مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1396، دوره 17، شماره 1، ص‌ص 11-22

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه‌سازی صفحات فلزی محدود حاوی گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم شیرمورچه

محمّد حسین بیاتی چالشتری[1]، محمّد جعفری[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
* شاهرود، کد پستی 3619995161، m_jafari821@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 07 شهریور 1395
پذیرش: 04 آذر 1395
ارائه در سایت: 15 دی 1395

کلید واژگان:
صفحه همسانگرد محدود
گشودگی چهارضلعی
حل تحلیلی
روش متغیر مختلط
الگوریتم شیرمورچه

چکیده

در این مقاله، سعی شده است با استفاده از روش بهینه‌سازی هوش ازدحامی جدیدی به نام الگوریتم شیرمورچه، به بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر در تحلیل تنش در اطراف گشودگی چهارضلعی واقع در یک صفحه‌ی همسانگرد محدود تحت بارگذاری درون صفحه‌ای (بار کششی تک‌محوری، دومحوری و برشی خالص) پرداخته شود. در تحلیل صفحه‌ی همسانگرد محدود حاوی گشودگی چهارضلعی پارامترهایی از قبیل انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع صفحه، نسبت اندازه‌ی گشودگی به صفحه و نوع بارگذاری به‌عنوان پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش محسوب می‌گردد. در مطالعه‌ی حاضر، روش به‌کار گرفته‌شده بر پایه‌ی حل تحلیلی متغیر مختلطِ موشخیلشویلی است و از نگاشت همنوا برای ساده‌سازی روند حل معادلات استفاده شده است. صفحه محدود (نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع صفحه، بزرگتر از 0.2)، همسانگرد و الاستیک خطّی در نظر گرفته شده است. برای محاسبه‌ی تابع تنش مربوط به صفحه‌ی محدود حاوی گشودگی چهارضلعی، از جمع تابع تنش یک صفحه نامحدود حاوی همان گشودگی و تابع تنش یک صفحه محدود بدون گشودگی استفاده‌شده است. ضرایب مجهول در تابع تنش، با استفاده از روش حدّاقل مربّعات مرزی و اعمال شرایط مرزی مناسب به‌دست می‌آیند. همچنین از روش اجزای محدود، برای بررسی درستی جواب‌ها استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که پارامترهای اشاره شده تأثیر قابل توجهی بر توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی دارند و با انتخاب صحیح آن‌ها، می‌توان قابلیت تحمل بار سازه را افزایش داد.

Optimization of finite metallic plates with quadrilateral cutout subjected to in-plane loading by Ant Lion Optimizer

Mohammad Hossein Bayati Chaleshtari[1], Mohammad Jafari[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
* P.O.B. 3619995161 Shahrood, Iran, m_jafari821@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 28 August 2016
Accepted 24 November 2016
Available Online 04 January 2017

Keywords:
Finite metallic plates
Quadrilateral cutout
Analytical solution
Complex variable method
Ant lion optimizer

ABSTRACT

This paper aims at optimizing the parameters involved in stress analysis of finite isotropic plates, in order to achieve the least amount of stress around a quadrilateral cutout located in a finite isotropic plate under in- plane loading using a novel Swarm Intelligence optimization technique called Ant lion optimizer. In analysis of finite isotropic plate, the effective parameters on stress distribution around quadrilateral cutouts are cutout bluntness, cutout orientation, plate's aspect ratio, cutout size and type of loading. In this study, with the assumption of plane stress conditions, analytical solution of Muskhelishvili's complex variable method and conformal mapping are utilized. The plate is considered to be finite (proportion of cutout side to the longest plate side should be more than 0.2), isotropic and linearly elastic. To calculate the stress function of a finite plate with a quadrilateral cutout, the stress functions in finite plate are determined by superposition of the stress function in infinite plate containing a quadrilateral cutout with stress function in finite plate without any cutout. Using least square boundary collocation method and applying appropriate boundary conditions, unknown coefficients of stress function are obtained. Moreover, the finite element method has been used to check the accuracy of results. The obtained results show that the mentioned parameters have a significant effect on stress distribution around a quadrilateral cutout and that the structure's load- bearing capacity can be increased by proper selection of these parameters.

1- مقدمه

صفحات محدود دارای گشودگی به دلیل کاربرد وسیع در انواع سازه‌های مهندسی از جمله صنایع دریایی، هوایی، خودروسازی و ماشین‌آلات صنعتی و غیر صنعتی از اهمیت بسیاری برخوردار هستند. تنوع کاربرد در صفحه‌های

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. H. Bayati Chaleshtari, M. Jafari, Optimization of finite metallic plates with quadrilateral cutout subjected to in- plane loading by Ant Lion Optimizer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 11-22, 2017 (in Persian)

محدود منجر به وجود انواع اتصالات، شیارها وگشودگی‌ها با شکل‌ها و ابعاد مختلف می‌شود. این گشودگی‌ها در صفحات، بیشتر برای کاهش وزن سازه یا جهت ایجاد راه‌های خروجی و ورودی در سازه ایجاد می‌شوند. همچنین، تغییر هندسه صفحه به دلیل وجود گشودگی منجر به ایجاد تنش موضعی شدیدی در اطراف گشودگی می‌شود که به آن تمرکز تنش می‌گویند. تمرکز تنش باعث کاهش استحکام، شکست‌های زودرس در سازه‌ها و تغییر شکل‌های پلاستیک در محل تمرکز تنش می‌شود. برای نمونه در بدنه سازه‌های هوایی، نقایصی به صورت گشودگی و ترک وجود دارد که باعث افزایش تنش و در نهایت شکست سازه می‌شود. همچنین وجود اتّصالات در این سازه به نوبه‌ی خود بسیار مهم و قابل توجّه می‌باشد تاحدّی که افزایش تنش در محل اتصالات می‌تواند تا جایی پیشرفت کند که باعث شکست آن گردد. لذا بررسی توزیع و مقدار تنش در اطراف گشودگی‌ها و بریدگی‌ها امری اجتناب‌ناپذیر است. همچنین، برای طراحی یک صفحه با یک گشودگی تحت اثر بارگذاری درون‌صفحه‌ای، اطّلاعات دقیقی راجع به تنش‌ها و فاکتور تمرکز تنش درلبه‌های گشودگی مورد نیاز است. بنابراین، دانستن مقادیر تمرکز تنش در دستیابی به طراحی بهینه بسیار مهم می‌باشد. در این مقاله، حل تحلیلی برای گشودگی چهارضلعی صورت می‌گیرد، همچنین برای یافتن مقادیر بهینه از الگوریتم شیرمورچه نیز استفاده شده است.

