یافته تدوین شده است. در ادامه معادلات حاکم بر جریان سیال و معادلات سازه‌ای از حوزه زمان به حوزه فرکانس تبدیل شده و تلاش گردیده تا با استفاده از فرمول بندی مسأله در قالب ماتریس انتقال مشتمل بر بردار متغیرهای هیدرولیکی و سازه‌ای، نمایش ساده‌تری از رفتار ویسکوالاستیک حاصل گردد. عدم نیاز به حل انتگرال پیچش و دستیابی به معادلات جبری بجای معادلات انتگرالی حاصل بکارگیری ابزارهای حوزه فرکانس در این تحقیق می‌باشد. در ابتدا برای صحت‌گذاری مدل پیشنهادی دو حالت پایه، یکی لوله صلب و دیگری لوله الاستیک تحلیل گردیده و نتایج حاصل از آنها با داده‌های تجربی موجود و همچنین نتایج حل زمانی مبتنی بر شیوه مشخصه‌ها مقایسه شده‌اند. نتایج در سطح مطلوب بر داده‌های مرجع منطبق بودند. در ادامه با داشتن اطلاعات و مشخصات یک مدل آزمایشگاهی معتبر برای شرایط لوله ویسکوالاستیک کد شبیه‌سازی رفتار گذرا در محیط متلب پیاده‌سازی گردیده و در این حالت نیز نتایج حاصل از مدل پیشنهادی، انطباق خوبی با داده‌های تجربی و منحنی‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد استفاده از ابزارهای تحلیل در حوزه فرکانس می‌تواند با سرعت و دقت بالا عملکرد گزرای یک خط لوله را بدست دهد.

## Study of Fluid Structure Interaction in viscoelastic pipe based on a new extension of Transfer Matrix Method

Hamed Karimian Aliabadi<sup>1</sup>, Ahmad Ahmadi<sup>3\*</sup>, Alireza Keramat<sup>3</sup>

1- Department of Civil Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

2- Department of Civil Engineering, JundiShapoor University of Technology, Dezful, Iran

\* P.O.B. 3619995161 Shahrood, Iran, a.ahmadi@shahroodut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 17 July 2016

Accepted 09 October 2016

Available Online 14 November 2016

### Keywords:

Frequency Domain

Viscoelastic Pipe

Transient Flow

Transfer Matrix Method

Fluid-Structure Interaction

### ABSTRACT

In this research the transient flow analysis in viscoelastic pipes considering Fluid Structure Interaction has been performed utilizing a newly developed formulation of Transfer Matrix Method in frequency domain. To obtain this extended form of TMM, mathematical processes were accomplished. Time domain governing equations have been transformed to frequency domain and then a suitable matrix form of them is used to study transient flow due to sudden valve closure. Obtaining a set of algebraic equations instead of integral equations and the ability to analyze this phenomenon without the need to solve complex convolution integral, are some of the benefits of the frequency domain tools that have been applied in this research. To verify the model, initially two cases of rigid and elastic pipe wall have been analyzed. Results showed good conformity compared to experimental data and available analytical solution. Then having a set of reliable experimental data of transient flow in VE pipe, MatLab code was adopted to the model and here also results were in good agreement with the experimental results. Moreover, it has been shown that this model will be a suitable tool for parametric analysis and for determining the critical situations of the system. The results obtained from this research prove that using frequency domain tools will lead to an effective and precise model for simulating the transient flow characteristics in VE and also normal transmitting pipelines.

### 1- مقدمه

خوب و قیمت تمام شده مناسب این محصولات می‌باشد [1]. این مواد به علت داشتن کرنش تاخیری<sup>1</sup> علاوه بر کرنش آنی در شرایط اعمال نیرو، در قالب مواد ویسکوالاستیک مدل می‌شوند.

این رفتار منحصر به فرد در مواد ویسکوالاستیک نقش مهمی در تحلیل جریان گذرا در خطوط انتقال سیال دارد. صرف نظر کردن از مدل

در دهه اخیر، جنبه‌های مختلف پدیده اندرکنش سیال-سازه در خطوط لوله با در نظر گرفتن اثرات الاستیسیته جداره همواره موضوع تحقیقات زیادی در میان متخصصین مکانیک و عمران بوده است. در سال‌های اخیر کاربرد لوله های پلی اتیلنی و لوله های PVC در خطوط انتقال سیال رواج زیادی یافته است. افزایش بکارگیری این مواد ویسکوالاستیک بدلیل مشخصات مکانیکی

<sup>1</sup> Retarded Strain

آورد.

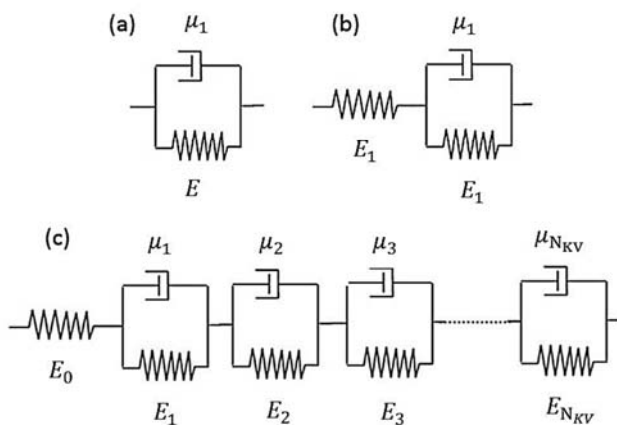
در این تحقیق ابتدا مدل ریاضی حاکم شامل معادلات سازه و سیال استخراج و در ادامه روش ماتریس انتقال<sup>1</sup> به عنوان شیوه حل در حوزه فرکانس انتخاب شده است. این ایده کلی هر چند تا سال‌های اخیر عمدتاً محدود به کاربرد در لوله‌های صلب بوده است امروزه در شرایط الاستیک نیز با فرضیات خاص بکار گرفته شده است. در این مقاله نشان داده می‌شود که با بهره‌گیری از همین بینش و البته با اعمال تبدیل‌هایی در قالب معادلات دیفرانسیلی و معادلات جبری در نهایت می‌توان به نمایشی مطلوب از فرمول-بندی ماتریس انتقال دست یافت. مهمترین دستاورد این شیوه توسعه یافته، افزودن اثرات ویسکوالاستیسیته بدون نیاز به استفاده از انتگرال پیچش می-باشد.

در بخش دیگری از نوآوری‌های این فعالیت می‌توان به نحوه شبیه‌سازی ورودی‌های غیرهارمونیک و از جمله بسته شدن آنی شیر بر مبنای بسط سری فوری تابع تحریک اشاره نمود. در این خصوص در بخش نتایج و در امتداد بیان شیوه بازسازی پاسخ زمانی، توضیحات لازم آورده شده است. در نهایت یک مسأله نمونه که نتایج آزمایشگاهی آن در دسترس می باشد، برای اعتبارسنجی مدل تحلیل گردیده و نتایج آن ارائه شده است.

## 2- معادلات حاکم

### 2-1- مدل ریاضی لوله ویسکوالاستیک

تا به حال مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی رفتار مواد ویسکوالاستیک ارائه شده است. بیشتر این مدل‌ها مثل مدل کلین-ویت<sup>2</sup> و یا مدل ماکسول<sup>3</sup> از فنر و میراگر با ترکیب‌های متفاوت بهره می‌گیرند. یکی از رایج‌ترین مدل‌ها در زمینه‌های مشابه مدل تعمیم یافته کلین-ویت می‌باشد. این مدل از یک یا چند سلول کلین ویت که به صورت سری به هم متصل شده‌اند به اضافه یک فنر اضافه تشکیل شده است [7]. این مدل می‌تواند به خوبی در روش ماتریس انتقال به کار گرفته شود. در شکل 1 ساختار مدل تعمیم یافته کلین-ویت نمایش داده شده است.



