



اثر ورتکس‌های تصادفی بر نرخ انتقال حرارت از یک ذره کروی

زهره طالب‌پور¹، حمید نیازمند^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948944، niazmand@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 آذر 1395

پذیرش: 10 بهمن 1395

ارائه در سایت: 11 اسفند 1395

کلید واژگان:

تعامل ورتکس- ذره

جریان گردابه‌ای

ذره کروی

ورتكس‌های تصادفی

چکیده

اسپری در بسیاری از فرآیندهای مهندسی و صنعتی نقش مهمی را ایفا می‌کند. در این راستا بررسی نرخ انتقال حرارت از ذرات در محیطی با طیف وسیعی از ساختارهای گردابه‌ای مانند گردابه‌های آشسته از اهمیت بسزایی برخوردار است. اثرات متقابل بین این ساختارهای گردابه‌ای و ذرات کروی به‌طور قابل توجهی بر نرخ انتقال حرارت از ذرات و طول عمر آن‌ها تأثیر می‌گذارد. در تحقیق حاضر انتقال حرارت گذرای یک ذره کروی در تعامل با ورتکس‌های تصادفی در جریان تراکم‌ناپذیر و لزج با استفاده از حل عددی معادلات ناویر-استوکس و انرژی در $Re=100$ با الگوریتم محاسباتی توسعه‌یافته مطالعه شده است. نتایج با داده‌های عددی در دسترس جهت اطمینان از صحت محاسبات در مقالات مقایسه و هماهنگی خوبی بین نتایج مشاهده شد. در ابتدا حوزه تأثیر ورتکس حول ذره با شبیه‌سازی دو ورتکس مشابه و با در نظر گرفتن اثر آن‌ها بر عدد ناسلت تعیین شده است. سپس با استفاده از این حوزه تأثیر اثر تعداد ورتکس‌های تصادفی با ساختارها و موقعیت‌های مختلف بر نرخ انتقال حرارت از ذره بررسی شده است. نشان داده شده که تنها 4 و یا 5 ورتکس می‌تواند به‌خوبی اثرات یک محیط گردابه‌ای با تعداد بیشتری از ورتکس‌ها را بر نرخ انتقال حرارت از یک ذره پیش‌بینی کند، همچنین نتایج نشان می‌دهد که برای تعداد 4 و یا بیشتر از ورتکس‌ها، عدد ناسلت در بازه‌ای محدود نسبت به مقادیر مربوط به عبور جریان بدون ورتکس از روی ذره تغییر می‌کند. به‌علاوه افزایش در اندازه ورتکس‌ها منجر به نرخ انتقال حرارت بیشتر می‌شود.

The Influence of Random Vortices on the Heat Transfer Rate from a Spherical Particle

Zahra Talebpour¹, Hamid Niazmand^{2*}

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9177948944 Mashhad, Iran, niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 28 November 2016

Accepted 29 January 2017

Available Online 01 March 2017

Keywords:

Vortex-Particle Interaction

Vortical Flow

Spherical Particle

Random Vortexes

ABSTRACT

Spray plays an important role in many engineering and industrial processes. Therefore, it is important to investigate the heat transfer rate of particles in an environment with a wide spectrum of vortical structures resembling turbulent eddies. The interaction between these vortical structures and spherical particles significantly influences the heat transfer rate of particles and their life time. In the present study, transient heat transfer of a spherical particle interacting with random vortexes in an incompressible and viscous flow has been studied using numerical solution of the Navier-Stokes and energy equations at $Re=100$ by the developed computational algorithm. In order to ensure the accuracy of the calculation, the results are compared with numerical data available in literature, where good agreements were observed. The influential vortex domain around the particle was first identified with simulating two similar vortexes based on their impact on the Nusselt number. Then, using this domain of influence, effects of the number of random vortexes with different structures and positions on the heat transfer rate of the particle was considered. It was found that only 4 or 5 vortexes can well predict the influences of a vortical domain with larger number of vortexes on the heat transfer rate of a particle. The results also indicate that for 4 or more vortexes the Nu varies in a limited range of that for the case with no vortex flow. Furthermore, increasing vortexes sizes, leads to the higher heat transfer rates.

1- مقدمه

خشک‌کن‌های پاششی و ... اشاره کرد. این جریان‌ها به‌طور ذاتی شامل ساختارهای چرخشی متعددی که به دلیل نحوه پاشیدن محفظه ایجاد شده، است. ذرات پاشیده‌شده در این جریان‌ها نیز به دلیل قطر و سرعت متوسط پاشش، رینولدزی در حدود 10-500 خواهند داشت که می‌توان ادعان داشت یک جریان آرام را تجربه می‌کنند. بررسی چنین جریان‌هایی که آثار جریان

کاربردهای بسیار متنوع جریان اطراف یک قطره یا ذره کروی در صنایع مختلف آن را به حوزه تحقیق برای بسیاری از پژوهشگران و محققان تبدیل کرده است. از جمله کاربردهای این حوزه می‌توان به مطالعه جریان ناپایدار در اطراف قطرات و ذرات تزریق‌شده درون محفظه (موتورهای احتراق داخلی،

Please cite this article using:

Z. Talebpour, H. Niazmand, The Influence of Random Vortices on the Heat Transfer Rate from a Spherical Particle, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 3, pp. 93-104, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر اثر تغییر در شرایط اولیه و هندسی ورتکس را بر رفتار زمانی نیروهای پسا و برای وارد بر ذره کروی (و یا قطره‌ی جامد) از طرف میدان جریان بررسی کردند. مشاهده شده که حد تغییرات محلی در نیروهای وارد بر ذره در طی مدت زمانی که هسته ورتکس در نزدیکی آن قرار دارد تقریباً $\pm 30\%$ در ضریب پسا و $\pm 200\%$ در ضریب برآ در مقایسه با عبور جریان از روی یک ذره چرخشی و بدون تعامل با ورتکس است [6].

کیم و همکاران [7] تعداد ورتکس‌ها را با افزایش به 2 ورتکس و با محدود کردن مطالعه خود به بررسی تعامل یک جفت ورتکس مشابه با یک ذره کروی ثابت، اثر تغییر موقعیت و شرایط اولیه هسته ورتکس‌ها را بر ضرایب آیرودینامیکی ذره بررسی کردند و روابطی بین پارامترهای تأثیرگذار دو ورتکس و ضریب برای ذره به‌دست آوردند.

طالب‌پور و نیازمند [8] در مطالعه خود با استفاده از مدل ساده‌ای از یک میدان جریان گردابه‌ای و شبیه‌سازی تعامل بین دو ورتکس مشابه و یک قطره جامد (ذره کروی) به بررسی اثر چرخش ذره حول محورهای متفاوت بر نرخ انتقال حرارت از آن به‌ازای جهت‌های گردش متفاوت برای ورتکس‌ها پرداخته‌اند.

مروری بر کارهای گذشته نشان می‌دهد که محققان تاکنون به بررسی اثر تعامل تنها یک و دو ورتکس با یک ذره کروی در حوزه‌های سرعت و دما پرداخته‌اند. در این مطالعات نیز در بررسی اثر تغییر یکی از پارامترهای ورتکس بر دینامیک و رفتار حرارتی ذره سایر پارامترهای آن به‌صورت ثابت در نظر شده است. درحالی که برای نزدیک شدن به طبیعت اصلی جریان‌های گردابه‌ای با در نظر گرفتن جریانی آرام و مدل‌سازی ورتکس که ماهیتی آشفته دارد، باید با در نظر گرفتن تعداد بیشتری از این ساختارهای آشفته با داشتن شرایط مختلف نسبت به یکدیگر، اثرات مربوط به آشفته‌گی بررسی شود؛ ورتکس‌هایی با اندازه، موقعیت اولیه، قدرت و جهت گردش متفاوت که می‌توانند سبب تقویت و یا کاهش اثرات یکدیگر در میدان جریان شوند.

تاکنون در هیچ کدام از پژوهش‌های عددی که به بررسی اثر تعامل ورتکس با ذره پرداخته شده، تغییر در حوزه حرارتی در اطراف ذره در میدان جریانی با حضور تعداد بیشتر از دو ورتکس با شرایط و ساختارهای تصادفی (رندوم)⁵ نسبت به یکدیگر مطالعه نشده است. در این راستا بر خلاف کار انجام شده در مرجع [8] در این مقاله برای نخستین بار سعی بر حل عددی حوزه دما با حضور تعداد بیشتری از ورتکس‌ها با شرایط و ساختارهای تصادفی، تعداد متغیر بین 4-6 ورتکس و یک ذره کروی ثابت در یک میدان جریان آرام، لزج و تراکم‌ناپذیر شده است. همچنین نشان داده شده که این ساختارهای گردابه‌ای تا چه اندازه می‌توانند بر رفتار و دینامیک یک ذره تأثیر گذارند و این که چه تعداد ورتکس کافی است تا بتوان رفتار یک ذره را در محیطی گردابه‌ای بررسی کرد.

برای تعیین حالت‌های تصادفی برای ساختار و موقعیت‌های متفاوت برای ورتکس‌ها در میدان جریان، ابتدا حوزه محاسباتی برای شبیه‌سازی ورتکس‌های تصادفی در نزدیکی ذره تخمین زده می‌شود. در این راستا با شبیه‌سازی دو ورتکس مشابه و با تغییر در موقعیت اولیه مرکز هسته آن‌ها محدوده بیشترین اثرگذاری دو ورتکس بر یکدیگر در نزدیکی ذره به‌دست می‌آید. سپس با شبیه‌سازی ورتکس‌ها در این حوزه، به بررسی اثر حضور بیشتر آن‌ها بر نرخ انتقال حرارت از ذره در میدان جریان پرداخته می‌شود. معادلات حاکم بر مسئله در دستگاه مختصات عمومی $Re=100$ و $Pr=1$ به روش عددی حل می‌شوند. نتایج به‌صورت نمودارهایی برحسب مقادیر

آرام و درهم در آن‌ها حضور دارند، نیاز به مدل‌سازی دارد. به عنوان نمونه برای یک ذره که جریان آرام $Re=100$ دارد، ولی در محیطی مدل می‌شود که دارای گردابه‌هایی با توزیع تصادفی شبیه محیط درهم است. ساختارهای گردابه‌ای را برای مدل‌سازی می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای از ورتکس‌هایی در نظر گرفت که می‌توانند باعث تغییر در رفتار و دینامیک ذره در میدان جریان شوند.

تاکنون مطالعات بسیاری بر اثرات متقابل یک ورتکس بر دینامیک یک ذره کروی انجام شده است؛ هرچند تعداد پژوهش‌هایی که به بررسی رفتار ذره در یک محیط آشفته با حضور تعداد بیشتری از این ساختارهای گردابه‌ای پرداخته‌اند بسیار محدود است.

