مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1396، دوره 17، شماره 1، ص‌ص 221-228

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل ارتعاشات تیر یکسرگیردار با لایه‌ی پیزوالکتریک تحت نیروی آیروالاستیک با تحریک پایه

محمد حسینی[1*]، فرید لطفی اسدی[2]

1-دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سیرجان، سیرجان

* سیرجان، صندوق‌پستی 7813733385، hosseini@sirjantech.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 شهریور 1395

پذیرش: 13 آذر 1395

ارائه در سایت: 26 دی 1395

کلید واژگان:

تیر یکسرگیردار

لایه‌ی پیزوالکتریک

نیروی آیروالاستیک

تحریک پایه

برداشت انرژی

چکیده

در این مقاله به تحلیل ارتعاشات یک تیر یکسرگیردار ویسکوالاستیک با دولایه پیزوالکتریک تحت نیروی آیرولاستیک و تحریک پایه پرداخته شده است. فرض می‌شود که ماده ویسکولاستیک تیر از مدل کلوین-وویت تبعیت می‌کند. همچنین دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین تیر واقع شده است که به صورت اتصال سری به یکدیگر ارتباط دارند. نیروی آیروالاستیک براساس تئوری پیستون در نظر گرفته شده و به‌صورت یک نیروی خارجی بر تیر عمل می‌کند، همچنین فرض شده است که تحریک پایه به‌صورت تصادفی باشد. در این پژوهش تیر یکسرگیردار با دو لایه‌ی پیزوالکتریک به‌عنوان مکانیزم برداشت انرژی خمشی در نظر گرفته شده است. در ابتدا معادله‌ی دیفرانسیل پاره‌ای غیرخطی حاکم بر ارتعاش عرضی تیر با به‌کارگیری روش گالرکین به تعدادی معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل شده که همراه با معادله‌ی الکتریکی حاکم بر پیزوالکتریک با استفاده از روش عددی رانگ- کوتا حل شده‌اند. سپس با بررسی پاسخ معادلات حاکم، به مطالعه‌ی تأثیر پارامترهای سیستم بر رفتار ارتعاشی تیر و ولتاژ خروجی پرداخته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت سیال، انرژی سیستم افزایش می‌یابد که باعث افزایش دامنه‌ی ارتعاشی و ولتاژ خروجی سیستم می‌گردد. علاوه براین نشان داده شد که میرایی ساختاری بر مقدار ولتاژ خروجی تاثیر بسزایی دارد.

Vibration analysis of a cantilever beam with piezoelectric layers under aeroelastic force and base excitation

Mohammad Hosseini[1,*], Farid Lotfi Asadi[2]

1-Department of Mechanical Engineering, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran
2-Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Sirjan, Sirjan, Iran
* P.O.B. 7813733385, sirjan, Iran, hosseini@sirjantech.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 02 September 2016
Accepted 03 December 2016
Available Online 15 January 2017

Keywords:
Cantilever beam
Piezoelectric layer
Aeroelastic force
Base excitation
Energy harvesting

ABSTRACT

In this article the vibration analysis of a viscoelastic cantilever beam with piezoelectric layers under aeroelastic force and base excitation is investigated. The beam viscoelastic material is assumed to obey the Kelvin-Voight model. Also, the piezoelectric layers are located at the top and bottom beam surfaces with series connections. The aeroelastic force based on piston theory is considered to act as an external force on the beam and also the base excitation is assumed to be random. In this research the cantilever beam with two piezoelectric layers is considered as a mechanism to harvest the bending vibration energy. First, the Galerkin method is used to convert the governing partial differential equation into a set of ordinary differential equations. Then the resulted nonlinear ordinary differential equation coupled with electrical circuit equation of piezoelectric layer is solved numerically by Runge-Kutta method. Finally, by analyzing the response of the governing equations, the influence of the system parameters on the vibration behavior of beam and output voltage is discussed. Results show that the increase of fluid velocity increases vibrational energy system which leads to increase of both vibration amplitude and output voltage. In addition, it was shown that structural damping has a significant impact on the output voltage.

1- مقدمه

امروزه نیاز به انرژی، ذخیره و تولید آن از مسائل مهم علوم مهندسی و کاربردی می‌باشد و تأمین انرژی مدارهای کم مصرف الکترونیکی نظیر سنسورها و سیستم‌های بی‌سیم در سال‌های اخیر مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. لذا تولید انرژی تجدیدپذیر از محیط می‌تواند راهکار مناسبی باشد و از میان منابع مختلف انرژی، استفاده از انرژیِ ارتعاشات مکانیکی به دلیل در دسترس بودن رواج زیادی پیدا کرده است. از بین روش‌های گوناگون برداشت انرژی از ارتعاشات محیطی، استفاده از پیزوالکتریک به‌دلیل داشتن تأثیرات مساعد کوپل الکتریکی-مکانیکی از روش‌های خوب برداشت انرژی است [2,1]. هر چند در مطالعات متعدد از روش‌ها و مکانیزم‌های متفاوتی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. Hosseini, F. Lotfi Asadi, Vibration analysis of a cantilever beam with piezoelectric layers under aeroelastic force and base excitation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 221-228, 2017 (in Persian)

استفاده شده است. الهمی[1] و همکاران [3] به طراحی و ساخت یک مدل یک درجه‌ی آزادی برداشت انرژی تحت تحریک ارتعاشی پایه به صورت هارمونیک پرداختند. استفان[2] [4] در مطالعه‌ی خود به بررسی ماکزیمم توان تولیدی و تأثیر میرایی مکانیکی در همان مدل یک درجه آزادی پرداخته است. گلدفارب[3] و جونز[4] [5] در مطالعه‌ی خود به بررسی تأثیر نحوه‌ی قرارگیری پیزوالکتریک در بازده انرژی الکتریکی خروجی پرداختند. آن‌ها از یک مدل تحلیلی ریاضی برای بیان مسئله‌ی خود استفاده کردند و نشان دادند که در تولید انرژی الکتریکی، بخش عظیمی از انرژی در خود پیزوالکتریک جذب می‌شود و به خود منبع تحریک بازگردانده می‌گردد؛ این مشکل باعث کاهش بازده سیستم است. کاسیاپ[5] و همکاران [6] ارتعاشات تیر کامپوزیتی با لایه‌ی پیزوالکتریک را بررسی نمودند. آن‌ها بر اساس مدل یک درجه‌ی آزادی رفتار دینامیکی و ارتعاشی سیستم را در میدان‌های متفاوت انرژی بررسی کردند. هوانگ[6] و همکاران [7] رفتار جابجائی دینامیکی تیر یکسرگیردار با لایه‌های پیزوالکتریک را مطالعه نمودند. روندی[7] و همکاران [8-10] در مطالعات خود در مورد مبدل‌های تولیدکننده‌ی انرژی برای لوازم الکتریکی بی‌سیم، بازده مبدل‌ها و بهبود کیفیت اینگونه سیستم‌ها تحقیقاتی را انجام دادند. آن‌ها از مدلی مبتنی بر مدار الکتریکی معادل استفاده کردند. ارتورک[8] [11] سیستم پل- خودرو را به وسیله‌ی یک تیر با بار متمرکز متحرک مدل کرد و سپس با حل تحلیلی معادلات تیر، جابجایی هر نقطه از آن را استخراج کرد. در ادامه مقدار ولتاژ تولید شده با توجه به جابجایی تیر به وسیله مبدل پیزو را در دو حالت بررسی نمود. در حالت اول مبدل پیزو (تیر پوشیده شده از لایه پیزو) را در جاهای مختلف مدل پل قرار داده و مقدار انرژی تولید شده را بدست آورد. در حالت دوم با پوشش قسمتی از پل با پیزو مقدار انرژی تولید شده ناشی از نوسانات کرنش سطح پل را بررسی نمود. همچنین در مطالعات دیگری کریمی و همکاران [12] برداشت انرژی از ارتعاشات پل تحت عبور جرم های متوالی را با استفاده از مواد پیزوالکتریک بررسی کردند. اصغرزاده و همکاران [13] نیز برداشت انرژی از ارتعاشات تیر ذوزنقه‌ای با یک لایه پیزوالکتریک را با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده مطالعه نمودند. بعلاوه درویزه و همکاران [14] ارتعاشات تیر چندلایه همراه با لایه‌ی پیزوالکتریک را با در نظر گرفتن تغییرشکل‌های بزرگ بررسی نمودند.