2- مروری بر کارهای انجام شده

استفاده از روش متغیر مختلط در حل مسائل مقدار مرزی در الاستیسیته‌ی دوبعدی اولین بار توسط موشخلیشویلی [1] برای مواد الاستیک همسانگرد ارائه شد. لخنیتسکی [2] روش متغیر مختلط موشخیلشویلی را برای مواد الاستیک غیر همسانگرد بسط داد و حلی عمومی برای محاسبه‌ی مولفه‌های تنش و جابه‌جایی در حالت تنش صفحه‌ای به‌دست آورد. او از روش سری‌ها برای به دست آوردن ضرایب تابع تنش استفاده کرد و راه حل بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها با شکل‌ها مختلف را در صفحه نامحدود غیرهمسانگرد ارائه نمود. ساوین [3] با استفاده از روش متغیر مختلط، مطالعاتی در زمینه‌ی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف انجام داد. همچنین صفحات ناهمسانگرد دارای گشودگی بیضی‌شکل و دایره‌ای نیز توسط او بررسی شد. راجیه [4] با استفاده از روش لخنیتسکی و استفاده از یک نگاشت همنوا، ضریب تمرکز تنش را برای چندین گشودگی مستطیلی در صفحات همسانگرد و ناهمسانگرد اورتوتروپیک بررسی کرد و به این نتیجه رسید که بهینه‌سازی گشودگی‌ها، ضریب تمرکز تنش را به میزان چشم‌گیری کاهش می‌دهد. رضایی پژند و جعفری [5] از روش ساوین برای مطالعه‌ی تمرکز تنش حول گشودگی‌های مختلف در صفحه نامحدود فلزی استفاده کردند و تأثیر پارامترهایی مانند نوع شکل گشودگی، انحنای گوشه و زاویه‌ی چرخش گشودگی را بر روی ضریب تمرکز تنش مطالعه کردند. لی و همکارانش [6] با اعمال ضرایب تصحیح در تابع نگاشت همنوا، توانستند توزیع تنش و جابه‌جایی حول گشودگی مستطیلی شکل با ابعاد دلخواه در صفحه نامحدود همسانگرد و تحت بار تک‌محوری را به دست آورند. فراس دارویش و همکارانش [7] توزیع تنش را در اطراف گشودگی که توسّط پرچ محکم شده است، در صفحات ارتوتروپیک تحت تنش تک‌محوری مورد بررسی قرار دادند. آنها از روش اجزای محدود برای تجزیه، تحلیل و مش‌بندی یک صفحه‌ی حاوی گشودگی استفاده کردند. آنها در ادامه، تأثیر چند پارامتر هندسی مانند ضخامت صفحه، عمق گشودگی و عرض صفحه را بررسی کردند. روش تحلیلی ارائه شده در مقاله آن‌ها، برگرفته از بسط روش حل تحلیلی ارائه شده توسّط لخنیتسکی [2] و ساوین [3] می‌باشد. گلوب و همکارش [8] به بررسی رشد بحرانی ترک ناشی از خستگی با تعداد سیکل بالا در صفحه همسانگرد محدود پرداخت. جعفری و قندی [9] به مطالعه توزیع تنش در صفحه‌ی نامحدود شامل دو گشودگی شبه مستطیلی پرداختند. آن‌ها تأثیر شعاع انحنا و محل قرارگیری دو گشودگی نسبت به هم بر تنش اطراف گشودگی را بررسی نمودند. رائو و همکارانش [10] توزیع تنش اطراف گشودگی مستطیلی و مربعی در چندلایه‌های متقارن را به دست آوردند. بارگذاری عمده در این تحقیق بارگذاری دومحوره و برشی بود. به خاطر تابع نگاشتی که توسط آن‌ها استفاده شد، امکان بررسی شعاع انحنای گوشه گشودگی به‌صورت تابعی پیوسته بسیار مشکل بود، زیرا آن‌ها با تغییر این پارامتر باید مجدد تابع نگاشت را برای گشودگی جدید محاسبه می‌کردند. آن‌ها در این تحقیق اثر شعاع انحنا گوشه گشودگی و زاویه بار را بررسی نمودند. میتال و جین [11] به تجزیه و تحلیل روش المان محدود برای تمرکز تنش و شکست در صفحه مستطیلی همسانگرد، ناهمسانگرد و چندلایه با سوراخ دایروی مرکزی تحت‌بارگذاری استاتیکی عرضی پرداختند. جعفری و آشوری [12] به تحلیل تنش و به بررسی تأثیر پارامترهای مؤثر بر بروی توزیع تنش در چندلایه‌های نامتقارن دارای گشودگی چهارضلعی پرداختند. شارما [13] راه حلی عمومی برای توزیع تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی در صفحه همسانگرد نامحدود را تحت بارگذاری دومحوری به‌دست آورد. او همچنین تأثیر هندسه‌ی گشودگی و الگوی بارگذاری بر توزیع تنش صفحه را بررسی نمود. اُگنوسکی [14] با استفاده از متغیرهای مختلط و روش حدّاقل مربّعات مرزی توزیع تنش حول گشودگی دایروی را در چندلایه‌های کامپوزیتی محدود به‌دست آورد. لین و کو [15] با استفاده از تئوری مواد ناهمسانگرد لخنیتسکی به تحلیل چندلایه‌های کامپوزیتی محدود با گشودگی بیضوی پرداختند. برای این منظور آن‌ها از تابع تنش ایری و روش حدّاقل مربّعات مرزی استفاده کردند. وو و چن [16] به منظور حل مسأله‌ی صفحه همسانگرد محدود با تعداد و موقعیت دلخواه از گشودگی‌های دایروی، تابع تنشی را بر اساس روش متغیر مختلط موشخیلشویلی و روش حدّاقل مربّعات مرزی پیشنهاد کردند. زو و همکاران [17] با استفاده از بسط سری فابر[1] و روش حدّاقل مربّعات مرزی، توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در چندلایه‌ی کامپوزیتی محدود را به‌دست آوردند. بیشتر مطالعاتی که تاکنون بر روی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی انجام شده است، محدود به گشودگی دایروی و بیضی‌شکل می‌شود. پن و همکارانش [18] با استفاده از روش متغیر مختلط و حدّاقل مربّعات مرزی و با اصلاح تابع تنش ارائه‌شده توسط موشخیلشویلی، به بررسی توزیع تنش صفحه محدود حاوی گشودگی مربعی تحت بار کششی تک‌محوری پرداختند. آن‌ها از تابع نگاشتی که توسط شارما بر اساس نگاشت شوارتز- کرستفل به‌دست‌آمده بود، استفاده کردند و یک گشودگی مربّعی و دو گشودگی مستطیلی با نسبت ابعادی3.2 به 1 و 5 به 1را بدون در نظر گرفتن پارامتر انحنا، تحت بار کششی تک‌محوری بررسی نمودند. آن‌ها همچنین پارامتر چرخش گشودگی را برای گشودگی مربّعی در زوایای بسیار خاصی بررسی کردند. جعفری و اردلانی [19] به حل تحلیلی محاسبه توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی برای صفحه همسانگرد محدود پرداختند. آن‌ها روش خود را بر پایه‌ی حل تحلیلی متغیر مختلط موشخیلشویلی و نگاشت همنوا با فرض تنش صفحه‌ای ارائه دادند. پارامترهای مورد بررسی در این تحقیق شامل انحنای گوشه‌های گشودگی، نسبت اضلاع صفحه، نسبت اندازه‌ی گشودگی به صفحه، زاویه چرخش گشودگی و نوع

[1] Faber series

بارگذاری می‌باشد. شاخه‌ی دیگری از تحقیقات صورت گرفته در زمینه‌ی سازه‌های مهندسی، مسائل مربوط به بهینه‌سازی و انتخاب مقادیر بهینه‌ی متغیرهای طراحی حاکم بر مسأله است. امروزه استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری هوشمند در بهینه‌سازی، به دلیل عملکرد مطلوب و مناسب مورد توجّه و استفاده‌ی بسیاری از محققین و پژوهشگران قرار گرفته است. چو و رونالدز [20] توانایی الگوریتم ژنتیک را در کمینه‌سازی تمرکز تنش در چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی گشودگی نشان دادند. در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ی المان محدود توسعه یافته‌ی ویژه‌ای استفاده شد. روش المان محدود برای تعیین تابع هزینه به منظور کمینه‌سازی تمرکز تنش اطراف گشودگی استفاده شد. هدف اصلی مقاله‌ی فوق دستیابی به مقادیر بهینه پارامترهای طراحی برای رسیدن به کمترین تنش ممکن بود. جعفری و روحانی [21] به بهینه‌سازی صفحات نامحدود تحت تنش کششی با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. جیانکیاو و همکارانش [22] توسعه‌ی روشی برای طراحی بهینه‌ی بر پایه قابلیت اعتماد سازه‌های کامپوزیتی بر مبنای ترکیب روش PSO و FEA ارائه دادند. استفاده از روش الگوریتم اجتماع ذرات اصلاح شده در بهینه‌سازی نحوه‌ی قرار گرفتن کامپوزیت‌های چندلایه توسط چانگ و همکاران [23] مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها در تحقیقاتشان به بهینه‌سازی با این الگوریتم در فضای گسسته پرداختند، که نتایج آنها حاکی از بهبود بازده محاسبات بود. از دیگر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه می‌توان به تحقیق کاتیراوان و همکارش [24] اشاره کرد. آنها با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات به طراحی بهینه‌ی یک تیر کامپوزیتی قیددار که به عنوان عضو اصلی در حمل بار در یک تیغه‌ی روتور بالگرد مورد استفاده قرار گرفته، پرداختند. همچنین نتایج این روش با روش الگوریتم گرادیانی مقایسه شد. نتایج آنها نشان داد که استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات منجر به دستیابی به طراحی بهتر نسبت به روش گرادیانی می‌شود.هادسون و همکارانش [25] از الگوریتم کلونی مورچه‌ها در بهینه‌سازی چند هدفه پانل‌های ساندویچی کامپوزیتی در وسایل نقلیه ریلی استفاده کردند. باربوسا و همکارانش [26] به طراحی بهینه‌ی یک سازه‌ی مشبّک کامپوزیتی تحت پیچش برای مواد مختلف با بررسی پارامترهای هندسی بر روی رفتار مکانیکی سازه پرداختند. الگوریتم شیرمورچه اخیراً توسط میرجلیلی [27] پیشنهاد شد که از رفتار اجتماعی دسته‌ای از خانواده عظیم مورچه‌ها الهام گرفته است. این روش از مکانیسم شکار شیر مورچه‌ها در طبیعت تقلید می‌کند. ایشان چندین تابع آزمون برای الگو برداری از عملکرد الگوریتم پیشنهادی از حیث اکتشاف، بهره برداری، اجتناب از نقاط بهینه محلی و همگرایی استفاده کرد. شیوان و همکارش [28] از الگوریتم شیرمورچه برای توزیع بار بهینه استفاده نمودند. پترویچ و همکارانش [29] از الگوریتم بهینه‌سازی شیرمورچه برای بررسی بهینه برنامه‌ریزی‌ها اقتصادی استفاده نمودند. در این مقاله با تکیه بر حل تحلیلی متغیر مختلطِ موشخیلشویلی و بسط آن به صفحات محدود دارای گشودگی چهارضلعی سعی شده است تا برای بارگذاری درون صفحه‌ای (بار کششی تک‌محوری، دومحوری و برشی خالص)، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مورد استفاده جهت دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد معرفی گردد. هدف اصلی این مقاله معرفی تابع نگاشت مناسب، هندسه گشودگی، تحلیل صفحه‌های محدود با گشودگی، اعمال بارهای کششی تک محوره، دو محوره و برشی در اطراف گشودگی و درنهایت بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر همچون انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع صفحه و نسبت اندازه‌ی گشودگی به صفحه می‌باشد که از نوآوری‌های این مقاله محسوب می‌گردد.

لازم به ذکر است، که مقدار تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی چهارضلعی به عنوان تابع هزینه[1] (C.F.) برای الگوریتم بهینه‌سازی شیرمورچه درنظر گرفته شده است. تنش بی‌بعد به صورت بیشترین تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش اعمالی تعریف می‌شود.

3- تعریف مسأله

هدف اصلی در این مقاله بهینه‌سازی تنش و پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش صفحه همسانگرد محدود حاوی گشودگی چهارضلعی می‌باشد. نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع صفحه، بزرگتر از 0.2 است، بنابراین با اطمینان می‌توان صفحه را محدود در نظر گرفت. مسأله با فرض تنش صفحه‌ای و در غیاب نیروهای حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد، همچنین رفتار صفحه در ناحیه‌ی الاستیک خطّی بررسی می‌شود. فرض می‌شود گشودگی در مرکز صفحه قرارگرفته و گشودگی عاری از هرگونه بار خارجی است، یعنی در مرز گشودگی $\sigma_\rho = \sigma_{\rho\theta} = 0$ می‌باشد. در شکل 1 زاویه‌ی چرخش گشودگی که نحوه‌ی قرارگیری آن نسبت به محور افق می‌باشد، با β نمایش داده‌شده است. صفحه تحت بار کششی تک‌محوری، دومحوری و برش خالص قرار می‌گیرد. شکل گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، ابعاد صفحه و نوع بارگذاری درون صفحه‌ای از پارامترهایی هستند که تأثیر مقدار بهینه آن‌ها بر توزیع تنش بهینه مورد بررسی قرارگرفته است. لازم به ذکر است که در این مقاله، در بارگذاری دو محوری $\lambda = 2$ و در تک محوری $\lambda = 0$ در نظر گرفته شده است.