شکل و هندسه مدل گردابه مجزا موضوعی مهم در میدان جریان است. از میان تحقیقات گسترده‌ای در رابطه با ارائه ساختارهای گردابه‌ای سازمان‌یافته و یا ساختارهای منسجم در جریان‌های آشفته وجود داشته است، شبیه‌سازی یک ساختار گردابه‌ای به‌صورت یک ورتکس که یکی از انواع آن‌ها در جریان‌های لزج، ورتکس رنکین¹ [1] نامیده می‌شود، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. در ادامه پژوهش‌هایی که چگونگی رفتار یک ذره کروی در یک محیط گردابه‌ای را مورد بررسی قرار داده‌اند، به اختصار مرور می‌شوند.

کیم و همکاران [2] برخورد یک ورتکس استوانه‌ای با یک ذره کروی را در میدان جریان لزج و تراکم‌ناپذیر در محدوده اعداد رینولدز $20 \leq Re \leq 100$ بررسی کرده‌اند. آن‌ها علاوه بر بررسی تغییرات به‌وجودآمده در نیروهای پسا²، برآ³ و مومنتوم وارد بر ذره در طی عبور ورتکس استوانه‌ای از روی آن، مقایسه‌ای از توزیع سرعت مماسی در یک ورتکس استوانه‌ای و یک ورتکس نقطه‌ای ارائه دادند که نشان می‌دهد مقدار سرعت اولیه القا شده به وسیله ورتکس استوانه‌ای بر مرکز آن برابر صفر است و در فاصله بزرگ‌تر از شعاع هسته آن، مقدار سرعت القایی به مقادیر ورتکس نقطه‌ای (که بیشترین مقدار سرعت و وریسیته در مرکز آن است) نزدیک می‌شود.

مسعودی و سیرینگانو [3] به مطالعه میدان دمای اطراف ذره در طی برخورد با یک ورتکس استوانه‌ای در محدوده اعداد رینولدز $20 \leq Re \leq 100$ پرداخته‌اند. آن‌ها با حل عددی معادلات ناویر-استوکس و انرژی برای هر دو فاز گاز و مایع (ذره)، اثر تغییر پارامترهایی از قبیل اندازه هسته ورتکس، قدرت و موقعیت اولیه آن در میدان جریان و همچنین اثر عدد رینولدز را بر ضریب انتقال حرارت ذره مورد بررسی قرار دادند.

همان محققان در مطالعه‌ای دیگر اثر ترکیبی تعامل یک ورتکس با ذره و طبقه‌بندی دمای میدان جریان را بر عدد ناسلت⁴ بررسی کردند. در مقایسه با نتایج مربوط به حضور یک ورتکس در میدان دمای یکنواخت [3]، طبقه‌بندی دمای سیال اثرات شدیدی بر نرخ انتقال حرارت ذره‌ی کروی داشته است؛ به‌گونه‌ای که الگوی گذرای عدد ناسلت کاملاً متفاوت با نتایج در میدان دمای یکنواخت به‌دست آمده است [4].

نیازمند و رنکسیزبولوت [5] اثرات متقابل یک ورتکس استوانه‌ای با یک قطره (و یا ذره کروی مایع) در حال چرخش را در یک میدان جریان لزج و تراکم‌ناپذیر به روش عددی در محدوده اعداد رینولدز $20 \leq Re \leq 300$ و سرعت چرخشی بی‌بعد $0 \leq \Omega \leq 0.5$ بررسی کرده‌اند. آن‌ها نشان دادند که با در نظر گرفتن شار جرمی بر سطح قطره Nu به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد.

¹ Rankin² Drag³ Lift⁴ Nusselt Number⁵ Random

ناپایداری‌های میدان جریان به دلیل سرعت ثابت جریان تنها مربوط به حضور ورتکس‌ها و رفتار دنباله ذره کروی است. محور ورتکس‌های استوانه‌ای با شعاع‌های متفاوت a و با طول بی‌نهایت در فواصل اولیه مختلف $\varepsilon (=y/R)$ از محور x قرار گرفته‌اند. در بررسی تعامل یک و چند ورتکس با ذره، نخستین ورتکس در فاصله محوری 10 برابر شعاع ذره از مرکز آن در جریان بالادست قرار می‌گیرد.

در این فاصله اثر ورتکس بر ذره قابل چشم‌پوشی است؛ زیرا در این موقعیت مقدار سرعت ناشی از ورتکس در نزدیکی ذره کمتر از 2% سرعت جریان آزاد است. یادآور می‌شود که صفحه $(x-y)$ صفحه تقارن در این پژوهش است.

این ورتکس‌ها که ورتکس رنکین نیز نامیده می‌شوند همان ویژگی‌هایی را دارد که توسط کیم و همکارانش [2] به کار رفته است. در این راستا برای یک ورتکس $\sigma=a/R$ شعاع اولیه بی‌بعد هسته آن است که درون این هسته سرعت القا شده از مقدار صفر در مرکز هسته به ماکزیمم سرعت مماسی در شعاع $r=a$ می‌رسد که با $V_{\max}$ (بی‌بعد شده به وسیله U_{∞}) نشان داده می‌شود. میدان سرعتی در بیرون از این هسته ($r>a$) توسط ورتکس ایجاد شده که در $r \rightarrow \infty$ ناپدید می‌شود. هر ورتکس به صورت یک ورتکس سه‌بعدی استوانه‌ای در حوزه حل ایجاد می‌شود که با تابع جریان به صورت رابطه (2) قابل بیان است [2].

$$\psi(x, y, z, t = 0) = -\frac{\Gamma_0}{2\pi} \ln[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2] \quad (2)$$

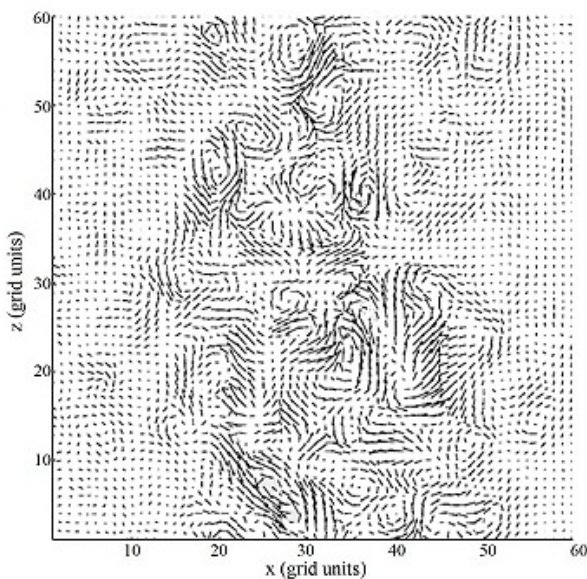


Fig. 2 Vortices obtained by high-pass filtered field [9]

شکل 2 ورتکس‌های حاصل از میدان فیلترشده‌ی بالاگذر [9]

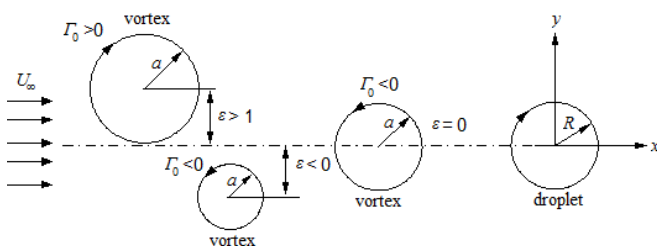


Fig. 3 Flow geometry and coordinates

شکل 3 هندسه جریان و دستگاه مختصات

متوسط عدد ناسلت و حالت‌های به‌دست‌آمده برای 4، 5 و 6 ورتکس گزارش می‌شوند.

2- تعریف مسئله

2-1- استخراج یک ورتکس از یک جریان گردابه‌ای

چرخش یک المان از سیال به صورت کرل بردار سرعت تعریف می‌شود. به عبارت دیگر چرخش $\vec{\omega}$ به صورت رابطه (1) بیان می‌شود.

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \quad (1)$$

بردار چرخش به طور عددی دو برابر سرعت زاویه‌ای دوران المان سیال حول محور خودش است. خط چرخش خطی است که مماس بر آن در هر نقطه موازی بردار چرخش است؛ بنابراین برای هر خم بسته در میدان جریان، هر نقطه روی خم دارای خط چرخشی است که از آن نقطه می‌گذرد و یک سری از خطوط چرخش که به وسیله یک خم بسته تعریف می‌شوند یک مجرای چرخش و به عبارتی دیگر یک ورتکس استوانه‌ای را تشکیل می‌دهند. شکل 1 یک ورتکس استوانه‌ای متشکل از چندین خط چرخش را نشان می‌دهد.

گراوال و پرساد [9] از تعریف رابینسون و همکاران [10] برای تعریف یک ورتکس استفاده کرده‌اند: «هنگامی که خطوط جریان نگاشته‌شده بر صفحه عمود بر هسته، در یک قاب مرجع در حال حرکت به همراه مرکز هسته ورتکس در نظر گرفته شوند و یک الگوی تقریباً دایروی یا مارپیچی را از خود به نمایش گذارند یک ورتکس از آن استخراج می‌شود». ورتکس‌ها با استفاده از تکنیک فیلترکردن بالاگذر¹ به‌دست می‌آیند (آدریان و همکاران [11] و آگراوال و پرساد [12]) که در آن میدان لحظه‌ای ابتدا با استفاده از تابع کرنل گاوسی هموارسازی می‌شود؛ سپس میدان پایین‌گذر به‌دست آمده (که تغییرات فرکانس بالای آن فرونشانده شده‌اند) از میدان سرعت اصلی کاسته می‌شود و در نتیجه ورتکس‌ها آشکار می‌شوند. شکل 2 ورتکس‌ها را در میدان فیلترشده بالاگذر نشان می‌دهد (ورتنکس‌های با اندازه و جهت‌های گردش متفاوت در شکل 2 دیده می‌شوند که بر میدان سرعت یکدیگر تأثیر گذاشته‌اند).