**Fig. 1** Model for viscoelastic solid, a: Kelvin-Voigt single element, b: 3 parameter model, c: higher order model

**شکل 1** مدل ماده جامد ویسکوالاستیک a: سلول کلین ویت، b: مدل سه پارامتری، c: مدل مرتبه بالاتر

در این تحقیق مدل 3 پارامتری کلین-ویت استفاده شده است. البته راهکار

ویسکوالاستیک در آنالیز اندرکنشی جریان گذرا یا استفاده از مدل الاستیک برای لوله ویسکوالاستیک می‌تواند باعث ایجاد خطاهای قابل توجه در نتایج مدل عددی نسبت به واقعیت شود. مشاهدات آزمایشگاهی مربوط به ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک نشان داده است که تئوری کلاسیک ضربه قوچ به هیچ وجه نمی‌تواند پیش‌بینی خوبی از نوسانات فشار ارائه دهد [2].

در سال‌های اخیر در زمینه مدل‌سازی جریان گذرا در شبکه لوله‌های ویسکوالاستیک، فعالیت‌های تحقیقاتی گسترده‌ای انجام شده که عمدتاً این تلاشها به دو زمینه کلی معطوف شده‌اند. در یک دسته به مدل‌سازی با هدف مطالعه رفتار گذرا و شناخت پدیده‌ها در لوله ویسکوالاستیک پرداخته شده است. از جمله مهمترین پدیده‌ها، ضربه قوچ، تشدید، کاویتاسیون، اصطکاک غیرماندگار و اثرات تکیه‌گاهی هستند. در دسته دیگر به مطالعه شیوه‌های تخمین و آشکارسازی نشت و موقعیت آن اشاره شده است. هدف از پژوهش‌های دسته اخیر یافتن نشانه‌هایی در پاسخ فرکانسی است که به محل نشتی و دبی آن وابسته می‌باشد. پژوهش‌های دسته اول به نوبه خود در دو گروه مطالعه حوزه فرکانس و حوزه زمان قابل تفکیک می‌باشد.

در مدل‌سازی سیستم‌های ویسکوالاستیک همان‌طور که در [3] نیز به تفصیل بیان شده است، رویکردهای متنوعی به لحاظ احتساب اثرات اندرکنشی سیال و سازه بکار گرفته شده است. در بسیاری از فعالیت‌های مرتبط با این عنوان، معادلات سازه و سیال به شیوه‌های غیر کوپل یا نیمه کوپل بررسی و حل گردیده‌اند. با مراجعه به تعاریف انواع کوپل‌های بین سازه و سیال در این سیستم‌ها که در [4] آمده است، می‌توان اعتبار چنین شیوه-هایی را بر مبنای فرضیات متداول ارزیابی نمود.

بطور نمونه در [5] به مدل‌سازی شبکه‌های ساده ویسکوالاستیک با هدف نشت‌یابی اشاره شده است. در این فعالیت بطور ویژه به پدیده‌های اصطکاک ناپایا و نیز میرایی سازه‌ای برخاسته از ماهیت ویسکوالاستیک پرداخته شده است و تأثیرات گذرای ناشی از آنها ارزیابی شده‌اند. بعلاوه در این کار تحقیقاتی اثر عدم قطعیت برخی پارامترها در نتایج مدل‌سازی با شیوه‌های تحلیلی و عددی بررسی شده است. نتایج این فعالیت نشان می‌دهد تأثیر اصطکاک ناپایا با افزایش ثابت زمانی حرکت موج فشار و نیز افزایش شعاع لوله، کاهش می‌یابد.

مطالعات اولیه در حوزه فرکانس تا کنون برای مدل‌سازی رفتار گذرای ناشی از باز و بست آنی شیر در شبکه لوله ویسکوالاستیک یا هر نوع تحریک ضربه‌ای در سیستم چندان موفق نبوده‌اند. در واقع ایجاد یک نگاشت کارآمد از پاسخ‌های فرکانسی به پاسخ ضربه یا پله در چنین سیستم‌هایی یکی از نوآوری‌های این مطالعه می‌باشد.

نتایج مدل عددی یک تحقیق جامع و مهم در زمینه تحلیل جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک که ترکیبی از روش خطوط مشخصه و المان محدود در حوزه زمان در آن به کار رفته است، تطبیق بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد [6]. البته در این روش معادلات پیچیده و حلگرهای ویژه‌ای به کار گرفته شده است. تحلیل در حوزه زمان در مورد پدیده مورد بحث، مشابه سایر پدیده‌های مکانیکی و سیالاتی معمولاً پرهزینه و زمانبر می‌باشد.

در مقابل انتظار می‌رود مطابق تجربیات حاصل شده در آنالیز سایر پدیده‌ها، استفاده از ابزارهای تحلیل در حوزه فرکانس بتواند معادلات ساده‌تری را بدست دهد که با روش‌های ساده‌تر قابل حل می‌باشند. علاوه بر آن انتظار می‌رود نتایج تحلیل در حوزه فرکانس به صورت جامع‌تر بتواند شرایط خاص و بحرانی خط لوله را پیش‌بینی نموده و ابزار تحلیل پارامتری مدل را نیز فراهم

<sup>1</sup> Transfer Matrix Method

<sup>2</sup> Kelvin-Voigt

<sup>3</sup> Maxwell

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + 2 \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV|V|}{2D}$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\rho_f A_f fV|V|}{\rho_t A_t 2D} + g \sin \theta \quad (2)$$

در دسته دوم معادلات به رابطه میان کرنش محیطی با تنش‌های محیطی و محوری در جداره ویسکوالاستیک اشاره می‌گردد که مطابق رابطه (1) شکل تبدیل یافته آن در فضای لاپلاس بصورت زیر است:

$$\bar{J}(s) = \frac{1}{s} \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)$$

$$\bar{\varepsilon}_z(s) = \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) - v \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\theta(s)$$

$$\bar{\varepsilon}_\theta(s) = \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\theta(s) - v \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) \quad (3)$$

در اینجا لازم است به فرض هارمونیک بودن رفتار متغیرهای مسئله که ایده اساسی در شیوه ماتریس انتقال می‌باشد، اشاره شود. همان‌طور که در [10] آمده است، برای دو متغیر دبی و هد مقادیر دامنه و پروفیل زمانی هارمونیک بصورت مستقل و در قالب یک حاصلضرب که نمایش دهنده بخش اغتشاشی کمیت‌های دبی و هد حول میانگین هستند، در نظر گرفته می‌شود. در این تحقیق همین رفتار به سایر متغیرهای مسئله نیز تعمیم داده شده و در نهایت فرض هارمونیک بودن رفتار متغیرها به شکل زیر اعمال می‌گردد:

$$Q = \text{Re}(q(z)e^{j\omega t})$$

$$H = \text{Re}(h(z)e^{j\omega t})$$

$$\dot{u}_z = \text{Re}(v(z)e^{j\omega t})$$

$$\sigma_z = \text{Re}(n(z)e^{j\omega t}) \quad (4)$$

با جایگذاری این مقادیر در معادلات حاکم شامل دسته معادلات (2) و (3) و سپس با حذف جمله هارمونیک می‌توان به دستگاه معادلات یکپارچه ساده‌سازی شده در جداره ویسکوالاستیک دست یافت:

$$q' = - \left( \frac{\rho_f g A}{K} j\omega + 2j\omega A \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \frac{\rho_f g D}{2e} \right) h$$

$$+ 2j\omega A v \left( \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right)$$

$$h' = - \frac{j\omega}{gA} q$$

$$n' = j\omega \rho_t v$$

$$v' = \left( j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right) n - \left( j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right) \left( \frac{v \rho_f g D}{2e} \right) h \quad (5)$$

