مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1396، دوره 17، شماره 1، ص‌ص 106-116

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

محاسبات تابشی برای محیط‌های غیرخاکستری با چشمه‌های حرارتی با استفاده از مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف

صادق ظفریان[1]، سید مسعود حسینی سروری[2*]، سید حسین منصوری[2]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

* کرمان، صندوق پستی 133-76175، sarvari@uk.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 آبان 1395

پذیرش: 25 آذر 1395

ارائه در سایت: 15 دی 1395

کلید واژگان:

تابش

محیط غیرخاکستری

تعادل تابشی

چشمه‌های حرارتی

چکیده

این مقاله توانایی مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف را برای حل معادله انتقال تابش در محیط‌های جذب‌کننده-صادرکننده، غیرپخشی و غیرخاکستری نشان می‌دهد. محیط دارای چشمه‌های حرارتی می‌باشد و در حالت تعادل تابشی قرار دارد که در سیستم‌های با دمای کارکرد بالا اتفاق می‌افتد. در مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف، محیط گازی غیرخاکستری به مجموعه‌ایی از گازهای خاکستری تقسیم می‌شود و معادله انتقال تابش برای هر یک از این گازهای خاکستری توسط روش جهت‌های مجزا حل می‌گردد. شدت‌های تابش از جمع مقادیر متناظر بر روی همه گازهای خاکستری بدست می‌آید و میدان دما از یک روش تکراری به روز رسانی می‌شود. ضریب‌های به روز رسانی شده حاصل از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) در روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف به کار گرفته شده است. اعتبار روش عددی حاضر برای حالتی که توزیع دما مشخص باشد و همچنین حالتی که توزیع دما مشخص نباشد (در حالت تعادل تابشی توزیع دما مشخص نیست) مورد بررسی قرار گرفته است. چندین مثال برای نشان دادن توانایی حل پیشنهاد شده برای محاسبات تابشی در محیط‌های دارای چشمه‌های حرارتی و شرایط مرزی مختلف (دماثابت و عایق) ارائه شده‌اند.

Radiative Calculations for Non-Gray Media with Heat Sources by using the Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model

Sadeq Zafariyan, Seyed Masoud Hosseini Sarvari*, Seyed Hossein Mansouri

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
* P.O.B. 76175-133, Kerman, Iran, sarvari@uk.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 October 2016
Accepted 15 December 2016
Available Online 04 January 2017

Keywords:
Radiation
Non-Gray Medium
Radiative Equilibrium
Heat Sources

ABSTRACT

Some solutions are presented to show the ability of the spectral line-based weighted sum of gray gases approach to solve the radiative transfer equation in absorbing-emitting non-gray media. The medium contains heat sources and is at radiative equilibrium state which occurs in high temperature systems. The non-gray gaseous medium is divided into a number of gray gases, and the radiative transfer equation is solved for each gray gas by the discrete ordinate method. The intensities are found by a summation over all gray gases, and the temperature field is updated by an iterative procedure. The updated coefficients obtained from high-temperature molecular spectroscopic database (2010 edition) are employed in the spectral line-based weighted sum of gray gases model. The method is verified through comparison with a benchmark problem for the case of a specified temperature distribution, and also for the case of a variable temperature distribution (radiative equilibrium). Several examples are taken into account to show the ability and performance of proposed procedure for the radiative equilibrium calculations in media with heat sources and different boundary conditions (constant temperature and insulated walls).

1- مقدمه

مطالعه بر روی انتقال حرارت تابشی در محیط‌های غیرخاکستری مورد توجه محققین بسیاری می‌باشد. حالت خاصی که در آن تابش مکانیزم اصلی انتقال حرارت است با عنوان تعادل تابشی شناخته می‌شود. این حالت زمانی که دمای کارکرد به شدت بالاست مانند انفجارهای هسته‌ای، پلاسما و غیره اتفاق می‌افتد. در عمل در سیستم‌های مهندسی مثل محفظه‌های احتراق، رفتار طیفی محصولات محاسبات تابشی را مشکل می‌سازد. روش خط-به-خط[1] دقیق‌ترین مدل برای محاسبات واقعی انتقال حرارت است. با این وجود، این روش به شدت وابسته به داشتن اطلاعات دقیق مربوط به هر خط طیفی می‌باشد که از پایگاه داده‌های طیفی با وضوح بالا بدست می‌آیند. از این رو، این روش بسیار پرهزینه است و قابل کاربرد در مسأله‌های عملی نمی‌باشد. با این وجود، محاسبات خط-به-خط برای اعتباردهی به مدل‌های طیفی تقریبی

[1] Line-by-line approach (LBL)

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Zafariyan, S. M. Hosseini Sarvari, S. H. Mansouri, Radiative Calculations for Non-Gray Media with Heat Sources by using the Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 106-116, 2017 (in Persian)

استفاده می‌شود.

به طور کلی، مدل‌های غیرخاکستری به دو دسته مدل‌های باند و تمام طیف (یا مدل‌های کلی) تقسیم‌بندی می‌شوند. هر چند مدل‌های باند دقیق‌تر از مدل‌های تمام طیف هستند، آنها هزینه محاسباتی بالایی را در مقایسه با مدل‌های تمام طیف دارند. ارزیابی‌های گوتیر و همکاران [1] و دیمارکو و همکاران [2] نشان دادند که از بین مدل‌های غیرخاکستری، روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف[1] که توسط دنیسون و وب [3-7] پیشنهاد شده است و یکی از روش‌های تمام طیف می‌باشد، بدلیل سادگی در فرمول‌ها و دقت خوب ترجیح داده می‌شود. بعلاوه، آنها دریافتند که این روش در مقایسه با مدل‌های باند به زمان محاسبات کمتری نیاز دارد در عین حال که دقت نتایج خیلی کاهش نمی‌یابد. سولوخوف و وب [8] این مدل را برای مخلوط‌های متشکل از چند گونه مختلف توسعه داده‌اند. همچنین، آنها اولین کسانی بودند که روش عدد موج تجمعی را برای مدل‌سازی تابش در مخلوط-های گازی پیشنهاد دادند [9،10] و این روش نوین را در مدل‌سازی به کمک روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برای انتقال حرارت تابشی در محیط‌های گازی غیرهمدما به کار بردند [11]. به منظور کاهش زمان محاسبات، یک روش جدید به نام مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف-یک توسط سولوخوف و همکاران [12] ابداع گردید که بر پایه یک گاز خاکستری و یک گاز شفاف (گاز نیتروژن N_2) استوار بود. هر چند این مدل از دقت کمتری نسبت به روش اصلی برخوردار بود، آنها نشان دادند که این روش همچنان دارای دقت قابل قبول می‌باشد. بعد از آنکه راثمن و همکاران [13] یک نسخه جدید از اطلاعات طیفی مولکولی برای محیط‌های گازی دما بالا[2] (نسخه 2010 میلادی) را به دست آوردند، پیرسون و همکاران [14،15] به کمک این پایگاه داده طیفی ضریب‌های به روز رسانی شده برای بخار آب (H_2O)، دی اکسید کربن (CO_2) و همچنین مونو اکسید کربن (CO) را در فشار اتمسفریک که ضریب‌های مهم در تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه[3] در مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف می‌باشند استخراج نمودند. آنها همچنین روابطی برای تصحیح فشار در فشارهای غیر اتمسفریک برای گازهای ذکر شده ارائه نمودند. نتایج آنها نشان داد که استفاده از این ضریب‌های جدید منجر به دقت عالی و خیلی نزدیک به نتایج خط-به-خط می‌گردد. کولومر و همکاران [16] با استفاده از روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف به حل انتقال حرارت ترکیبی تابش با جابجایی آزاد پرداختند. پایان و همکاران [17] یک آنالیز معکوس برای به دست آوردن توزیع شار حرارتی نامعلوم بر روی سطح گرمکن انجام دادند که محیط مورد بررسی یک محیط غیرخاکستری بود و در حالت تعادل تابشی قرار داشت. آنها برای احتساب اثرات غیرخاکستری محیط از روش مجموع وزنی گازهای خاکستری[4] [18] استفاده نمودند که یکی از روش‌های ساده و سریع (از لحاظ محاسبات) بوده و ساده‌ترین مدل غیرخاکستری به حساب می‌آید. گوتیر و همکاران [1] نشان دادند که استفاده از این روش منجر به نتایج ناصحیح می‌گردد و از دقت کمتری نسبت به روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برخوردار می‌باشد. چو و همکاران [19] از یک مدل باند و همچنین خط-به-خط بهره جستند و محاسبات تابشی را برای محیط با توزیع دمای مشخص انجام دادند که این تحقیق به منظور اعتباردهی به مدل‌های غیرخاکستری از جمله مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف از اهمیت بالایی برخوردار است. میرزایی و حسینی سروری [20] یک تحلیل معکوس در تخمین توزیع چشمه‌های حرارتی در یک محیط در حالت تعادل تابشی انجام دادند تا شرایط مطلوب روی سطح طراحی ایجاد گردد. در این تحقیق، در عین حال که سطح طراحی پخشی و غیرخاکستری در نظر گرفته شده بود، محیط به صورت خاکستری فرض شده بود که از دقت کمی جهت محاسبات تابشی برخوردار است. در صورتی که با دقت خیلی خوبی می‌توان سطوح را پخشی و خاکستری در نظر گرفت و تنها اثرات غیرخاکستری محیط دارای اثر قابل توجه‌ای در محاسبات تابشی می‌باشد. اخیراً امیری و لاری [21] به مقایسه روش‌های مختلف غیرخاکستری از جمله خط-به-خط و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف در محیط دوبعدی در حالت تعادل تابشی پرداختند. محیط مورد نظر یک محیط مستطیلی بدون چشمه‌های حرارتی و با سطوح پخشی-خاکستری و دماثابت بود. در این مطالعه برای حل معادله انتقال تابش از روش جهت‌های مجزا[5] استفاده شده است. آنها نتیجه گرفتند که روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف یک روش مناسب از لحاظ دقت و زمان محاسبات می‌باشد.

