مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1396، دوره 17، شماره 3، ص‌ص 187-195

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی برای سیستم شناور مغناطیسی

هادی دلاوری[1*]، حمید حیدری نژاد[2]

1- استادیار، مهندسی برق- کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق- کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان
* همدان، صندوق پستی 65155، delavari@hut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 03 بهمن 1395
پذیرش: 28 بهمن 1395
ارائه در سایت: 14 اسفند 1395

کلید واژگان:
سیستم شناور مغناطیسی (ماگلو)
تئوری کنترل مدلغزشی
الگوریتم پسگام
کنترل مرتبه کسری

چکیده

تکنولوژی شناور مغناطیسی بر پایه مدل دینامیکی ماگلو به‌طور گسترده در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل به‌شدت غیرخطی و ناپایدار است و با وجود اغتشاش و نویز اندازه‌گیری کنترل سیستم شناور مغناطیسی بسیار مشکل می‌شود. در این مقاله کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی به‌منظور پایدارسازی، ردیابی مناسب و مقابله با اغتشاش و نویز اندازه‌گیری برای سیستم شناور مغناطیسی پیشنهاد می‌شود. الگوریتم پسگام که یک روش مبتنی بر تئوری پایداری لیاپانوف است با تئوری کنترل مد لغزشی برای ایجاد عملکرد مقاوم ترکیب می‌گردد و از حسابان مرتبه کسری در جهت افزایش درجه آزادی و همچنین مقاومت بیشتر کنترل‌کننده استفاده می‌شود. پایداری کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف و تئوری پایداری لیاپانوف تعمیم یافته جدید برای سیستم‌های مرتبه کسری مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌های عددی برای درک بهتر عملکرد سیستم شناور مغناطیسی تحت کنترل کننده پیشنهادی انجام می‌شود و عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی با کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی مقایسه می گردد. نتایج شبیه سازی بیانگر موفقیت کنترل کننده پیشنهادی در ایجاد ردیابی مناسب و مقاومت بالا در مقابل اغتشاش و نویز می‌باشد.

Adaptive fractional order Backstepping sliding mode controller design for a magnetic levitation system

Hadi Delavari*, Hamid Heydarinejad

Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran
* P.O.B. 65155, Hamedan, Iran, delavari@hut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 22 January 2017
Accepted 16 February 2017
Available Online 04 March 2017

Keywords:
Magnetic levitation system (maglev)
Sliding mode control theorem
Backstepping algorithm
Fractional order control

ABSTRACT

Magnetic levitation systems are widely used in various industries. These kinds of systems are usually open-loop unstable and are described by highly nonlinear differential equations which present additional difficulties in controlling these systems in the presence of disturbance and sensor noise. We consider the stabilization and the tracking problems of a magnetic levitation system. In this paper an adaptive fractional order Backstepping sliding mode control schemes is proposed. Backstepping algorithm is based on the Lyapunov theory. The proposed controller in this paper is designed by a combination of a Backstepping algorithm, sliding mode control and fractional calculus to make more degree of freedom and robustness. The stability of the closed loop system is investigated by using the Lyapunov stability theorem and the new extension of Lyapunov stability theorem for fractional order systems. Simulations are performed to confirm the theoretical results of the proposed controller for the magnetic levitation system. The proposed controller is able to reject the sensor noise and disturbance with a chattering free control law. Finally, the simulation results of the proposed controller are compared with the adaptive fast terminal sliding mode control.

1- مقدمه

سیستم‌های شناورمغناطیسی پیشینه‌ای در حدود صد سال دارند، زمانی که دانشمندان ایده اولیه قطار مغناطیسی معلق را براساس مدل ماگلو[1] ارائه نمودند، همه توجهات بر روی قطارهای مغناطیسی متمرکز شد و ساخت قطارهای مغناطیسی سریع‌السیر سبب شکوفایی این تکنولوژی شد. از آن پس همگان مزایای بسیار آن را درک کرده کردند و دیگر می‌دانستند که چگونه این تکنولوژی را در مسائل مختلف به‌کار گیرند. امروزه تکنولوژی شناور مغناطیسی ماگلو راهگشای بسیاری از مشکلات بشر در حوزه های مختلف می‌باشد. تکنولوژی شناور مغناطیسی ماگلو در واقع یک تکنولوژی بدون اتصال است که به‌دلیل عدم وجود اصطکاک و افزایش بازدهی سیستم و کاهش نویز، هزینه های نگه داری کمتری خواهد داشت. این تکنولوژی یک تکنولوژی فوق العاده کارآمد با کاربردهای بسیار گسترده در حوزه‌های مختلف از قبیل حمل و نقل سریع، مهندسی پزشکی، انرژی‌های تجدید پذیر، هوا و فضا، تجهیزات نظامی، فرآیند بررسی مدل‌های آیرودینامیک هواپیما، مهندسی برق و ساخت سیستم‌های اندازه‌گیری نانو مقیاس می‌باشد [1].