در این معادلات نماد پرایم به مفهوم مشتق نسبت به متغیر مستقل  $z$  یا امتداد لوله می‌باشد. با تعاریف ارائه شده در رابطه (4) می‌توان دریافت هر یک از کمیت‌های مجهول حاصلضرب دو بخش زمانی و مکانی است. بخش مکانی که دامنه نوسانات آن کمیت را می‌سازد در حقیقت تنها به موقعیت محوری بستگی دارد. این موضوع به نوبه خود نشان می‌دهد در شیوه تعمیم یافته ماتریس انتقال، دستگاه معادلات مشتقات جزئی نهایتاً به فرم دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تغییر شکل می‌یابد. این دستگاه معادلات در فرم ماتریسی بصورت زیر قابل نمایش است:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} q & h & n & v \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} A1 & A2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix}$$

$$A1 = \begin{bmatrix} 0 & - \left( \frac{\rho_f g A}{K} j\omega + 2j\omega A \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \frac{\rho_f g D}{2e} \right) \\ - \frac{j\omega}{gA} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & - \left( j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right) \left( \frac{v \rho_f g D}{2e} \right) \end{bmatrix}$$

پیشنهادی برای توسعه شیوه ماتریس انتقال می‌تواند مدل کلون-ویت مرتبه-های بالاتر را نیز در برگیرد. افزودن تعداد المان‌های کلون-ویت یکی از راهکارهای مناسب در کاهش خطا می‌باشد [6]. افزایش تعداد این المان‌ها سبب پیچیده‌تر شدن و طولانی شدن معادلات و ماتریس انتقال حالت سیستم بواسطه تعدد پارامترها خواهد شد. از آنجا که هدف این تحقیق نمایش تکنیک و الگوریتم حل مسئله بیش از تاکید بر میزان دقت نتایج می‌باشد، لذا بنظر می‌رسد افزایش تعداد متغیرهای مسئله، ممکن است دستیابی به فهم دقیق شیوه مدل‌سازی را دچار اشکال سازد. در اغلب مطالعات پایه‌ای اخیر نیز در حوزه ویسکوالاستیک از مدل 3 پارامتری استفاده شده است. احتساب مدل 3 پارامتری ضمن داشتن مزیت سادگی، عمده رفتار مکانیکی جداره ویسکوالاستیک بویژه خواص تاخیری آن را در بر دارد. پارامترهای زیر می‌تواند برای بیان مشخصات خزشی ماده ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گیرد. روابط تنش-کرنش این مواد به شرح زیر است:

$$p_0 \sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} \quad p_0 = 1$$

$$p_1 = \frac{\mu_1}{E_0 + E_1} \quad q_0 = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1} \quad q_1 = \frac{E_0 \mu_1}{E_0 + E_1} \quad (1)$$

در این معادله نرخ تغییر تنش و کرنش نیز مشاهده می‌شود. ضرایب سختی و میرایی معمولاً از طریق داده‌های آزمایشگاهی تخمین زده می‌شوند. همان‌طور که در بخش بعد اشاره خواهد شد، این معادله به صورت یک جمله اضافه وارد معادله پیوستگی می‌گردد.

## 2-2- معادلات کوپل سیال سازه

معادلات حاکم از معادلات هیدرولیکی یا معادلات جریان سیال و معادلات سازه‌ای تشکیل شده است. در مسائل اندرکنش سیال-سازه تمام معادلات به صورت کوپل شده و همزمان حل می‌گردند. قابل ذکر است در تحلیل اندرکنش سیال-سازه سه مکانیزم کوپل اصلی وجود دارد که عبارتند از: کوپله پواسون<sup>1</sup>، کوپله اتصال<sup>2</sup> و کوپله اصطکاک<sup>3</sup> [6]. در خصوص کوپل اصطکاک آنچه سبب ایجاد اندرکنش بین سیال و جداره می‌گردد، رفتار اصطکاک غیرماندگار می‌باشد که تأثیر آن در مسئله حاضر به مراتب کوچکتر از دو مکانیزم دیگر است [8]. همچنین احتساب کوپل اتصال مستلزم تنوع در شرایط مرزی و افزودن مدل تکیه‌گاه می‌باشد. این مسئله به نوبه خود پروسه حل را تغییر می‌دهد و آن را پیچیده‌تر می‌سازد، در حالی که مشخصه‌های اصلی رفتار اندرکنشی بویژه در جداره ویسکوالاستیک از کوپل پواسون به تنهایی قابل استخراج می‌باشد [9]. با توجه به اهمیت بالای مسئله اولیه و نقش برجسته‌تر کوپل پواسون در مطالعه رفتار ویسکوالاستیک، لذا در این پژوهش کوپل پواسون به منظور نمایش اثرات ویسکوالاستیسیته در نظر گرفته شده است.

اگرچه در حالت الاستیک می‌توان مجموعه معادلات سیال و سازه شامل 4 معادله اصلی را بصورت یکجا نمایش داد، اما در حالت ویسکوالاستیک با توجه به ماهیت تاخیری روابط تنش و کرنش در جداره ویسکوالاستیک بجای نمایش یکپارچه معادلات حاکم از دو دسته معادلات مستقل که نهایتاً در حالت تبدیل یافته به هم متصل خواهد شد، استفاده می‌گردد. بنابراین مجموعه معادلات هیدرولیکی شامل معادله مومنوم و پیوستگی به اضافه معادله تعادل محوری جداره دسته اول معادلات را شکل می‌دهند:

<sup>1</sup> Poison coupling  
<sup>2</sup> Junction coupling  
<sup>3</sup> Friction coupling

## 3- تعمیم روش ماتریس انتقال

نمایش ماتریسی معادلات حاکم در حوزه فرکانس که در رابطه (6) ارائه شده است، در استخراج ماتریس انتقال مورد استفاده قرار خواهد گرفت. با تعریف ماتریس دینامیک حالت  $A$ ، معادله ماتریسی فوق به فرم زیر خلاصه می‌شود:

$$\frac{d}{dz} \varphi = [A] \varphi \quad (11)$$

در این مرحله برای استخراج حل تحلیلی لازم است ماتریس دینامیک به فرم قطری نمایش داده شود. ابتدا لازم است مقادیر ویژه و بردارهای ویژه استخراج گردد. ماتریس تبدیل یا ماتریس قطری ساز به نوبه خود از چیدن بردارهای ویژه در ستون‌های یک ماتریس حاصل می‌گردد [11]:

$$T = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]_{4 \times 4} \quad (12)$$