در این تحقیق محیط‌های گازی غیرخاکستری در حالت تعادل تابشی به همراه چشمه‌های حرارتی با استفاده از مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف شبیه سازی می‌شود. در واقع، در یک کوره احتراقی می‌توان ناحیه شعله در یک محفظه احتراقی را با چشمه‌های حرارتی مدل کرد که واقع‌بینانه‌تر از در نظر گرفتن ناحیه شعله به عنوان هیتر یا گرمگن بر روی سطوح محفظه می‌باشد. ضریب‌های به روز رسانی شده که از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) بدست آمده‌اند در این مدل به کار گرفته می‌شوند. چندین مخلوط گازی مختلف برای محاسبات تعادل تابشی در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبات تعادل تابشی از یک روش تکراری برای تصحیح دما استفاده شده است. به منظور نشان دادن توانایی روش پیشنهاد شده شرط مرزی عایق نیز در نظر گرفته شده است.

2- توصیف مسأله و معادلات حاکم

شکل 1 شماتیکی از محفظه تابشی حاوی گاز(های) غیرخاکستری و جذب-کننده-صادرکننده را در حالت کلی نشان می‌دهد. محیط گازی مخلوطی از گونه‌های N_2، H_2O و/یا CO_2 می‌باشد. گاز نیتروژن، N_2، به عنوان گاز شفاف با ضریب جذب صفر در نظر گرفته می‌شود در حالی که دیگر گونه‌های گازی ذکر شده توانایی جذب و صدور انرژی تابشی را دارا می‌باشند که ضریب‌های جذب آنها تابعی از دما و طول موج هستند. سطوح مرزی به صورت پخشی-خاکستری فرض می‌شوند و ناحیه چشمه حرارتی[6] نماینده بخشی از محیط می‌باشد که در آن تولید انرژی حرارتی اتفاق می‌افتد. خارج از این ناحیه هیچ‌گونه تولید انرژی وجود نداشته و کل محیط در حالت تعادل تابشی قرار دارد.

معادله انتقال تابش[7] در حالت طیفی برای تابش در محیط‌های غیرخاکستری و جذب‌کننده-صادرکننده به همراه شرایط مرزی به صورت زیر نوشته می‌شوند [22]:

$$\frac{dI_\eta}{ds} + \kappa_\eta I_\eta = \kappa_\eta I_{b,\eta} \qquad \text{(1-الف)}$$

[1] Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model (SLW Model)
[2] High-Temperature Molecular Spectroscopic Database (HITEMP2010)
[3] Absorption Line Blackbody Distribution Function (ALBDF)
[4] Weighted Sum of Gray Gases Model (WSGG)
[5] Discrete Ordinate Method (DOM)
[6] Heat source region
[7] Radiative Transfer Equation (RTE)

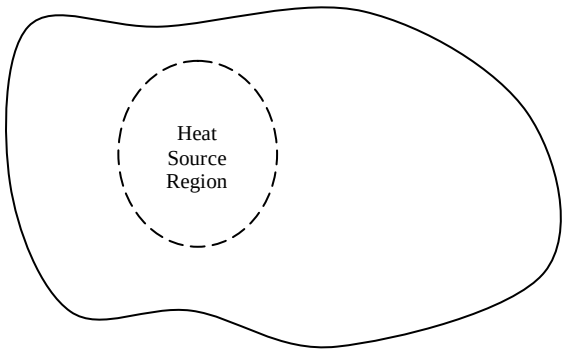


Fig. 1 A schematic shape of a radiant enclosure filled with non-gray gaseous medium with heat sources

شکل 1 شماتیکی از محفظه تابشی پر شده با گازهای غیرخاکستری به همراه ناحیه چشمه حرارتی

$$I_{\eta,o} = \varepsilon_o I_{b,\eta,o} + \frac{(1-\varepsilon_o)}{\pi}\int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_\eta(s)\,\vec{n}\cdot\vec{s}\,d\Omega \quad \text{at } s=0$$

(1- ب)

که در آن I_η و $I_{b,\eta}$ به ترتیب شدت تابش طیفی و شدت تابش جسم سیاه طیفی می‌باشند و زیرنویس η نشانگر وابستگی به عدد موج است. κ_η ضریب جذب طیفی و s طول مسیر هندسی است. زیرنویس o مربوط به مقادیر بر روی دیوار و ε ضریب صدور است. شار حرارتی بر روی دیوار توسط موازنه انرژی بر روی المان‌های سطحی به دست می‌آید:

$$q_{\eta,o} = \varepsilon_o\left(\pi I_{b,\eta,o} - \int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_\eta(s)\,\vec{n}\cdot\vec{s}\,d\Omega\right) \text{at } s=0 \tag{2}$$

و دیورژانس شار حرارت تابشی یا چشمه تابشی توسط موازنه انرژی بر روی حجم کنترل‌ها به دست می‌آید:

$$\nabla\cdot\vec{q}_\eta = \kappa_\eta\left(4\pi I_{b,\eta} - G_\eta\right) \tag{3}$$

که در آن

$$G_\eta = \int_{4\pi} I_\eta\, d\Omega \tag{4}$$

شار تابش فرودی طیفی می‌باشد.

به منظور حل معادله (1- الف) به همراه شرایط مرزی آن، معادله (1- ب)، محاسبات انتقال حرارت تابشی بایستی در هر عدد موج از طیف انجام شود و با انتگرال‌گیری بر روی همه اعداد موج مقادیر مطلوب به دست آید که این کار منجر به رابطه‌های زیر می‌گردد:

$$q_o = \int_0^\infty q_{\eta,o}\, d\eta$$

(5- الف)

$$\nabla\cdot\vec{q}_\eta = \int_0^\infty \nabla\cdot\vec{q}_\eta\, d\eta = \dot{Q}'''$$

(5- ب)

که در آن $\dot{Q}'''$ آهنگ تولید انرژی داخل محیط است. این شیوه به عنوان روش خط-به-خط شناخته می‌شود که نتایج آن بسیار دقیق می‌باشد. با این وجود، این روش نیاز به زمان محاسبات بسیار بالایی دارد زیرا محدوده طیفی شامل چندین میلیون خط طیفی می‌باشد.

روش‌های جایگزین بسیاری برای مدل‌سازی محیط‌های غیرخاکستری وجود دارد. یکی از کارآمدترین روش‌ها مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف می‌باشد که به جای انتگرال‌گیری بر روی اعداد موج انتگرال‌گیری بر روی ضریب‌های جذب را پیشنهاد می‌کند. این روش در دو دهه قبل بسیار مورد توجه قرار گرفته است به این دلیل که از دقت خوب و هزینه محاسباتی کم برای پیش‌گویی رفتار واقعی گازهای غیرخاکستری برخوردار می‌باشد.

2-1- مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برای محیط‌های متشکل از یک گونه غیرخاکستری

در این مدل، محیط غیرخاکستری به تعدادی گاز خاکستری تقسیم می‌شود و معادله انتقال تابش برای هر یک از این گازهای خاکستری با ضریب جذب محلی حل می‌گردد. به این منظور، زیر نویس η در رابطه (1- الف) به متغیر u تغییر پیدا می‌کند که نشانگر محاسبات برای uامین گاز خاکستری است. بعلاوه، با معرفی فاکتور وزنی، a_u، برای صدور شدت تابش جسم سیاه، I_b، جمله $I_{b,\eta}$ با جمله $a_u I_b$ جایگزین می‌گردد. سپس معادله انتقال تابش و شرایط مرزی مربوط به آن به صورت زیر بازنویسی می‌شوند [3]:

$$\frac{dI_u}{ds} + \kappa_u I_u = \kappa_u a_u I_b \quad u = 0, 1, \dots, U$$

(6- الف)

$$I_{u,o} = \varepsilon_o a_{u,o} I_{b,o} + \frac{(1-\varepsilon_o)}{\pi}\int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_u(s)\,\vec{n}\cdot\vec{s}\,d\Omega \quad \text{at } s=0$$

(6- ب)

که در آن U تعداد گازهای خاکستری است و گاز 0ام بیانگر گاز شفاف می‌باشد. در این مدل یک تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه به صورت انتگرال انرژی جسم سیاه برای همه اعداد موج تعریف می‌شود به طوری که سطح مقطع جذب طیفی با وضوح بالا، $C_{abs,\eta}$، کمتر از مقدار مشخص C_{abs} باشد [4]. ضریب جذب به صورت ضریبی از سطح مقطع جذب تعریف می‌شود که رابطه آن در ادامه ارائه می‌گردد. این تابع توزیع برای گونه r به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_r\left(C_{abs}, T_b, T_g, P_T, Y_r\right) = \frac{1}{\sigma T^4} \times \sum_p \int_{\Delta\eta_p\left(C_{abs},T_g,P_T,Y_r\right),\eta:C_{abs,\eta}<C_{abs}} E_{b,\eta}(\eta, T_b)\, d\eta \tag{7}$$

که در آن $E_{b,\eta}$ تابع پلانک محاسبه شده در دمای منبع T_b و عدد موج η می‌باشد. T_g، P_T و Y_r به ترتیب دمای گاز، فشار کل و کسر مولی گونه r می‌باشند. زیرنویس p معرف pامین باند طیفی است. به منظور پوشش دادن کل طیف، جمع بر روی همه باندها اعمال می‌شود.