4- مدل‌سازی و روش حل تحلیلی

روش تحلیلی ارائه‌شده در این مقاله، برگرفته از روش متغیر مختلط موشخیلشویلی [1] و استفاده از نگاشت همنوا به‌منظور تحلیل و بررسی تنش اطراف گشودگی‌های غیر دایروی در صفحه همسانگرد محدود می‌باشد. معادله‌ی سازگاری برای مواد همسانگرد برحسب تابع تنش U به صورت رابطه (1) می‌باشد:

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \tag{1}$$

موشخیلیشویلی رابطه (2) را برای حل معادله (1) پیشنهاد کرد:

$$U(x,y) = \mathrm{Re}[\bar{z}\varphi(z) + \theta(z)] \tag{2}$$

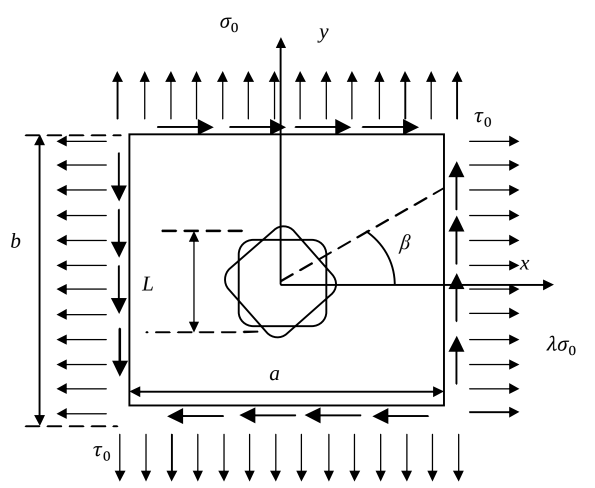

Fig. 1 Finite plate with cutout subject to in- plane loading.

شکل 1 صفحه محدود حاوی گشودگی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

[1] Cost Function

در معادله‌ی فوق Re نشان‌دهنده‌ی قسمت حقیقی یک عبارت مختلط و $\varphi(z)$ و $\theta(z)$ توابعی تحلیلی از متغیّر مختلط z می‌باشند. با مشخص شدن تابع تنش $U(x,y)$ برحسب توابع $\varphi(z)$ و $\psi(z)=\theta'(z)$ مؤلفه‌های تنش در حالت دوبعدی و برای ناحیه‌ی همبند ساده قابل محاسبه خواهند بود. همان طور که در شکل 2 نشان داده شده است، برای سادگی محاسبات انتگرال کوشی، با استفاده از معادله (3) صفحه حاوی گشودگی چهارضلعی در صفحه موهومی z به صفحه حاوی گشودگی دایروی به شعاع واحد در صفحه ζ نگاشت داده می‌شود.

$$z = x + iy = w(\zeta) = R(\zeta + \frac{m}{\zeta^n}) \tag{3}$$

در این رابطه پارامترهای مختلفی همچون R ، n ، m وجود دارد که برای تعیین نوع گشودگی حائز اهمیت است. همان طور که در شکل 3 ملاحظه می‌کنید، پارامتر m معیاری برای نشان دادن انحنای گشودگی با میزان نرمی و تیزی گوشه‌های گشودگی می‌باشد و R پارامتری است که نشان‌دهنده اندازه و بزرگی گشودگی می‌باشد. پارامتر n نوع هندسه گشودگی را مشخص می‌کند به طوری که تعداد اضلاع گشودگی برابر $n+1$ است.

در این مقاله، مقدار R برابر 1 و مقدار n برابر با 3 انتخاب می‌شود تا تابع نگاشت حاصل مربوط به نگاشت صفحه حاوی گشودگی چهارضلعی شود. برای هر نوع گشودگی وقتی m کاهش می‌یابد، انحنای گوشه‌های گشودگی افزایش می‌یابد تا این که m به کمترین مقدار خود یعنی $m=0$ می‌رسد، در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود.

متغیر مختلط ζ برحسب مختصات ρ و θ به‌صورت رابطه (4) می‌باشد:

$$\zeta = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{4}$$

طبق تعریف فوق برای ζ، رابطه‌ی مؤلفه‌های x و y نقاط در صفحه‌ی z ، برحسب ρ و θ نقاط در صفحه‌ی ζ به‌صورت معادلات (5) و (6) خواهد بود.

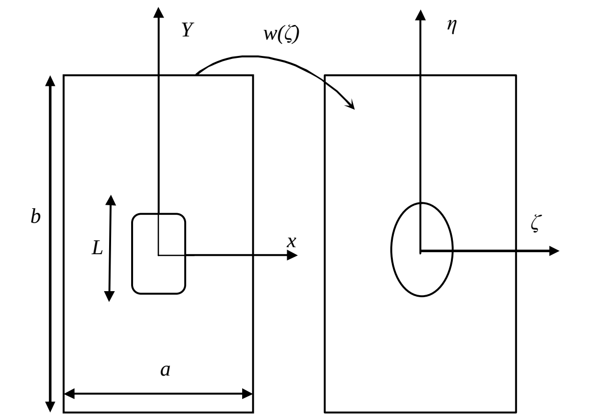

Fig. 2 Conformal mapping of a finite plate with a tetrahedral cutout to a finite plate with a unit circle.

شکل 2 نگاشت صفحه حاوی گشودگی چهارضلعی به صفحه حاوی گشودگی دایروی

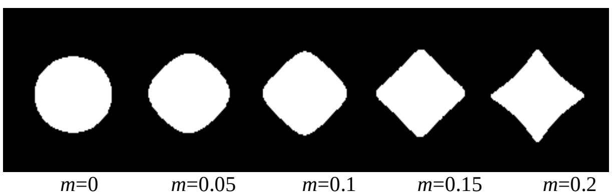

Fig. 3 The effect of parameter *m* on the cutout shape.

شکل 3 تأثیر پارامتر m بر انحنای گوشه‌ی گشودگی

$$x = \mathrm{Re}[w(\zeta)] = R\left(\rho\cos(\theta) + \frac{m\cos(n\theta)}{\rho^n}\right) \tag{5}$$

$$y = \mathrm{Im}[w(\zeta)] = R\left(\rho\sin(\theta) + \frac{m\sin(n\theta)}{\rho^n}\right) \tag{6}$$

در نتیجه مؤلفه‌های تنش در سیستم مختصات قطبی و با استفاده از نگاشت همنوا، برحسب متغّیر ζ به‌صورت روابط (7) تا (9) بیان می‌شوند [19].

$$\sigma_\rho = Re\left[\frac{2\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} - \frac{\zeta^2}{\rho^2\overline{\omega'(\zeta)}}\left(\overline{\omega(\zeta)}\varphi''(\zeta)\omega'(\zeta) + \psi'(\zeta)\right)\right] \tag{7}$$

$$\sigma_\theta = Re\left[\frac{2\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} + \frac{\zeta^2}{\rho^2\overline{\omega'(\zeta)}}\left(\overline{\omega(\zeta)}\varphi''(\zeta)\omega'(\zeta) + \psi'(\zeta)\right)\right] \tag{8}$$

$$\tau_{\rho\theta} = Img\left[\frac{\zeta^2}{\rho^2\overline{\omega'(\zeta)}}\left(\overline{\omega(\zeta)}\varphi''(\zeta)\omega'(\zeta) + \psi'(\zeta)\right)\right] \tag{9}$$

بنابراین حل مسأله‌ی تنش صفحه‌ای به تعیین دو تابع تحلیلی هولومورفیک $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ که شرایط مرزی مسأله را ارضا می‌کنند، محدود می‌شود. در نتیجه، با مشخص شدن $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ و با جای‌گذاری آن‌ها در معادلات فوق، مؤلفه‌های تنش محاسبه و مسأله‌ی تنش صفحه‌ای حل می‌گردد. نکته حائز اهمیت این است که برای بررسی صفحه‌های محدود علاوه بر هندسه‌ی گشودگی، شرایط مرز خارجی تأثیر بسزایی در توزیع تنش صفحه دارد. همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، تابع تنش صفحه محدود حاوی گشودگی دایروی در صفحه ζ، از جمع تابع تنش صفحه نامحدود حاوی گشودگی دایروی در صفحه‌ی ζ با تابع تنش صفحه محدود بدون گشودگی در صفحه‌ی ζ به‌دست می‌آید [18].

لذا با استفاده از سری لورنت در یک ناحیه غیر ساده، تابع تنش شامل جملاتی با توان‌های منفی ζ که بر روی مرز گشودگی دایروی و ناحیه‌ی خارج آن تحلیلی می‌باشد، تابع تنش صفحه نامحدود حاوی گشودگی دایروی را تشکیل می‌دهد، همچنین سری لورنت شامل جملاتی با توان‌های مثبت ζ، که بر روی مرز خارجی صفحه تحلیلی می‌باشد، تابع تنش صفحه محدود بدون گشودگی را تشکیل می‌دهد. بنابراین با جمع جمله‌هایی با توان مثبت و منفی ζ سری لورنت، توابع تنش $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ برای صفحه محدود مطابق روابط (10) و (11) خواهند بود [18].