ماتریس  $T$  شامل بردارهای ویژه نرمال شده  $A$  می‌باشد. با ضرب این تبدیل می‌توان ماتریس قطری متناظر با  $A$  را یافت:

$$T^{-1}AT = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

حاصل عبارت فوق یک چینش قطری است که درایه‌های قطر اصلی آن همان مقادیر ویژه ماتریس  $A$  خواهند بود. حال چنانچه معکوس این فرآیند در نظر گرفته شود، ماتریس  $A$  بر حسب ماتریس قطری شده قابل بازنویسی است:

$$A = T\Lambda T^{-1} \quad (14)$$

با قراردادن این تعریف جدید از ماتریس  $A$  در نمایش ماتریسی معادلات حاکم داریم:

$$\dot{\varphi} = T\Lambda T^{-1} \varphi \quad (15)$$

با ضرب کردن ماتریس معکوس  $T$  از سمت چپ در معادله بالا خواهیم داشت:

$$T^{-1} \dot{\varphi} = \Lambda T^{-1} \varphi \quad (16)$$

و با فرض یک بردار حالت جدید به نام  $Y$  داریم:

$$Y = T^{-1} \varphi \quad \dot{Y} = T^{-1} \dot{\varphi} \quad (17)$$

معادلات حاکم بر حسب این بردار جدید مستقل می‌باشد:

$$\dot{Y} = \Lambda Y \quad (18)$$

پاسخ دقیق این دستگاه معادله به فرم زیر می‌باشد:

$$Y = \begin{bmatrix} c_1 e^{\lambda_1 z} \\ c_2 e^{\lambda_2 z} \\ c_3 e^{\lambda_3 z} \\ c_4 e^{\lambda_4 z} \end{bmatrix} \quad (19)$$

بر این اساس می‌توان پاسخ دقیق معادله اولیه را یافت:

$$\begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} c_1 e^{\lambda_1 z} \\ c_2 e^{\lambda_2 z} \\ c_3 e^{\lambda_3 z} \\ c_4 e^{\lambda_4 z} \end{bmatrix} \quad (20)$$

برای یافتن ماتریس انتقال لازم است یک نگاشت بین مقادیر کمیت‌های حالت در انتهای خط لوله و مقادیر آن در ابتدای خط حاصل گردد. به این منظور مقادیر متغیرهای حالت در ابتدای خط لوله به فرم زیر می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} q(0) \\ h(0) \\ n(0) \\ v(0) \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

بنابراین بردار ضرایب مجهول معادله بر حسب شرایط مرزی در ابتدای خط لوله قابل بازنویسی است:

$$A2 = \begin{bmatrix} 2j\omega A v \left( \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & j\omega \rho_t \\ j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

در اینجا با هدف مقایسه نتایج با حالت الاستیک علاوه بر معادلات حاکم بر جداره ویسکوالاستیک، شکل ساده شده این دستگاه معادلات در حالت جداره الاستیک نیز ارائه می‌گردد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} + \rho_f g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2v}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{fV|V|}{2D} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - f \frac{\rho_f A_f V |V|}{\rho_t A_t 2D} - g \sin \theta &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D v \rho_f}{2 Ee} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

در حالت الاستیک همان‌طور که ملاحظه می‌گردد کرنش محیطی در معادله پیوستگی براحتی بر حسب تنش‌های محیطی و محوری قابل جایگذاری است و در نتیجه مجموعه معادلات حاکم را می‌توان بصورت یکجا ارائه نمود. در فرمول‌های (7) دو معادله اول هیدرولیکی و معادلات سوم و چهارم سازه‌ای هستند که شامل رابطه تنش-کرنش لوله الاستیک و معادله تعادل نیروها در راستای محور لوله می‌باشند. پارامترها در فهرست علائم انتهای مقاله تعریف شده‌اند. چنانچه در معادلات بالا از اثر اصطکاک و نیز شیب محور لوله نسبت به افق در این مرحله با توجه به سهم اندک آن در نتایج صرف‌نظر گردد، دستگاه معادلات ساده شده به شرح زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} + \rho_f g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2v}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D v \rho_f}{2 Ee} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

در اینجا نیز مجدداً با فرض تغییرات هارمونیک متغیرهای حالت حول یک مقدار اولیه یا مقدار در شرایط پایا مطابق (4)، مشابه آنچه در حالت ویسکوالاستیک بیان شد، می‌توان وابستگی زمانی معادلات را حذف نموده و به دستگاه معادلات دیفرانسیل شامل دامنه تغییرات کمیت‌ها دست یافت. بنابراین معادلات دیفرانسیل معمولی در حالت الاستیک به سادگی استخراج می‌گردد:

$$\begin{aligned} q' + \rho_f g A \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) j\omega h - \frac{2vA}{E} j\omega n &= 0 \\ j\omega q + gAh' &= 0 \\ j\omega v - \frac{1}{\rho_t} n' &= 0 \\ v' - \frac{1}{\rho_t c_t^2} j\omega n + g \frac{D v \rho_f}{2 Ee} j\omega h &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

با نمایش ماتریسی این دستگاه معادلات خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\rho_f g A \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) j\omega & \frac{2vA}{E} j\omega & 0 \\ -\frac{j\omega}{gA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_t j\omega \\ 0 & -g \frac{D v \rho_f}{2 Ee} j\omega & \frac{1}{\rho_t c_t^2} j\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} q_1^R \\ n_1^R \\ q_1^I \\ h_1^I \end{bmatrix} = C^{-1}b \quad (32)$$

حال کمیت‌های هیدرولیکی و سازه‌ای در ابتدای خط لوله موجود می‌باشد و لذا با در اختیار داشتن ماتریس انتقال میدان برای هر میزان طول خط، محاسبه مقادیر دامنه کمیت‌های هیدرولیکی و سازه‌ای به سهولت با رابطه (33) امکان‌پذیر خواهد بود:

$$\varphi(z) = F(z)\varphi_1^R \quad (33)$$

#### 4- اعتبارسنجی مدل پیشنهادی

به منظور اعتبارسنجی اولیه مدل ارایه شده در این فعالیت و بویژه تعمیم روش ماتریس انتقال به فرم بیان شده در بخش 3، از مقایسه منحنی پاسخ یک سیستم ساده متشکل از مخزن، لوله و شیر انتهایی استفاده گردیده است. انتخاب این سیستم ساده و شرایط خط لوله صلب به این دلیل که پاسخ تحلیلی برای آن وجود دارد و بنابراین معیار مقایسه مطلوبی را بدست می‌دهد، صورت گرفته است. در ادامه به مقایسه منحنی هد در یک نقطه مشخص بعنوان نمونه‌ای از اعتبارسنجی اولیه اشاره می‌گردد. مشخصات مسأله در شکل 2 قابل مشاهده است.

با توجه به اینکه شرط شبیه‌سازی در حوزه فرکانس از روش ماتریس انتقال این است که ورودی یا تحریک اعمالی به سیستم می‌بایست هارمونیک باشد [10]، لذا بسته شدن آنی شیر در این تحقیق بصورت متناوب مدل‌سازی شده است تا بتوان از طریق بسط سری فوریه برای آن مجموعه‌ای از توابع هارمونیک را پیشنهاد نمود. در این زمینه به جای استفاده از یک تابع پله‌ای از تابع پالسی با دوره تناوب مناسب در حوزه زمان بهره‌گیری شده است.

در این حالت به دوره تناوب پایه سیستم توجه شده است. با دانستن این موضوع که دوره تناوب تغییر کمیت‌ها در خط لوله در حالت بستن آنی شیر با دوره تناوب پایه سیستم یا همان  $4L/a$  برابر است و اینکه در روش ماتریس انتقال با اعمال هر عامل نوسانی، جریان متناوب با همان دوره تناوب اعمالی ایجاد می‌گردد، لذا برای مدل‌سازی بسته شدن آنی شیر در روش TMM انتخاب یک تابع پالسی با دوره  $4L/a$  مناسب خواهد بود.