[1] Maglev

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Delavari*, H. Heydarinejad, Adaptive fractional order Backstepping sliding mode controller design for a magnetic levitation system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 187-195, 2017 (in Persian)

برای بررسی و بهبود عملکرد شناور مغناطیسی ماگلو اغلب از مدل دینامیکی توپ معلق که به مدل ماگلو مشهور است استفاده می‌شود. مدل دینامیکی ماگلو به‌صورت حلقه باز ناپایدار بوده و دارای سیستمی فوق‌العاده سریع و به‌شدت غیرخطی می‌باشد، از این‌رو استراتژی‌های مدل‌سازی و کنترل شناورهای مغناطیسی در سراسر جهان بسیار مورد توجه قرار گرفته است [2]. در سال‌های اخیر کنترل‌کننده‌های زیادی برای بهبود عملکرد سیستم شناور مغناطیسی طراحی و اجرا شده‌اند که در ادامه پیشینه روش‌های کنترلی طراحی شده برای مدل ماگلو بررسی می‌گردد.

کنترل کننده های تناسبی – مشتقی – انتگرالی[1] به‌دلیل ساختار ساده و سادگی عملکرد آن‌ها، بسیار مورد توجه تکنسین‌ها قرار گرفته‌اند اما تنظیم سنتی پارامترهای این کنترل کننده‌ها از نقاط ضعف آن‌ها می‌باشد، از این رو در [3]کنترل کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی برای کنترل ارتفاع در سیستم ماگلو طراحی شده و برای حل مشکل تنظیم پارامترهای کنترل کننده از روش‌های فازی استفاده شده است [4]. کنترل کننده تناسبی– انتگرالی- مشتقی به همراه مشاهده‌گر حالت برای سیستم ماگلو در [5] طراحی و ارائه شده است و با استفاده از تکنیک پیشرو[2] پارامترهای کنترل کننده تنظیم شده و محدوده عملکرد پایدار سیستم توسعه داده شده است. کنترل‌کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی با دو درجه آزادی برای سیستم شناور مغناطیسی در [6] طراحی شده است که ابتدا مدل دینامیکی خطی‌سازی شده و سپس کنترل کننده به آن اعمال شده است. علت استفاده از کنترل کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی با دو درجه آزادی، کاهش بالازدگی در پاسخ گذاری سیستم عنوان شده است. کنترل کننده تناسبی– انتگرالی- مشتقی مرتبه کسری برای پایداری‌سازی سیستم شناور مغناطیسی در [7] ارائه شده است، که مقاومت مناسب این روش در مقابل اغتشاش‌ها از مزایای این روش می‌باشد. برای کنترل مدل غیرخطی سیستم ماگلو، روش های خطی‌سازی مدل، خطی‌سازی فیدبک [8] و خطی‌سازی کنترل پیشرو[3] [9] ارائه شده است، خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی حول نقطه کار سبب ایجاد مشکلاتی از جمله حذف برخی از دینامیک‌ها در مدل خطی شده و ایجاد عدم قطعیت خواهد شد. در صورتی که سیستم چندین نقطه کار داشته باشد از روش تکنیک خطی‌سازی تکه‌ای[4] [10] استفاده می‌شود. در [2] با استفاده از ترکیب خودکاهنده‌های وابسته به حالت با متغیر برون زا[5] و شبکه عصبی بازگشتی سیستم غیرخطی ماگلو شناسایی شده و سپس با استفاده از کنترل کننده مدل پیش‌بین، ارتفاع توپ معلق کنترل گردیده است. مزیت این روش در شناسایی پارامترهای سیستم، ایجاد ردیابی مناسب و مقابله با تاخیرهای به‌وجود آمده در سیستم می باشد. در [11] کنترل کننده مدل پیش‌بین غیرخطی برای سیستم شناور مغناطیسی به‌منظور ردیابی سریع ارتفاع مطلوب و پایدارسازی سیستم طراحی شده است که با استفاده از الگوریتم گرادیان نزولی تابع هزینه تعیین شده را حداقل می‌نماید که این روش از مقاومت خوبی برخوردار است.