کیم[9] و همکارانش [15] به بررسی تجربی امکان برداشت انرژی از ارتعاش و تبدیل آن به انرژی الکتریکی با استفاده از مواد پیزوالکتریک پرداختند. آن‌ها با اعمال بار با دامنه و فرکانس‌های مختلف بر روی تیر، مدل عبوری خودرو با وزن و سرعت‌های مختلف را شبیه‌سازی کرده و مقدار ولتاژ خروجی را اندازه‌گیری کردند. آجیتساریا[10] و همکاران [16] تیر یکسرگیردار با دو لایه پیزوالکتریک را با فرض تیر اویلر-برنولی، و همچنین تیر تیموشنکو بررسی کرده و حل تحلیلی ارائه نمودند. ارتورک و اینمن[11] [17] برای تیر یکسرگیردار مستطیلی با دولایه پیزوالکتریک یک حل تحلیلی برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی، پاسخ ارتعاشی و ولتاژ و توان خروجی سیستم تحت تحریک هارمونیک پایه ارائه کرده‌اند. همچنین نتایج ارائه شده در مدل

[1] El-Hami
[2] Stephen
[3] Goldfarb
[4] Jones
[5] Kasyap
[6] Huang
[7] Roundy
[8] Erturk
[9] Kim
[10] Ajitsaria
[11] Inman

آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و مورد تایید قرار گرفته است. ارتورک و همکاران [18] در بخشی از کتاب خود به بررسی برداشت انرژی از باد توسط تیر پرداختند و با اعمال نیروی آیروالاستیک به سیستم پایداری دینامیکی آن را بررسی نمودند و اهمیت در نظر گرفتن رفتار غیرخطی سیستم را نشان دادند. آن‌ها از روش المان محدود گردابه-شبکه[12] و دوگانه-شبکه[13] استفاده نمودند.

نیروی آیروالاستیک که دربرگیرنده‌ی آثار متقابل تداخل سازه-سیال می‌باشد، یک پدیده‌ی مهم در طراحی و تحلیل سازه‌ها به شمار می‌رود. با مطالعه‌ی تحقیقات قبل مشخص می‌گردد که تحلیل ارتعاشات تیر یکسرگیردار با لایه‌ی پیزوالکتریک تحت تحریک پایه و نیروی آیروالاستیک مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین توضیح این‌که مطالعه‌ی صورت گرفته در مرجع [15]، تیر را به صورت یک باله که تحت اثر نیروی باد در نظر گرفته می‌باشد و سپس به تحلیل پایداری سیستم پرداخته است. در صورتی که در این مقاله برای اولین بار از مدل غیرخطی تئوری پیستون برای مدل‌سازی نیروی آیروالاستیک استفاده شده و معادلات حرکت سیستم تحت این نیرو به صورت کامل استخراج شده است. همچنین در این تحقیق اثر تحریک پایه به‌صورت تصادفی نیز در مدل‌سازی مورد بررسی قرار گرفته است. لذا در این مطالعه به برداشت انرژی از تیر یکسرگیردار با دو لایه‌ی پیزوالکتریک تحت تحریک پایه و نیروی آیروالاستیک پرداخته شده است. بدین منظور ابتدا معادلات الکترومکانیکی با حضور نیروی آیروالاستیسیته استخراج می‌گردد. سپس با استفاده از روش گالرکین معادلات پاره‌ای غیرخطی حاکم به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و با حل عددی آن‌ها به مطالعه‌ی تأثیر پارامترهای سیستم و محیط بر رفتار ارتعاشی تیر و ولتاژ خروجی پرداخته می‌شود.

2- معادله‌ی حاکم بر تیر با دو لایه‌ی پیزوالکتریک

تیر یکسرگیردار با دو لایه‌ی پیزوالکتریک مطابق "شکل 1" در نظر گرفته شده است. در این شکل $g(t)$ تحریک جابجایی عرضی در بخش پایه‌ی تیر می‌باشد که می‌تواند ناشی از حرکت پایه باشد که تیر به آن وصل است.

معادله‌ی حاکم بر ارتعاش عرضی تیر با در نظر گرفتن میرایی کلوین-وویت[14] و نیروی تحریک خارجی در طول تیر، به‌صورت زیر قابل استخراج است [19]:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_s I \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} = f(x,t) \qquad (1)$$

که در آن M گشتاور خمشی در تیر، w حرکت عرضی تیر، $A\rho$ جرم واحد

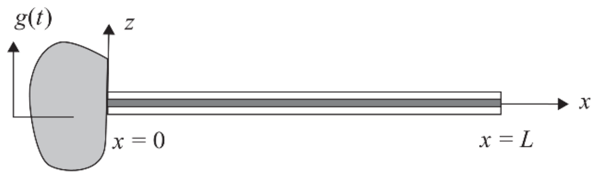

Fig. 1 Schematic of a cantilever beam with two layer of piezoelectric under transverse base displacement [18]

شکل 1 شماتیک تیر با دو لایه‌ی پیزوالکتریک تحت تحریک جابجایی عرضی پایه [18]