در تصویر شکل 3، یک دوره تناوب پالس متناوب مشاهده می‌گردد که در آن محور عمودی میزان بازگشایی شیر نسبت به حالت میانی است. منحنی آبی رنگ بسط سری فوریه شامل 60 جمله اول می‌باشد که به خوبی بر نمودار موردنظر منطبق گردیده است. دوره تناوب این پالس همان دوره تناوب پایه سیستم در حدود 2.9 ثانیه است.

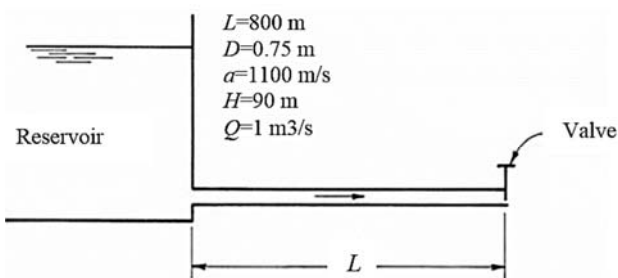


Fig. 2 Characteristics of a sample system

شکل 2 مشخصات مسأله نمونه

$$\vec{C} = T^{-1} \begin{bmatrix} q_1^R \\ h_1^R \\ n_1^R \\ v_1^R \end{bmatrix} \quad (22)$$

اگر این ضرایب در پاسخ معادله اصلی جایگذاری شود، رابطه (23) بدست می‌آید:

$$\varphi = T e^{Az} T^{-1} \varphi_1^R \quad (23)$$

که در اینجا عبارت نمایی شامل یک ماتریس با درایه‌های قطری به شکل رابطه (24) است [11]:

$$e^{Az} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_{1z}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_{2z}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_{3z}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{4z}} \end{bmatrix} \quad (24)$$

بر این اساس ماتریس انتقال میدان به صورت رابطه (25) استخراج می‌گردد:

$$F(l) = T e^{Al} T^{-1} \quad (25)$$

کماکان برای داشتن مقادیر مرزی در ابتدای خط لوله که لازمه بکارگیری ماتریس انتقال می‌باشد، می‌بایست یک دستگاه معادلات خطی دیگر نیز حل شود. این دستگاه معادله بر اساس معلوم بودن برخی شرایط مرزی در انتهای خط لوله توصیف می‌گردد. در این مسأله 2 کمیت ابتدایی مجهول وجود دارد:

$$\varphi_1^R = \begin{bmatrix} q_1^R \\ h_1^R \\ n_1^R \\ v_1^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^I \\ 0 \\ n_1^I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

در انتهای خط لوله مقدار کرنش صفر فرض شده (کوپل پواسون):

$$\varphi(l) = \begin{bmatrix} q_{l+1}^I \\ h_{l+1}^I \\ n_{l+1}^I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

و علاوه بدلیل فرض وجود شیر انتهایی، رابطه‌ای بین مقادیر دبی و هد در انتها وجود دارد:

$$h_{\text{end}}^R = 0 = \frac{-2H_0}{Q_0} q_{\text{end}}^I + h_{\text{end}}^I + \frac{2H_0 K}{\tau_0} \quad (28)$$

در واقع با بهره‌گیری از ماتریس انتقال می‌توان شرایط ابتدا را به انتهای خط لوله نگاشت داد و شرایط مرزی باقیمانده را در انتهای خط لوله با رابطه (29) بیان کرد:

$$\varphi = F(l)\varphi_1^R \quad (29)$$

به این ترتیب برای محاسبه 2 متغیر ابتدایی مجهول نهایتاً دستگاه معادله چهارتایی به شکل رابطه (30) حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} q(l) &= F^I(1.1)q_1^R + F^I(1.3)n_1^R \\ h(l) &= F^I(2.1)q_1^R + F^I(2.3)n_1^R \\ 0 &= F^I(4.1)q_1^R + F^I(4.3)n_1^R \\ 0 &= \frac{-2h_{02}}{q_0} q_1^I + h_1^I + \frac{2h_{02}K}{\tau_0} \end{aligned} \quad (30)$$

با نمایش ماتریسی این دستگاه می‌توان رابطه (31) را نوشت:

$$\begin{bmatrix} F^I(1.1) & F^I(1.3) & -1 & 0 \\ F^I(2.1) & F^I(2.3) & 0 & -1 \\ F^I(4.1) & F^I(4.3) & -\frac{2h_{02}}{q_0} & 0 \\ 0 & 0 & q_0 & e^{\lambda_{4z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^R \\ n_1^R \\ q_1^I \\ h_1^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2h_{02}K}{\tau_0} \end{bmatrix} \quad (31)$$

حل دقیق این دستگاه معادله کمیت‌های دبی و تنش در ابتدا همچنین دبی و هد در انتها را بدست می‌دهد:

همان‌طور که در شکل 5 ملاحظه می‌شود نتایج حل از روش ماتریس انتقال به کمک سری فوریه دارای نوسانات کوچکی است که مربوط به محتوای فرکانسی استفاده شده در این شیوه است.

### 5- حل مسئله نمونه و نتایج

هر چند فرآیند اعتبارسنجی مدل توسعه یافته در این تحقیق به مسئله کلاسیک ضربه قوچ در حالت صلب و ایده‌آل خلاصه نمی‌شود و برخی نمونه‌های دیگر از جمله حالت الاستیک نیز بررسی شده است، اما در اینجا با هدف پرهیز از طولانی شدن متن، به مسئله جذاب‌تر که در حل حوزه زمان آن چالش‌های محاسباتی فراوان وجود دارد و می‌تواند به عنوان مزیت نسبی مطالعه در حوزه فرکانس تلقی شود، پرداخته خواهد شد. مسئله حاضر ساختاری متشکل از مخزن، لوله و شیر انتهایی مشابه مسئله طرح شده در بخش اعتبارسنجی دارد و این بار شامل یک خط لوله با جداره ویسکوالاستیک می‌باشد که بالطبع اثرات اندرکنش سیال-سازه نیز باید در آن لحاظ شود. در خصوص انتخاب این مسئله بایستی به محدودیت داده‌های تجربی در دسترس و سابقه مطالعه مسئله که همواره تلاش در جهت شناسایی رفتار پایه سیستم در شکل ساده آن بوده است نیز اشاره نمود.

انتخاب پارامترهای مسئله و هندسه شبکه به صورتی انجام شده است که همان مدل آزمایشگاهی بکار رفته در مرجع [12] از طریق روش فرکانسی حاضر شبیه‌سازی و بازسازی گردد. این مدل آزمایشگاهی که جزو محدود داده‌های تجربی انتشار یافته و قابل اطمینان در این حوزه می‌باشد، امروزه مرجع بسیاری از مطالعات در مسائل ویسکوالاستیک می‌باشد. برای شبیه‌سازی رفتار لوله ویسکوالاستیک در این مسئله از مدل سه پارامتری کلین-ویت استفاده شد که البته این سطح از مدل‌سازی قابل ارتقا می‌باشد و حتی با بکارگیری همین مدل ساده نیز نشان داده خواهد شد که انطباق و قیاس مطلوبی حاصل خواهد شد.