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n\,\zeta^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n\zeta^n \tag{10}$$

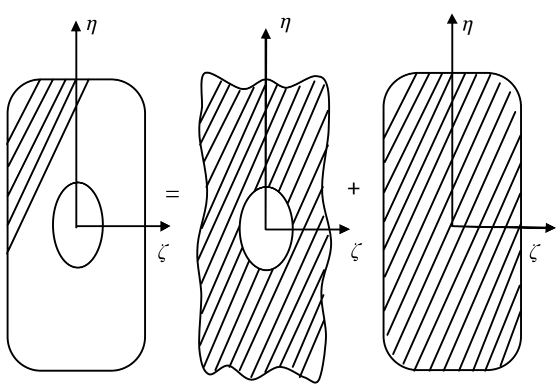

Fig. 4 Scheme of solution [18]

شکل 4 نمایی از روش حل [18]

$$\psi(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n \zeta^{-n}}{\omega'(\zeta)} + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \zeta^n \tag{11}$$

در روابط فوق، تعداد جملات سری تابع تنش 25 در نظر گرفته شده است. همچنین، ضرایب A_n، B_n، C_n و D_n اعدادی مختلط هستند که به‌صورت رابطه (12) در نظر گرفته می‌شوند.

$$A_n = a_{n1} + ia_{n2}،\ B_n = b_{n1} + ib_{n2}$$

$$C_n = c_{n1} + ic_{n2}،D_n = d_{n1} + id_{n2} \tag{12}$$

a_{n1}، a_{n2}، b_{n1}، b_{n2}، c_{n1}، c_{n2}، d_{n1} و d_{n2} ثابت‌های حقیقی مجهول می‌باشند. با توجّه به روابط ذکرشده برای بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی، نیاز به محاسبه‌ی ضرایب مجهول A_n، B_n، C_n و D_n در معادله (11) می‌باشد. به این منظور لازم است که از روش حدّاقل مربّعات مرزی استفاده شود. پس از به‌کارگیری روش حدّاقل مربّعات مرزی و محاسبه ضرایب مجهول فوق، مؤلفه‌های تنش قابل محاسبه خواهند بود [19].

5- الگوریتم شیرمورچه[1]

بهینه‌سازی شیر مورچه (ALO) الگوریتم جدید الهام گرفته از طبیعت است که در سال 2015 توسط میرجلیلی معرفی گردید. الگوریتم شیرمورچه تقلید از مکانیسم شکار شیر مورها در طبیعت است که براساس پنج مرحله اصلی شکار کردن یعنی راه رفتن تصادفی مورچه‌ها، ساختن تله، به دام افتادن مورچه‌ها در تله، جذب طعمه و بازسازی تله پیاده‌سازی می‌شوند. در سراسر دنیا چندین گونه مختلف از مورچه‌ها در طبیعت وجود دارند. شیرمورچه‌ها نیز متعلق به گونه‌ای از خانواده مورچه‌ها که معروف به شیرموریان از دسته حشرات بال‌دار است، می‌باشند. چرخه زندگی شیرمورچه‌ها شامل دو مرحله‌ی نابالغی و بزرگسالی است. طول عمر این گونه حشرات در طبیعت تقریباً 3 سال می‌باشد که بیشتر عمر خود در دوره نابالغی و دگردیسی برای تبدیل شدن به مور بزرگسال می‌گذرانند. مرحله‌ی نابالغی شیرمورچه اغلب در مسیرهای پیاده روی بر روی شن، ماسه و برگ‌ها در حالی که به دنبال یک محل خوب برای ایجاد تله است، می‌گذرد. در طی فرایند شکار، شیرمورچه گودال مخروطی شکل در شن و ماسه‌های نرم می‌سازد. مطابق شکل 5، شیرمورچه پس از حفر تله، در پایین گودال صبورانه منتظر طعمه(مورچه‌ها و سایر حشرات) می‌ماند و در صورت لغزش طعمه به پایین گودال، به سرعت توسط شیرمورچه شکار می‌گردد. همچنین، اگر طعمه تلاش به فرار از تله کند، شیرمورچه با پرتاب شن و ماسه به سمت لبه گودال منجر به لغزش سطح و در نهایت پایین افتادن طعمه به پایین گودال و شکار آن می‌گردد. مدلسازی ریاضی رفتار شیرمورچه‌ها و مورچه‌ها در بخش زیر ارائه شده است [27].

5-1- راه رفتن تصادفی مورچه‌ها

راه رفتن تصادفی مورچه‌ها در هنگام جست و جو غذا در طبیعت را می‌توان بر اساس معادله (13) بیان نمود [27].

$$X(t) = [0, \mathrm{cumsum}(2r(t_1) - 1), \mathrm{cumsum}(2r(t_2) - 1), \dots, \mathrm{cumsum}(2r(t_n) - 1)] \tag{13}$$

که در آن مجموع محاسبه شده (cumsum) مجموع تجمعی است و N حداکثر تعداد تکرار است، t نشان دهنده مرحله گام تصادفی و $r\ (t)$ تعریف تابع تصادفی با توجّه به معادله (14) است [27].

[1] Ant Lion Optimizer

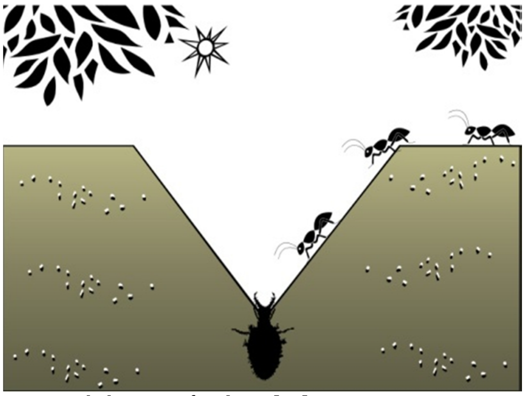

Fig. 5 Hunting behaviour of antlions [27]

شکل 5 رفتار شکار گونه شیرمورچه [27]

$$r(t) = \begin{cases} 1 & \text{اگر} \quad \mathrm{rand} > 0.5 \\ 0 & \text{اگر} \quad \mathrm{rand} \le 0.5 \end{cases} \tag{14}$$

که در آن t مرحله از گام تصادفی نشان می‌دهد و rand عدد تصادفی در بازه [0و1] ایجاد می‌کند. موقعیت مورچه‌ها در ماتریس (15) ارائه شده است [27].

$$M_{\mathrm{Ant}} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \cdots & A_{n,d} \end{bmatrix} \tag{15}$$

که M_{Ant} ماتریسی برای موقعیت هر مورچه، $A_{i,j}$ مقدار متغیر jام از مورچه iام، n تعداد مورچه‌ها و d تعداد متغیر را نشان می‌دهند. تابع برازش هر مورچه در ماتریس M_{OA} ذخیره می‌گردد [27].

$$M_{\mathrm{OA}} = \begin{bmatrix} f([A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{1,d}]) \\ f([A_{2,1}, A_{2,2}, \dots, A_{2,d}]) \\ \vdots \\ f([A_{n,1}, A_{n,2}, \dots, A_{n,d}]) \end{bmatrix} \tag{16}$$

که در آن f تابع هدف است [27].

$$M_{\mathrm{Antlion}} = \begin{bmatrix} AL_{1,1} & AL_{1,2} & \cdots & AL_{1,n} \\ AL_{2,1} & AL_{2,2} & \cdots & AL_{2,d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ AL_{n,1} & AL_{n,2} & \cdots & AL_{n,d} \end{bmatrix} \tag{17}$$

که M_{Antlion} ماتریسی برای موقعیت هر شیرمورچه، $AL_{i,j}$ مقدار متغیر jام از شیر مورچه iام، n تعداد شیر مورچه‌ها و d تعداد متغیر را نشان می‌دهند، تابع برازش هر مورچه در ماتریس M_{OA} ذخیره می‌گردد. به طور مشابه، تابع برازش هر شیر مورچه در ماتریس M_{OAL} ذخیره می‌گردد [27].

$$M_{\mathrm{OAL}} = \begin{bmatrix} f([AL_{1,1}, AL_{1,2}, \dots, AL_{1,d}]) \\ f([AL_{2,1}, AL_{2,2}, \dots, AL_{2,d}]) \\ \vdots \\ f([AL_{n,1}, AL_{n,2}, \dots, AL_{n,d}]) \end{bmatrix} \tag{18}$$

به منظور حفظ پیاده روی تصادفی در داخل فضای جستجو، از معادله نرمال شده (19) استفاده می‌شود [27].

$$X_i^t = \frac{(X_i^t - a_i) \times (b_i - c_i^t)}{(d_i^t - a_i)} + c_i \tag{19}$$

که در آن a_i حداقل پیاده روی تصادفی از متغیر iام، b_i حداکثر پیاده روی تصادفی از متغیر iام، c_i^t حداقل متغیر iام در تکرار tام و d_i^t حداکثر متغیر iام در تکرار tام می‌باشد.

5-2- به دام انداختن در گودال شیر مورچه

مدل ریاضی از مورچه‌های به دام افتاده شده در تله شیر مورچه، به وسیله

معادلات (20) و (21) ارائه می‌گردد [27].

$$c_i^t = Antlion_j^t + c^t \tag{20}$$

$$d_i^t = Antlion_j^t + d^t \tag{21}$$

که در آن c^t کمترین مقدار در بین تمامی متغیرهای در تکرار tام است، d^t نشان‌دهنده برداری است که بیشترین مقدار در بین تمامی متغیرهای در تکرار tام را دارا است، c_i^tکمترین متغیر برای مورچه i ام، d_i^t بیشترین متغیر برای مورچه iام و $Antlion_j^t$ نشان دهنده موقعیت انتخاب شیر مورچه jام در تکرار tام است.

5-3- ساختن تله

در مدل‌سازی از ظرفیت شکار شیرمورچه در طول فرایند بهینه‌سازی، به منظور افزایش شانس شیر مورچه به جهت شکار مورچه‌های دیگر(طعمه) از مکانیسم چرخ گردان تصادفی[1] استفاده می‌شود. این مکانیسم شانس بیشتری را به شیر مورچه‌ها به جهت شکار طعمه خود می‌دهد. شکل 6 حرکت‌های تصادفی از مورچه به دام افتاده در تله شیر مورچه را نشان می‌دهد.

5-4- لغزش طعمه به سمت شیر مورچه

با مکانیسم‌های پیشنهادی فعلی، شیر مورچه قادر به ساخت تله متناسب با اندام خود و طعمه است که می‌تواند در آن حرکتی تصادفی نیز انجام دهد. همچنین شیر مورچه با پرتاپ ماسه به سمت مرکز گودال منجر به لغزش دیواره و درنهایت سقوط طعمه به داخل تله و شکار مورچه در دام افتاده می‌شود. معادلات (22) و (23)، مدل ریاضی از چگونگی لغزش طعمه (مورچه) و به دام افتاده در تله شیرمورچه را بیان می‌کند [27].

$$c^t = \frac{c^t}{I} \tag{22}$$

$$d^t = \frac{d^t}{I} \tag{23}$$

که در آن I نسبت محاسبه شده می‌باشد که طبق رابطه (24) به دست می‌آید [27].

$$I = 10^w . \frac{t}{T} \tag{24}$$

که در آن t تکرار فعلی و T حداکثر تعداد تکرار است. w نیز مقدار ثابت می‌باشد که بستگی به تکرار فعلی دارد و براساس معادله (25) به دست می‌آید [27].