[12] Vortex-lattice method
[13] Double-lattice method
[14] Kelvin-Voigt

طول، c_s ضریب میرایی ساختاری، I ممان اینرسی سطح، t زمان و f نیروی خارجی وارد بر واحد طول است. به منظور در نظر گرفتن حرکت پایه، لازم است تا حرکت هر نقطه از تیر به صورت زیر در نظر گرفته شود [20]:

$$w(x,t) = w_{\text{rel}}(x,t) + \text{g(t)} \tag{2}$$

که در آن w_{rel} حرکت تیر نسبت به پایه است که سبب کرنش در آن می‌شود. در صورتی که عرض تیر برابر b، ضخامت آن برابر $h_{\tilde{s}}$ و ضخامت هر لایه‌ی پیزوالکتریک برابر $h_{\tilde{p}}$ در نظر گرفته شود، گشتاور خمشی مطابق رابطه‌ی زیر قابل بیان است:

$$M(x,t) = -b\left(\int_{-h_{\tilde{s}}-h_{\tilde{p}}/2}^{-h_{\tilde{s}}} T_{\tilde{p}} z\text{d}z + \int_{-\widetilde{h_s}/2}^{\widetilde{h_s}/2} T_{\tilde{s}} z\text{d}z + \int_{h_{\tilde{s}}/2}^{h_{\tilde{s}}+h_{\tilde{p}}/2} T_{\tilde{p}} z\text{d}z\right) \tag{3}$$

که در آن $T_{\tilde{s}}$ و $T_{\tilde{p}}$ به ترتیب تنش محوری در تیر و لایه‌ی پیزوالکتریک می‌باشد. از طرفی تنش محوری در تیر و لایه‌ی پیزوالکتریک با فرض همگن بودن مواد به صورت زیر به‌دست می‌آید [21]:

$$T_{\tilde{s}} = YS_{\tilde{s}} \tag{4}$$

$$T_{\tilde{p}} = \bar{c}^E S_{\tilde{p}} - \bar{e}E \tag{5}$$

در این روابط $S_{\tilde{s}}$ و $S_{\tilde{p}}$ به ترتیب کرنش محوری در تیر و لایه‌ی پیزوالکتریک می‌باشد. همچنین Y و $\bar{c}^E$ به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی مدول الاستیک تیر و پیزوالکتریک، $\bar{e}$ ثابت پیزوالکتریک و E میدان الکتریکی است. لازم به ذکر است که بالانویس E در رابطه‌ی (5) نشان‌دهنده‌ی این است که مقدار متناظر در شرایط میدان الکتریکی ثابت اندازه گرفته شده است. با فرض عدم جدایش لایه‌ها، کرنش طولی با استفاده از انحنای جابجا شده‌ی تیر نسبت به پایه سنجیده می‌شود و به صورت زیر است:

$$S_{\tilde{s}} = S_{\tilde{p}} = -z\frac{\partial^2 w_{\text{rel}}}{\partial x^2} \tag{6}$$

مقدار میدان الکتریکی در لایه‌ی پیزوالکتریک به نحوه‌ی اندازه‌گیری ولتاژ از سیستم بستگی دارد. قرارگیری دو لایه‌ی پیزوالکتریک در مدار الکتریکی به صورت موازی و سری ممکن می‌باشد. با در نظر گرفتن مدار سری، میدان الکتریکی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [15]:

$$E(t) = \frac{v(t)}{2h_{\tilde{p}}} \tag{7}$$

که در آن v ولتاژ الکتریکی خروجی است. با استفاده از روابط (3) تا (7)، ارتباط گشتاور خمشی با کوپل الکتریکی به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$M(x,t) = YI\frac{\partial^2 \text{w}_{\text{rel}}(x,t)}{\partial x^2} - \vartheta v(t)[H(x) - H(x-L)] \tag{8}$$

که در آن H تابع پله واحد بوده و ضریب کوپلینگ الکتریکی، ϑ، و سفتی خمشی YI به‌ترتیب به صورت زیر می‌باشد:

$$\vartheta = \frac{\bar{e}b}{2h_{\tilde{p}}}\left[\left(h_{\tilde{p}} + \frac{h_{\tilde{s}}}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_{\tilde{s}}}{2}\right)^2\right] \tag{9}$$

$$YI = \frac{2b}{3}\left\{Y_{\tilde{s}}\left(\frac{h_{\tilde{s}}}{2}\right)^3 + \bar{c}^E\left[\left(h_{\tilde{p}} + \frac{h_{\tilde{s}}}{2}\right)^3 - \left(\frac{h_{\tilde{s}}}{2}\right)^3\right]\right\} \tag{10}$$

در ادامه برای استخراج معادله‌ی حرکت، گشتاور (8) در رابطه‌ی (1) جایگذاری می‌گردد:

$$YI\frac{\partial^4 \text{w}_{\text{rel}}(x,t)}{\partial x^4} - \vartheta v(t)\left[\frac{\text{d}\delta(x)}{\text{d}x} - \frac{\text{d}\delta(x-L)}{\text{d}x}\right] + \rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_s I\frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} = f(x,t) \tag{11}$$

که در آن $\delta(x)$ تابع دلتای دیراک است و f همانطور که اشاره شد نیروی خارجی اعمالی است که می‌تواند ناشی اثر محیط باشد. در این مطالعه این نیرو از اثر آیروالاستیک سیال اطراف تیر بر آن در نظر گرفته شده است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

2-1- اثر تقابل با محیط و نیروی آیروالاستیک ناشی از آن

برای مدل‌سازی آیروالاستیک و در نظر گرفتن نیروهای ناشی از سیال بر جسم، می‌توان از تئوری پیستون استفاده نمود [23,22]. تقابل بین سازه و سیال و نیروی بین آن‌ها براساس اختلاف فشار بالا و پایین تیر در نظر گرفته می‌شود. این اختلاف فشار به‌صورت زیر است:

$$\Delta P_a = P^d(x,t) + P^s(x) \tag{12}$$

که در آن $P^d(x,t)$ اثر نیروی آیرودینامیکی ناپایا و $P^s(x)$ نیروی استاتیکی اولیه است. با توجه به بررسی ارتعاش عرضی تیر، در واقع این اختلاف فشار به‌صورت نیروی عرضی دینامیکی ناشی از اثرات آیروالاستیک بر تیر وارد می‌گردد. براساس تئوری پیستون ساده‌ترین رابطه برای فشار آیزنتروپیک در یک بعد به صورت زیر قابل بیان است:

$$P^d(x,t) = P_\infty\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\frac{V_z}{C_\infty}\right)^{2\gamma/\gamma-1} \tag{13}$$

که در آن P_∞ فشار اتمسفر، γ ضریب ثابت گاز آیزنتروپیک، C_∞ سرعت صوت و V_z سرعت جریان بر روی تیر (سرعت فروریزش[1]) می‌باشد [25,24]. در صورتی که سرعت سیال در محیط برابر با U_∞ در نظر گرفته شود، سرعت فروریزش(سرعت در لحظه برخورد سیال به تیر) به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$V_z = \frac{\partial w}{\partial t} + U_\infty\frac{\partial w}{\partial x} \tag{14}$$