قبل از ارایه نتایج در این بخش لازم است توضیح مختصری در مورد شیوه بازسازی پاسخ زمانی در تحلیل حوزه فرکانس ارایه گردد. با توجه به اینکه داده‌های تجربی موجود که با هدف مقایسه نتایج بکار برده می‌شود عمدتاً در حوزه زمان می‌باشد، لذا دستیابی به پاسخ زمانی در این مسئله ضروری بنظر می‌رسد. به این منظور از ترکیب پاسخ‌های مستقل یافته شده به ازای هر یک از مولفه‌های سری فوریه تابع تحریک، استفاده شده است. برای هر کدام از فرکانس‌های حاصل از سری فوریه، نسبت دامنه و اختلاف فاز متناظر با آن، محاسبه شده و در نهایت در ساختن پاسخ زمانی بکار رفته است. بعبارت دیگر مجموعه‌ای از توابع هارمونیک با دامنه و فاز مشخص حاصل می‌گردد که ترکیب آنها می‌تواند رفتار گذرا بر حسب زمان را نتیجه دهد.

به منظور تأثیر دادن اصطکاک در نتایج، باتوجه به اینکه نتایج آنالیز در حوزه فرکانس فقط حالت شبه پایا را بدست می‌دهد، از یک تابع نمایی کاهش دهنده با دامنه مناسب و متناسب با ضربه اصطکاک خط لوله بهره‌گیری شده است. در شکل 6 نتایج مدل آزمایشگاهی کوچک و همکاران [12] همزمان با نتایج مدل توسعه داده شده در این تحقیق جهت مقایسه نمایش داده شده است.

بر مبنای منحنی شکل 6 می‌توان تطابق مناسب روند حاصل از مدل ارایه شده در این تحقیق با یافته‌های تجربی را نتیجه گرفت. در واقع اختلاف اندکی که در شکل و دامنه نوسانات گراف‌ها مشاهده می‌شود به چندین عامل ارتباط دارد که از آن جمله می‌توان به استفاده از مدل سه پارامتری کلین-

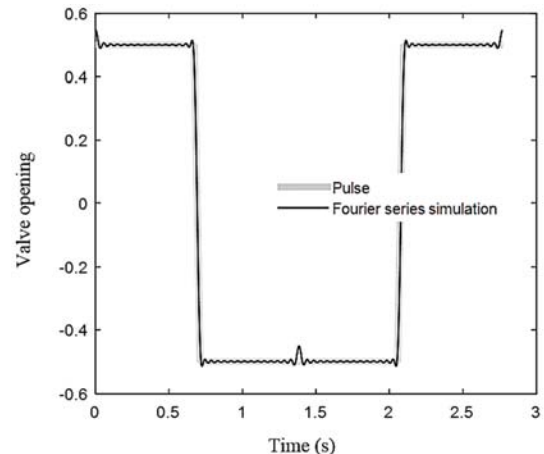


Fig. 3 Periodic pulse applied from the Fourier series

شکل 3 پالس متناوب مورد استفاده در سری فوریه

نتایج این مدل‌سازی از روش TMM و روش MOC که به نوبه خود با پاسخ تحلیلی و تجربی همخوانی کامل دارد، در شکل 4 مقایسه شده‌اند. خط چین آبی نتایج روش خطوط مشخصه و خط قرمز نتایج حل به روش ماتریس انتقال با ورودی تبدیل یافته از طریق سری فوریه می‌باشد. همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود نتایج انطباق بسیار خوبی دارد.

در ادامه بخشی از قسمت پیک نمودار جهت مشاهده جزئیات بزرگنمایی شده است.

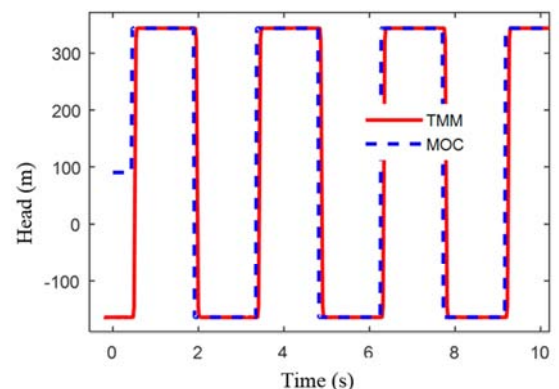


Fig. 4 Results for head variation at downstream end from TMM & MOC

شکل 4 نمودار تغییرات هد در انتهای پایین‌دست، مقایسه روش TMM و MOC

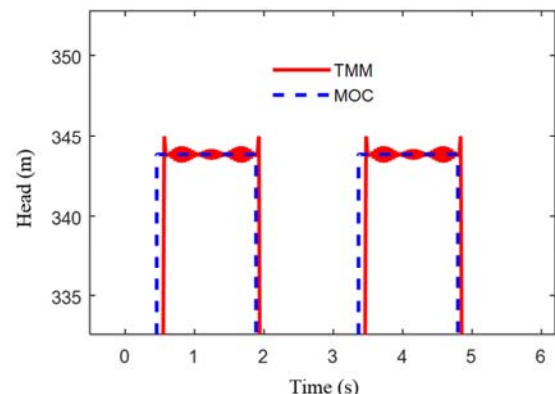
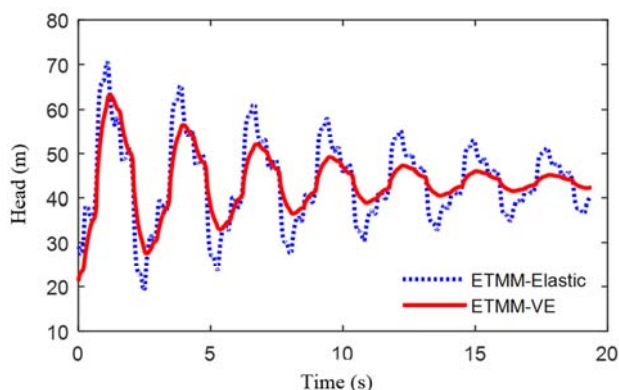


Fig. 5 Enlarged view of Results for head variation at downstream end from TMM & MOC

شکل 5 نمودار بزرگنمایی شده تغییرات هد در انتهای پایین‌دست، مقایسه روش TMM و MOC



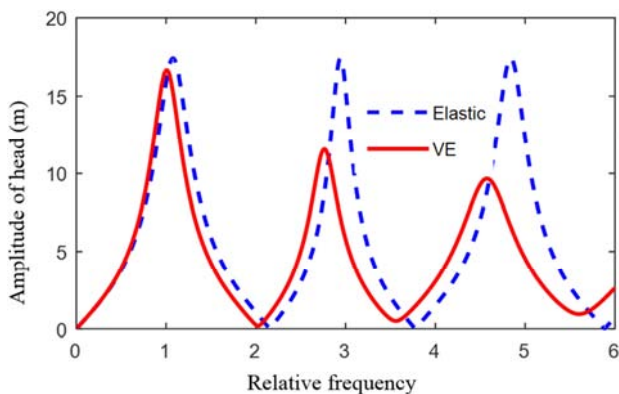
**Fig. 8** head variation at downstream end, viscoelastic pipe vs elastic pipe (dotted line), Results of this research

شکل 8 تغییرات هد انتهای پایین دست، لوله ویسکوالاستیک و لوله الاستیک متناظر، نتایج مدل پیشنهادی این تحقیق

همان طور که در شکل 8 مشاهده می شود تغییرات هد در لوله ویسکوالاستیک میرایی بیشتری را نشان می دهد. این موضوع بخصوص در زمان های اولیه بدلیل اینکه اثرات مخرب نوسانات فشار در سیکل های اولیه بسیار جدی تر است، یک مزیت برای لوله های ویسکوالاستیک محسوب می گردد. در ادامه منحنی پاسخ فرکانسی سیستم نیز استخراج گردیده که در شکل 9 ارائه شده است.