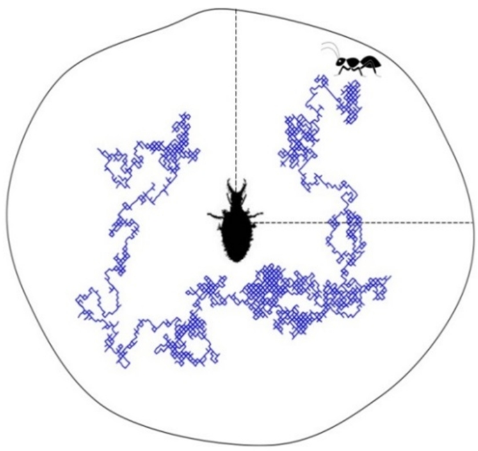

Fig. 6 Random walk of an ant inside an antlion’s trap. [27]

شکل 6 گام‌های تصادفی از حرکت مورچه به دام افتاده [27]

[1] Roulette wheel

$$w = \begin{cases} 2 & \text{اگر} \quad t > 0.1T \\ 3 & \text{اگر} \quad t > 0.5T \\ 4 & \text{اگر} \quad t > 0.75T \\ 5 & \text{اگر} \quad t > 0.9T \\ 6 & \text{اگر} \quad t > 0.95T \end{cases} \tag{25}$$

5-5- جذب طعمه و بازسازی تله

مرحله نهایی از شکار وقتی است که یک مورچه (طعمه) به پایین گودال می‌رسد و در تله شیرمورچه گرفتار می‌شود. پس از این مرحله، شیرمورچه طعمه را در داخل شن و ماسه می‌کشد و سپس شروع به خوردن بدن طعمه می‌کند. برای تقلید از این فرایند، فرض می‌شود که جذب طعمه هنگامی اتفاق می‌افتد که مورچه به داخل گودال کشیده شده و از آن لحظه شیر مورچه آماده حمله و شکار طعمه‌اش می‌شود. شیرمورچه نیاز به به‌روز رسانی موقعیت خود نسبت به آخرین موقعیت طعمه شکار شده دارد، زیرا این عمل شانس به شکار انداختن طعمه‌های جدید را افزایش می‌دهد. معادله (26) در این زمینه ارائه شده است [27].

$$Antlion_j^t = Ant_{\mathrm{i}}^{\mathrm{t}} \quad \text{اگر} \quad f(Ant_i^t) > f \tag{26}$$

که t نشان دهند تکرار فعلی، $Antlion_j^t$ نشان‌دهنده موقعیت انتخاب jامین شیرمورچه در تکرار tام و Ant_i^t نشان‌دهنده موقعیت مورچه iام در تکرار tام می‌باشد.

5-6- نخبه‌گرایی

نخبه گرایی یکی از مهمترین ویژگی‌های الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌باشد که به الگوریتم بهینه‌ساز این اجازه را می‌دهد که در هر مرحله از فرایند بهینه‌سازی بهترین راه حل به دست آمده را انتخاب نماید و از آن استفاده کند. از آنجایی که در فرایند بهینه‌سازی، شیر مورچه نقش نخبه را ایفا می‌کند پس لازم است توانایی تأثیرگذاری بر روی حرکت تمامی مورچه‌ها (طعمه‌ها) در طول تکرار فرایند را دارا باشد. بنابراین، فرض بر این است که هم‌زمان به وسیله چرخ گردان تصادفی و فرایند نخبه‌گرایی شیر مورچه، طعمه خود را انتخاب و شکار می‌نماید. مدل ریاضی این عمل به صورت رابطه (27) می‌باشد [27].

$$Ant_i^t = \frac{R_A^t + R_E^t}{2} \tag{27}$$

که $R_{\mathrm{A}}^{\mathrm{t}}$ طعمه انتخاب شده توسط چرخ گردان تصادفی برای شیر مورچه در تکرار tام، $R_{\mathrm{E}}^{\mathrm{t}}$ طعمه انتخاب شده به وسیله فرایند نخبه گرایی برای شیر مورچه در تکرار tام و $Ant_{\mathrm{i}}^{\mathrm{t}}$ نشان دهنده موقعیت مورچه iام در تکرار tام می‌باشند.

6- همگرایی الگوریتم شیر مورچه

قیدها دارای حدّپایین و حدّبالا می‌باشند، که براساس شکل گشودگی قابل تغییر هستند. در شکل‌های 7 تا 9 نمودارهای همگرایی الگوریتم ALO برای صفحه همسانگرد محدود حاوی گشودگی چهارضلعی در حالت‌های بهینه تحت بارگذاری درون صفحه‌ای ($L/a = 0.2$، $b/a = 1$) نشان داده شده است. دیده می‌شود که به ازای حالت‌های در نظر گرفته شده، الگوریتم ALO مدام در حال بررسی نقاط بهینه محلی برای بدست آوردن دقیق‌ترین مقدار (بهینه‌ی مطلق) است.

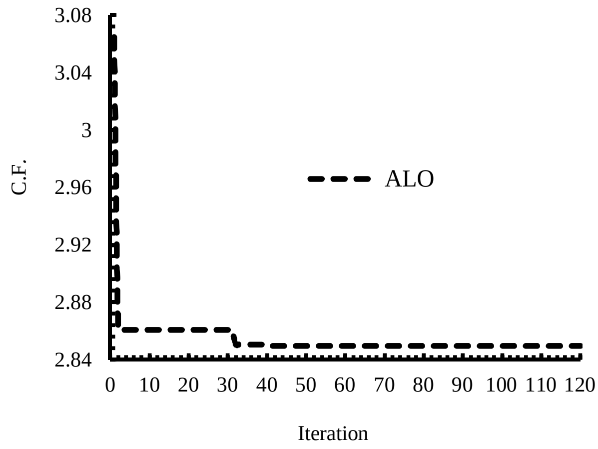

Fig. 7 Convergence diagram for uni- axial loading

شکل 7 نمودار همگرایی برای بارگذاری تک محوری

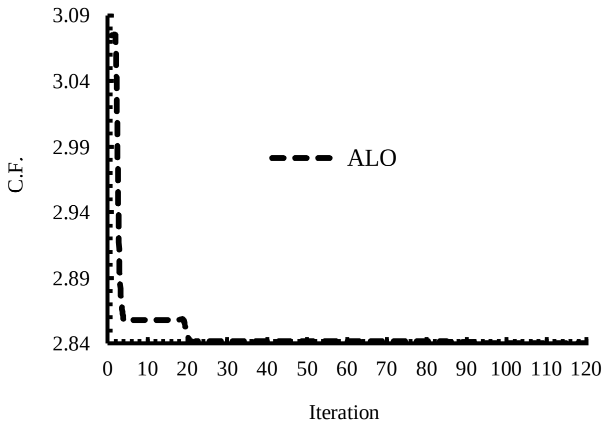

Fig. 8 Convergence diagram for bi- axial loading

شکل 8 نمودار همگرایی برای بارگذاری دو محوری

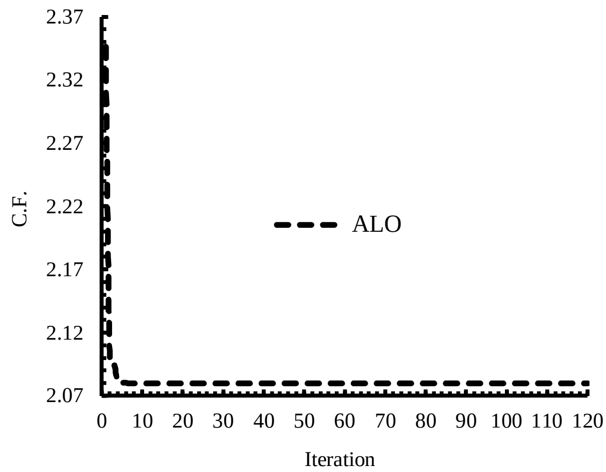

Fig. 9 Convergence diagram for shear loading

شکل 9 نمودار همگرایی برای بارگذاری برشی

7- بررسی درستی حل

برای بررسی نتایج حل تحلیلی حاضر، از روش اجزای محدود با کمک از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. بدین منظور ابتدا یک خروجی از برنامه‌ی بهینه‌سازی، نوشته شده در متلب برای تعیین مقادیر بهینه‌ی یک گشودگی خاص گرفته شده است، سپس پارامترها و مختصات بهینه شده‌ی به‌دست آمده عیناً وارد نرم‌افزار آباکوس گردید تا هندسه‌ی گشودگی کاملاً مطابق با مسأله‌ی حاضر باشد. مطابق شکل 10 به منظور اطمینان از صحت حل نرم‌افزار و تعیین تعداد شبکه‌ی بهینه، ناحیه‌ی دور گشودگی با اندازه‌های مختلف شبکه‌بندی گردید. در این ناحیه تعداد المان‌ها از 40 عدد تا 360 عدد افزایش داده شد و مشاهده شد از این عدد به بعد با افزایش تعداد المان‌ها نتایج تقریباً ثابت می‌ماند. بنابراین این تعداد المان به‌عنوان تعداد المان شبکه‌ی بهینه در نظر گرفته شد و نتایج در این حالت به‌دست آمد. براین اساس شکل 11 نتایج تابع هزینه حول گشودگی چهارضلعی با در نظر گرفتن هم‌زمان سه متغیر طراحی انحنای گشودگی، ابعاد صفحه و زاویه‌ی چرخش در یکی از حالت‌های بهینه $(b/a=1, \beta=72.2505, m=0.0702236)$ برای صفحه همسانگرد محدود در حالت گشودگی چهارضلعی و مقایسه‌ی آن با حل عددی را نشان می‌دهد. زاویه‌ی θ، موقعیت نقاط روی مرز گشودگی را نسبت به محور افقی مشخص می‌کند. نزدیکی نتایج دو روش در شکل 11 تأکیدی بر صحت نتایج ارائه شده می‌باشد.