دنیسون و وب [5،4] تابع F را برای هر دو گونه H_2O و CO_2 ارائه داده‌اند. این تابع برای H_2O به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_w = \frac{1}{2}\tanh\left[P_w\left(T_g, T_b, \xi - \xi_{sb}\right)\right] + \frac{1}{2} \tag{8}$$

که زیر نویس w معرف بخار آب است و

$$P_w = \sum_{l_3=0}^{3}\sum_{l_2=0}^{3}\sum_{l_1=0}^{3} b_{l_3 l_2 l_1}\left(\frac{T_g}{2500}\right)^{l_1}\left(\frac{T_b}{2500}\right)^{l_2}(\xi - \xi_{sb})^{l_3}$$

(9- الف)

$$\xi = \ln(C_{abs})$$

(9- ب)

$$\xi_{sb} = \sum_{l_3=0}^{3}\sum_{l_2=0}^{3}\sum_{l_1=0}^{2} c_{l_3 l_2 l_1}\left(\frac{T_b}{2500}\right)^{l_1}\xi^{l_2} Y_w^{l_3+1}$$

(9- ج)

تابع توزیع برای CO_2 به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_c = \frac{1}{2}\tanh\left[P_c\left(T_g, T_b, \xi\right)\right] + \frac{1}{2} \tag{10}$$

که زیر نویس c معرف دی اکسید کربن است و

$$P_c = \sum_{l_3=0}^{3}\sum_{l_2=0}^{3}\sum_{l_1=0}^{3} d_{l_3 l_2 l_1}\left(\frac{T_g}{2500}\right)^{l_1}\left(\frac{T_b}{2500}\right)^{l_2}\xi^{l_3} \tag{11}$$

ضریب‌های $b_{l_3l_2l_1}$، $c_{l_3l_2l_1}$ و $d_{l_3l_2l_1}$ در رابطه‌های (9) و (11) از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) توسط پیرسون و همکاران [15] به دست آمده است و در اینجا تکرار نمی‌شود. آنها محدوده 400-3000 کلوین را برای دماهای گاز و منبع در تابع‌های توزیع (معادله‌های (8) تا (11)) پیشنهاد داده‌اند. بعلاوه ، C_{abs} به صورت لگاریتمی بین $1\times10^{-4}\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ و $60\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ برای H_2O و بین $1\times10^{-4}\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ و $600\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ برای CO_2 تقسیم‌بندی می‌شود. برای مخلوط‌های گازی حد بالای C_{abs} برای H_2O برابر با $600\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ در نظر گرفته می‌شود.

فاکتورهای وزنی جسم سیاه، a_u، در رابطه (6) به سادگی توسط کم کردن تابع توزیع ارزیابی شده در سطح مقطع جذب مکمل $\tilde{C}_{\text{abs},u-1}$ از تابع توزیع ارزیابی شده در سطح مقطع جذب مکمل $\tilde{C}_{\text{abs},u}$ بدست می‌آید به طوری که $C_{\text{abs},u-1}$ مقدار میانگین مناسب بین سطح مقطع‌های جذب مکمل $\tilde{C}_{\text{abs},u-1}$ و $\tilde{C}_{\text{abs},u}$ می‌باشد. برای گازهای خاکستری رابطه فاکتورهای وزنی جسم سیاه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$a_u = F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},u}, T_{\text{b}}, T_{\text{g}}, Y_{\text{r}}\right) - F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},u-1}, T_{\text{b}}, T_{\text{g}}, Y_{\text{r}}\right) \quad u = 1, \dots, U \qquad \text{(12-الف)}$$

و برای گاز شفاف ($u = 0$) این رابطه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$a_0 = F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},0}, T_{\text{b}}, T_{\text{g}}, Y_{\text{r}}\right) \qquad \text{(12-ب)}$$

جمع فاکتورهای وزنی جسم سیاه بایستی برابر با یک باشد یا به عبارت دیگر $\sum_{u=0}^{U} a_u = 1$ که از این رابطه می‌توان استفاده نمود و تنها برای $u = 1, \dots, U$ فاکتورهای جسم سیاه را از رابطه (12-الف) به دست آورد و سپس از رابطه $a_0 = 1 - \sum_{u=1}^{U} a_u$ فاکتور وزنی جسم سیاه مربوط به گاز شفاف را محاسبه نمود. در محاسبات غیرخاکستری فشار کل برابر 1 atm در نظر گرفته شده است.

ضریب جذب برای گاز uام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\kappa_u = D \times C_{\text{abs},u} \qquad (13)$$

که در آن D چگالی مولی است و از رابطه گاز کامل بدست می‌آید:

$$D = \frac{Y_{\text{r}} P_{\text{T}}}{\bar{R}T} \qquad (14)$$

در رابطه (14)، $\bar{R}$ ثابت جهانی گاز می‌باشد. سطح مقطع جذب مکمل گاز خاکستری u ($\tilde{C}_{\text{abs},u}$) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{C}_{\text{abs},u} = C_{\min} \times \left(\frac{C_{\max}}{C_{\min}}\right)^{u/U} \quad u = 0, 1, \dots, U \qquad (15)$$

که در آن $C_{\min}$ برای H_2O و CO_2 برابر با $1\times10^{-4}\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ است. $C_{\max}$ برای H_2O و CO_2، به ترتیب، برابر با $60\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ و $600\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ انتخاب می‌گردد. همانطور که پیرسون و همکاران [15] پیشنهاد داده‌اند، $C_{\max}$ برای H_2O در مخلوط‌های گازی برابر با $600\ \text{m}^2\text{mole}^{-1}$ در نظر گرفته می‌شود. بعلاوه، سطح مقطع جذب گاز خاکستری، $C_{\text{abs},u}$، به صورت میانگین لگاریتمی یا به عبارت ساده‌تر میانگین هندسی در نظر گرفته شده و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{\text{abs},u} = \sqrt{\bar{C}_{\text{abs},u} \cdot \bar{C}_{\text{abs},u-1}} \quad u = 1, \dots, U \qquad (16)$$

فاکتورهای وزنی جسم سیاه، a_u، و ضریب‌های جذب، κ_u، ارزیابی شده، به ترتیب، از رابطه‌های (12) و (13) بیشتر برای محیط‌های یکنواخت و همدما اعتبار دارند. برای محیط‌های غیرهمدما و غیریکنواخت، دنیسون و وب [6] روشی را پیشنهاد دادند که به روش مرجع شناخته می‌شود و نتایج رابطه‌های (12) و (13) را تصحیح می‌نماید. روند کلی این روش به صورت زیر خلاصه می‌شود:

- یک دما، فشار کل و کسر مولی مرجع انتخاب می‌شود. برای این منظور، مقدارهای مرجع از میانگین‌گیری مقدارهای متناظر بدست می‌آیند.
- دمای محلی به عنوان دمای منبع در نظر گرفته می‌شود در حالی که دمای گاز و کسر مولی برابر با مقدارهای میانگین می‌باشند. بنابراین، فاکتورهای وزنی جسم سیاه برای گاز خاکستری uام به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$a_u = F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},u}; T_{\text{b}} = T_{\text{loc}}; T_{\text{g}} = T_{\text{ref}}; Y_r = Y_{\text{r,ref}}\right) - F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},u-1}; T_{\text{b}} = T_{\text{loc}}; T_{\text{g}} = T_{\text{ref}}; Y_r = Y_{\text{r,ref}}\right) \qquad (17)$$

برای شرط مرزی روی دیوار، دمای منبع برابر با دمای دیوار در نظر گرفته می‌شود:

$$a_u = F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},u}; T_{\text{b}} = T_{\text{o}}; T_{\text{g}} = T_{\text{ref}}; Y_{\text{r}} = Y_{\text{r,ref}}\right) - F_{\text{r}}\left(\tilde{C}_{\text{abs},u-1}; T_{\text{b}} = T_{\text{o}}; T_{\text{g}} = T_{\text{ref}}; Y_{\text{r}} = Y_{\text{r,ref}}\right) \qquad (18)$$

- ضریب جذب محلی برای گاز uام از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\kappa_u = D\left(T_{\text{loc}}, P_{\text{T}}, Y_{\text{r,loc}}\right) \times C_{\text{abs},u}\left(T_{\text{loc}}, P_{\text{T}}, Y_{\text{r,loc}}\right) \qquad (19)$$

که در آن سطح مقطع جذب uامین گاز خاکستری، $C_{\text{abs},u}$، از رابطه ضمنی زیر استخراج می‌گردد:

$$F_{\text{r}}\left(C_{\text{abs},u}; T_{\text{b}} = T_{\text{ref}}; T_{\text{g}} = T_{\text{loc}}; Y_{\text{r}} = Y_{\text{r,loc}}\right) = F_{\text{r}}\left(C_{\text{abs},u,\text{ref}}; T_{\text{b}} = T_{\text{ref}}; T_{\text{g}} = T_{\text{ref}}; Y_{\text{r}} = Y_{\text{r,ref}}\right) \qquad (20)$$

سطح مقطع جذب مرجع، $C_{\text{abs},u,\text{ref}}$، از رابطه (16) بدست می‌آید. سطح مقطع جذب uامین گاز خاکستری، $C_{\text{abs},u}$، در هر مکان به کمک روش عددی نصف کردن از طریق یک فرایند تکراری محاسبه می‌شود.