در رابطه‌ی فوق عبارت اول ناشی از حرکت تیر و عبارت دوم ناشی از تصویر سرعت محیط در راستای عمود بر تیر است. با توجه به این که فشار اتمسفر در اطراف تیر یکنواخت است اختلاف فشاری که به سبب اعمال نیرو بر تیر می‌شود در عدم حضور فشار استاتیکی به‌صورت زیر قابل بیان است. این رابطه براساس بسط عبارت (14) و صرف‌نظر از توان‌های مرتبه‌ی 3 و بالاتر، استخراج شده است.

$$\Delta P_a = P_\infty\left[\frac{\gamma}{C_\infty}\left(\frac{\partial w}{\partial t} + U_\infty\frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\gamma(\gamma+1)}{4C_\infty^2}\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 + 2U_\infty\frac{\partial w}{\partial t}\frac{\partial w}{\partial x} + \left(U_\infty\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right\}\right] \tag{15}$$

اختلاف فشار فوق به صورت نیروی وارد بر واحد سطح تیر می‌باشد لذا نیروی وارد بر واحد طول تیر به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$f(x,t) = -b\Delta P_a \tag{16}$$

در رابطه فوق b عرض تیر می باشد. همان‌طور که از رابطه‌ی (16) مشخص می‌شود، در نظر گرفتن مدل آیروالاستیک براساس بسط مرتبه 2 تئوری پیستون باعث غیرخطی شدن معادلات می‌گردد. با به‌کارگیری روابط (2)، (12)، (15) و (16) معادله حرکت مکانیکی به شکل زیر استخراج می‌شود:

$$YI\frac{\partial^4 \text{w}_{\text{rel}}(x,t)}{\partial x^4} + c_s I\frac{\partial^5 \text{w}_{\text{rel}}}{\partial x^4 \partial t} + \rho A\frac{\partial^2 \text{w}_{\text{rel}}}{\partial t^2} - \vartheta v(t)\left[\frac{\text{d}\delta(x)}{\text{d}x} - \frac{\text{d}\delta(x-L)}{\text{d}x}\right] + \frac{\gamma b P_\infty}{C_\infty}\left(\frac{\partial \text{w}_{\text{rel}}}{\partial t}\right.$$

[1] Downwash Velocity

$$+U_\infty\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial x}\Big)+\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty}{4C_\infty^2}\Big\{\Big(\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial t}\Big)^2$$
$$+2\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial t}\dot{g}(t)+2U_\infty\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial t}\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial x}+2\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial x}\dot{g}(t)$$
$$\Big(U_\infty\frac{\partial \mathrm{w_{rel}}}{\partial x}\Big)^2\Big\}=-\rho A\ddot{g}(t)-\frac{\gamma bP_\infty}{C_\infty}\dot{g}(t)$$
$$-\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty}{4C_\infty^2}\big(\dot{g}(t)\big)^2 \tag{17}$$

معادله‌ی فوق رابطه‌ی حاکم بر ارتعاش عرضی تیر با کوپل الکتریکی تحت تحریک عرضی پایه می‌باشد که به‌علت حضور نیروی آیروالاستیک به صورت غیرخطی می‌باشد. در این معادله عبارت ρA جرم واحد طول است که از رابطه‌ی زیر قابل استخراج است:

$$\rho A=b(\rho_{\check{s}}h_{\check{s}}+2\rho_{\check{p}}h_{\check{p}}) \tag{18}$$

که در آن $\rho_{\check{s}}$ و $\rho_{\check{p}}$ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی چگالی تیر و چگالی لایه‌ی پیزوالکتریک است.

2-2- استخراج معادله‌ی الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی

به‌منظور استخراج معادله‌ی الکتریکی حاکم بر پیزوالکتریک با اتصال سری، ابتدا باید رفتار الکترواستاتیکی یک لایه بررسی شود. با توجه به این‌که تنها کرنش قابل ملاحظه در تیر به صورت محوری می‌باشد، رابطه‌ی جابجایی الکتریکی به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$D=\bar{e}S_{\check{p}}-\varepsilon^S E \tag{19}$$

که در آن ε^S ظرفیت الکتریکی است که در کرنش ثابت اندازه گرفته می‌شود. در صورتی که مقدار مقاومت مدار الکتریکی اندازه‌گیری ولتاژ خروجی برابر با R_l در نظر گرفته شود، ولتاژ الکتریکی براساس قانون گاوس به صورت زیر قابل بیان است [26]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big(\int_A D.n\mathrm{d}A\Big)=\frac{v(t)}{R_l} \tag{20}$$

در این رابطه n بردار یکه‌ی عمود بر سطح الکترود پیزوالکتریک می‌باشد که انتگرال‌گیری بر روی آن انجام می‌شود. با جایگذاری معادله‌ی (19) در (20) و به‌کارگیری روابط (6) و (7) معادله‌ی الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [18]:

$$\frac{\varepsilon^S bL}{h_{\check{p}}}\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v(t)}{R_l}+\bar{e}h_{\check{p}c}b\int_0^L\frac{\partial^3 \mathrm{w_{rel}}}{\partial x^2\partial t}\mathrm{d}x=0 \tag{21}$$

این رابطه، معادله‌ی حاکم بر ولتاژ خروجی یک لایه‌ی پیزوالکتریک تحت کرنش می‌باشد که در آن $h_{\check{p}c}$ برابر با فاصله‌ی تار خنثی از مرکز لایه‌ی پیزوالکتریک است:

$$h_{\check{p}c}=\frac{h_{\check{p}}+h_{\check{c}}}{2} \tag{22}$$

طبق قانون کیرشهف، در رابطه‌ی (21) ضریب $(\mathrm{d}v(t)/\mathrm{d}t)$ برابر ظرفیت خازن معادل است. در صورتی که دو پیزوالکتریک در مدار الکتریکی به صورت سری قرار گیرند، ظرفیت کل مدار نصف این مقدار خواهد بود. بنابراین، معادله‌ی حاکم بر ولتاژ خروجی کل سیستم به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{\varepsilon^S bL}{2h_{\check{p}}}\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v(t)}{R_l}+\bar{e}h_{\check{p}c}b\int_0^L\frac{\partial^3 \mathrm{w_{rel}}}{\partial x^2\partial t}\mathrm{d}x=0 \tag{23}$$

معادلات (17) و (23) معادلات کوپل می‌باشد که در ادامه تحلیل شده است.