8- نتایج

تمرکز تنش در صفحات همسانگرد حاوی گشودگی مستقل از جنس و خواص مکانیکی ماده می‌باشد. بنابراین نتایج این مقاله را می‌توان برای هر صفحه‌ی همسانگردی استفاده کرد. در این بخش، نتایج تنش بهینه صفحات

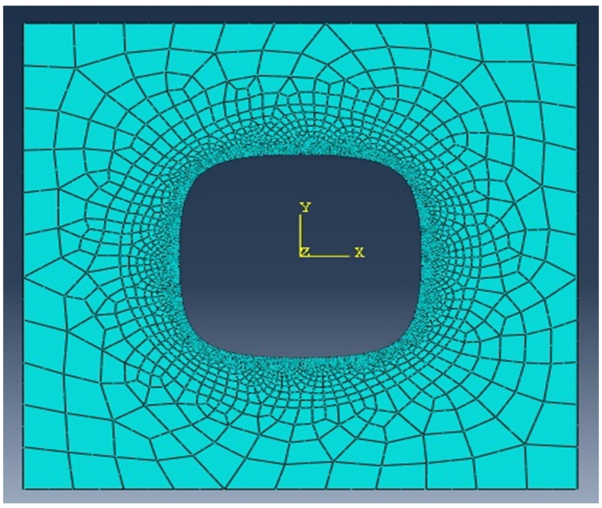

Fig. 10 Finite element model of a plate with cutout

شکل 10 مدل المان محدود از صفحه حاوی گشودگی

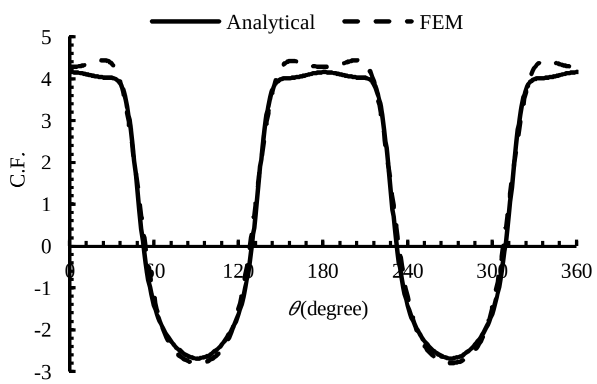

Fig. 11 Comparison of the finite element method with the present analytical method $(b/a=1)$.

شکل 11 مقایسه‌ی حل المان محدود و حل تحلیلی حاضر $(b/a=1)$

همسانگرد محدود حاوی گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک محوری، دومحوری و برشی ارائه می‌گردد. در این پژوهش سعی می‌شود، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی شیرمورچه برای یک صفحه‌ی همسانگرد محدود حاوی گشودگی چهارضلعی، در هر نسبت اضلاع صفحه (b/a) و هر نسبت اندازه‌ی گشودگی به صفحه (L/a) مقادیر بهینه‌ی دیگر متغیرهای طراحی و کمترین مقدار توزیع تنش اطراف گشودگی مورد بررسی قرار گیرد.

1-8- تأثیر نسبت ابعاد صفحه

تأثیر نسبت ابعاد صفحه بر مقدار تابع هزینه با در نظر گرفتن هم‌زمان زاویه‌ی چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی به عنوان متغیرهای طراحی برای صفحه‌ی فولادی تحت بارگذاری‌های درون صفحه‌ای در جدول 1 نشان داده شده است. مقادیر بهینه‌ی چرخش گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و تنش بی‌بعد کمینه، مقادیر بهینه‌ی حاصل از الگوریتم شیرمورچه هستند. از آن‌جایی‌که اندازه گشودگی به صفحه مقداری ثابت و برابر، $L/a = 0.4$ در نظر گرفته‌شده، کمترین نسبت b/a می‌تواند برابر با عدد 0.4 باشد که در این صورت دو ضلع صفحه مماس بر گشودگی می‌شوند که این امر در کاربردهای عملی معقول به‌نظر نمی‌رسد بنابراین در این مقاله نسبت b/aهای بزرگتر از 0.7 بررسی شده است. نتایج جدول 1 بیان می‌کند که با افزایش نسبت b/a مقدار تنش بهینه بی‌بعد حول گشودگی چهارضلعی در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و اختلاف توزیع تنش، با افزایش این نسبت، کاهش پیدا می‌کند. علّت این امر این است که، صفحه در صورتی محدود می‌باشد که نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع صفحه بزرگتر از 0.2 باشد. با افزایش این نسبت شرایط به سمت صفحه نامحدود سوق پیدا می‌کند و تأثیر تقابل بار خارجی بر مرز گشودگی کمتر می‌شود. به همین خاطر در شکل‌های 12 تا 14 مشاهده می‌شود که در نسبت b/a برابر با 1.5 و بیشتر از آن تغییر چندانی در مقدار تنش بهینه ایجاد نمی‌شود. شکل‌های 12 تا 14 توزیع تنش حول گشودگی با اعمال مقادیر بهینه برای پارامترهای مؤثر موردبحث در سه حالت بارگذاری را برای نسبت‌های مختلف ابعاد صفحه نشان می‌دهند. همچنین، با توجّه به نتایج جدول1 می‌توان به این نکته دست پیدا کرد که تنها دایره ($m=0$) بهترین حالت گشودگی نیست، بلکه می‌توان با بهبود پارامترهای طراحی هم‌چون زاویه‌چرخش به شکل بهتری که دارای مقدار تنش کمتر است دست یافت.

به طور نمونه، در نیروی برشی اعمال شده با انتخاب پارامترهای بهینه مناسب ($b/a = 1.75$ ،$m = 0.095392$ ،$\beta = 12.8771$) می‌توان به تنش بهینه 2.9887 دست پیدا کرد. برای هر نسبت مشخص b/a، اگر مقادیر ماکزیمم حاصل از شکل‌های 12 تا 14 مورد بررسی قرار گیرند نتیجه حاصل آن چیزی است که در شکل 15 نشان داده شده است. این مقادیر ماکزیمم باتوجّه به این‌که به ازای مقادیر بهینه پارامترها حاصل شده‌اند ضریب تمرکز تنش بهینه نامگذاری می‌شوند. در واقع شکل 15 تمرکز تنش بهینه را برحسب نسبت‌های مختلف b/a در سه حالت بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد. در این‌جا نیز مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت b/a مقدار ماکزیمم تنش بهینه بی‌بعد در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و در نسبت‌های بزرگتر از $b/a = 1.5$ مقدار تنش بهینه به حالت پایدار رسیده و با افزایش این نسبت تغییر چندانی در مقدار تنش ماکزیمم بی‌بعد ایجاد نمی‌شود. علّت این امر همان طور که در مطالب فوق بیان شد افزایش طول b و کاهش نسبت طول ضلع گشودگی به بزرگترین طول صفحه و در نتیجه تبدیل صفحه به شرایط برابر با صفحه نامحدود می‌باشد. همچنین تأثیر نسبت اضلاع صفحه برای بارگذاری تک‌محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این

جدول 1 نتایج بهینه برای نسبت‌های مختلف ابعاد صفحه ($L/a = 0.4$)

Table 1 Optimal results for different values of *b/a* ($L/a = 0.4$)

نوع بارگذاری	b/a	m	β	Optimum SCF
تک محوری	0.75	0.0563134	53.4097	6.213
	1	0.0702236	72.2505	4.4436
	1.25	0.0805224	34.5566	3.6191
	1.5	0.07664294	40.8379	3.2738
	1.75	0.0772096	53.4069	3.1413
	2	0.077538	21.9893	3.0985
	3	0.0775967	53.4015	3.0774
دومحوری	0.75	0.045508	9.4253	4.029
	1	0.0415275	59.6897	3.9896
	1.25	0.0354802	72.2532	3.8912
	1.5	0.029765	40.8428	3.7468
	1.75	0.0261658	53.3969	3.6537
	2	0.0251051	28.2707	3.5997
	3	0.0245296	15.7062	3.4455
برشی	0.75	0.0987977	24.3285	4.4847
	1	0.098667	0	3.2914
	1.25	0.098063	6.5036	3.0455
	1.5	0.0960668	31.7096	3.0006
	1.75	0.095392	12.8711	2.9887
	2	0.0986119	19.149	2.9921
	3	0.0981564	44.2405	3.1228

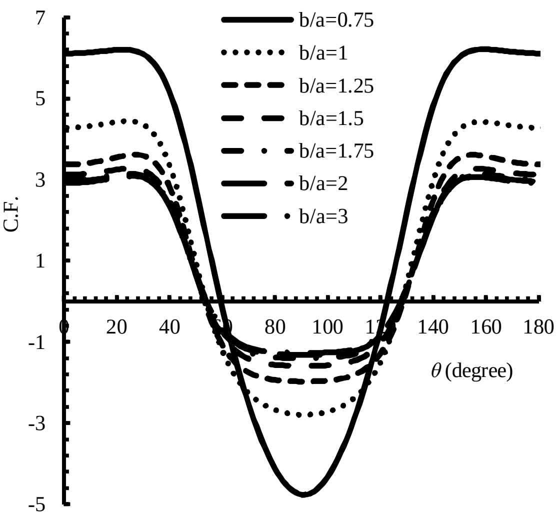

Fig. 12 Variations of the cost function in finite plate under uni- axial loading for different values of *b/a*

شکل 12 روند تغییرات تابع هزینه در صفحه‌ی محدود در b/aهای مختلف تحت بارکششی تک‌محوری

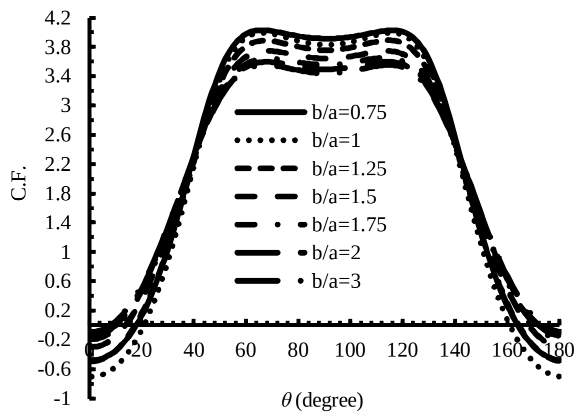

Fig. 13 Variations of the cost function in finite plate under bi- axial loading for different values of *b/a*