با حل معادله انتقال تابش به همراه شرایط مرزی مربوط به آن، رابطه (6)، برای هر گاز خاکستری و همچنین گاز شفاف، مقادیر کلی توسط جمع‌زنی بر روی مقادیر متناظر همه گازهای خاکستری و گاز شفاف محاسبه می‌شوند:

$$q_{\text{o}} = \sum_u q_{u,\text{o}} = \sum_u \left(\varepsilon_{\text{o}}\left(\pi a_u I_{\text{b,o}} - \int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_u(s)\,\vec{n}\cdot\vec{s}\,d\Omega\right)\right) \quad \text{at } s = 0 \qquad \text{(21- الف)}$$

$$\nabla\cdot\vec{q} = \sum_u \kappa_u\left(4\pi a_u I_{\text{b}} - G_u\right) = \dot{Q}''' \qquad \text{(21- ب)}$$

برای دیوارهای عایق، با دانستن رابطه $I_{\text{b,o}} = \sigma T_{\text{o}}^4/\pi$ و همچنین رابطه $\sum_{u=0}^{U} a_u = 1$ برای فاکتورهای وزنی جسم سیاه و جایگزینی آنها در رابطه (21-الف) و اینکه مقدار q_{o} برای دیوار عایق برابر با صفر است، می‌توان این رابطه را برای دما در هر المان سطح بر روی دیوار عایق حل نمود که نتیجه به صورت زیر است:

$$T_{\text{o}} = \left(\frac{\sum_u \int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_u(s)\,\vec{n}\cdot\vec{s}\,d\Omega}{\sigma}\right)^{1/4} \quad \text{at } s = 0 \qquad (22)$$

به طور معمول، برای یک دیوار عایق ابتدا یک دما حدس زده می‌شود و سپس از طریق رابطه (22) این دما به روز رسانی می‌گردد.

برای یک محیط در حالت تعادل تابشی یک فرایند تکراری بایستی انجام گردد. با در نظر گرفتن رابطه $I_{\text{b}} = \sigma T^4/\pi$ و جایگزینی آن در رابطه (21-ب)، می‌توان این رابطه را برای دما در هر المان حجم حل نمود که نتیجه به صورت زیر است:

$$T = \left(\frac{\dot{Q}''' + \sum_u \kappa_u G_u}{4\sigma \sum_u \kappa_u a_u}\right)^{1/4} \qquad (23)$$

برای محاسبات در حالت تعادل تابشی مقدار دما در هر مکان داخل محیط و در هر تکرار از رابطه (23) به روز رسانی می‌شود.

2-2- مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برای محیط‌های متشکل از دو گونه غیرخاکستری

طبق مرجع [7]، برای مخلوط گازهای غیرخاکستری (به طور مثال H_2O و CO_2 به عنوان محصولات احتراق)، یک زیرنویس دیگر مانند v برای احتساب گاز دوم در نظر گرفته می‌شود. این زیرنویس به معادله انتقال تابش و شرایط مرزی آن، رابطه (6)، اضافه می‌شود:

$$\frac{dI_{uv}}{ds} + \kappa_{uv} I_{uv} = \kappa_{uv} a_{uv} I_b \quad u = 0, 1, \dots, U\,, v = 0, 1, \dots, V$$

(24-الف)

$$I_{uv,o} = \varepsilon_o a_{uv,o} I_{b,o} + \frac{(1-\varepsilon_o)}{\pi} \int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_{uv}(s)\, \vec{n}\cdot\vec{s}\, d\Omega \quad \text{at } s = 0$$

(24-ب)

که در آن V تعداد گازهای خاکستری گونه دوم می‌باشد.

مقادیر کلی شار حرارت تابشی و دیورژانس شار حرارت تابشی توسط رابطه‌های زیر بدست می‌آیند:

$$q_o = \sum_v \sum_u \left(\varepsilon_o \left(\pi a_{uv} I_{b,o} - \int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_{uv}(s)\, \vec{n}\cdot\vec{s}\, d\Omega \right) \right) \text{at } s = 0$$

(25-الف)

$$\nabla \cdot \vec{q} = \sum_v \sum_u \kappa_{uv} (4\pi a_{uv} I_b - G_{uv}) = \dot{Q}'''$$

(25-ب)

برای دیوارهای عایق، با دانستن رابطه $\sum_v \sum_u a_{uv} = 1$، دمای دیوار برای مخلوط‌های گازی غیرخاکستری از حل رابطه (25-الف) بدست می‌آید:

$$T_o = \left(\frac{\sum_v \sum_u \int_{\vec{n}\cdot\vec{s}<0} I_{uv}(s)\, \vec{n}\cdot\vec{s}\, d\Omega}{\sigma} \right)^{1/4} \quad \text{at } s = 0 \tag{26}$$

از حل رابطه (25-ب) دمای محیط برای مخلوط گازی غیرخاکستری در حالت تعادل تابشی بدست می‌آید:

$$T = \left(\frac{\dot{Q}''' + \sum_v \sum_u \kappa_{uv} G_{uv}}{4\sigma \sum_v \sum_u \kappa_{uv} a_{uv}} \right)^{1/4} \tag{27}$$

در رابطه‌های (24) تا (27)، مقادیر فاکتورهای وزنی جسم سیاه، a_{uv}، و همچنین ضریب‌های جذب، κ_{uv}، از معادله‌های زیر بدست می‌آیند:

$$a_{uv} = a_u \times a_v \tag{28}$$

$$\kappa_{uv} = \kappa_u + \kappa_v \tag{29}$$

3-2- روش جهت‌های مجزا برای حل معادله انتقال تابش

معادله انتقال تابش با استفاده از روش جهت‌های مجزا (تقریب S_N) حل می‌گردد که یکی از روش‌های استاندارد به شمار می‌آید [22]. با استفاده از روش حجم کنترل برای تفاضلی سازی مکانی، از معادله (1-الف) بر روی این حجم کنترل انتگرال گرفته می‌شود (شکل 2 را ببینید). چندین طرح تفاضلی مکانی مختلف وجود دارد که هر کدام دارای مزایا و معایب خاص خود می‌باشند. یکی از ساده‌ترین طرح‌های تفاضلی طرح گام می‌باشد. هر چند این روش دارای بالاترین خطاست، این روش تنها طرحیست که منجر به جواب‌های فیزیکی می‌گردد. بر اساس این طرح، شدت تابش در iامین جهت در گره مکانی m و n به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I^i_{m,n} = I^i_{out,x} = I^i_{out,y} \tag{30}$$

به طور کلی، $N(N+2)/2$ جهت برای $N = 2,4,6,\dots$ در حالت دوبعدی وجود دارد که N زیرنویس تقریب S_N می‌باشد.

نتیجه نهایی تفاضلی سازی معادله انتقال تابش (معادله (1-الف)) برای گره m و n برای هر جهت دلخواه i به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$I^i_{m,n} = \frac{V_C \kappa_{m,n} a_{m,n} I_{b,m,n} + |\xi^i| A_{xi} I^i_{in,x} + |\mu^i| A_{yi} I^i_{in,y}}{V_C \kappa_{m,n} a_{m,n} + |\xi^i| A_{xe} + |\mu^i| A_{ye}}$$

$$i = 1, 2, \dots, N(N+2)/2 \tag{31}$$

که در آن A_{xi} و A_{yi} سطوح جانبی عمود بر جهت‌های x و y می‌باشند که پرتو وارد حجم کنترل می‌شوند (علامت e نشانگر خروج پرتو از حجم کنترل می‌باشد). V_C معرف حجم سلول است؛ همچنین، $I^i_{in,x}$ و $I^i_{in,y}$ نمایانگر شدت‌های تابش ورودی به حجم کنترل در جهت‌های x و y می‌باشند. ξ^i و μ^i، iامین کسینوس جهتی برای جهت‌های x و y هستند. در رابطه (31)، برای راحتی، زیرنویس‌های u و v حذف شده‌اند.