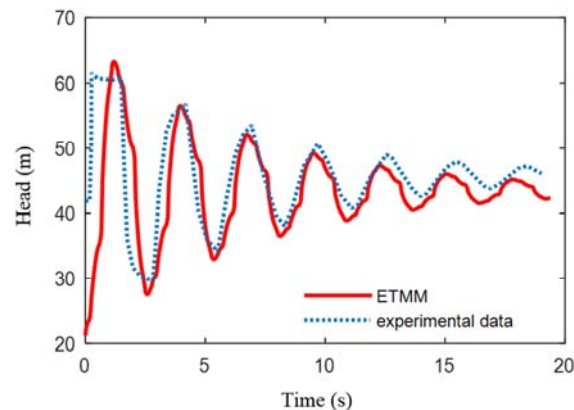
نتایج منحنی پاسخ فرکانسی شواهد متعددی را در خصوص ماهیت دینامیکی سیستم آشکار می سازد. همان طور که در شکل 9 ملاحظه می گردد در هر دو حالت الاستیک و ویسکوالاستیک، وضعیت تشدید دامنه هد در محل شیر پایین دست، تقریباً متناظر با مضارب فرد فرکانس پایه می باشد. جالب است که به دلیل وجود خواص کرنش تأخیری، فرکانس های تشدید جداره ویسکوالاستیک اندکی کمتر از جداره الاستیک می باشد. بعلاوه کاهش دامنه تشدید در فرکانس های بالاتر میزان اثرگذاری خواص ویسکوز و الاستیک را در این سیستم نشان می دهد. به عبارت دیگر ماده ویسکوالاستیک دارای ماهیت تغییر شکل وابسته به زمان است و این سبب می شود اثر میرایی بیشتری در فرکانس های بالاتر از خود نشان دهد.

یکی دیگر از کمیت های مورد مطالعه دبی جریان از مقاطع مختلف لوله است که به منظور مقایسه رفتار شبکه ویسکوالاستیک با شبکه متناظر الاستیک، منحنی پاسخ فرکانسی مربوط به دامنه نوسان دبی در محل مخزن در شکل 10 نشان داده شده است. همان طور که انتظار می رود در لوله



**Fig. 9** Frequency response diagram of head at downstream end for Elastic and Viscoelastic pipe

شکل 9 منحنی پاسخ فرکانسی هد پایین دست در لوله الاستیک و ویسکوالاستیک



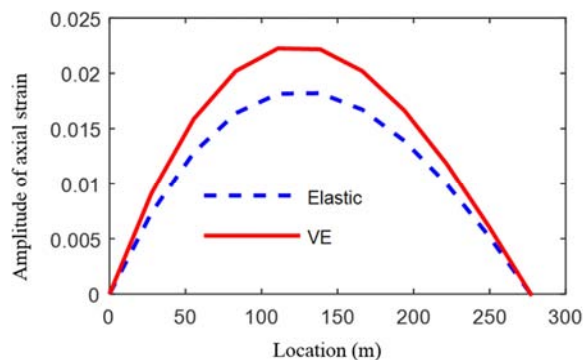
**Fig. 6** head variation at downstream end, experimental data of Covas et al vs results of proposed model

شکل 6 تغییرات هد انتهای پایین دست، داده های آزمایشگاهی کوآچ در مقایسه با نتایج روش پیشنهادی این تحقیق

ویت در کد محاسباتی تحقیق حاضر و نیز وجود تقریب در بازسازی منحنی های پاسخ زمانی در روش تعمیم یافته ETMM اشاره نمود. بنابراین به نظر می رسد چنانچه تعداد المان ها یا سلول های کلوین ویت بیشتری اختیار گردد، این تقریب بهبود خواهد یافت.

به منظور مقایسه و درک بهتر اثرات ویسکوالاستیسیته جداره، در تغییر دامنه نوسان پارامترها، از شبیه سازی لوله الاستیک متناظر استفاده شده است. همان طور که در نمودار شکل 7 ملاحظه می گردد توزیع مکانی دامنه نوسانات کرنش محوری نقاط مختلف لوله در شرایطی که تحریک باز و بست شیر انتهایی با فرکانس پایه در حال رخداد است، نمایانده شده است. در نمودار شکل 7 دو منحنی متناظر با حالت های الاستیک و ویسکوالاستیک ترسیم شده است. همان طور که ملاحظه می گردد، وجود کرنش تأخیری در لوله ویسکوالاستیک سبب شده است تا دامنه نوسان کرنش، اندکی افزایش یابد و این میزان در نقاط میانی بدلیل مقید نبودن بیشتر است.

بر اساس روش بیان شده در ابتدای همین بخش بازسازی منحنی تغییرات فشار در محل شیر پایین دست برای دو حالت الاستیک و ویسکوالاستیک بر حسب زمان صورت گرفت که نتیجه آن در شکل 8 با هدف مقایسه آورده شده است. فرض گردیده که مشخصات لوله الاستیک متناظر، با حذف المان کلوین-ویت از مسأله ویسکوالاستیک حاصل می شود. بدیهی است حذف اثرات ویسکوالاستیک که به مفهوم کاهش استهلاک در کل سیستم می باشد، سبب افزایش دامنه امواج فشاری می گردد و این امر به وضوح در شکل 8 آشکار شده است.



**Fig. 7** Distribution of axial strain amplitude at theoretical frequency

شکل 7 توزیع مکانی دامنه کرنش محوری در فرکانس پایه



تجربی به ازای بسته شدن بلادرنج صورت گرفت. بنابراین اعتبارسنجی مجدد در شرایط ویسکوالاستیک نیز مورد تایید قرار گرفت. در ادامه به منحنی‌های پاسخ فرکانسی که شرایط تشدید را نمایان می‌سازند، اشاره گردید. در امتداد همین مدل‌سازی، در مرحله سوم به حل مسأله مشابه با حذف اثرات ویسکوالاستیک پرداخته شد. نتیجه اینکه در حالت وجود خواص ویسکوالاستیک، دامنه تغییرات و نوسان‌های کمیت‌ها کمتر می‌باشد. البته وجود و افزایش تأخیر فاز در این حالت نکته مهمی است که باید مدنظر قرار گیرد. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت، شیوه پیشنهادی روش ماتریس انتقال را از دو جنبه تعمیم می‌دهد. یک جنبه تعمیم، از لحاظ خواص جداره و دیگری از لحاظ اثرات اندرکنش می‌باشد. با استفاده از این روش بخش عمده-ای از نیازمندی‌های طراحی و بهینه‌سازی فراهم خواهد شد.