شکل 13 روند تغییرات تابع هزینه در صفحه‌ی محدود در b/aهای مختلف تحت بارکششی دو محوری

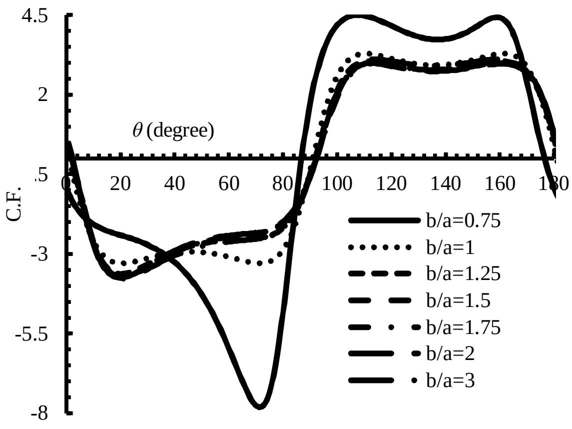

Fig. 14 Variations of the cost function in finite plate under shear loading for different values of *b/a*

شکل 14 روند تغییرات تابع هزینه در صفحه‌ی محدود در b/aهای مختلف تحت بار برشی

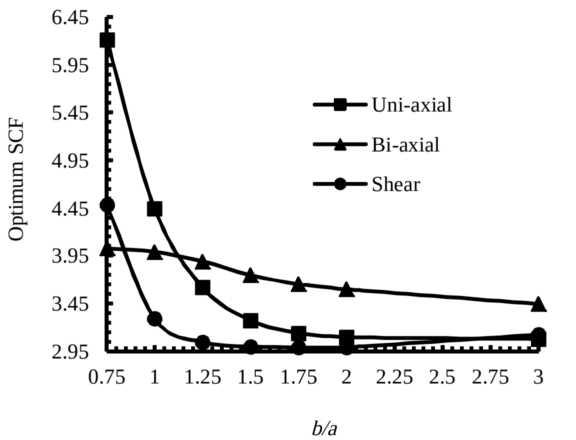

Fig. 15 Variations of the cost function with b/a for different loading

شکل 15 روند تغییرات تابع هزینه بر حسب b/a برای بارگذاری‌های مختلف

کاهش مقدار تنش در بارگذاری تک‌محوری با شیب بیشتری اتّفاق می‌افتد.

2-8- تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به صفحه

در این بخش تأثیر اندازه گشودگی به صفحه بر مقدار تنش بهینه بررسی شده است. جدول 2 مقادیر بهینه پارامترهای مؤثر، تنش بهینه و مقایسه‌ی مقادیر به دست آمده با حل صفحه نامحدود $(L/a = 0.01)$ را در سه حالت بارگذاری $(b/a = 1)$ نشان می‌دهد. در این حالت ابتدا فرایند بهینه‌سازی به ازای دو متغیر طراحی یعنی شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش صورت می‌گیرد تا مقدار تنش بهینه‌ی بی‌بعد در انحنای گشودگی و زاویه‌ی چرخش بهینه مشخص شود. با توجّه به نتایج به دست آمده از جدول 2 مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت L/a تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد به نحوی که بیشترین تنش بهینه در بارگذاری دومحوری برابر با 10.3663خواهد بود. نکته حائز اهمیت دیگر مقایسه مقادیر تنش بهینه در صفحه محدود با حل صفحه نامحدود $(L/a = 0.01)$ می‌باشد. مشاهده می‌شود که در نسبت‌های L/a کوچکتر از 0.2، اختلاف ماکزیمم تنش از دو روش کمتر از 20% می‌باشد؛ بنابراین در کاربردهای عملی مهندسی، صفحه‌های محدود با نسبت L/a کوچکتر از 0.2 را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. این در حالی است که در نسبت‌های بزرگتر از 0.2 اختلاف توزیع تنش با حالت نامحدود تا 304% هم می‌رسد و این نشان دهنده‌ی این امر می‌باشد که در این نسبت‌ها نمی‌توان از حل نامحدود صفحه استفاده کرد. شکل‌های 16 تا 18 توزیع تنش حول گشودگی چهارضلعی بادرنظر گرفتن مقادیر بهینه پارامترهای فوق را در سه حالت بارگذاری، برای نسبت‌های مختلف L/a نشان می‌دهند. همان‌طورکه مشاهده می‌شود، در محدوده‌ی L/a بزرگتر از 0.2، تنش بهینه به میزان زیادی افزایش می‌یابد و با بزرگترشدن این نسبت، مقدار افزایش تنش بهینه بیشتر می‌گردد. این در حالی است که در محدوده‌ی L/a کوچکتر از0.2 اختلاف مقدار تنش بهینه حول گشودگی ناچیز است. این امر نشان‌دهنده‌ی تأثیر بسیار زیاد اندازه‌ی گشودگی به صفحه، در صفحه‌های محدود می‌باشد. شکل 19 ضریب تمرکز تنش بهینه را برحسب نسبت‌های مختلف L/a در سه حالت بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد. در واقع در این شکل مقادیر بیشینه حاصل از شکل‌های 16 تا 18 برحسب L/a ترسیم شده است. همان‌گونه که اشاره شد، با افزایش نسبت L/a تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد و در بارگذاری دو محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این افزایش مقدار تنش

جدول 2 نتایج بهینه برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به صفحه (b/a=1)

Table 2 Optimal results for different values of L/a ($b/a = 1$)

نوع بارگذاری	L/a	m	β	Optimum SCF	درصد اختلاف
تک محوری	0.01	0.05625	47.1252	2.4709	0
	0.1	0.05857	21.9899	2.5594	3.58
	0.2	0.06431	22.9902	2.8497	15.33
	0.3	0.06446	28.274	3.4057	37.83
	0.4	0.06630	28.2712	4.2529	72.11
	0.5	0.08847	9.4252	5.3684	117.26
	0.6	0.09332	53.4103	6.7285	172.30
دومحوری	0.01	0.02846	9.4196	2.5652	0
	0.1	0.02921	53.4066	2.6728	4.19
	0.2	0.03218	9.4257	2.8402	10.72
	0.3	0.03565	21.9918	3.25	26.69
	0.4	0.03985	47.1208	3.994	55.69
	0.5	0.05117	21.9905	5.4707	113.26
	0.6	0.07086	21.991	10.3663	304.11
برشی	0.01	0.08953	3.5549	1.7739	0
	0.1	0.08938	41.7267	1.8460	4.06
	0.2	0.09325	4.6238	2.0797	17.23
	0.3	0.09278	1.1847	2.5294	42.58
	0.4	0.09566	38.7713	3.2914	85.54
	0.5	0.09538	11.4861	4.1634	134.70
	0.6	0.09702	53.268	4.6447	161.83

بهینه در بارگذاری دومحوری با شیب بیشتری اتّفاق می‌افتد.

9- نتیجه‌گیری

در این مقاله، برای اولین بار با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی شیرمورچه (ALO) به تعیین پارامترهای بهینه‌ی مؤثر بر تنش بی‌بعد اطراف گشودگی چهارضلعی واقع در صفحه‌ی همسانگرد محدود پرداخته شد. انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع صفحه، نسبت اندازه‌ی گشودگی به صفحه و نوع بارگذاری متغیرهای طراحی در این پژوهش بوده‌اند. تابع هزینه همان ضریب تمرکز تنش است که به صورت نسبت بیشترین تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش اعمالی است. نحوه‌ی

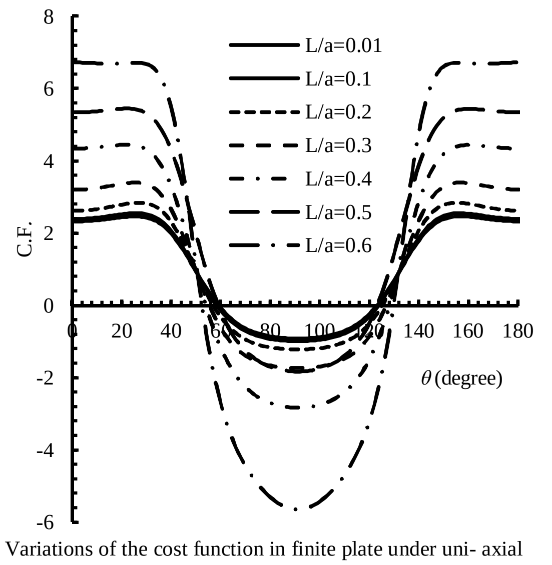

Fig. 16 Variations of the cost function in finite plate under uni- axial loading for different values of *L/a*

شکل 16 روند تغییرات تابع هزینه در صفحه‌ی محدود در L/aهای مختلف تحت بارکششی تک‌محوری

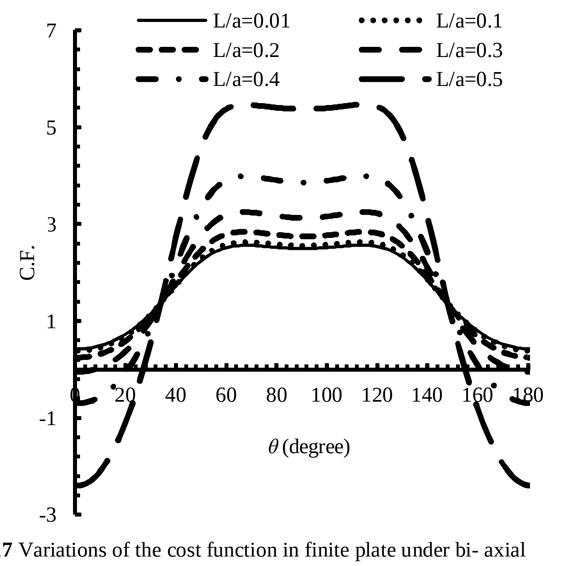

Fig. 17 Variations of the cost function in finite plate under bi- axial loading for different values of *L/a*