2-2- توصیف جریان و مدل‌سازی ریاضی ورتکس

یک نمایش ساده از هندسه و مختصات جریان در اطراف ذره در تعامل با سه ورتکس با ساختار و شرایط اولیه متفاوت در زمان $t=0$ در شکل 3 نشان داده شده است. ذره‌ای جامد و تک دما به شعاع R به‌طور ناگهانی در یک جریان آرام و یکنواخت قرار گرفته است. فرض شده که ذره در میدان جریان ثابت است و جریان آزاد با سرعت U_{∞} (سرعت نسبی بین ذره و جریان اصلی) در جهت مثبت محور x و حامل ورتکس‌ها از روی ذره عبور می‌کند و

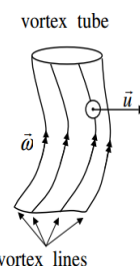


Fig.1 Structure of a vortex tube

شکل 1 ساختار یک ورتکس استوانه‌ای

¹ High-Pass Filtering

$$\overline{Nu} = \frac{1}{(\tau_2 - \tau_1)} \int_{\tau_1}^{\tau_2} Nu(\tau) d\tau \quad (11)$$

3-1- شرایط مرزی و شرایط اولیه

شبکه در مجاورت سطح ذره با ضریب انبساط در جهت شعاعی (r) به دلیل تغییرات شدید در این ناحیه ریز شده است. مرز خارجی حوزه مورد بررسی یا ζ_{max} که در رینولدزهای متوسط معمولاً به فاصله 20 برابر شعاع ذره دورتر از آن در نظر گرفته می‌شود به دو قسمت جریان ورودی (از نقطه سکون جلویی تا θ_{out}) و جریان خروجی از θ_{out} تا نقطه سکون پشت ذره تقسیم شده است. زاویه خروج (θ_{out}) در $Re=100$ با توجه به تجربه دیگر محققان [13,6,2] 120 درجه است. شرایط مرزی در قسمت ورودی مرز خارجی به صورت سرعت یکنواخت ورودی ($u=1, v=w=0$) و $T=0$ و در قسمت خروجی مرز خارجی ($\theta \geq 120^\circ$) به صورت گرادیان صفر تمامی مؤلفه‌های سرعت و دما در راستای خطوط جریان در نظر گرفته شده است. مرزهای $\zeta=1$ و $\zeta=\zeta_{max}$ بر محور x دستگاه کارتزین قرار دارند و از متوسط‌گیری سمتی¹ مرتبه اول برای به‌دست آوردن این نقاط استفاده شده است. در مرز متناوب یا جهت η ، دو نقطه از شبکه با هم تداخل دارند و شرایط مرز متناوب در این جهت تحمیل شده، و همچنین روی سطح ذره شرط مرزی تساوی سرعت‌های مماسی و دمای ذره و دمای سیال با شرط عدم لغزش برقرار است. عدد وبر ($We=\rho U_\infty^2 D/\sigma$) که به صورت تابعی از چگالی سیال، قطر ذره کروی، تنش سطحی ذره (σ) و سرعت جریان یکنواخت (با توجه به ثابت بودن ذره در جریان) و با فرض به اندازه کافی بزرگ‌بودن تنش سطحی ذره، این عدد کوچک است و ذره در طی تعامل با ورتکس‌ها به شکل کره باقی می‌ماند.

با توجه به آن‌چه تا این‌جا بیان شد، در زمان $t=0$ حوزه سرعت، فشار و دما بدون در نظر گرفتن ورتکس به‌صورت $u=1, v=w=0, T=0$ و $P=0$ جریان آزاد یکنواخت است که با حضور ورتکس‌ها در میدان جریان، مقادیر اولیه مؤلفه‌های سرعت و فشار با استفاده از انطباق میدان جریان القایی توسط یک ورتکس بر جریان آزاد یکنواخت به‌صورت رابطه (12) خواهند شد.

$$u_{t=0} = 1 + u_0, v_{t=0} = v_0, w_{t=0} = 0, p_{t=0} = p_0 \quad (12)$$

که p_0 در معادله (6) داده شده است.

3-2- الگوریتم حل عددی

گسسته‌سازی معادلات با استفاده از روش حجم کنترلی و در یک دستگاه مختصات عمومی (ζ, η, θ)، که در واقع در این پژوهش با دستگاه مختصات کروی (r, θ, ϕ) هم‌راستاست با در نظر گرفتن فاصله‌های یکنواخت ($\Delta\zeta=\Delta\eta=\Delta\theta=1$) انجام شده است. از امتیازات الگوریتم به‌کار گرفته شده این است که نیازی به استفاده از شبکه جریان جابه‌جا شده نیست و تمام متغیرها به گره‌هایی که حجم‌های کنترلی در اطراف آن‌ها ساخته می‌شوند، نسبت داده می‌شود. برای به‌دست‌آوردن خصوصیات در سطح هر حجم کنترلی از متوسط‌گیری استفاده شده است. گسسته‌سازی مشتقات روابط حاکم به صورت گسسته‌سازی مشتقات زمانی با استفاده از طرح وارونه سه‌نقطه‌ای² با دقت مرتبه دوم انجام شده و بسط تفاضل مرکزی برای گسسته‌سازی ترم‌های لزجت استفاده شده است. بسط تفاضل مرکزی به روش اصلاح معوق³ برای ترم‌های جابه‌جایی پس از خطی‌سازی آن‌ها با استفاده از بهترین تقریب موجود مؤلفه‌های سرعت از تکرار قبل به‌کار رفته است.

در آن $\Gamma_0=2\pi\sigma V_{max}$ گردش اولیه ورتکس در شعاع a که در گردش ساعت‌گرد مثبت فرض شده، x_0 و y_0 نیز موقعیت اولیه مرکز هسته ورتکس در صفحه ($x-y$) است. با توجه به خطی‌بودن معادله تابع جریان ارائه‌شده و استفاده از اصل برهم‌نهی تابع جریان به‌صورت معادله (3) برای n ورتکس در میدان جریان است [7].

$$\psi_t(x, y, z, t = 0) = - \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_i}{2\pi} \ln[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \sigma_i^2] \quad (3)$$

میدان سرعت اولیه حاصل از یک ورتکس با روابط (5,4) بیان می‌شود.

$$u_0(x, y, z, t = 0) = \frac{\partial \psi}{\partial y} = - \frac{\Gamma_0}{\pi} \frac{y - y_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2]} \quad (4)$$

$$v_0(x, y, z, t = 0) = \frac{\partial \psi}{\partial x} = - \frac{\Gamma_0}{\pi} \frac{x - x_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2]} \quad (5)$$

میدان فشار اولیه تحمیل‌شده توسط یک ورتکس نیز از تعادل شتاب گریز از مرکز با گرادیان فشار در جهت شعاعی به‌صورت رابطه (6) به‌دست می‌آید.

$$p_0(x, y, z, t = 0) = - \frac{\Gamma_0^2}{2\pi^2} \frac{1}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \sigma^2]} \quad (6)$$

3- معادلات حاکم

معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، مومنتوم و انرژی برای جریان آرام سیال نیوتنی با خواص ثابت جهت تعیین دما، فشار و مؤلفه‌های سرعت به‌صورت روابط (7-9) است.

$$\int_A \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \vec{V} dV + \int_A \vec{V} \vec{V} \cdot dA = - \int_A p \vec{n} dA + \frac{2}{Re} \int_A \nabla \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V T dV + \int_A T \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \frac{2}{Re Pr} \int_A \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} dA \quad (9)$$

$\vec{V}$ و $\vec{n}$ به ترتیب مساحت المان، بردار سرعت و بردار یکه در جهت عمود بر سطح المان است. این معادلات با استفاده از شعاع ذره R و سرعت جریان آزاد U_∞ به ترتیب به عنوان طول مشخصه و سرعت مشخصه بی‌بعد شده‌اند. τ مقیاس زمانی که برای آن رابطه $\tau = t U_\infty / R$ را داریم و t زمان است که در این مطالعه گام زمانی بی‌بعد $\Delta\tau = 0.015$ در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز براساس قطر ذره (D) به صورت $Re = U_\infty D / \nu$ تعریف می‌شود که در آن $\nu = \mu / \rho$ ، μ و ρ به ترتیب ویسکوزیته دینامیکی و چگالی سیال ویسکوزیته سینماتیکی است. دمای بی‌بعد سیال در روابط حاکم نیز به صورت $T = (T_f - T_\infty) / (T_s - T_\infty)$ تعریف می‌شود که T_f دمای سیال، T_∞ دمای جریان یکنواخت ورودی و T_s دمای سطح ذره کروی است.

برای محاسبه نرخ انتقال حرارت لحظه‌ای از مقدار متوسط آن بر سطح ذره استفاده می‌شود که توسط عدد ناسلت گذرا (Nu) به‌صورت رابطه (10) بیان می‌شود.

$$Nu(\tau) = \frac{hD}{k} = \frac{1}{A} \int_A \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} dA \quad (10)$$

h و k به ترتیب ضرایب انتقال حرارت جابه‌جایی و هدایتی است. متوسط زمانی عدد ناسلت نیز در طی دوره $(\tau_2 - \tau_1)$ در طول تعامل ورتکس‌ها با ذره کروی به‌صورت رابطه (11) محاسبه می‌شود.

¹ Azimuthal

² Three-point backward scheme

³ Deferred correction

نزدیکی ذره تخمین زده می‌شود. با شبیه‌سازی ورتکس‌ها در این حوزه اثر حضور بیشتر آن‌ها با داشتن ساختار و موقعیت‌های تصادفی که از تعداد 4 تا 6 ورتکس متغیر است بر نرخ انتقال حرارت از ذره بررسی می‌شود. در نهایت به بررسی اثر اندازه ورتکس‌ها و فضای اشغال‌شده توسط آن‌ها تنها با در نظر گرفتن 4 ورتکس بر ضریب انتقال حرارت ذره کروی پرداخته می‌شود.

5-1- ساختار جریان

در شکل 5 یک نمای کلی از الگوهای ناپایدار حرارتی در طی تعامل به‌ترتیب از چپ به راست 4، 5 و 6 ورتکس با یک ذره کروی آورده شده است که مجموعه‌ای از خطوط دما ثابت را در اطراف ذره و همچنین ساختار جریان در زمان $\tau = 0$ را نشان می‌دهد. کانتورها در هشت زمان بی‌بعد $\tau = 1, 6, 8, 10, 12, 15, 21$ و 30 با شرایط اولیه یکسان $\epsilon = \pm 1$ ، $\sigma = 1$ و $V_{max} = 0.4$ در $Re = 100$ برای ورتکس‌ها رسم شده‌اند. با توجه به شکل، ورتکس‌هایی که در بالا و پایین محور x قرار گرفته به‌ترتیب گردشی در جهت پادساعت‌گرد ($I < 0$) و ساعت‌گرد ($I > 0$) دارند.

ورتكس‌ها هم‌دما با جریان سیال است؛ بنابراین اختلالات دمایی در میدان جریان تولید نمی‌کنند. موقعیت ورتکس‌ها نسبت به ذره کروی تنها در زمانی که با لایه مرزی حرارتی ذره و دنباله آن تعامل دارند، قابل مشاهده است. ذره نیز به‌طور ناگهانی در میدان جریان در همان زمانی که ورتکس‌ها در فواصلی از مرکز ذره در جریان بالادست آن تعریف شده قرار گرفته است. همان‌طور که ورتکس‌ها با جریان یکنواخت به سمت ذره حرکت می‌کنند، مرز حرارتی نازکی در زمان $\tau = 1$ در اطراف آن تشکیل شده است. آن‌ها در زمان $\tau = 8$ به ناحیه سکون جلویی ذره می‌رسند که لایه مرزی حرارت در اطراف ذره در این لحظه بیش از زمان $\tau = 6$ توسعه یافته و دنباله آن به سمت جریان پایین‌دست کشیده شده است. یادآور می‌شود ورتکس‌ها با جهت گردش یکسان و با حرکت به سمت ذره به صورت یک ورتکس با یکدیگر ترکیب می‌شوند. در ادامه در حالی که ورتکس‌ها به سطح ذره نزدیک می‌شوند ورتکس‌های بالایی با گردش پادساعت‌گرد از روی نیم‌کره بالایی ذره و

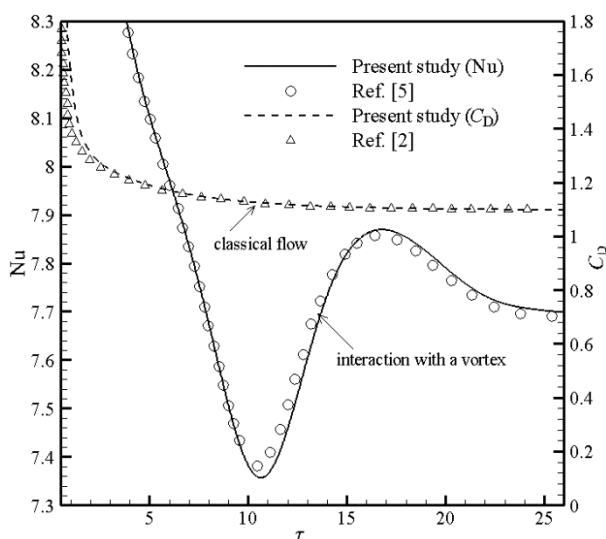


Fig. 4 Time variation of the heat transfer coefficient of particle interacting with a vortex and its drag coefficient in classical flow in comparison with results from other researchers at Reynolds 100

شکل 4 تغییرات مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت ذره در تعامل با یک ورتکس و ضریب پسای آن در جریان کلاسیک در مقایسه با نتایج دیگر محققان در رینولدز 100

جملات تفاضلی‌شده معادلات حاکم در هر گام زمانی با استفاده از الگوریتم حل ماتریس سه‌قطری به صورت هم‌زمان حل می‌شوند. حل معادلات توسط برنامه رایانه‌ای توسعه‌یافته توسط نویسندگان به زبان فرترن صورت گرفته است.