## 7- فهرست علائم

$A$	مساحت مقطع ( $m^2$ )
$c$	سرعت موج کلاسیک ( $m/s$ )
$D$	قطر داخلی لوله ( $m$ )
$E$	مدول یانگ جداره لوله ( $Pa$ )
$e$	ضخامت لوله ( $m$ )
$f$	ضریب اصطکاک
$g$	شتاب جاذبه ( $m/s^2$ )
$H$	هد فشار ( $m$ )
$K$	مدول بالک سیال ( $Pa$ )
$n$	دامنه تغییرات تنش محوری لوله ( $Pa$ )
$P_0, q_0, q_1$	ضرایب مدل کلون-ویت
$Q$	دبی جریان ( $m^3/s$ )
$q$	دامنه تغییرات دبی ( $m^3/s$ )
$t$	زمان ( $s$ )
$\dot{u}_z$	نرخ تغییر کرنش محوری
$v$	دامنه تغییرات سرعت محوری لوله ( $m/s$ )
$V$	سرعت جریان ( $m/s$ )
$\mu$	ویسکوزیته ( $kg/(m.s)$ )
$\nu$	ضریب پواسون
$\theta$	زاویه محور لوله نسبت به افق ( $rad$ )
$\rho$	چگالی ( $kg/m^3$ )
$\sigma$	تنش ( $Pa$ )

## بردارها و ماتریس‌ها

$[A]$	ماتریس دینامیک حالت
$[T]$	ماتریس تبدیل
$[Y]$	مختصات جدید
$[\lambda]$	ماتریس مقادیر ویژه
$[A]$	ماتریس قطری
$[\phi]$	بردار حالت اولیه

## زیر نویس‌ها

$1, l$	مقاطع بالادست و پایین‌دست خط لوله
$F$	مشخصه سیال
$T$	مشخصه لوله

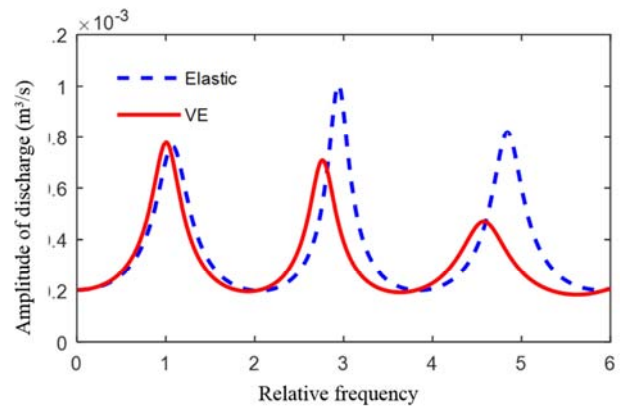


Fig. 10 Frequency response diagram of discharge at upstream end for Elastic and Viscoelastic pipe

شکل 10 منحنی پاسخ فرکانسی دبی ورودی در حالت الاستیک و ویسکوالاستیک

ویسکوالاستیک، دامنه نوسان دبی ورودی به لوله با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد. اختلاف بین فرکانس‌های تشدید در دو حالت، همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد در اثر وجود میرایی یا خواص کرنش تأخیری است.

## 6- نتیجه‌گیری

در این فعالیت به توسعه روش ماتریس انتقال با هدف بکارگیری در مسائل ویسکوالاستیک پرداخته شد. جداره‌های ویسکوالاستیک بدلیل داشتن مشخصه‌های مطلوب بویژه از منظر قابلیت اطمینان و عدم زنگ‌زدگی و نیز داشتن انعطاف لازم در مصارف خط لوله و حتی مصارف خانگی امروزه به وفور مورد استفاده قرار می‌گیرد. علیرغم این کاربرد فراوان کماکان در زمینه مطالعه شبکه‌های مشتمل بر این سیستم‌ها و استخراج منحنی‌های عملکردی و طراحی مرتبط با آنها چالش‌های زیادی وجود دارد. یکی از مهمترین این چالش‌ها وجود جملات انتگرال پیچش در معادلات پاسخ زمانی آنهاست که سبب می‌گردد تا مطالعه چنین شبکه‌هایی در حوزه زمان پیچیده و زمانبر باشد. بالطبع انجام مطالعات پارامتری با هدف طراحی و بهینه‌سازی بر مبنای چنین بستر محاسباتی غیرممکن بنظر می‌رسد.

در این تحقیق برای مرتفع نمودن این چالش تلاش گردید تا فرمول‌بندی جدیدی در قالب توسعه روش ماتریس انتقال در فضای فرکانسی ارائه گردد. این فرمول‌بندی جدید با ارائه پاسخ فرکانسی شبکه لوله، امکان مطالعه پارامتری را با سهولت بیشتری نسبت به تحلیل در حوزه زمان فراهم ساخته و بنابراین امکان بررسی عملکرد، طراحی و بهینه‌سازی با اتکال بر چنین مدل‌سازی ایجاد خواهد شد. از آنجا که همواره بکارگیری و نمایش صحت مدل‌سازی جدید در یک شبکه لوله پرتعداد و پیچیده، چالش‌های زیادی به همراه دارد، لذا بر همین اساس به نمونه‌های استاندارد و ساده هندسی اشاره گردید.

ابتدا به مسأله جداره صلب و تحریک پالسی با هدف اعتبارسنجی پرداخته شد. در نتیجه نشان داده شد با انتخاب حدود 60 جمله از سری فوریه نتایج این روش منطبق بر حل تحلیلی حاصل از MOC خواهد گردید. در مرحله بعدی یک مسأله نمونه ویسکوالاستیک که داده‌های تجربی نیز برای آن وجود دارد مورد بررسی قرار گرفت. نتایج مهم و جذابی از این مطالعه حاصل شد که برخی از آنها در این مقاله آورده شد. در همین مسأله با استخراج منحنی پاسخ زمانی به شیوه بیان شده در بخش 5، در نهایت مقایسه‌ای نیز بین نمودار پاسخ زمانی حاصل از ETMM با منحنی داده‌های



Z محور لوله

بالانویس

R, L راست و چپ یک مقطع

## 8- مراجع

- propagation and implications to transient based leak detection methods in pipeline systems*, PhD Thesis, Hong Kong University of Science and Technology, 2011.
- [6] A. Keramat, *Fluid-Structure Interaction in Viscoelastic Pipe Systems with Column Separation*, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, Shahrood university, 2010. (in Persian فارسی)
- [7] A. S. Wineman, K. R. Rajagopal, *Mechanical Response of Polymers, An introduction*, pp. 28-53, Cambridge university press, 2000.
- [8] C. Landry, C. Nicolet, A. Bergant, A. Müller, F. Avellan, Modeling of unsteady friction and viscoelastic damping in piping systems, *26th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, 2012.
- [9] A. Keramat, A. Haghighi, Straightforward Transient-Based Approach for the Creep Function Determination in Viscoelastic Pipes, *Hydraulic Engineering*, Vol. 140, No. 12, pp. 1-9, 2014.
- [10] M. H. Chaudhry, *Applied Hydraulic Transients*, Third Edition, pp. 250-291, Springer, 2014.
- [11] F. B. Hildebrand, *Methods of Applied Mathematics*, 2nd edition. Dover Publications, 1992.
- [12] D. Covas, I. Stoianov, H. Ramos, N. Graham, Č. Maksimović, D. Butler, Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis, *Urban Water*, Vol. 1, No. 2, pp. 177-197, 2004.
- [1] A. Lazhar, L. Hadj-Taïeb, E. Hadj-Taïeb, Two leaks detection in viscoelastic pipeline systems by means of transient, *Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 26, No. 6, pp. 1341-1351, 2013.
- [2] K. Weinerowska-bords, Accuracy and Parameter Estimation of Elastic and Viscoelastic Models of the Water Hammer, *Task Quarterly*, Vol. 11, No. 4, pp. 383-395, 2007.
- [3] A. Keramat, A. S. Tijsseling, Q. Hou, A. Ahmadi, Fluid-structure interaction with pipe-wall viscoelasticity during water hammer, *Fluids and Structures*, Vol. 28, pp. 434-455, 2012.
- [4] D. C. Wiggert, A. S. Tijsseling, Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54, No. 5, pp. 455-481, 2001.
- [5] H. Duan, *Investigation of factors affecting transient pressure wave*