3- الگوریتم محاسباتی برای حل معادله انتقال تابش در محیط‌های غیرخاکستری

به منظور حل معادله انتقال تابش برای یک محیط در حالت تعادل تابشی، الگوریتم محاسباتی به صورت زیر داده می‌شود:

i. یک میدان دمای اولیه را حدس بزنید.

ii. فاکتورهای وزنی جسم سیاه را از رابطه (12) و ضریب‌های جذب را از رابطه (13) بدست آورید. سپس برای احتساب غیرهمدما و غیریکنواخت بودن محیط از رابطه‌های (17) تا (19) استفاده نموده و فاکتورهای وزنی جسم سیاه و ضریب‌های جذب را تصحیح نمایید. اگر محیط مورد بررسی مخلوطی از دو گونه غیرخاکستری باشد، آنگاه از روابط (28) و (29) استفاده کنید.

iii. برای هر گاز خاکستری، معادله انتقال تابش به همراه شرط مرزی آن، رابطه (6)، را با اعمال یک روش استاندارد [22] حل نمایید. برای مخلوط گازهای غیرخاکستری رابطه (24) را حل کنید.

iv. دمای محیط را از طریق رابطه (23) و اگر دیوار عایق وجود داشت، دمای آن را از طریق رابطه (22) به روز رسانی کنید. در حالت مخلوط گازهای غیرخاکستری، دمای محیط را از طریق رابطه (27) و اگر دیوار عایق وجود داشت، دمای آن را از طریق رابطه (26) به روز رسانی کنید.

v. اگر اختلاف مقادیر دماهای به روز رسانی شده در تکرار حاضر با مقادیر متناظر در تکرار قبل از یک مقدار بسیار کوچک از پیش تعیین شده کمتر بود فرایند تکراری را متوقف کنید. در غیر این صورت به مرحله vi بروید.

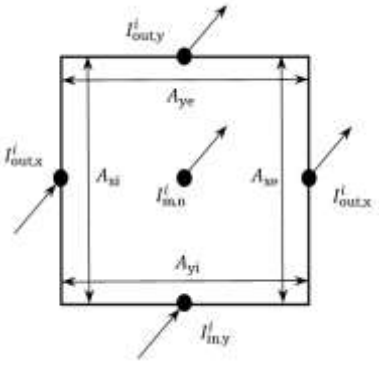


Fig. 2 A typical control volume

شکل 2 یک حجم کنترل نمونه

vi. مقادیر کلی را از طریق رابطه (21) محاسبه کنید. برای مخلوط گازهای غیرخاکستری با استفاده از رابطه (25) این مقادیر را بدست آورید.

4- اعتبارسنجی حل

در مطالعه‌ایی که چو و همکاران [19] انجام دادند، محاسبات تابشی در یک محفظه دوبعدی حاوی گازهای غیرخاکستری توسط روش خط-به-خط و مدل باند باریک آماری همبسته-کی صورت گرفته است. آنها از پایگاه داده-های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) برای محاسبات خط-به-خط بهره جستند و همچنین برای حل معادله انتقال تابش از روش T_7 استفاده نمودند. از آنجایی که استفاده از روش خط-به-خط دقیق‌ترین نتایج را ارائه می‌نماید، این روش جهت مقایسه با نتایج حاضر در نظر گرفته می‌شود.

در این قسمت، اعتبارسنجی روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برای محیط با توزیع دمای مشخص انجام می‌شود. برای این منظور، یک محفظه مستطیلی با دیوارهای سیاه و سرد (دمای صفر کلوین) را در نظر بگیرید. محفظه از گازهای CO_2 (10%)، H_2O (20%) و N_2 (70%) تشکیل شده است. همچنین، هر یک از این گازها (به غیر از نیتروژن که گاز شفاف است) با 12 عدد گاز خاکستری در مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف تقریب زده شده‌اند. از ضریب‌های به روز رسانی شده در تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه که توسط پیرسون و همکاران [15] از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) استخراج شده-اند، در روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف به کار گرفته شده است. تقریب S_8 برای حل معادله انتقال تابش در روش جهت‌های مجزا استفاده شده است. محفظه مستطیلی دارای طول 1 m و عرض 0.5 m بوده و شبکه محاسباتی 61×31 برای انجام محاسبات انتخاب شده است. توزیع دمای مشخص محیط توسط رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$T(x,y) = \begin{cases} (14000x-400)(1-3y_0^2+2y_0^3)+800 & x \le 0.1 \\ -10000/9\,(x-1)(1-3y_0^2+2y_0^3)+800 & x \ge 0.1 \end{cases} \quad (32)$$

که در آن $y_0 = |0.25-y|/0.25$ می‌باشد.

شکل3 مقایسه جمله‌های چشمه تابشی در خط مرکزی در جهت‌های x و y بدست آمده از روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خط-به-خط [19] را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل 3 مشاهده می‌شود، توافق خوبی بین نتایج این دو روش وجود دارد.

بعد از اعتبارسنجی مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برای محیط با دمای معلوم، مطلوب است که کارایی این مدل را در شبیه‌سازی محیط‌های گازی در حالت تعادل تابشی (مستلزم فرآیند تکراری برای به روز رساندن توزیع دمای محیط) بررسی نمود. امیری و لاری [21] محفظه مستطیلی پیشین با ابعاد 0.5 m × 1 m را برای حل محاسبات تعادل تابشی در نظر گرفتند. ترکیب گونه‌ها همانند قبل است و مرزهای محفظه دارای شرایط دما ثابت بوده و سیاه در نظر گرفته شده‌اند. دمای دیوارهای بالا و پایین یکسان و برابر با 1200 K و دمای دیوار راست و چپ، به ترتیب، برابر با 800 K و 1600 K می‌باشند. مانند قبل، هر یک از گازهای غیرخاکستری (به غیر از نیتروژن که گاز شفاف است) با 12 عدد گاز خاکستری تقریب زده شده‌اند. برای حل معادله انتقال تابش، تقریب S_8 انتخاب شده است. بعلاوه، شبکه محاسباتی 61×31 برای انجام محاسبات انتخاب شده است.

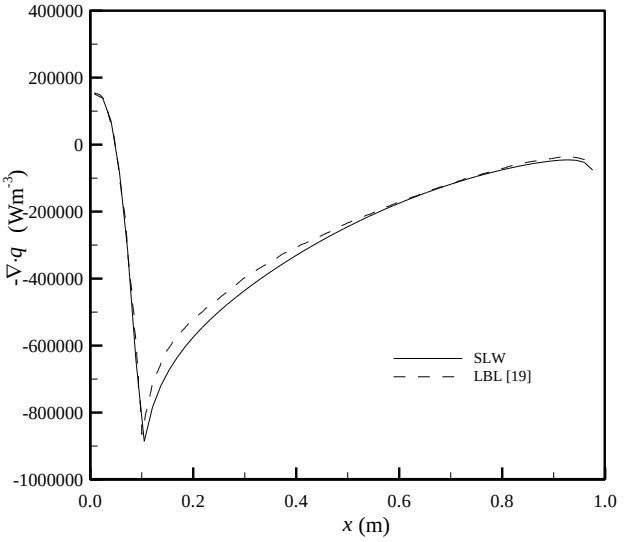
شکل 4 مقایسه توزیع‌های دما در خط مرکزی در جهت x بدست آمده از روش‌های مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خط-به-خط [21] را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل 4 دیده می‌شود، توافق خوبی بین نتایج این دو روش وجود دارد.

یک روش دیگر برای اعتبارسنجی محاسبات تابشی در حالت تعادل تابشی بررسی موازنه انرژی بین محیط و مرزهای آن است:

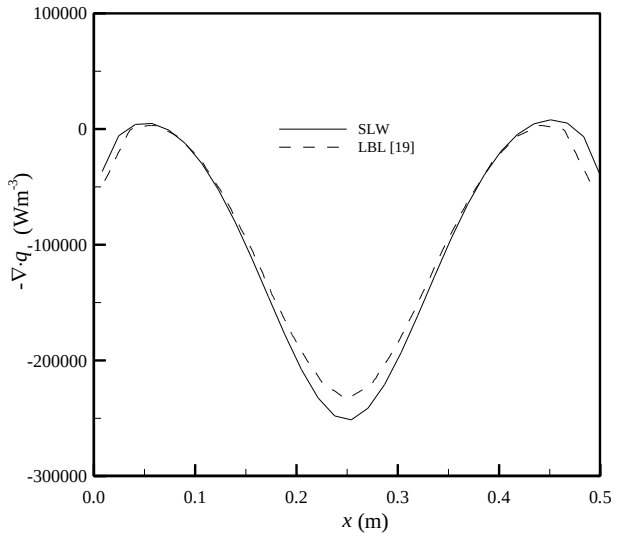
$$\int_R \nabla\cdot\vec{q}\,dA + \oint_C \vec{q}\cdot\vec{n}\,dS = 0 \quad (33)$$

که در آن R و C، به ترتیب، نمایانگر محیط داخل محفظه و مرز بسته احاطه کننده محیط می‌باشند.