3- حل معادلات حاکم

پاسخ ارتعاش عرضی تیر مطابق با حل سری به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathrm{w_{rel}}(x,t)=\sum_{r=1}^{N}\varphi_r(x)\eta_r(t) \tag{24}$$

در این رابطه، N تعداد مودهای مفروض در پاسخ، $\eta_r(t)$ توابع زمانی مجهول و $\varphi_r(x)$ تابع شکل مود نرمال ارتعاشی تیر یکسرگیردار می‌باشد، که مطابق رابطه‌ی زیر است:

$$\varphi_r(x)=\sqrt{\frac{1}{\rho AL}}\Big[\cosh\lambda_r\frac{x}{L}-\cos\lambda_r\frac{x}{L}$$
$$-\sigma_r\Big(\sinh\lambda_r\frac{x}{L}-\sin\lambda_r\frac{x}{L}\Big)\Big] \tag{25}$$

که در آن:

$$\sigma_r=\frac{\sinh\lambda_r-\sin\lambda_r}{\cosh\lambda_r+\cos\lambda_r} \tag{26}$$

در روابط (25) و (26) مقدار ویژه‌ی λ_r از حل رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$1+\cosh\lambda_r\cos\lambda_r=0 \tag{27}$$

با استفاده از روش گالرکین رابطه‌ی (24) ابتدا در (17) جایگذاری شده و طرفین آن در $\varphi_m(x)$ ضرب شده و در طول تیر انتگرال‌گیری می‌شود لذا معادله‌ی زیر استخراج می‌شود.

$$\ddot{\eta}_r(t)+\Bigg(2\zeta_r\omega_r+\frac{\gamma bP_\infty}{\rho AC_\infty}$$
$$+\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty}{2\rho AC_\infty^2}\dot{g}(t)\Bigg)\dot{\eta}_r(t)$$
$$+\omega_r^2\eta_r(t)-\chi_r v(t)+\Big(\frac{\gamma bP_\infty U_\infty}{C_\infty}$$
$$+\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty U_\infty}{2C_\infty^2}\dot{g}(t)\Big)\Big(\sum_{m=1}^{N}\alpha_{mr}\eta_m(t)\Big)$$
$$+\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty}{4C_\infty^2}\big(\textstyle\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}\beta_{rmn}\dot{\eta}_m(t)\dot{\eta}_n(t)\big)$$
$$+\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty U_\infty^2}{4C_\infty^2}\Big(\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}\gamma_{rmn}\eta_m(t)\eta_n(t)\Big)$$
$$+\frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty U_\infty}{2C_\infty^2}\big(\textstyle\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}\tau_{rmn}\eta_m(t)\dot{\eta}_n(t)\big)$$
$$=f_r(t),\quad r=1,2,3,\dots,N \tag{28}$$

در معادله‌ی گسسته‌ی فوق داریم:

$$YI\int_0^L\frac{\mathrm{d}^4\varphi_r(x)}{\mathrm{d}x^4}\varphi_m(x)\mathrm{d}x=\omega_r^2\delta_{rm} \tag{29}$$

$$\zeta_r=\frac{c_s\omega_r}{2Y} \tag{30}$$

$$\rho A\int_0^L\varphi_r(x)\varphi_m(x)\mathrm{d}x=\delta_{rm} \tag{31}$$

$$\chi_r=\vartheta\frac{\mathrm{d}\varphi_r(x)}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=L} \tag{32}$$

$$\alpha_{mr}=\int_0^L\varphi_m(x)\frac{\mathrm{d}\varphi_r(x)}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x \tag{33}$$

$$\beta_{rmn}=\int_0^L\varphi_m(x)\varphi_r(x)\varphi_n(x)\mathrm{d}x \tag{34}$$

$$\gamma_{rmn}=\int_0^L\varphi_r(x)\frac{\mathrm{d}\varphi_m(x)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}\varphi_n(x)}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x \tag{35}$$

$$\tau_{rmn} = \int_0^L \varphi_r(x)\varphi_n(x)\frac{\mathrm{d}\varphi_m(x)}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x \qquad (36)$$

$$f_r(t) = -\left[\rho A\ddot{g}(t) + \frac{\gamma b P_\infty}{C_\infty}\dot{g}(t) + \frac{\gamma(\gamma+1)bP_\infty}{4C_\infty^2}\dot{g}(t)^2\right]\int_0^L \varphi_r(x)\mathrm{d}x \qquad (37)$$

معادلات (28) تا (37) نشان می‌دهد که در نظر گرفتن نیروی آیروالاستیک سبب ایجاد عبارت‌های اضافی در بخش نیروی تحریک می‌گردد. در ادامه رابطه‌ی (24) در (23) جایگذاری شده و معادله‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\varepsilon^S bL}{2h_{\tilde{p}}}\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{v(t)}{R_l} + \sum_{r=1}^{N}\kappa_r\dot{\eta}_r(t) = 0 \qquad (38)$$

که در آن

$$\kappa_r = \bar{e}h_{\tilde{p}c}b\int_0^L \frac{\mathrm{d}^2\varphi_r(x)}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x \qquad (39)$$

معادله‌ی (28) بدست آمده از معادله‌ی گسسته‌ی مکانیکی با کوپل الکتریکی بوده و غیرخطی می‌باشد. معادله‌ی (38) نیز معادله‌ی الکتریکی با کوپل مکانیکی است. این معادلات پس از انتخاب یک مقدار برای N به صورت کوپل و با استفاده از روش عددی رانگ-کوتا حل شده است.

4- نتایج عددی برای یک نمونه تیر

به‌منظور بررسی عددی مسأله و حل معادلات حاکم بر سیستم، مقادیر ابعادی و ویژگی‌های مکانیکی و الکتریکی سازه به‌صورت جدول زیر در نظر گرفته شده است. در این جدول ویژگی‌های ابعادی و مکانیکی تیر یکسرگیردار، و لایه‌ی پیزوالکتریک نشان داده شده است. در تمام محاسبات صورت گرفته مقدار مقاومت مدار الکتریکی اندازه‌گیری ولتاژ خروجی برابر 1000 اهم فرض شده است. همچنین در مواردی که نیاز است پارامترهای P_∞ (فشار اتمسفر) و γ (ضریب ثابت گاز) به‌ترتیب برابر با 100 kPa و 1.4 در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در این‌جا جهت استخراج نتایج از سه تابع پایه‌ی اول ($N = 3$) در بسط معادله‌ی (24) استفاده شده است. در ادامه به منظور بررسی صحت روابط و حل ارائه شده فرکانس طبیعی سیستم با فرکانس به‌دست آمده از پاسخ ارتعاشات آزاد مقایسه می‌گردد. براساس تئوری ارتعاشات nاُمین فرکانس طبیعی سیستم مطابق با رابطه‌ی زیر می‌باشد [19]:

$$\omega_n = \lambda_n^2\sqrt{\frac{YI}{\rho AL^4}} \qquad (40)$$

جدول 1 ویژگی‌های ابعادی و مکانیکی سیستم تیر یکسرگیردار و لایه‌ی پیزوالکتریک [15]

Table 1 Dimensional and mechanical properties of the system of cantilever beam and piezoelectric layer [15].