جریان سیال به دلیل این که اغلب سرعت حرکت ذرات در هوا کم و عدد ماخ مربوطه کوچک‌تر از 0.3 است، تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته می‌شود. محاسبه میدان فشار یکی از مشکلاتی که در حل معادلات ناویر-استوکس در این نوع از جریان‌ها به دلیل نداشتن یک رابطه مستقل زمانی برای محاسبه فشار است. برای محاسبه توزیع زمانی فشار نیاز به معادله‌ای صریح است که شامل عبارت فشار باشد، بنابراین از یک روش مشابه پروژکشن¹ استفاده شده است که نخستین بار توسط چورین از دانشگاه برکلی در سال 1968 ارائه شد [14] و سپس توسط دویر در سال 1989 [15] بهبود یافته است. این روش یک روش حل دو مرحله‌ای است که در مرحله اول معادلات مومنوم با استفاده از میدان فشار مرحله پیشین (در اولین گام زمانی با استفاده از حدس اولیه) حل می‌شوند. در مرحله دوم تصحیح‌کننده‌های فشار و سرعت با یک معادله پوآسون محاسبه و حوزه سرعت و فشار تصحیح می‌شوند [14].

4- اعتبارسنجی حل عددی و استقلال نتایج از شبکه

تغییرات مقدار متوسط زمانی عدد ناسلت در طی تعامل ذره کروی با یک ورتکس منفرد در موقعیت اولیه 10 شعاع ذره در جریان بالادست و $\epsilon = 0$ ، با شعاع هسته $\sigma = 4$ و بیشینه سرعت مماسی $V_{max} = 0.3$ و ضریب پسای آن در جریان کلاسیک (جریان بدون ورتکس بر ذره کروی بدون چرخش) به صورت تابعی از زمان بی‌بعد (τ) در $Re = 100$ در شکل 4 آورده شده و با نتایج دیگر محققان مقایسه شده است. این شکل نیز نشان‌دهنده تطابق بسیار خوب نتایج حل عددی حاضر با نتایج دیگر محققان است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نرخ انتقال حرارت از ذره کروی به کمترین مقدار خود در $\tau \approx 11$ که ورتکس کاملاً در زیر ذره قرار گرفته می‌رسد، سپس با حرکت ورتکس در زیر ذره و تماس آن با دنباله پستی به دلیل افزایش اثرات همرفتی در این ناحیه نرخ انتقال حرارت از ذره تا زمان $\tau \approx 16$ که ورتکس در آخرین تماس با دنباله است، افزایش می‌یابد. عدد ناسلت ذره با دور شدن ورتکس از ذره و حرکت آن به سمت جریان پایین‌دست به مقدار ثابتی مربوط به عبور جریان کلاسیک نزدیک می‌شود. قرارگیری ناگهانی ذره در میدان جریان در ابتدا مقادیر بزرگی از تنش برشی و فشار بر ذره ایجاد می‌کند و همان‌طور که در نتایج مربوط به C_D مشاهده می‌شود نیروی پسای زیادی نیز بر ذره اعمال می‌شود؛ در نهایت به مقدار ثابت ضریب پسای ذره در جریان کلاسیک میل می‌کند. مقادیر مختلف برای عدد ناسلت ذره‌ی کروی در $Re = 100$ در تعامل با دو ورتکس مشابه به ازای چند شبکه با تعداد گره متفاوت برای بررسی استقلال نتایج از شبکه به‌دست آمده است. مقادیر عددی و بررسی صحت مستقل بودن نتایج از شبکه در مرجع [8] آورده شده است و در این‌جا تکرار نخواهند شد.

5- نتایج

پس از اعتبارسنجی حل عددی صورت گرفته به بررسی جریان حول ذره در تعامل با 4-6 ورتکس با ساختار مشابه در $Re = 100$ پرداخته می‌شود. در ادامه حوزه محاسباتی برای شبیه‌سازی ورتکس‌های تصادفی با شبیه‌سازی دو ورتکس مشابه و با در نظر گرفتن بیشترین تأثیر آن‌ها بر عدد ناسلت در

¹ Projection

با توجه به اندازه، قدرت، موقعیت اولیه نسبت به ذره و جهت گردش آن و همچنین با ایجاد یک میدان سرعت القایی چه اثراتی بر دینامیک و رفتار ذره در میدان جریان خواهد داشت، سپس با فراخوانی دو ورتکس در حوزه محاسباتی که می‌تواند مدل ساده‌ای از یک جریان آشفته باشد، نتایج متفاوتی به‌دست‌آمده است که نشان می‌دهد دو ورتکس با توجه به جهت گردش اثرات متفاوتی بر رفتار ذره کروئ می‌گذارند [7]، همچنین با توجه به نتایج ارائه شده در مرجع [8] مشاهده شد که با محدود کردن مطالعه به شبیه‌سازی دو ورتکس با شرایط هندسی و مکانی یکسان چگونه می‌توانند با جهت‌های گردش متفاوت بر توزیع دمای اطراف ذره در حال چرخش تأثیر گذارند و از روی آن عبور کنند.

با توجه به حضور ذرات کوچک در محفظه احتراق که محیطی بسیار آشفته است، یک ذره پیش از فرآیند احتراق با ورتکس‌هایی با ساختار و قدرت‌های گردشی متفاوت و تصادفی تعامل خواهد داشت. ورتکس‌هایی با اندازه، قدرت، جهت گردش و موقعیت‌های متفاوت نسبت به ذره که نمی‌توان برای حضور آن‌ها در میدان جریان حالت خاصی در نظر گرفت. در این راستا طراحی آزمایش‌هایی با در نظر گرفتن ساختارها و شرایط متفاوت برای ورتکس‌ها و عدم تشابه آن‌ها با یکدیگر (بر خلاف مطالعه صورت گرفته در کار پیشین نویسندگان این مقاله) و شبیه‌سازی آن‌ها در میدان جریان، می‌تواند حد تقریبی از تغییرات نرخ انتقال حرارت از ذره را در یک میدان جریان گردابه‌ای به‌دست دهد. از این‌رو لازم است یک روش آزمایش مناسب برای معرفی و مدل‌سازی ورتکس‌هایی با حالت‌های تصادفی طراحی شود. در ابتدا محدوده‌ای برای شبیه‌سازی ورتکس‌ها تعیین شود که بیشترین تأثیر را بر یکدیگر می‌گذارند. از دو ورتکس برای به‌دست‌آوردن این محدوده و میسر بودن این عمل استفاده شده است.

5-3- تعیین حوزه تأثیر دو ورتکس

در این قسمت محدوده اثرگذاری دو ورتکس بر یکدیگر و بر رفتار ذره کروئ به‌دست می‌آید. دو ورتکس که ابتدا در موقعیت اولیه $x_0 = -10$ فرض شده و انحراف از محور آن‌ها به مقدار مساوی برای هر یک در محدوده $0 \leq |e| \leq 6$ تغییر می‌کند. اثر تغییر موقعیت محوری آن‌ها بر رفتار ذره مورد بررسی قرار می‌گیرد و بدین صورت حوزه تأثیر دو ورتکس به‌دست خواهد آمد. در نهایت به بررسی اثر تعامل ورتکس‌های تصادفی بر Nu ذره کروئ در حوزه تأثیر پرداخته خواهد شد.

در این پژوهش بدون در نظر گرفتن چرخش ذره که بر حرکت ورتکس‌ها تأثیر قابل توجهی خواهد داشت، مطالعه به ورتکس‌هایی با ساختار و شرایط اولیه مشابه محدود شده و حوزه تأثیر دو ورتکس به‌دست می‌آید. در این راستا ابتدا مقدار انحراف ورتکس‌ها از محور x از مقدار 1 برابر شعاع ذره کروئ تا 6 برابر آن به صورت یکسان برای هر یک افزایش می‌یابد و در هر بار مقادیر متوسط Nu ذره یادداشت می‌شود. این روند تا جایی پیش می‌رود که اثر تعامل ورتکس‌ها با ذره و همچنین اثر آن‌ها بر یکدیگر کاهش یابد و نتایج حاصل به نتایج مربوط به عبور جریان یکنواخت و پایدار از روی ذره کروئ نزدیک شوند و محدوده e مورد نظر به‌دست آید.

شکل 7 تغییرات حالت گذرای عدد ناسلت ذره کروئ در طی عبور دو ورتکس با ساختار مشابه و در موقعیت‌های متفاوت در راستای محور y را نشان می‌دهد. هسته دو ورتکس با شعاع اولیه $\sigma = 1$ ، قدرت $V_{\max} = 0.2$ با گردش یکسان پادساعت‌گرد در جریان قرار گرفته‌اند. متقارن محوری برای مقایسه آورده شده است.

ورتکس‌های پایینی با گردش ساعت‌گرد از ناحیه زیرین آن عبور می‌کنند. همان‌طور که مشاهده می‌شود الگوهای حرارتی سمت چپ با سمت راست شکل که به ترتیب مربوط به حضور 4 و 6 ورتکس در میدان جریان است، کاملاً مشابه یکدیگر هستند. در طی تعامل 6 ورتکس با ذره و افزایش شدت آشفتگی، خطوط دما ثابت نسبت به حضور 4 ورتکس در میدان جریان، کمی بیش از سطح ذره دور شده و به سمت جریان پایین‌دست کشیده شده‌اند. از طرفی با اضافه شدن یک ورتکس با گردش پادساعت‌گرد در بالای محور x به میدان جریان با تعداد 4 ورتکس (شکل 5-b)، الگوهای حرارتی متفاوت با دو حالت دیگر به‌دست آمده است. با قرار گرفتن 3 ورتکس در بالای ذره و بزرگ‌تر شدن حوزه گردابه‌ای در این ناحیه نسبت به پایین ذره خطوط دما در جریان پایین‌دست بیشتر به سمت بالای ذره کشیده می‌شوند. ورتکس‌ها در $\tau > 12$ در تعامل با دنباله ذره کروئ قرار می‌گیرند و از زمان $\tau \geq 18$ از آن دور می‌شوند، تا این‌که در $\tau = 30$ خطوط جریان در اطراف ذره به حالتی می‌رسد که تنها مربوط به حضور آن در میدان جریان آرام است.