به منظور سنجش عملکرد روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه



الف (a)



ب (b)

Fig. 3 Comparison of radiative source term evaluated by the spectral line-based weighted sum of gray gases (SLW) model with the results obtained by the line-by-line (LBL) [19] method along the enclosure centerline in the (a) x-direction, and (b) y-direction

شکل 3 مقایسه چشمه‌های تابشی ارزیابی شده توسط روش‌های مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خط-به-خط [19] در خط مرکزی در جهت الف: x و ب: y

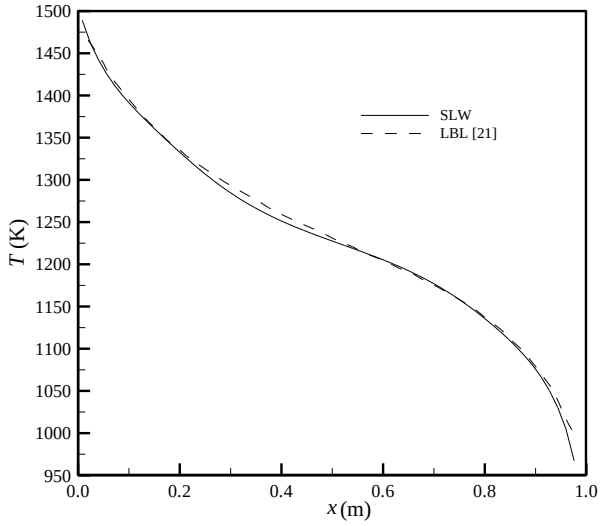


Fig. 4 Comparison between temperature distributions obtained by the spectral line-based weighted sum of gray gases (SLW) and line-by-line (LBL) [21] methods along the enclosure centerline in the x-direction

شکل 4 مقایسه بین توزیع‌های دمای ارزیابی شده توسط روش‌های مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خط-به-خط [21] در خط مرکزی در جهت x

خط طیف برای محیط در حالت تعادل تابشی، محفظه قبل با شرایط مشابه در نظر گرفته می‌شود به طوری که المان‌های سطح برابر با 184 می‌باشد. معادله (33) در حالت گسسته به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{m=1}^{M} \dot{Q}_m''' dA_m + \sum_{l=1}^{L} q_l dS_l = 0 \tag{34}$$

که در آن L و M، به ترتیب، تعداد المان‌های سطوح مرزی و تعداد المان‌های حجم داخل ناحیه چشمه حرارتی هستند ($L = 184, M = 0$). موازنه انرژی برای حالت ذکر شده صورت گرفته است و عدد بسیار کوچک و نزدیک به صفر 0.04417 W برای سمت چپ معادله (34) بدست آمده است که بر صحت حل انجام شده در حالت تعادل تابشی می‌افزاید.

5- نتایج و بحث

حل عددی به کار گرفته شده برای معادله انتقال تابش، روش جهت‌های مجزا می‌باشد. توضیح کامل این روش در مرجع [22] آورده شده است. محاسبات غیرخاکستری توسط روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف انجام شده است.

در این مطالعه تعادل تابشی در محیط‌های غیرخاکستری با حضور چشمه‌های حرارتی و دیوارهای پخشی-خاکستری در دمای ثابت به طور عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک حالت با دیوارهای عایق نیز در نظر گرفته می‌شود. از تقریب S_8 در روش جهت‌های مجزا برای حل معادله انتقال تابش استفاده می‌شود. ضریب‌های به روز رسانی شده بدست آمده از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) در تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه به کار برده شده است. محاسبات برای چندین محیط گازی در حالت تعادل تابشی انجام می‌شود. یک محفظه با ابعاد 1 m × 1 m در نظر گرفته شده و با شبکه 40×40 مش‌بندی می‌گردد بطوریکه افزایش تعداد حجم کنترل‌ها تأثیری بر روی نتایج نداشته باشد.

سه محیط گازی جذب‌کننده-صادرکننده در حالت تعادل تابشی را با ناحیه چشمه حرارتی 0.5 m × 0.5 m با توان $\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$ در مرکز محفظه در نظر بگیرید (شکل 5 را ببینید). محفظه شامل سه ترکیب: الف (a): H_2O (10%) و N_2 (90%) ب (b): CO_2 (20%) و N_2 (80%) و ج (c): CO_2 (20%)، H_2O (10%) و N_2 (70%) می‌باشد. دیوارهای راست و چپ در دمای 700 K قرار دارند در حالی که دیوارهای بالا و پایین، به ترتیب، دارای دمای 600 K و 800 K می‌باشند. دیوارهای بالا و پایین سیاه هستند و بقیه دیوارها پخشی-خاکستری با ضریب صدور 0.8 می‌باشند.

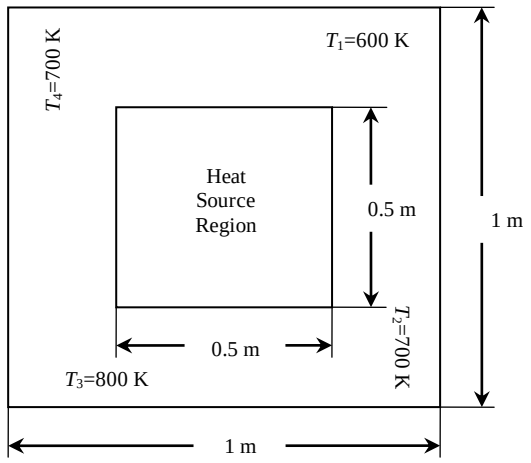
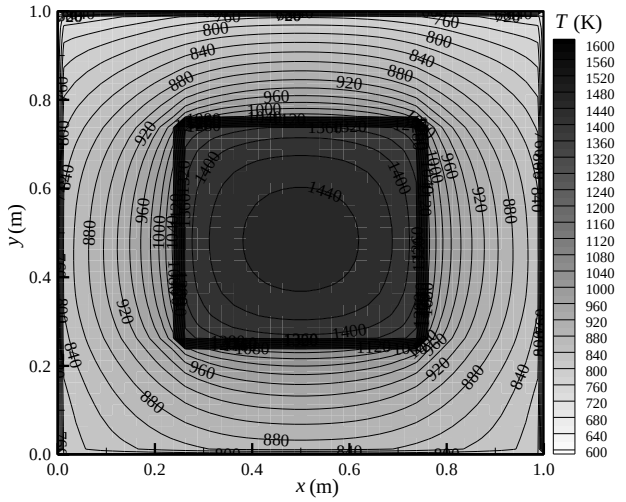


Fig. 5 The two-dimensional enclosure with heat source region for calculations of the radiative equilibrium state

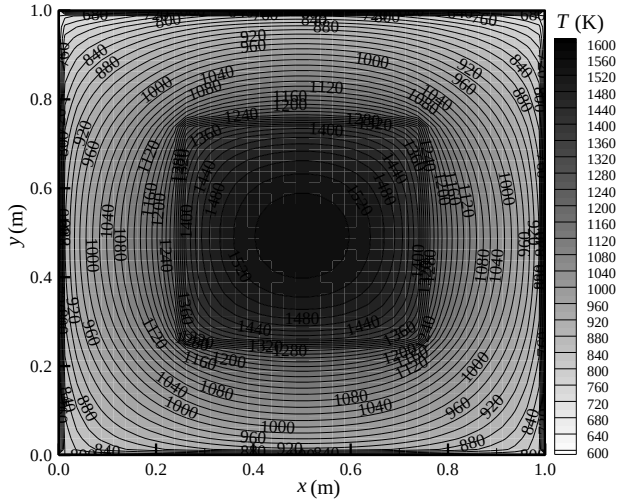
شکل 5 محفظه دوبعدی با ناحیه چشمه حرارتی برای انجام محاسبات تعادل تابشی

توزیع‌های دما برای سه محیط با مشخصات ذکر شده در شکل‌های 6-الف تا 6-ج نشان داده شده است. شکل‌های 7-الف تا 7-ج نمودارهای شار گرمای تابشی بر روی همه دیوارهای محفظه را نمایش می‌دهد. به دلیل تقارن نمودارهای شار گرما بر روی دیوارهای راست و چپ یکسان می‌باشند. با توجه به شکل 6 بیشترین مقدار دما برای محیط حاوی دی اکسید کربن اتفاق می‌افتد زیرا گاز دی اکسید کربن در مقایسه با بخار آب دارای ضریب صدور بالایی می‌باشد. همانطور که از شکل 7 دیده می‌شود، با وجود تغییرات در هر حالت، الگوی شار گرمای تابشی برای همه حالت‌ها یکسان است. بعلاوه، یکسان شدن نمودارهای شار گرما بر روی دیوارهای چپ و راست نشان از این دارد که محاسبات انجام شده به درستی شرایط تقارن موجود در مسأله را پیش‌گویی کرده است. برای هر یک از حالت‌های ذکر شده مقدار سمت چپ رابطه (34) بدست آمده و در جدول 1 آورده شده‌اند. همانطور که در جدول 1 دیده می‌شود، با وجود مقدار بالای توان چشمه‌های حرارتی ($\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$)، مقدار سمت چپ رابطه (34) برای هر سه حالت مقادیر نزدیک به صفر هستند که دلیلی بر درستی محاسبات تعادل تابشی در محفظه‌های دارای چشمه‌های حرارتی می‌باشند. به عبارت دیگر، مقدار انرژی که درون ناحیه چشمه حرارتی ایجاد می‌شود توسط دیوارهای اطراف دریافت می‌گردد.

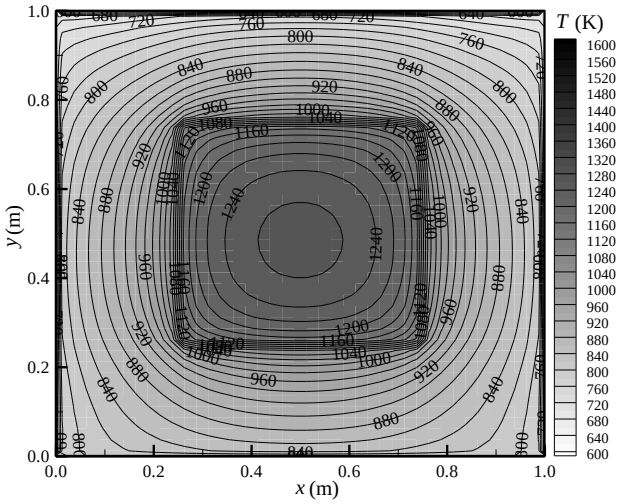
برای نشان دادن توانایی شبیه‌سازی حل پیشنهاد شده در محیط‌های غیرخاکستری در حالت تعادل تابشی با مرزهای عایق، محفظه با ابعاد 1 m × 1 m نشان داده شده در شکل 5 را نظر بگیرید با این تفاوت که دیوارهای چپ و راست عایق بوده و دمای آنها مشخص نیست و بایستی از یک فرایند تکراری بدست آیند. محفظه حاوی مخلوطی از گازهای دی اکسید کربن، بخار آب و نیتروژن با ترکیب مشابه با حالت سوم در بخش قبل می‌باشد. ناحیه چشمه حرارتی 0.5 m × 0.5 m در مرکز محفظه دارای توان $\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$ می‌باشد.