شکل 17 روند تغییرات تابع هزینه در صفحه‌ی محدود در L/aهای مختلف تحت بارکششی دومحوری

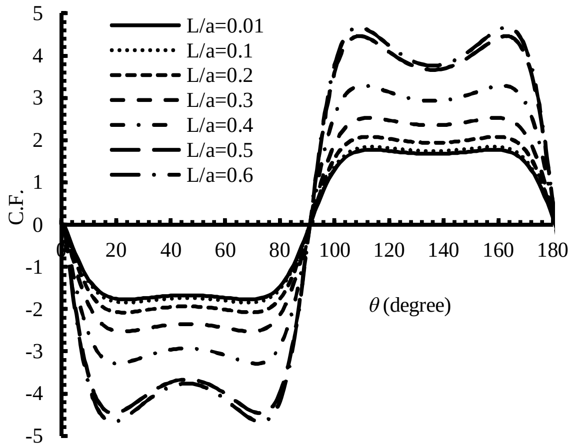

Fig. 18 Variations of the cost function in finite plate under shear loading for different values of *L/a*

شکل 18 روند تغییرات تابع هزینه در صفحه‌ی محدود در L/aهای مختلف تحت باربرشی

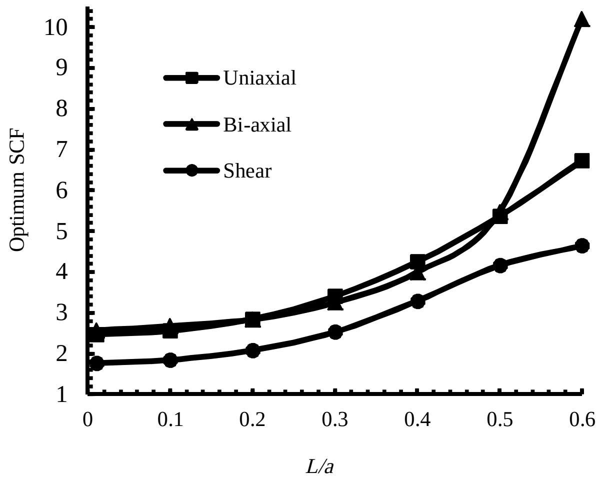

Fig. 19 Variations of the cost function with L/a for different loading

شکل 19 روند تغییرات تابع هزینه بر حسب L/a برای بارگذاری‌های مختلف

محاسبه‌ی تابع هزینه‌ی مورد نظر این مقاله بر پایه‌ی حل تحلیلی متغیر مختلط موشخیلشویلی و با فرض تنش صفحه‌ای می‌باشد. برای محاسبه‌ی تابع تنش مربوط به صفحه‌ی محدود حاوی گشودگی، از جمع تابع تنش یک صفحه نامحدود حاوی همان گشودگی و تابع تنش یک صفحه محدود بدون گشودگی استفاده‌شده است. ضرایب مجهول در تابع تنش، با استفاده از روش حدّاقل مربّعات مرزی و اعمال شرایط مرزی مناسب به‌دست می‌آیند. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که گشودگی دایروی بهترین هندسه برای کاهش تابع هزینه نیست بلکه با انتخاب انحنای مناسب می‌توان به تنش بی‌بعد کمتری نسبت به گشودگی دایروی (m=0) دست یافت. همچنین از روش اجزای محدود، برای بررسی درستی جواب‌ها استفاده شده است. نتایج عددی، تطابق خوبی با نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر دارد. الگوریتم بهینه‌سازی به کار رفته شده در این مقاله، الگوریتم شیر مورچه (ALO) می‌باشد. این الگوریتم بهینه‌سازی جدید SI با تقلید از مکانیسم شکار شیرمورچه‌ها در طبیعت ارائه شده است. این الگوریتم به پنج عامل اصلی شکار کردن یعنی راه رفتن تصادفی مورچه‌ها، ساختن تله، به دام افتادن مورچه‌ها در تله، جذب طعمه و بازسازی تله مجهز شده است. از ویژگی‌های مهم الگوریتم شیر مورچه (ALO) می‌توان به عملکرد بالا در فضای جست‌و جو، سرعت مناسب در همگرایی و رقابتی بودن این الگوریتم جهت اجتناب از نقطه بهینه محلی اشاره کرد. در این روش بر خلاف روش‌های تک مسیری، فضای جواب به طور همه جانبه جستجو می‌شود، پس امکان کمتری برای گرفتار شدن در یک نقطه بهینه محلی وجود خواهد داشت. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم شیر مورچه در بهینه‌سازی صفحات، الگوریتمی مناسب و قابل اطمینان است.

10- مراجع

[1] N. I. Muskhelishvili, *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity*, Second edition, , pp. 78-131, Netherlands: Noordhooff, 1962.
[2] S. G. Lekhnitskii, *Anisotropic plates*, Second edition, pp. 53-108, New York: Gordon and Breach Science, 1968.
[3] G. N. Savin, *Stress concentration around holes*, pp. 68-158, New York: Pergamon Press, 1961.
[4] K. Rajaiah, N. K. Naik, Optimum quasi- rectangular holes in infinite orthotropic plates under in- plane loadings, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, No. 4a, pp. 891- 892, 1983.
[5] J. Rezaeepazhand, M. Jafari, Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 52, pp. 96- 102, 2010.
[6] G. H. Lei, C.W.W.Ng, D.B. Rigby, Stress and displacement around an elastic artificial rectangular hole, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, No. 9, pp. 880- 890, 2001
[7] F. Darwish, M. Gharaibeh, G. Tashtoush, A modified equation for the stress concentration factor in countersunk holes, *Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 36, No. 1, pp. 94- 103, 2012.
[8] V.P Golub, E.A. Panteleev, Subcritical growth of high- cycle fatigue cracks in finite thin isotrropic plates, *International Applied Mechanics*, Vol. 36, No. 7, pp. 938–47, 2000.
[9] M. Jafari, I. Ghandi Varnosefaderani, Semi- analytical solution of stress concentration factor in the isotropic plates containing two quasi- rectangular cutouts, *Modares Mechanical Engineering* Vol. 15, No. 8, pp. 341- 350, 2015. (in Persianفارسی)
[10] D. K. N. Rao, M. R. Babu, K. R. N. Reddy, D. Sunil, Stress around Tetrahedral and rectangular cutouts in symmetric laminates, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 12, pp. 2845- 2859, 2010.
[11] N. K. Jain, N.D. Mittal, Finite element analysis for stress concentration and deflection in isotropic, orthotropic and laminated composite plates with central circular hole under transverse static loading, *Materials Science and Engineering*, Vol. 498, No.1, pp. 115–24, 2008.
[12] M. Jafari, H. S. Ashoori Savadkoohi, Study of the force and moment resultants around quadrilateral hole in unsymmetric laminates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 193- 204, 2015. (in Persianفارسی)
[13] D. S.Sharma, Stress distribution around polygonal holes, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 65, No.1, pp. 115–124, 2012.
[14] I.M. Ogonowski, Analytical study of finite geometry plate with stress concentration, *AfAA/ASME/AHS21sSDMConference*, pp. 694–98, 1980.
[15] C. Linc, C. Koc, Stress and strength analysis of finite composite laminates with elliptical holes, *Journal of Composite Materials*, Vol. 22, No.1, pp. 373–85, 1988.
[16] C.W. Woo, L.W.S.Chan, Boundary collocation method for analyzing perforated plate problems, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 43, No.1, pp. 757–68, 1992.
[17] X. Xu, L. Sun, X. Fan, Stress concentration of finite composite laminates with elliptical hole, *Composite Structure*, Vol. 57, No. 2, pp. 29–34, 1995.
[18] Z. Pan, Y. Cheng, J. Liu, Stress analysis of a finite plate with a rectangular hole subjected to uniaxial tension using modified stress functions, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 75, No. 1, pp. 265–77, 2013.
[19] M. Jafari, E. Ardalani, Analytical solution to calculate the stress distribution around triangular hole in finite isotropic plates under in- plane loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 165- 175, 2015. (in Persianفارسی)
[20] H.K.Cho, R.E. Rowlands, Reducing tensile stress concentration in perforated hybrid laminate by genetic algorithm, Composites Science and Technology, Vol. 67, No. 13, pp. 2877–2883, 2007.
[21] Jafari M, Rohani A, Optimization of perforated composite plates under tensile stress using genetic algorithm, *Journal of Composite Materials*, Vol. 50, No. 1, pp. 2773–2781, 2016.
[22] J. Chen, Y. Tang, R. Ge, X. Guo, Reliability design optimization of composite structures based on PSO together with FEA, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 26, No. 1, pp. 343–9, 2013.
[23] N. Chang, W. Wang, W. Yang, J. Wang, Ply stacking sequence optimization of composite laminate by permutation discrete particle swarm optimization, *and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 41, No. 2, pp. 179- 187, 2010.

[24] R. Kathiravan, R. Ganguli, Strength design of composite beam using gradient and particle swarm optimization, *Composite Structure*, Vol. 81, No. 1, pp. 471–9, 2007.
[25] C. Hudson, J. Carruthers, M. Robinson, Multiple objective optimization of composite sandwich structures for rail vehicle floor panels, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 9, pp. 2077-2082, 2010.
[26] I.C.J. Barbosa, M.A.R. Loja, Design of a laminated composite multi- cell structure subjected to torsion, *29th International Council of the Aeronautical Sciences ICAS*, Stpetersburg, Russia, September 7- 12, 2014.
[27] S. Mirjalili, The ant lion optimizer, *Advances in Engineering Software*, Vol. 83, No. 1, pp. 80- 98, 2015.
[28] M. N. Menakshi, M. Shivani, Optimal load dispatch using ant lion optimization, *Internationl Journal of Engineering Research and Applications*, Vol. 5, No. 8, pp. 10- 19, 2015.
[29] M. Petrović, J. Petronijević, M. Mitić, N. Vuković, A. Plemić, Z. Miljković, B. Babić, The ant lion optimization algorithm for flexible process planning, *Journal of Production Engineering*, Vo1. 18, No. 2, pp. 65- 68, 2015.