خطوط جریان در اطراف ذره کروئ در طی عبور 4-6 ورتکس از روی آن در شرایط مشابه با شکل 5 در شکل 6 نشان داده شده است. ورتکس‌ها در بالا و پایین محور x بر میدان سرعت یکدیگر تأثیر می‌گذارند که در این‌جا با توجه به جهت گردش پادساعت‌گرد و ساعت‌گرد به ترتیب برای ورتکس‌های بالایی و پایینی سبب افزایش سرعت یکدیگر به سمت ذره کروئ می‌شوند. در بازه زمانی $1 \leq \tau \leq 30$ در ابتدا ورتکس‌ها از بالادست ذره به سمت آن حرکت می‌کنند که در زمان $\tau \approx 8$ به نزدیکی سطح جلویی آن می‌رسند. در شکل‌های 6-a و 6-c با نزدیک شدن ورتکس‌های بالایی و پایینی به ذره و افزایش سرعت در خطوط جریان بر سطح ذره و قوی‌تر شدن ورتیسیتی در این ناحیه، جریانی رو به بالا و رو به پایین به ترتیب در سطح فوقانی و تحتانی ذره ایجاد می‌شود که سبب عبور ورتکس‌ها در بالای محور x از سطح بالایی ذره و عبور ورتکس‌ها در پایین محور از سطح زیرین آن می‌شود. از طرفی در طی تعامل 5 ورتکس با ذره، حضور 3 ورتکس در بالای محور x نسبت به حضور 2 ورتکس در پایین محور، موجب عدم تقارن در میدان جریان و تشکیل میدان گردابه‌ای با جهت گردش پادساعت‌گرد در نزدیکی ذره می‌شود؛ همچنین جریانی رو به پایین در بالادست ورتکس‌ها و جریان رو به بالا در پایین‌دست آن‌ها ایجاد می‌شود که سبب جابه‌جایی نقطه سکون جلویی ذره می‌شود (شکل 6-b). ورتکس‌های بالایی با جهت گردش پادساعت‌گرد بر ورتکس‌های پایینی با $0^\circ >$ در زمان برخورد ورتکس‌ها با سطح جلویی ذره غلبه کرده و کمی به سمت ناحیه زیرین ذره کشیده می‌شوند. ورتکس‌های زیر محور x در $\tau \geq 10$ با قسمتی از ورتکس‌های بالای محور از زیر ذره عبور کرده که سبب برهم خوردن تقارن در دنباله پشتی ذره نسبت به دو شکل دیگر (6-a, b) می‌شوند. خطوط جریان با دور شدن ورتکس‌ها از ذره در اطراف ذره به حالت حضور آن در میدان جریان متقارن محوری نزدیک می‌شود.

5-2- بررسی رفتار یک ذره در یک میدان جریان آشفته

در مطالعات گذشته اثر تعامل یک و دو ورتکس با در نظر گرفتن حالت‌ها و مقادیر مختلف قدرت، اندازه، جهت گردش و انحراف از محور (محور x در شکل 3) آن‌ها بر ضریب انتقال حرارت از یک ذره کروئ بررسی شد. مشاهده شد که جریان آشفته در اطراف یک ذره را می‌توان به صورت جریان آرام و حامل ساختارهای گردابه‌ای (ورتکس) شبیه‌سازی کرد و اثر این ساختارها را در حوزه دمای اطراف ذره مشاهده و بررسی کرد. در این راستا تعامل یک ورتکس با یک ذره کروئ شبیه‌سازی و مطالعه شد که نشان داد یک ورتکس

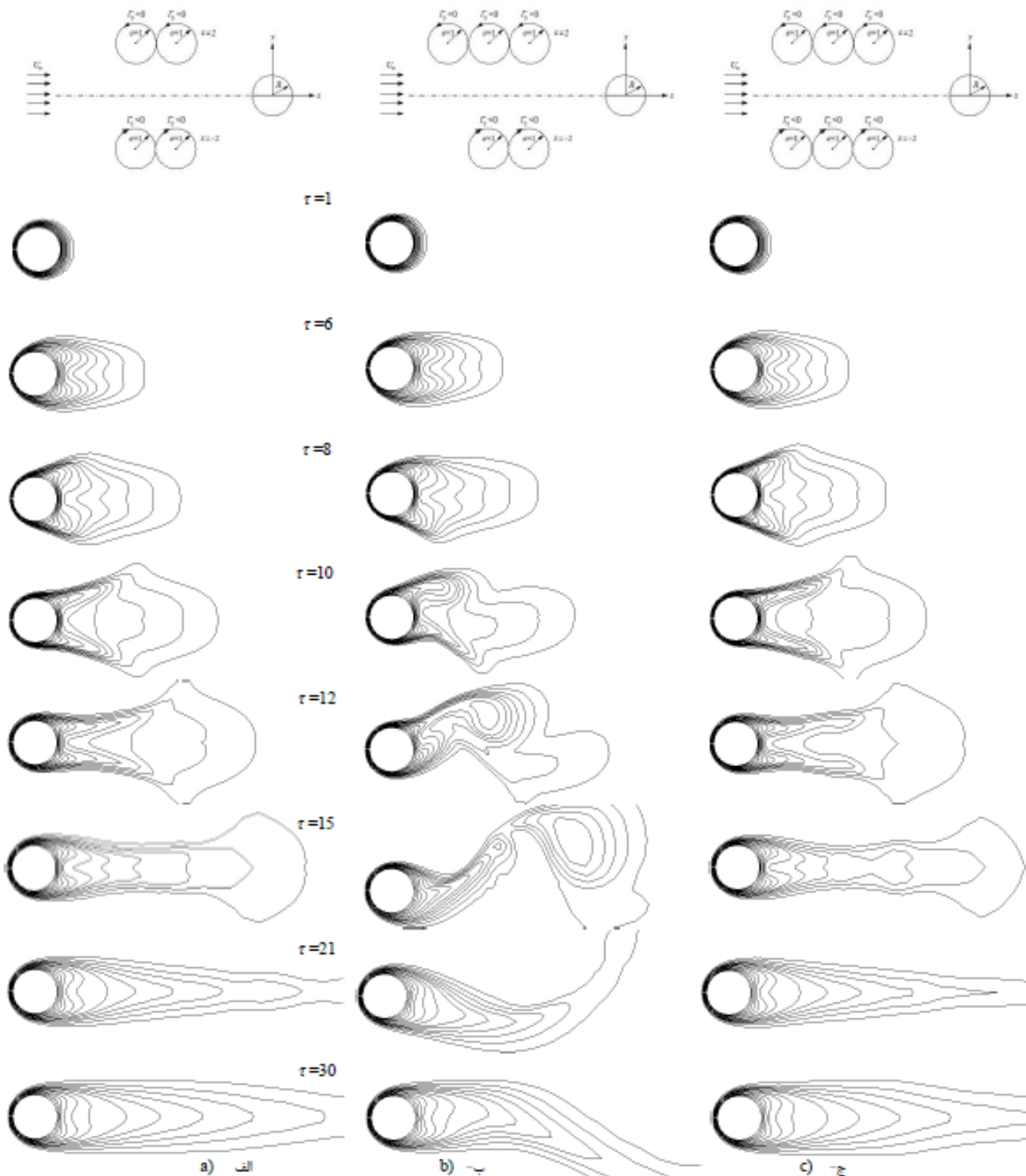


Fig. 5 Isotherms of the spherical particle at $Re=100$ with $\Delta T=0.05$ for $0.05 \leq T \leq 0.95$ interacting with: a- 4 vortices, b- 5 vortices, and c- 6 vortices at the same conditions of $V_{max}=0.4$, $\sigma=1$ and top-negative and bottom-positive circulations

شکل 5 خطوط دما ثابت ذره کروی در $Re=100$ با $\Delta T=0.05$ برای $0.05 \leq T \leq 0.95$ در تعامل با: الف - 4 ورتکس، ب - 5 ورتکس، و ج - 6 ورتکس در شرایط یکسان $V_{max}=0.4$ و $\sigma=1$ و گردش‌های بالا-منفی و پایین-مثبت

انحراف از محور x برای حوزه تأثیر ورتکس‌ها با توجه به تغییرات Nu ، -
 $3 \leq \epsilon \leq 3$ در نظر گرفته می‌شود.

محدوده تغییرات موقعیت ورتکس‌ها در راستای محور x با در نظر گرفتن هسته ورتکس اول در موقعیت $x_0=-10$ به صورت ثابت و x_0 های متفاوت برای ورتکس دوم به دست می‌آید؛ با این فرض که هر دو بر محور x

زمانی عدد ناسلت با توجه به شکل در تعامل دو ورتکس با جهت‌های گردش یکسان پادساعت‌گرد و با افزایش ϵ از مقدار $|\epsilon|=4$ به بعد، به نتایج مربوط به عبور جریان بدون ورتکس از روی ذره نزدیک می‌شوند. در واقع اثر دو ورتکس بر یکدیگر و ذره روبه کاهش است و جریان در اطراف ذره کروی به حالت یکنواخت نزدیک می‌شود. در نتیجه محدوده تغییرات