الف (a)



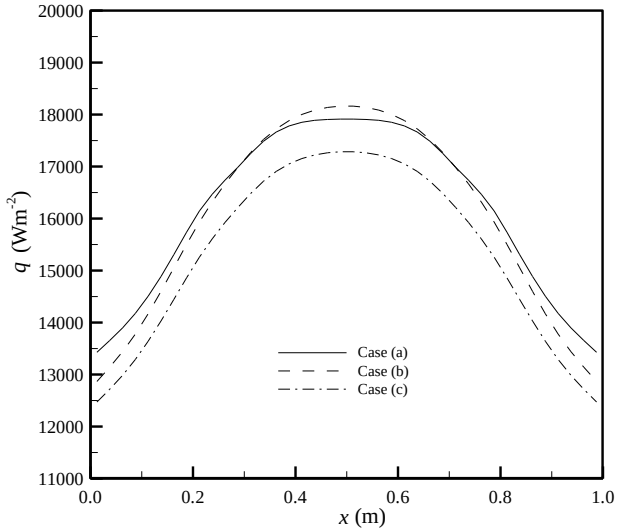
ب(b)



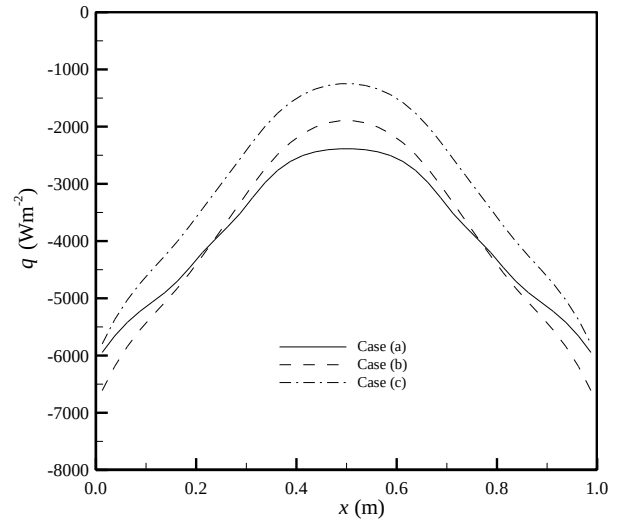
ج(c)

Fig. 6 Temperature distribution in non-gray media with $\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$ in radiative equilibrium, containing: (a) H_2O (10%) and N_2 (90%) , (b) CO_2 (20%) and N_2 (80%) , and (c) CO_2 (20%) , H_2O (10%) and N_2 (70%)

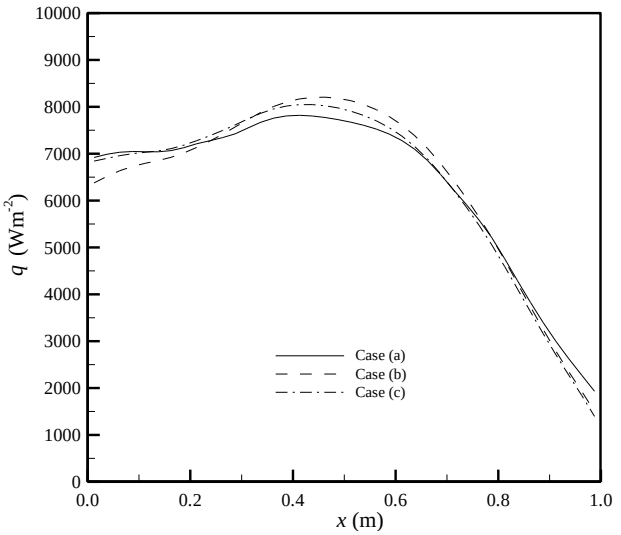
شکل 6 توزیع دما در محیط‌های غیرخاکستری با $\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$ در حالت تعادل تابشی متشکل از الف: H_2O (10%) و N_2 (90%) ب: CO_2 (20%) و N_2 (80%) و ج: CO_2 (20%)، H_2O (10%) و N_2 (70%)



الف(a)



ب(b)



ج(c)

Fig. 7 Radiative heat flux distribution over the (a) top wall, (b) bottom wall and (c) left and right wall for a square enclosure in radiative equilibrium with $\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$

شکل 7 توزیع شار گرما بر روی الف: دیوار بالا، ب: دیوار پایین و ج: دیوارهای چپ و راست در محفظه مربعی در حالت تعادل تابشی با $\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$

جدول 1 موازنه انرژی برای محفظه تابشی نشان داده شده در شکل 5 برای هر سه حالت با چشمه‌های حرارتی

Table 1 The energy balance for the radiant enclosure shown in Fig. 5, for the three cases with heat source

حالت	سمت چپ معادله (34) (W)
حالت الف	0.0425
حالت ب	0.5416
حالت ج	0.2904

توزیع دمای محیط در شکل 8 نشان داده شده است. همچنین، نمودارهای شار گرما بر روی دیوارهای بالا و پایین، به ترتیب، در شکل‌های 9-الف و 9-ب ارائه شده‌اند. همانطور که انتظار می‌رود برای دیوارهای عایق مقدار شار گرما بایستی صفر باشد که پس از حل عددی این مقادیر برای این دیوارها صفر بدست آمده‌اند و در اینجا نشان داده نشده‌اند.

همانطور که برای حالت‌های قبل موازنه انرژی صورت گرفت، برای این حالت که در آن دیوارهای سمت راست و چپ عایق می‌باشند نیز موازنه انرژی انجام شده است و مقدار سمت چپ رابطه (34) برابر با 0.3295 W بدست آمده است. با وجود مقدار بالای توان چشمه‌های حرارتی ($\dot{Q}''' = 10^5\ \mathrm{Wm^{-3}}$)، این عدد نزدیک به صفر می‌باشد که دلیلی بر درستی محاسبات تابشی در محفظه به همراه مرزهای عایق می‌باشد.

6- نتیجه‌گیری

معادله انتقال تابش طیفی در محیط‌های دوبعدی غیرخاکستری به همراه چشمه‌های حرارتی و در حالت تعادل تابشی حل گردید. برای حل معادله انتقال تابش از روش جهت‌های مجزا و برای احتساب اثرات غیرخاکستری محیط از روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف استفاده گردید. ضریب‌های به روز رسانی شده استخراج شده از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه 2010 میلادی) در تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه (یکی از تابع‌های مهم در روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف) استفاده شد. نتایج روش حاضر برای محیط‌های با توزیع دمای معلوم و نامعلوم (حالت تعادل تابشی) با نتایج خط-به-خط مقایسه گردید و مشخص شد نتایج حاضر توافق خوبی با نتایج خط-به-خط دارد. چندین محیط با ترکیب‌های مختلف با مرزهای دماثابت و عایق به طور عددی مورد بررسی

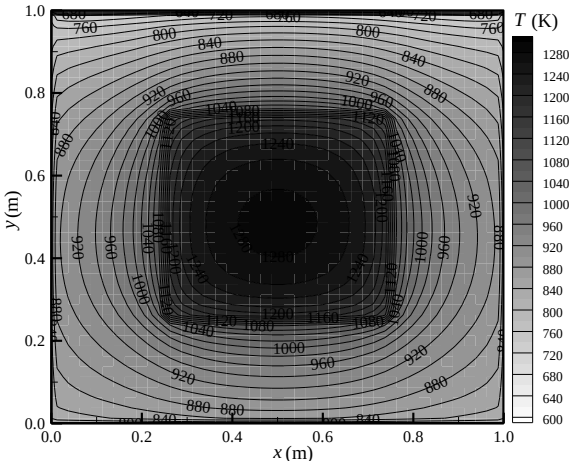


Fig. 8 Temperature distribution in anon-gray medium in radiative equilibrium with insulated side walls