پارامتر	تیر	پیزوالکتریک
مدول یانگ	105 GPa	60.9 GPa
جرم واحد حجم	9000 kg/m^3	7500 kg/m^3
طول	24.53 mm	24.53 mm
عرض	6.4 mm	6.4 mm
ضخامت	0.14 mm	0.265 mm
ثابت پیزوالکتریک	-	-16.6 C/m^2
ظرفیت الکتریکی	-	25.55 nF/m

که در آن λ_n از حل معادله‌ی (27) قابل استخراج است. مقادیر سه فرکانس طبیعی اول طبق این رابطه به‌ترتیب برابر با 3941.75 rad/s، 24702.71 rad/s و 69168.78 rad/s می‌باشند. در "شکل 2" پاسخ نسبی انتهای تیر به جابجایی اولیه در پایه نشان داده شده است که اثر میرایی باعث صفر شدن این پاسخ پس از مدت زمان مشخصی می‌گردد. در تحریک پایه با جابجایی اولیه، پایه در لحظه صفر به اندازه مشخصی جابجا و سپس به وضعیت اولیه خود بر می گردد. به‌عبارتی دیگر تحریک پایه در این حالت به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\text{at } t=0:\quad g(t)=k \qquad\qquad (41)$$
$$\text{at } t>0:\quad g(t)=0$$

در رابطه فوق k مقداری ثابت است. با تبدیل فوریه‌ی عددی از پاسخ زمانی نشان داده شده در "شکل 2" که به ازای $k = 0.1$ استخراج شده است، پاسخ سیستم در حوزه‌ی فرکانسی استخراج می‌شود که در "شکل 3" نشان داده شده است.

در "شکل 3" فرکانس‌های طبیعی سیستم به ترتیب 3940 rad/s، 24710 rad/s و 69160 rad/s می‌باشد که در مقایسه با مقادیر به‌دست آمده براساس رابطه (40) دارای خطای نسبی 0.04%، 0.03 % و 0.013 % می‌باشند. در

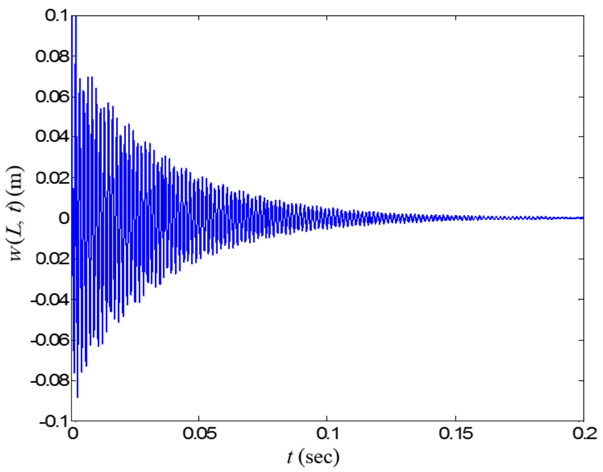

Fig. 2 Time response of the beam end point to initial base displacement ($c_s = 0.1$ Ns/ m^2)

شکل 2 پاسخ زمانی انتهای تیر به جابجایی اولیه در پایه ($c_s = 0.1$ Ns/ m^2)

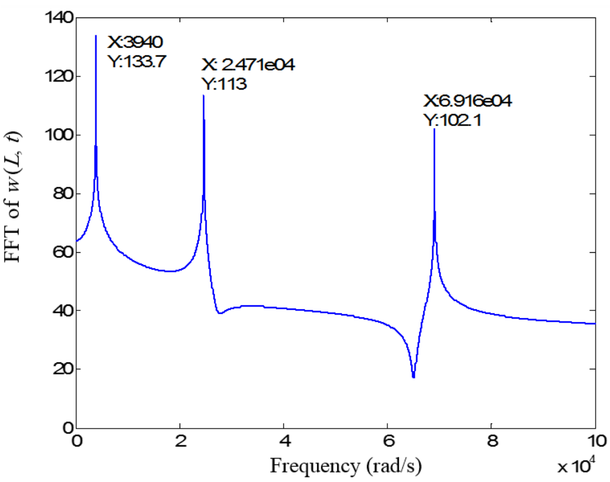

Fig. 3 Frequency response of the beam end point to initial base displacement

شکل 3 پاسخ فرکانسی انتهای تیر به جابجایی اولیه در پایه

ادامه تأثیر مقدار میرایی ساختاری سیستم بر رفتار ارتعاشی و ولتاژ خروجی سیستم تحت تحریک پایه با جابجایی اولیه بررسی شده است. با توجه به این‌که مقدار میرایی تنها بر پاسخ گذرای سیستم تأثیرگذار است لذا خروجی سیستم تنها تحت شرایط اولیه‌ی جابجایی ذکر شده در رابطه (41) استخراج شده است.

"شکل 4" پاسخ ارتعاشی انتهای تیر با سرعت سیال صفر را برای سه مقدار میرایی ساختاری مختلف تحت تحریک پایه با جابجایی اولیه را نشان می‌دهد. همچنین ولتاژ خروجی متناظر با پاسخ زمانی "شکل 4" در حوزه‌ی فرکانسی مطابق "شکل 5" می‌باشد. همان‌طور که در "شکل 5" مشاهده می‌شود میزان ولتاژ خروجی در نزدیکی فرکانس تشدید سیستم با میرایی در تیر رابطه‌ی معکوس دارد در حالی که در فرکانس غیرتشدید مانند فرکانس نزدیک به 1.5×10^4 rad/s، ولتاژ متناظر با کمترین میرایی، کمترین مقدار را دارد. در ادامه تأثیر سرعت سیال و تحریک تصادفی پایه بر رفتار ارتعاشی و ولتاژ خروجی سیستم بررسی شده است.

4-1- تحریک تصادفی پایه

تمام نیروها و حرکت‌های موجود در طبیعت مشخص و قابل پیش‌بینی نیستند و می‌توانند به صورت مجموعه‌ای از داده‌های اتفاقی و تصادفی باشند.

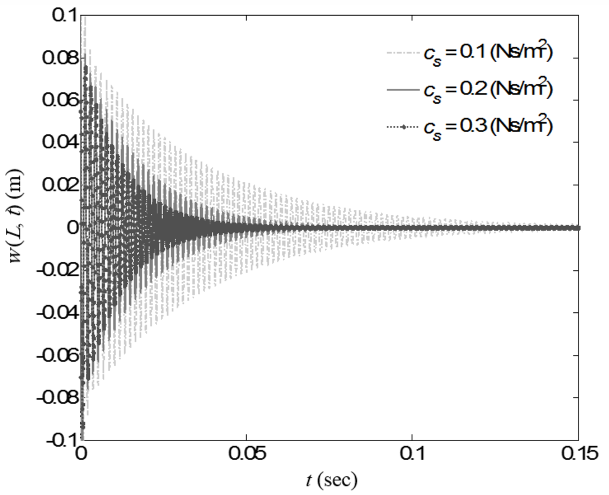

Fig. 4 Structural damping effect on the time response of the beam

شکل 4 تاثیر میرایی ساختاری بر پاسخ زمانی تیر

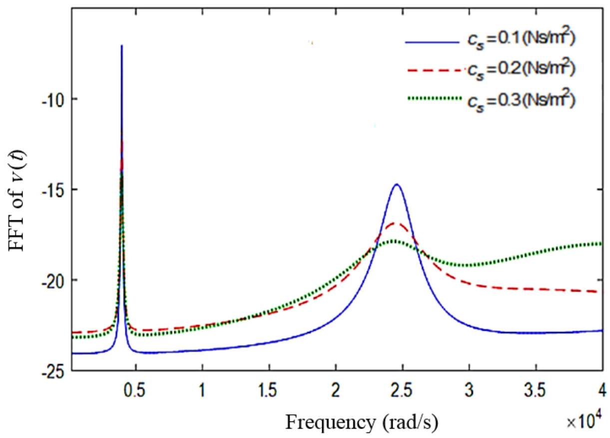

Fig. 5 Structural damping effect on the frequency response of the output voltage

شکل 5 تاثیر میرایی ساختاری بر قدرت ولتاژ خروجی در حوزه‌ی فرکانسی

بررسی این‌گونه سیستم‌ها نیازمند تولید مجموعه‌ای از ورودی‌های تصادفی است تا پاسخ سیستم برای این نوع ورودی مشخص گردد.