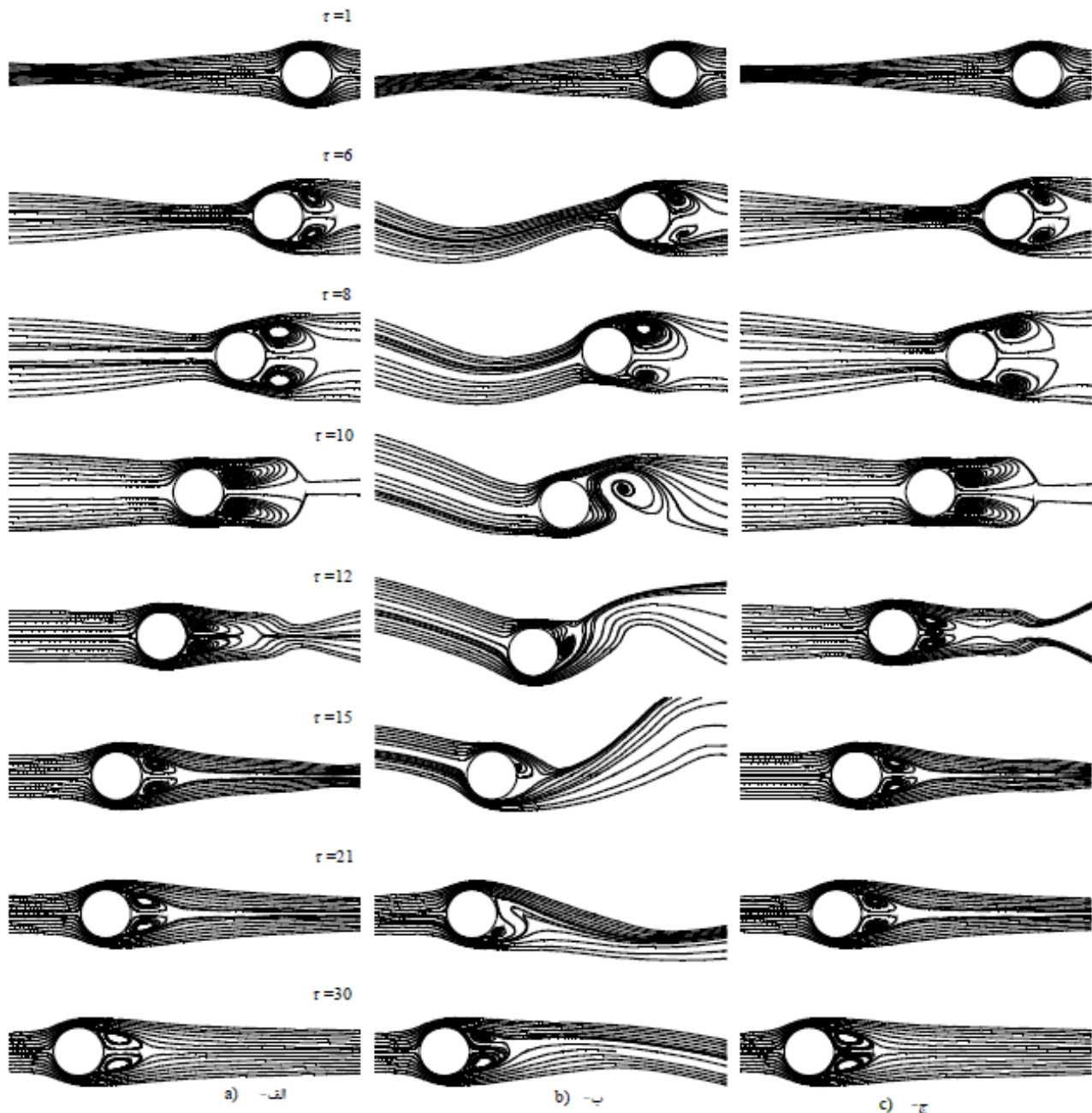


Fig. 6 Streamlines of the spherical particle at $Re=100$ interacting with: (a) 4 vortexes, (b) 5 vortexes, and (c) 6 vortexes under the same conditions as figure 5

شکل 6 خطوط جریان در اطراف ذره کروی در $Re=100$ در تعامل با: (a) 4 ورتکس، (b) 5 ورتکس، و (c) 6 ورتکس در شرایط مشابه با شکل 5

اول برای مقایسه آورده شده است. با توجه به شکل نمودار زمانی Nu از مقدار $|x_{02}|=15$ به بالاتر به منحنی تغییرات عدد ناسلت ذره در تعامل با یک ورتکس نزدیک می‌شود. این بدان معنی است که اثر ورتکس دوم بر ورتکس اول که نزدیک‌تر به ذره است، با افزایش فاصله آن‌ها از یکدیگر از این مقدار به بعد در حال کاهش است؛ به گونه‌ای که در $x_{02}=-18$ منحنی تغییرات عدد ناسلت تا زمانی که ورتکس دوم به نزدیکی ذره می‌رسد ($\tau \approx 13$) تقریباً مشابه با نمودار Nu ذره در حالت تعامل با یک ورتکس است. محدوده تغییرات x_0 برای ورتکس دوم و براساس این نتایج به صورت $-14 \leq x_0 \leq -11$ در نظر گرفته می‌شود، محدوده‌ای که ورتکس‌ها می‌توانند بیشترین تأثیر را بر یکدیگر گذارند.

($\varepsilon=0$) قرار گرفته باشند.

ورتنکس دوم که دورتر از ذره کروی قرار دارد در هر مرحله از انجام آزمایش به اندازه یک شعاع ذره (R) از موقعیت اول $x_0=-11$ در راستای $-x$ جابه‌جا می‌شود. مطالعه به بررسی اثرات متقابل دو ورتکس مشابه با جهت‌های گردش یکسان پادساعت‌گرد، $V_{max}=0.2$ ، $\sigma=1$ و $\varepsilon=0$ در $Re=100$ محدود می‌شود. شکل 8 تغییرات حالت گذرای عدد ناسلت ذره را در طی عبور دو ورتکس به صورت تابعی از موقعیت محوری ورتکس دوم (x_{02}) نشان می‌دهد.

محدوده تغییرات x_{02} از 10 تا 18 برابر شعاع ذره از مرکز آن تغییر می‌کند. نمودار Nu ذره در تعامل با یک ورتکس در موقعیت مشابه با ورتکس

میدان جریان در نظر گرفت.

از آن‌جا که حوزه تأثیر دو ورتکس با در نظر گرفتن شرایط هندسی مشابه به صورت $-11 \leq x_0 \leq -14$ و $-3 \leq \varepsilon \leq 3$ به دست آمده در بررسی اثر ساختارهای گردابه‌ای تصادفی بر رفتار ذره، تمامی ورتکس‌ها در این محدوده شبیه‌سازی می‌شوند. در زیر محدوده تغییرات پارامترهای ورتکس مانند قدرت، جهت گردش، x_0 و σ ن‌ها به‌طور خلاصه آورده شده است:

- قدرت ورتکس‌ها (V_{max}): تغییر V_{max} از 0.1 تا 0.4
- متغیر بودن جهت گردش ورتکس‌ها بین دو حالت ساعت‌گرد ($I > 0$) و پادساعت‌گرد ($I < 0$) متغیر
- موقعیت محوری ورتکس‌ها (x_0): برای تمامی ورتکس‌ها غیر از ورتکس اول که به صورت ثابت برابر با $x_{01} = -10$ در نظر گرفته شده، میان 10-14 واحد (شعاع ذره کروی-یک واحد) متغیر است.
- اندازه هسته ورتکس‌ها (σ): دامنه تغییر آن از 0.5 تا 3
- انحراف از محور ورتکس‌ها (ε): که بازه تغییر آن بین 0 تا 3 در بالا و پایین محور x

مقادیری که برای اندازه، موقعیت و بیشینه سرعت مماسی ورتکس در نظر گرفته می‌شود در زمان $\tau = 0$ است. در ادامه روش و ابزار مناسب در به‌دست‌آوردن تعداد محاسبات مورد نظر برای بررسی تعامل ورتکس‌های بیشتر با ساختارهای متفاوت با ذره معرفی می‌شود. به دلیل زمان‌بر بودن انجام آزمایش‌ها و انتخاب ورتکس‌ها با ساختار و موقعیت‌های متفاوت از محدوده یاد شده از نرم‌افزار اکسل استفاده شده است.

در این پژوهش فرض شده که هسته ورتکس‌ها بدون هیچ تداخلی با یکدیگر در حوزه محاسباتی شبیه‌سازی شوند، درحالی‌که حوزه سرعت القایی حاصل از هر یک بر یکدیگر اثر می‌گذارند. با استفاده از امکان فرمول‌نویسی در اکسل به تولید دایره (هسته ورتکس)‌هایی با اندازه و موقعیت‌های تصادفی در حوزه محاسباتی پرداخته می‌شود. حالت‌های بسیاری از قرارگیری این دایره‌های تصادفی با تکرار این فرمول در تعداد زیادی سطر تولید می‌شود. در مرحله بعد داده‌های به‌دست‌آمده را به ورقه جدید منتقل و با افزودن یک شرط که در هریک از حالت‌ها، دایره‌ها با یکدیگر هم‌پوشانی نداشته باشند، حالت‌های موردنظر از میان تمام حالت‌ها فیلتر می‌شود.

5-5- بررسی تعامل ورتکس‌های تصادفی با ذره کروی

در شبیه‌سازی ورتکس‌ها با موقعیت‌ها و ساختارهای تصادفی در میدان جریان و بررسی اثر آن‌ها بر نرخ انتقال حرارت از ذره کروی، ابتدا با انتخاب 10 حالت از نمونه‌های به‌دست‌آمده از فرمول‌نویسی در اکسل برای ساختار و شرایط اولیه هسته ورتکس‌ها محاسبات انجام شده است. برای به‌دست‌آوردن محدوده تغییرات ضریب انتقال حرارت ذره، به صورت مستقل از تعداد حالت‌های مورد بررسی، این روند تا تعداد حالات بیشتری ادامه می‌یابد. در جدول 1 نمونه‌های طراحی‌شده برای قرارگیری هسته چهار ورتکس در میدان جریان آورده شده است. نتایج به‌دست‌آمده در هر حالت با متوسط‌گیری برای عدد ناسلت در بازه $5 \leq \tau \leq 30$ ، برای 4-6 ورتکس در شکل 9 ارائه شده است. مقدار متوسط عدد ناسلت در جریان بر ذره کروی در حالت عدم تعامل با ورتکس برای مقایسه آورده شده است.

مقایسه این نتایج برای 4-6 ورتکس نشان می‌دهد که می‌توان محدوده‌ای را برای تغییر رفتارهای حرارتی ذره در یک میدان جریان گردابه‌ای با تعداد ورتکس 4 تا بیشتر در نظر گرفت. با توجه به شکل 9 با در نظر گرفتن 21 حالت تصادفی برای شرایط و ساختار اولیه ورتکس‌ها، محدوده

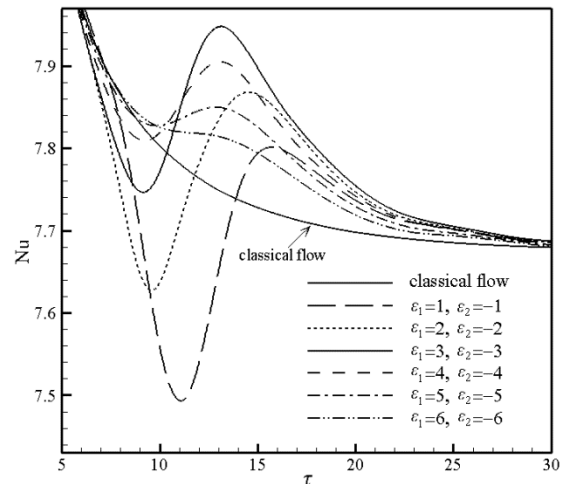


Fig. 7 Time variation of the heat transfer coefficient of the spherical particle interacting with a pair of vortices as a function of vortices offset positions

شکل 7 تغییرات زمانی مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت ذره کروی در تعامل با یک جفت ورتکس به‌صورت تابعی از انحراف از محور ورتکس‌ها