شکل 8 توزیع دما در محیط غیرخاکستری در تعادل تابشی با دیوارهای عایق اطراف

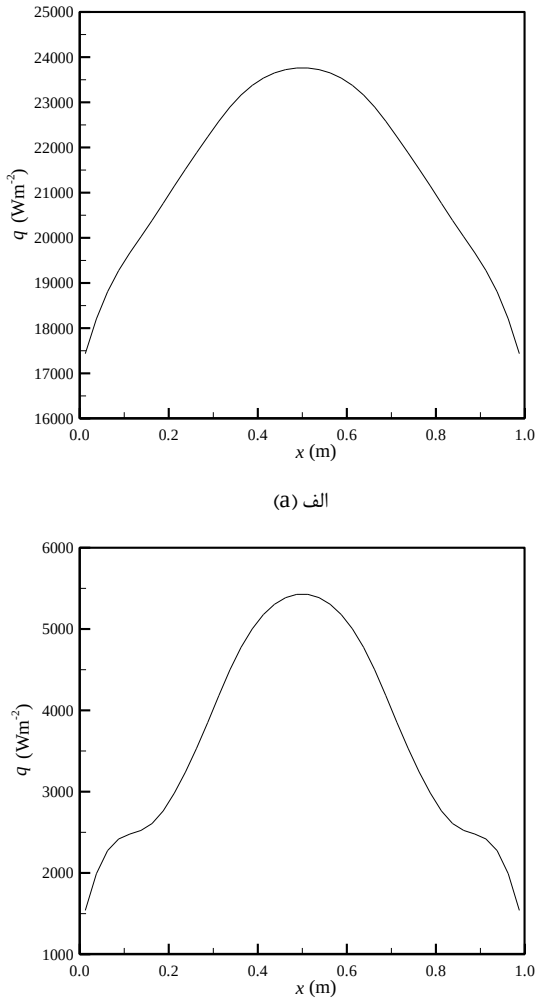


Fig. 9 Radiative heat flux distribution over the (a) top wall, (b) bottom wall, for a square enclosure in radiative equilibrium with insulated side walls

شکل 9 توزیع شار گرما بر روی الف: دیوار بالا و ب: دیوار پایین در یک محفظه در تعادل تابشی با دیوارهای عایق اطراف

قرار گرفت و توزیع‌های دما و نمودارهای شار گرما بر روی دیوارها گزارش گردید. نتایج بدست آمده درستی الگوریتم پیشنهاد شده برای محاسبات تعادل تابشی در محیط‌های دارای چشمه‌های حرارتی با شرایط مرزی مختلف توسط روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف را نشان می‌دهند.

7- فهرست علائم

A_{xe}	سطح جانبی پرتوی خروجی از سلول جهت x (m^2)
A_{xi}	سطح جانبی پرتوی ورودی به سلول جهت x (m^2)
A_{ye}	سطح جانبی پرتوی خروجی از سلول جهت y (m^2)
A_{yi}	سطح جانبی پرتوی ورودی به سلول جهت y (m^2)
A	مساحت (m^2)
a	فاکتور وزنی جسم سیاه
$b_{l_3 l_2 l_1}$	ضریب‌های موجود در تابع فشار بخار آب
$\tilde{C}_{abs}$	سطح مقطع جذب مکمل ($m^2 mole^{-1}$)

C_{abs}	سطح مقطع جذب (m^2mole^{-1})
C	مرز بسته احاطه کننده محیط
$c_{l_3l_2l_1}$	ضریب‌های موجود در تابع فشار بخار آب
D	چگالی مولی ($molem^{-3}$)
$d_{l_3l_2l_1}$	ضریب‌های موجود در تابع فشار دی اکسید کربن
$E_{b,\eta}$	تابع پلانک توان صدور جسم سیاه ($Wm^{-2}\mu m^{-1}$)
F	تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه
G	شار تابش فرودی (Wm^{-2})
I	شدت تابش ($Wm^{-2}sr^{-1}$)
$\vec{n}$	بردار یکه عمود بر سطح و رو به بیرون
P_T	فشار کل ($kgm^{-1}s^{-2}$)
p	pامین بازه طیفی
$\dot{Q}'''$	تولید انرژی در ناحیه چشمه حرارتی (Wm^{-3})
$\vec{q}$	بردار شار گرمای تابشی (Wm^{-2})
q	شار گرمای تابشی (Wm^{-2})
$\bar{R}$	ثابت جهانی گاز ($Jmole^{-1}K^{-1}$)
R	فضای داخل محفظه
$\vec{s}$	بردار یکه در جهت داده شده
S	طول مسیر بر روی مرز (m)
s	طول مسیر پرتو (m)
T	دما (K)
U	تعداد گازهای خاکستری برای گونه u
u	uامین گاز خاکستری
V_C	حجم سلول (حجم کنترل) (m^3)
V	تعداد گازهای خاکستری برای گونه v
v	vامین گاز خاکستری
x, y	مختصه‌های مکانی
Y	کسر مولی

علایم یونانی

ε	ضریب صدور کلی
η	عدد موج (μm^{-1})
κ	ضریب جذب (m^{-1})
μ	کسینوس جهتی در جهت x
ξ	کسینوس جهتی در جهت y
σ	ثابت استفان بولتزمان ($Wm^{-2}K^{-4}$)
Ω	زاویه فضایی (sr)

بالانویس‌ها

i	iامین جهت پرتو

زیرنویس‌ها

b	جسم سیاه یا منبع جسم سیاه
c	دی اکسید کربن
g	گاز
in	مقادیر ورودی
loc	مقدارهای محلی
max	مقدارهای ماکزیمم
min	مقدارهای مینیمم
mix	مخلوط
N	تقریب Nام در روش جهت‌های مجزا
out	مقادیر خروجی
o	دیوار
ref	مقدارهای مرجع
r	گونه
w	بخار آب
η	طیفی

8- مراجع

[1] V. Goutière, F. Liu, A. Charette, An assessment of real-gas modelling in 2D enclosures, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 64, No. 3, pp. 299-326, 2000.

[2] R. Demarco, J. L. Consalvi, A. Fuentes, S. Melis, Assessment of radiative property models in non-gray sooting media, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 9, pp. 1672-1684, 2011.

[3] M. K. Denison, B. W. Webb, A spectral line-based weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary RTE solvers, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, No. 4, pp. 1004-1012, 1993.

[4] M. K. Denison, B. W. Webb, An absorption-line blackbody distribution function for efficient calculation of total gas radiative transfer, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 50, No. 5, pp. 499-510, 1993.

[5] M. K. Denison, B. W. Webb, Development and application of an absorption-line blackbody distribution function for CO_2 , *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 10, pp. 1813-1821, 1995.

[6] M. K. Denison, B. W. Webb, The spectral line-based weighted-sum-of-gray-gases model in nonisothermal nonhomogeneous media, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, No. 2, pp. 359-369, 1995.

[7] M. K. Denison, B. W. Webb, The spectral line weighted sum of gray gases model for H_2O/CO_2 mixtures, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, No. 3, pp. 788-792, 1995.

[8] V. P. Solovjov, B. W. Webb, SLW modeling of radiative transfer in multicomponent gas mixtures, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 65, No. 4, pp. 655-672, 2000.

[9] V. P. Solovjov, B. W. Webb, A local-spectrum correlated model for radiative transfer in non-uniform gas media, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 73, No. 2-5, pp. 361-373, 2002.

[10] V. P. Solovjov, B. W. Webb, The cumulative wavenumber method for modeling radiative transfer in gas mixtures with soot, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 93, No. 1-3, pp. 273-287, 2005.

[11] V. P. Solovjov, B. W. Webb, Application of CW local correction approach to SLW modeling of radiative transfer in non-isothermal gaseous media, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 111, No. 2, pp. 318-324, 2010.

[12] V. P. Solovjov, D. Lemonnier, B. W. Webb, The SLW-1 model for efficient prediction of radiative transfer in high temperature gases, *Journal of Quantitative Spectroscopy & RadiativeTransfer*, Vol. 112, No. 7, pp. 1205-1212, 2011.

[13] L. S. Rothman, I. E. Gordon, R. J. Barber, H. Dothe, R. R. Gamache, A. Goldman, V. I. Perevalov, S. A. Tashkun, J. Tennyson, HITEMP, the high-temperature molecular spectroscopic database, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 111, No. 15, pp. 2139-2150, 2010.

[14] J. T. Pearson, B. W. Webb, V. P. Solovjov, J. Ma, Updated correlation of the absorption line blackbody distribution function for H_2O based on the HITEMP2010 database, *Journal of Quantitative Spectroscopy & RadiativeTransfer*, Vol. 128, No. 1, pp. 10-17, 2013.

[15] J. T. Pearson, B. W. Webb, V. P. Solovjov, J. Ma, Efficient representation of the absorption line blackbody distribution function for H_2O , CO_2 , and CO at variable temperature, molefraction, and total pressure, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 138, No. 1, pp. 82-96, 2014.

[16] G. Colomer, A. Còнsul, A. Oliva, Coupled radiation and natural convection: Different approaches of the SLW model for a non-gray gas mixture, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 107, No. 1, pp. 30-46, 2007.

[17] S. Payan, A. Farahmand, S. M. Hosseini Sarvari, Inverse boundary design radiation problemwith radiative equilibriumin combustion enclosures with PSO algorithm, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 68, No. 1, pp. 150-157, 2015.

[18] M. F. Modest, The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, No. 3, pp. 650-656, 1991.

[19] H. Chu, F. Liu, H. Zhou, Calculations of gas radiation heat transfer in a two-dimensional rectangular enclosure using the line-by-line approach and the statistical narrow-band correlated-k model, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 59, No. 1, pp. 66–74, 2012.

[20] S. Mirzaie, S. M. Hoseini Sarvari, Inverse Design of Radiant Enclosures with Internal Source Distribution and Diffuse-Nongray Design Surface, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 277-286, 2016. (in Persianفارسی)

[21] H. Amiri, K. Lari, Comparison of global radiative models in two-dimensional enclosures at radiative equilibrium, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 104, No. 1, pp. 423-436, 2016.

[22] M. F.Modest, *Radiative Heat Transfer*, Second Edition, pp. 498-538, New York: McGraw–Hill, 2003.