فرایندهای تصادفی در ابتدا در علم فیزیک و برای توصیف پدیده‌های تصادفی که حالت آن‌ها در طی زمان تغییر می‌کند مطرح شد. در مدل‌سازی هر سیستم تصادفی که حالت آن در طی زمان (فضا یا سایر پارامترها) تغییر می‌کند، مدل باید قادر به توصیف حالت سیستم در طول زمان باشد. به عبارت دیگر مدل شامل دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی است که پدیده تصادفی را توصیف می‌کند. فرض کنید که t متغیر زمان و $f(t)$ متغیر تصادفی وابسته به t باشد. در این صورت یک فرایند تصادفی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی $\{f(t): t \in T\}$ است که در آن $f(t)$ به ازای $t \in T$ هر یک متغیر تصادفی خواهد بود.

در این قسمت، پاسخ ارتعاشی و ولتاژ خروجی سیستم به ورودی تحریک پایه‌ی تصادفی بررسی شده است. بدین منظور تابع تصادفی $f(t)$ به‌صورت تابع $f(t) = \text{rand}()$ در نظر گرفته شده است. که تابع $\text{rand}()$ یک تابع تولید اعداد تصادفی در محدوده 0 تا 1 در نرم‌افزار متلب می‌باشد. در این مقاله با استفاده از تابع تصادفی در نظرگرفته شده محدوده اعداد تصادفی برای تحریک پایه در فاصله -1 mm تا 1mm درنظر گرفته شده است. در این‌جا "شکل 6" یک نمونه از حرکت عرضی تصادفی پایه $g(t)$، را نمایش می‌دهد.

یکی از روش‌های متعارف جهت محاسبه مشتق استفاده از روش تفاضلات محدود می‌باشد. در ساده‌ترین فرم در این روش مقدار تابع در یک نقطه از مقدار تابع در نقطه بعدی کسر می‌گردد و به اختلاف فاصله بین آن دو نقطه تقسیم می‌شود. برای یک تابع f که در نقاط $[t_0 = 0\,, t_1, t_2, \dots, t_n\,]$ تعریف شده باشد، می توان از رابطه (42) مشتق را محاسبه نمود.

$$\acute{f}(t_i) \cong \frac{f(t_{i+1}) - f(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \tag{42}$$

بنابراین در مواردی از محاسبات که نیاز به مشتق گیری عددی بوده است از رابطه (42) استفاده شده است.

با در نظر گرفتن تحریک پایه‌ی تصادفی در حضور سرعت سیال و فشار اتمسفر پاسخ فرکانسی سیستم در حوالی فرکانس طبیعی اول استخراج شده است. "شکل 7" پاسخ فرکانسی ارتعاش تیر و "شکل 8" قدرت فرکانسی ولتاژ خروجی متناظر را نمایش می‌دهد.

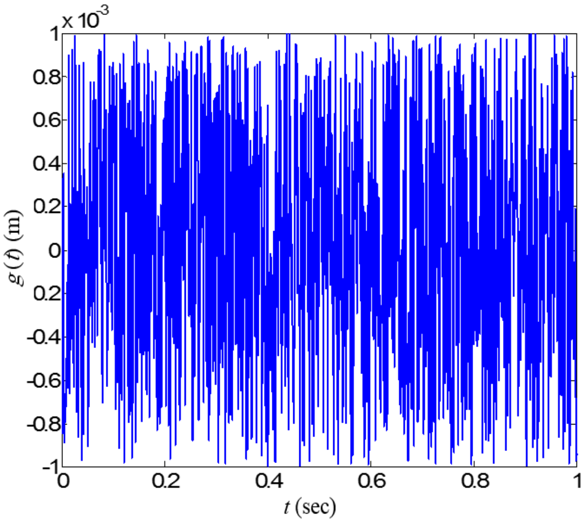

Fig. 6 random base excitation

شکل 6 تحریک تصادفی پایه

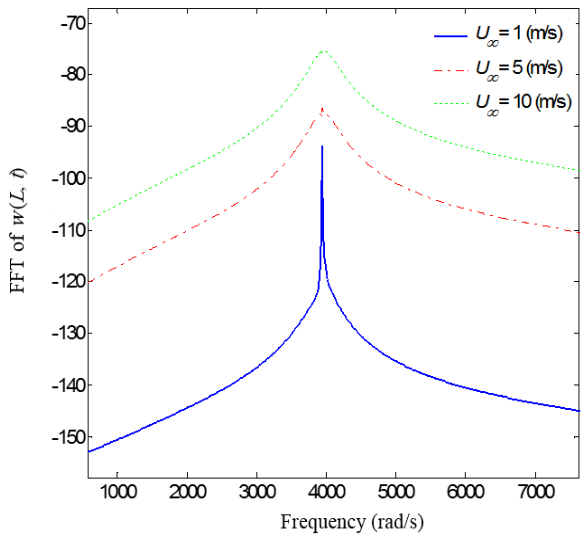

Fig. 7 Frequency response of the beam end point for three different values of fluid velocity ($c_s = 0.2$ Ns/ m^2).

شکل 7 پاسخ فرکانسی انتهای تیر برای سه مقدار متفاوت از سرعت سیال ($c_s = 0.2$ Ns/ m^2).

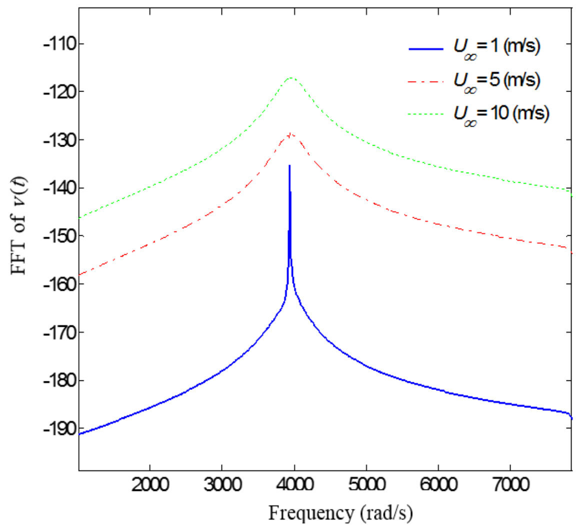

Fig. 8 Frequency response of the output voltage for three different values of fluid velocity

شکل 8 قدرت فرکانسی ولتاژ خروجی برای سه مقدار متفاوت از سرعت سیال

با توجه به دو شکل فوق مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت سیال انرژی سیستم افزایش می‌یابد و این مسأله باعث افزایش دامنه‌ی ارتعاشی و ولتاژ خروجی سیستم می‌گردد.