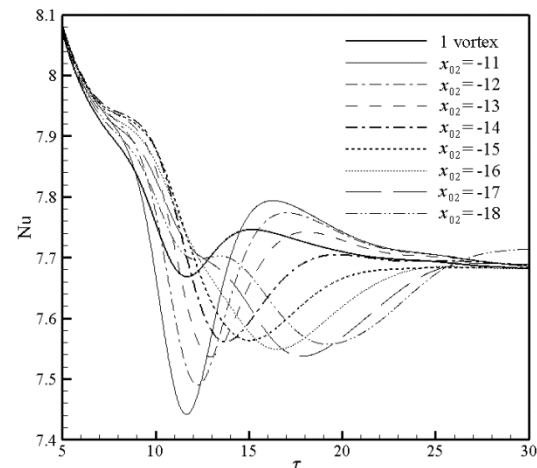


Fig. 8 Time variation of the heat transfer coefficient of the spherical particle interacting with a pair of vortices as a function of the axial positions of the second vortex

شکل 8 تغییرات زمانی مقدار متوسط ضریب انتقال حرارت ذره کروی در تعامل با یک جفت ورتکس به‌صورت تابعی از موقعیت محوری ورتکس دوم

5-4- طراحی آزمایش‌ها

اثرات ناپایدار تعامل ورتکس و ذره به وسیله 4 پارامتر اندازه هسته ورتکس (σ)، موقعیت انحراف از محور ورتکس (ε)، بیشینه سرعت مماسی ورتکس (V_{max}) و جهت گردش آن به دو صورت پادساعت‌گرد ($I < 0$) و ساعت‌گرد ($I > 0$) مشخص شده است. مقادیر بیشینه سرعت مماسی در لبه هسته ورتکس در محدوده $0.1 \leq V_{max} \leq 0.4$ تغییر می‌کند که می‌تواند نشان‌دهنده سطح نوسانات سرعت به‌وجودآمده در میدان جریان یکنواخت به دلیل وجود ساختارهای گردابه‌ای باشد. محدوده یاد شده برای V_{max} در تطابق با شدت آشفتگی‌های به‌وجودآمده در احتراق اسپری انتخاب شده است، که به طور معمول در محدوده 10%-40% سرعت جریان یکنواخت ورودی است [16]. محدوده موردنظر در بررسی اثر اندازه هسته ورتکس بر دینامیک ذره $0.5 \leq \sigma \leq 4$ است که با بررسی دیگر مطالعات انجام‌شده پارامتری آزاد است و می‌توان ورتکس‌هایی با شعاع‌های کوچک‌تر، مساوی و بزرگ‌تر از شعاع ذره در

همچنین بیشینه قدرت 0.4 برای آن‌ها در نظر گرفته شده است. این شرایط مربوط به حالتی است که ورتکس‌ها می‌توانند بیشترین تغییرات را در حوزه‌های سرعت و دمای اطراف ذره کروی به‌وجود آورند.

بزرگی ورتکس‌ها با پارامتری به نام AR^1 به‌صورت رابطه (13) برای بررسی اثر اندازه هسته ورتکس‌ها بر Nu معرفی شده است. این پارامتر نسبت مساحت اشغال شده توسط هسته ورتکس‌ها به مساحت کل را مستطیلی به طول و عرض 12 و 10 نشان می‌دهد.

$$AR = 3.14 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2) / 120 \quad (13)$$

مساحت کل با در نظر گرفتن حوزه‌ای با x_0 از -7 تا -17 و ε از 6 تا -6 که لبه هسته ورتکس به شعاع $\sigma=3$ در 4 موقعیت $x_0=-10$ و $x_0=-14$ با انحراف از محور $\varepsilon=\pm 3$ بر مرز بیرونی این حوزه مماس است، به‌دست آمده است. ناگفته نماند هسته ورتکس‌ها با داشتن اندازه و موقعیت‌های متفاوت بدون هیچ تداخلی با یکدیگر در حوزه محاسباتی که همان حوزه تأثیر دو ورتکس است، شبیه‌سازی شده‌اند.

در شکل 10 نتایج برای تعامل 4 ورتکس با ذره کروی به‌ازای ورتکس‌های بزرگ با AR بیشتر از 35% تا حوزه 50% و ورتکس‌های کوچک با AR کمتر از 10% تا 3% نشان داده شده است. با توجه شکل بیشینه و کمینه مقادیر Nu به‌ترتیب برای ورتکس‌هایی با بیشترین و کمترین بزرگی در میدان جریان به‌دست‌آمده که نشان می‌دهد با در نظر گرفتن شرایط یکسان برای هسته 4 ورتکس، هرچه اندازه آن‌ها (σ) بزرگ‌تر باشد (در $\tau=0$)، نرخ انتقال حرارت از ذره بیشتر می‌شود و برعکس.

شیب خط روند برای اعداد ناسلت با AR 35% تا 50% منفی است که بیانگر کاهش Nu به‌ازای کاهش در اندازه هسته ورتکس‌هاست؛ از طرفی دیگر، برای ورتکس‌هایی با AR 3% تا 10% خط روند افزایش Nu را به‌ازای افزایش در اندازه هسته ورتکس‌ها نشان می‌دهد.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به مطالعه اثر تعامل چند ورتکس تصادفی با یک ذره کروی

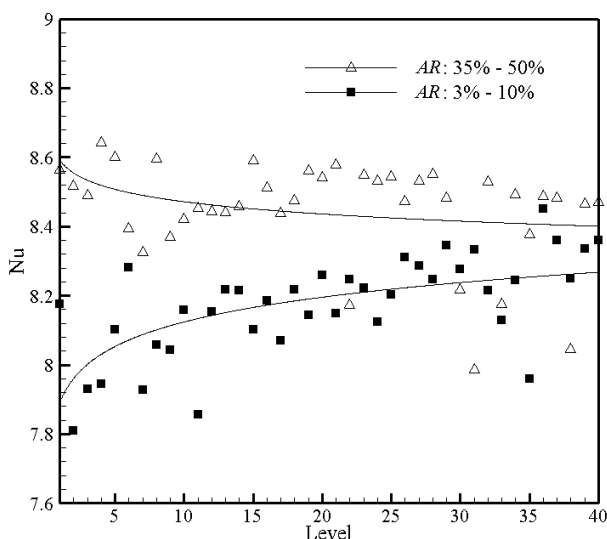


Fig. 10 Variation of Nusselt number of spherical particle interacting with 4 vortexes of maximum and minimum AR

شکل 10 تغییرات عدد ناسلت ذره کروی در طی تعامل با 4 ورتکس تصادفی با بیشترین و کمترین مقادیر AR

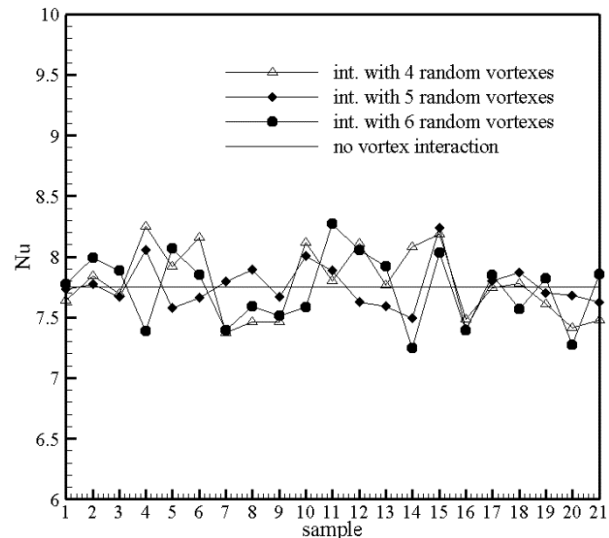


Fig. 9 The range of the variation Nu of the spherical particle interacting with 4, 5 and 6 random vortexes

شکل 9 محدوده تغییرات عدد ناسلت ذره کروی در تعامل با 4، 5 و 6 ورتکس تصادفی

تغییرات عدد ناسلت بین 7-8.5 تخمین زده می‌شود. در واقع در طی تعامل ورتکس‌ها با تعداد 4 و یا بیشتر با ذره، عدد ناسلت تقریباً در محدوده‌ای نزدیک به مقادیر مربوط به عبور جریان متقارن محوری از روی ذره تغییر خواهد کرد. در این راستا تنها 4 و یا 5 ورتکس می‌تواند به‌خوبی اثرات یک محیط گردابه‌ای با تعداد بیشتری از ورتکس‌ها را بر نرخ انتقال حرارت از یک ذره کروی پیش‌بینی کند که به مقدار قابل توجهی بر زمان محاسبات عددی تأثیر می‌گذارد.

در جدول 2 بیشترین و کمترین تغییرات لحظه‌ای عدد ناسلت ذره در طی تعامل با 4 تا 6 ورتکس با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در واقع از میان 21 حالت برای توزیع تصادفی ورتکس‌ها، بیشینه و کمینه Nu لحظه‌ای ذره نسبت به عدد ناسلت آن در جریان متقارن محوری در بازه زمانی $5 \leq \tau \leq 30$ ، به‌صورت جداگانه برای هر سه حالت تعامل 4، 5 و 6 ورتکس با ذره در جدول 2 آورده شده است.

با توجه به جدول می‌توان بیان کرد بیشترین تغییر لحظه‌ای عدد ناسلت ذره برای هر سه حالت در طی برخورد و عبور 4 تا 6 ورتکس با ذره تقریباً یکسان است، در حالی که ذره در طی تعامل با 6 ورتکس می‌تواند در لحظه‌ای کمترین مقدار Nu را داشته باشد. به‌علاوه حد تغییرات لحظه‌ای عدد ناسلت ذره در یک میدان جریان گردابه‌ای می‌تواند به‌صورت 17.7% افزایش و 18.4% کاهش نسبت به مقدار آن در یک جریان متقارن محوری (در بازه $5 \leq \tau \leq 30$) باشد.