5- نتیجه گیری

در این مطالعه به بررسی جذب انرژی ارتعاشی از مکانیزم تیر یکسرگیردار تحت نیروی آیروالاستیک و تبدیل آن به انرژی الکتریکی پرداخته شد. به این منظور معادله‌ی حاکم بر ارتعاشات عرضی تیر با دو لایه‌ی پیزوالکتریک با کوپلینگ الکتریکی استخراج گردید. به منظور در نظر گرفتن اثر آیروالاستیک محیط بر ارتعاش تیر، نیروی فشاری وارد بر واحد طول براساس تئوری پیستون در معادلات در نظر گرفته شد. با استفاده از معادله‌ی الکتریکی حاکم بر ولتاژ خروجی و بکارگیری روش گالرکین معادلات گسسته شده و با حل عددی آن‌ها، پاسخ ارتعاشی و ولتاژ خروجی استخراج گردید. بررسی رفتار ارتعاشی و ولتاژ خروجی نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن تئوری پیستون با افزایش سرعت سیال در محیط اطراف، سطح انرژی سیستم افزایش می‌یابد و سیستم می‌تواند انرژی الکتریکی بیشتری تولید نماید. همچنین در فرکانس ارتعاشی نزدیک به فرکانس رزونانس افزایش میرایی ساختاری منجر به کاهش ولتاژ خروجی می‌گردد در حالی‌که در فرکانس ارتعاشی دور از فرکانس رزونانس رفتار عکس می‌شود.

6- مراجع

[1] S. P. Beeby, M. J. Tudor, N. White, Energy harvesting vibration sources for microsystems applications, *Measurement Science and Technology*, Vol. 17, No. 12, pp. 175-195, 2006.
[2] H. A. Sodano, D. J. Inman, G. Park, A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials, *Shock and Vibration Digest*, Vol. 36, No. 3, pp. 197-206, 2004.
[3] M. El-Hami, P. Glynne-Jones, N. White, M. Hill, S. Beeby, E. James, A. Brown, J. Ross, Design and fabrication of a new vibration-based electromechanical power generator, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 92, No. 1, pp. 335-342, 2001.
[4] N. Stephen, On energy harvesting from ambient vibration, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 293, No. 1, pp. 409-425, 2006.
[5] M. Goldfarb, L. D. Jones, On the efficiency of electric power generation with piezoelectric ceramic, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 121, No. 3, pp. 566-571, 1999.
[6] A. Kasyap, J. Lim, D. Johnson, S. Horowitz, T. Nishida, K. Ngo, M. Sheplak, L. Cattafesta, Energy reclamation from a vibrating piezoceramic composite beam, *Proceedings of 9th International Congress on Sound and Vibration*, Orlando, USA, July 8-10, pp. 1-8, 2002.
[7] C. Huang, Y. Lin, T. Tang, Study on the tip-deflection of a piezoelectric bimorph cantilever in the static state, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 530, 2004.
[8] S. Roundy, P. K. Wright, A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics, *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 5, pp. 1131, 2004.
[9] S. Roundy, On the effectiveness of vibration-based energy harvesting, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 16, No. 10, pp. 809-823, 2005.
[10] S. Roundy, E. S. Leland, J. Baker, E. Carleton, E. Reilly, E. Lai, B. Otis, J. M. Rabaey, P. K. Wright, V. Sundararajan, Improving power output for vibration-based energy scavengers, *Pervasive Computing, IEEE*, Vol. 4, No. 1, pp. 28-36, 2005.
[11] A. Erturk, Piezoelectric energy harvesting for civil infrastructure system applications: Moving loads and surface strain fluctuations, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 17, pp. 1959-1973, 2011.
[12] M. Karimi, R. Tikani, S. Ziaei-Rad, Piezoelectric energy harvesting from bridge vibrations under moving consecutive masses, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 108-118, 2016. (in Persian فارسی)
[13] M. R. Asgharzadeh, K. Jahani, A. Kianpoor, M. H. Sadeghi, Energy harvesting investigation from unimorph trapezoidal beam vibrations using distributed parameters method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 96-102, 2015. (in Persian فارسی)
[14] M. Darvizeh, A. Darvizeh, V. Arab Zadeh, H. Rajabi Nonlinear analysis of multi-layered beams with piezoelectric layeres considering large deformations, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 10, No. 2, pp. 57-67, 2010. (in Persian فارسی)
[15] S.-H. Kim, J.-H. Ahn, H.-M. Chung, H.-W. Kang, Analysis of piezoelectric effects on various loading conditions for energy harvesting in a bridge system, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 167, No. 2, pp. 468-483, 2011.
[16] J. Ajitsaria, S.-Y. Choe, D. Shen, D. Kim, Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation, *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, No. 2, pp. 447, 2007.
[17] A. Erturk, D. J. Inman, An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base

excitations, *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 2, pp. 025009, 2009.
[18] A. Erturk, D. J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*, First Edition, pp. 273-300, New york: John Wiley & Sons, 2011.
[19] S. S. Rao, *Vibration of continuous systems*, Fifth Edition, pp. 721-739, NewYork: Prentice Hall, 2011.
[20] A. Erturk, *Electromechanical modeling of piezoelectric energy harvesters*, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2009.
[21] H. F. Tiersten, *Linear piezoelectric plate vibrations*, First Edition, pp. 11-59, New York: Plenum Press, 1969.
[22] B. I. Epureanu, L. S. Tang, M. P. Paidoussis, Coherent structures and their influence on the dynamics of aeroelastic panels, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 39, No. 6, pp. 977-991, 2004.
[23] E. H. Dowell, *Aeroelasticity of plates and shells*, First Edition, pp.51-109, Leiden: Noordhoff International Pub, 1974.
[24] V. Bolotin, A. Grishko, A. Kounadis, C. Gantes, Non-linear panel flutter in remote post-critical domains, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 33, No. 5, pp. 753-764, 1998.
[25] H. Ashley, Piston theory-a new aerodynamic tool for the aeroelastician, *Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences)*, Vol. 23, No. 12, pp.1109-1118, 2012.
[26] N. Kong, D. S. Ha, A. Erturk, D. J. Inman, Resistive impedance matching circuit for piezoelectric energy harvesting, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 21 , No. 13 , pp. 1293-1302, 2010.