5-6- بررسی اثر اندازه ورتکس‌ها در حوزه تأثیر

در این بخش اثر اندازه اولیه هسته ورتکس‌ها و فضای اشغال شده توسط آن‌ها بر ضریب انتقال حرارت ذره کروی بررسی شده است. با مطالعه تنها بر 4 ورتکس و با استفاده از اکسل 40 حالت تصادفی برای موقعیت و شعاع هسته ورتکس‌ها در دو حالت ورتکس‌ها با بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اندازه ممکن برای هسته آن‌ها به‌دست‌آمده است، همچنین شرایط یکسانی به‌صورت گردش یکسان پادساعت‌گرد برای ورتکس‌هایی که در بالا و بر محور x قرار می‌گیرند، و گردش ساعت‌گرد برای آن‌هایی که در پایین محور قرار دارند و

¹ Area Ratio

جدول 1 نمونه‌های طراحی شده با استفاده از اکسل برای چهار ورتکس

Table 1 Obtained samples with using of Excel for 4 vortexes

شماره نمونه	x_{01}	ε_1	σ_1	Γ_1	V_{max1}	x_{02}	ε_2	σ_2	Γ_2	V_{max2}	x_{03}	ε_3	σ_3	Γ_3	V_{max3}	x_{04}	ε_4	σ_4	Γ_4	V_{max4}
1	-10	-3	0.5	<0	0.1	-12	-3	1	<0	0.1	-14	2	2	<0	0.1	-14	-2	1	<0	0.1
2	-10	2	1	<0	0.1	-12	-1	1	<0	0.2	-12	1	0.5	<0	0.2	-13	-3	1	>0	0.2
3	-10	2	0.5	<0	0.1	-11	0	1	<0	0.3	-10	3	0.5	>0	0.3	-14	2	0.5	<0	0.3
4	-10	-2	0.5	<0	0.1	-12	-2	2	<0	0.4	-14	3	1	>0	0.4	-11	-1	0.5	>0	0.4
5	-10	3	3	<0	0.2	-12	-1	1	>0	0.1	-14	-2	0.5	<0	0.2	-10	-2	0.5	<0	0.3
6	-10	1	3	<0	0.2	-12	1	1	>0	0.2	-12	3	0.5	<0	0.1	-12	-3	1	>0	0.4
7	-10	1	0.5	<0	0.2	-13	3	3	>0	0.3	-14	-2	0.5	>0	0.4	-10	0	0.5	<0	0.1
8	-10	-1	0.5	<0	0.2	-12	0	0.5	>0	0.4	-10	2	0.5	>0	0.3	-14	2	0.5	>0	0.2
9	-10	-2	0.5	>0	0.3	-10	1	1	<0	0.1	-14	3	1	<0	0.3	-14	-3	3	<0	0.4
10	-10	-2	0.5	>0	0.3	-10	0	1	<0	0.2	-11	2	1	<0	0.4	-12	0	0.5	>0	0.3
11	-10	-2	0.5	>0	0.3	-14	3	1	<0	0.3	-12	2	1	>0	0.1	-13	-2	2	<0	0.2
12	-10	0	0.5	>0	0.3	-14	3	2	<0	0.4	-12	3	0.5	>0	0.2	-10	3	1	>0	0.1
13	-10	0	1	>0	0.4	-11	-2	1	>0	0.1	-12	-3	0.5	<0	0.4	-13	-2	1	<0	0.2
14	-10	-3	0.5	>0	0.4	-11	-1	0.5	>0	0.2	-14	1	1	<0	0.3	-13	-3	0.5	>0	0.1
15	-10	-1	0.5	>0	0.4	-12	-3	1	>0	0.3	-11	-1	0.5	>0	0.2	-13	3	1	<0	0.4
16	-10	1	2	>0	0.4	-14	-1	1	>0	0.4	-12	-3	1	>0	0.1	-14	-3	0.5	>0	0.3
17	-10	3	1	<0	0.5	-11	2	0.5	<0	0.1	-12	1	1	<0	0.1	-14	-2	1	<0	0.1
18	-10	-3	0.5	<0	0.1	-12	-3	1	<0	0.2	-14	2	2	<0	0.2	-14	-2	1	>0	0.2
19	-10	2	1	<0	0.1	-12	-1	1	<0	0.3	-12	1	0.5	>0	0.3	-13	-3	1	<0	0.3
20	-10	2	0.5	<0	0.1	-11	0	1	<0	0.4	-10	3	0.5	>0	0.4	-14	2	0.5	>0	0.4
21	-10	-2	0.5	<0	0.2	-12	2	2	>0	0.1	-14	-3	1	<0	0.1	-14	-1	0.5	<0	0.3

جدول 2 مقایسه بیشترین و کمترین تغییرات لحظه‌ای Nu ذره در تعامل با ورتکس‌ها

Table 2 Comparison of maximum and minimum instantaneous variation of Nu of the particle while interacting with vortexes

بیشترین تغییر لحظه‌ای ذره	کمترین تغییر لحظه‌ای ذره	
+17.2%	-14.1%	تعامل 4 ورتکس با ذره
+17.7%	-13.2%	تعامل 5 ورتکس با ذره
+17.7%	-18.4%	تعامل 6 ورتکس با ذره

اثرات یک محیط گردابه‌ای با تعداد بیشتری از ورتکس‌ها را بر نرخ انتقال حرارت از یک ذره‌ی کروی پیش‌بینی کند که به مقدار قابل توجهی بر زمان محاسبات عددی تأثیر می‌گذارد.

- با مقایسه تغییرات لحظه‌ای عدد ناسلت ذره در طی تعامل با 4 تا 6 ورتکس با در نظر گرفتن 21 حالت برای توزیع تصادفی آن‌ها در میدان جریان نشان داده شده که ذره می‌تواند به‌صورت لحظه‌ای حداکثر 17.7% افزایش و 18.4% کاهش را در عدد ناسلت نسبت به مقدار آن در یک جریان متقارن محوری تجربه کند.
- در بررسی اثر اندازه ورتکس‌ها و فضای اشغال‌شده توسط آن‌ها بر نرخ انتقال حرارت از ذره کروی، مطالعه تنها بر هسته 4 ورتکس در حوزه تأثیر دو ورتکس در نزدیکی ذره انجام شد. با معرفی پارامتر AR به صورت تابعی از شعاع بی‌بعد هسته ورتکس‌ها و با در نظر گرفتن شرایط یکسان برای هسته آن‌ها و نیز تعیین خط روند برای اعداد ناسلت به‌دست آمده، در دو حالت بیشترین و کمترین مقادیر ممکن برای AR نشان داده شد که هرچه اندازه اولیه هسته ورتکس‌ها بزرگ‌تر باشد نرخ انتقال حرارت از ذره بیشتر شده و برعکس.

7- فهرست علائم

a	شعاع هسته ورتکس (μm)
C_D	ضریب پسا
AR	نسبت مساحت ورتکس‌ها به کل
D	قطر ذره (μm)
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی
k	ضریب انتقال حرارت هدایتی
$\vec{n}$	بردار نرمال واحد
Nu	عدد ناسلت
p	فشار (Pa)
Pr	عدد پرانتل
R	شعاع ذره (μm)
Re	عدد رینولدز

در میدان جریان لزج و تراکم‌ناپذیر با استفاده از حل عددی معادلات ناویر-استوکس و انرژی و همچنین تعیین حد تغییرات ضریب انتقال حرارت ذره در یک میدان جریان گردابه‌ای پرداخته شد. گسسته‌سازی این معادلات در دستگاه مختصات عمومی غیرمتعامد و شبکه‌بندی در دستگاه مختصات کروی انجام شد. با تعیین حوزه تأثیر دو ورتکس بر یکدیگر و ذره و با استفاده از فرمول‌نویسی در نرم‌افزار اکسل برای تعیین حالت‌های تصادفی و متفاوت برای قرارگیری و شرایط اولیه هسته ورتکس‌ها، اثر حضور 4، 5 و 6 ورتکس نرخ انتقال حرارت از ذره کروی بررسی و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شد. مختصری از نتایج به‌دست آمده در زیر آورده شده است:

- با محدود کردن مطالعه به ورتکس‌هایی با ساختار و شرایط اولیه مشابه و بررسی تغییرات زمانی Nu ، حوزه تأثیر دو ورتکس به صورت $-14 \leq x_{01} \leq 14$ برای ورتکس دوم که دورتر از ذره کروی در جریان بالادست آن قرار گرفته و $-3 \leq \varepsilon \leq 3$ برای هر دو ورتکس به‌دست آمده، محدوده‌ای که دو ورتکس بیشترین تأثیر را بر یکدیگر و ذره می‌گذارند. محدوده تغییرات عدد ناسلت ذره کروی برای هر تعداد ورتکس با شبیه‌سازی 4، 5 و 6 ورتکس در این محدوده و با استفاده از فرمول‌نویسی در اکسل برای به‌دست‌آوردن شرایط و ساختارهای متفاوت و تصادفی برای هسته ورتکس‌ها به‌دست آمد.
- مقایسه نتایج برای 4، 5 و 6 ورتکس نشان داد که عدد ناسلت تقریباً در محدوده‌ای نزدیک به مقادیر مربوط به عبور جریان متقارن محوری از روی ذره تغییر خواهد کرد که این محدوده به‌طور تقریبی بین 7-8.5 به‌دست آمده است. از سوی دیگر تنها 4 و یا 5 ورتکس می‌تواند به‌خوبی

- [2] I. Kim, S. E. Elghobashi, W. A. Sirignano, Unsteady flow interactions between an advected cylindrical vortex tube and a spherical particle, *Fluid Mechanics*, Vol. 288, No. 1, pp. 123-155, 1995.
- [3] M. Masoudi, W. A. Sirignano, The influence of an advecting vortex on the heat transfer to a liquid droplet, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, pp. 3663-3673, 1997.
- [4] M. Masoudi, W. A. Sirignano, Vortex interaction with a translating sphere in a stratified temperature field, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, No. 17, pp. 2639-2652, 1998.
- [5] H. Niazmand, M. Renksizbulut, Heat transfer from a rotating sphere interacting with a vortex, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 10-11, pp. 2269-2281, 2004.
- [6] H. Niazmand, M. Renksizbulut, Viscous interaction between a vortex tube and a rotating spherical particle, *Particle & Particle Systems Characterization*, Vol. 20, No. 1, pp. 47-61, 2003.
- [7] I. Kim, S. Elghobashi, W. A. Sirignano, Unsteady flow interaction between a pair of advected vortex tubes and a rigid sphere, *Multiphase flow*, Vol. 23, No. 1, pp. 1-23, 1997.
- [8] Z. Talebpour, H. Niazmand, Analyzing the effect of particle rotation on its heat transfer rate while interacting with a pair of vortices, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 343-352, 2016 (in Persian فارسی).
- [9] A. Agrawal, A. K. Prasad, Measurements within vortex cores in a turbulent jet, *Fluid Engineering*, Vol. 125, No. 3, pp. 561-568, 2003.
- [10] S. K. Robinson, S. J. Kline, P. R. Spalart, Quasi-coherent structures in the turbulent boundary layer. Part II: Verification and new information from a numerically simulated flat-plate boundary layer, *Near Wall Turbulence, Proceedings of the Zaric Memorial Conference*, edited by S. J. Kline and N. H. Afgan, eds., Hemisphere, New York, pp. 218-247, 1989.
- [11] R. J. Adrian, K. T. Christensen, Z. C. Liu, Analysis and interpretation of instantaneous turbulent velocity fields, *Experiments in Fluids*, Vol. 29, No. 3, pp. 275-290, 2000.
- [12] A. Agrawal, A. K. Prasad, Properties of vortices in the self-similar turbulent jet, *Experiments in Fluids*, Vol. 33, No. 4, pp. 565-577, 2002.
- [13] H. Niazmand, M. Anbarsooz, Slip flow over micron sized particles at intermediate Reynolds number, *Mechanical Engineering*, Vol. 40, No. 2, pp. 67-76, 2010. (in Persian فارسی).
- [14] A. J. Chorin, Numerical solution of Navier-Stokes equations, *Mathematical Computation*, Vol. 22, No. 104, pp. 745-762, 1968.
- [15] H. A. Dwyer, Calculations of droplet dynamics in high temperature environments, *Progress in Energy & Combustion Science*, Vol. 15, No. 2, pp. 131-158, 1989.
- [16] G. M. Faeth, Mixing, transport and combustion in sprays, *Progress Energy Combustion Science*, Vol. 13, No. 4, pp. 293-345, 1987.
- [1] P. G. Saffman, *Vortex dynamic*, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 20-45, 1992.

8- مراجع

علامه یونانی

زیر نویس ها

8- مراجع