در [12] کنترل کننده مدلغزشی زنجیره‌ای بر پایه ردیابی مقاوم برای سیستم شناور مغناطیسی طراحی شده است که در ابتدا سیستم خطی‌سازی شده و سپس قواعد کنترل مدلغزشی به سیستم اعمال گردیده است. از مزیت این روش می توان به مقاومت روش و بررسی دقیق پایداری سیستم اشاره نمود. ترکیب مشاهده‌گر اغتشاش با کنترل کننده های مدلغزشی، مقاومت کنترل کننده طراحی شده را در برابر اغتشاش‌ها مختلف افزایش خواهد که این کار در [13] ارائه شده است. در [14] کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی برای پایدارسازی و ایجاد ردیابی سریع در سیستم شناور مغناطیسی ارائه شده و برای مقابله با اغتشاش با دامنه نامحدود از کنترل تطبیقی استفاده گردیده است و پایداری این روش با تئوری لیاپانوف بررسی شده است.

تئوری کنترل مدلغزشی یک روش قدرتمند و مقاوم در کنترل سیستم‌های غیرخطی می‌باشد. کنترل مدلغزشی به‌دلیل توانایی بالا در دفع اغتشاش‌ها و مقابله با نامعینی‌های پارامتری به شدت مورد توجه قرار گرفته است. طراحی کنترل مدلغزشی از دو بخش، طراحی قانون کنترل معادل[6] پیوسته و طراحی قانون کنترل سوئیچینگ ناپیوسته تشکیل شده است. برای این‌که شرایط رسیدن به سطح لغزش و باقی ماندن بر روی آن در سیستم صدق کند می‌بایست بهره قانون کنترل سوئیچینگ بزرگتر از حد بالای نامعینی‌ها و اغتشاش‌های سیستم باشد.

الگوریتم پسگام، یک روش طراحی سیستماتیک کنترل کننده برای سیستم های غیرخطی است که بر پایه تئوری پایداری لیاپانوف ابداع شده است [15]. ایده این روش گسترش تابع لیاپانوف از یک سیستم ساده به سیستم‌هایی شامل متغیرهای حالت اضافه و به‌طور همزمان طراحی کنترل پسخورد برای تضمین پایداری است. روش پسگام یک الگوریتم پله ای را دنبال می‌کند. یکی از مهمترین مزایای روش پسگام جلوگیری از حذف المان‌های غیرخطی کاربردی می‌باشد [16].

حسابان مرتبه کسری موضوعی با قدمت بیش از سه قرن است اما در سال‌های اخیر جایگاه ویژه‌ای در علوم مهندسی و به‌خصوص در حوزه مدل‌سازی و کنترل سیستم‌ها پیدا کرده است. اضافه شدن حسابان مرتبه کسری به کنترل کننده سبب افزایش مقاومت و افزایش درجه آزادی کنترل کننده خواهد شد.

در این مقاله در بررسی سیستم شناور مغناطیسی از مدل دینامیکی ماگلو استفاده شده است. در مدل ماگلو معادلات دینامیکی یک توپ فرو مغناطیسی که توسط یک میدان الکترومغناطیسی در هوا معلق نگه داشته شده بیان شده است. در مقاله حاضر یک کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی[7] برای سیستم شناور مغناطیسی با مدل دینامیکی ماگلو طراحی خواهد شد و با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف، پایداری مدل دینامیکی ماگلو تحت کنترل‌کننده پیشنهادی بررسی خواهد شد. برخی از نوآوری‌های این مقاله به شرح زیر است:

- ارائه یک سطح لغزش مرتبه کسری مناسب براساس کنترل پسگام مدلغزشی مرتبه کسری
- طراحی قوانین تطبیق برای کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری
- عدم محدودیت در دانستن کران بالای اغتشاش‌ها در کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی
- بهره‌گیری از روشی نوین در بررسی پایداری سطح لغزش مرتبه کسری

2- حسابان مرتبه کسری

محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه های گوناگون علمی دارد

[1] Proportional–Integral–Derivative (PID)
[2] feed forward technique
[3] Feed forward linearization control
[4] piecewise linearization technique
[5] state-dependent autoregressive with eXogenous variable
[6] Equivalent control law
[7] Adaptive fractional order Backstepping sliding mode control (AFOBSMC)

و به خصوص در دهه اخیر کاربرد کنترل مرتبه کسری در مهندسی کنترل به‌عنوان یک موضوع مهم در عرصه تحقیقات بین‌المللی مطرح شده است [17]. اخیرا دانشمندان نشان داده اند که معادلات مرتبه کسری قادرند پدیده‌های گوناگون را مناسب‌تر از مرتبه صحیح آن مدل کنند و کنترل کننده‌های مرتبه کسری یک ابزار قدرتمند جهت کنترل سیستم‌های با دینامیک پیچیده می‌باشد [18]. مشتق و انتگرال مرتبه کسری دارای تعاریف مختلفی است که پرکاربردترین و مهمترین آن‌ها تعاریف گرانوالد- لتنیکوف[1]، ریمان – لیویل[2] و کاپوتو[3] می‌باشد [19]. در این مقاله برای طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری از مشتق و انتگرال مرتبه کسری با تعریف کاپوتو استفاده خواهد شد. در این بخش تعاریف و خواص حسابان مرتبه کسری کاپوتو ارائه می شود [19].

تعریف 1. مشتق مرتبه کسری کاپوتو به صورت (1) ارائه شده است که در آن m عددی مثبت است [19]:

$$ {}_0^cD_t^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} x^{(m)}(\tau) d\tau \quad m-1 < \alpha < m \in Z \tag{1}$$

که ${}_0^cD_t^\alpha x(t)$ مشتق مرتبه α تابع $x(t)$ با تعریف کاپوتو در بازه زمانی 0 تا t را نشان می دهد [19].

تعریف 2. تابع گاما به صورت (2) تعریف می‌شود:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \tag{2}$$

تعریف 3. انتگرال مرتبه کسری به صورت (3) بیان می‌گردد:

$$D_{0,t}^{-\alpha} x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} x(\tau) d\tau \tag{3}$$

تعریف 4. برخی از خواص مهم تعریف کاپوتو که در ادامه از آن استفاده خواهد شد عبارتند از [20]:

$$ {}_0^cD_t^\alpha D_{0,t}^{-\alpha} x(t) = x(t) \qquad m = 1 \tag{4}$$

$$D_{0,t}^{-\alpha} \, {}_0^cD_t^\alpha x(t) = x(t) - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^k}{k!} x^{(k)}(0) \tag{5}$$

$$ {}_0^cD_t^\alpha \, {}_0^cD_t^n x(t) = {}_0^cD_t^{\alpha+n} x(t) \qquad n \in N \tag{6}$$

$$L\{{}_0^cD_t^\alpha x(t)\} = s^\alpha X(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1} x^{(k)}(0) \tag{7}$$

3- مدل دینامیکی شناور مغناطیسی

سیستم شناور مغناطیسی ماگلو که در این مقاله برای طراحی کنترل کننده پیشنهادی در نظر گرفته شده است، یک توپ فرومغناطیس معلق در هوا است که به‌وسیله ولتاژ سیم‌پیچ مغناطیس‌کننده می‌توان شدت میدان مغناطیسی و در نتیجه ارتفاع توپ را تغییر داد. در این مدل تنها حرکت عمودی در نظر گرفته شده است. مدل دینامیکی سیستم به‌صورت (8) می‌باشد [2]:

$$\begin{aligned} &\frac{dp}{dt} = v \\ &\frac{d(L(p)i)}{dt} = -Ri + e \\ &m\frac{dv}{dt} = mg_c - C\left(\frac{i}{p}\right)^2 \end{aligned} \tag{8}$$

که p موقعیت توپ، v سرعت توپ، i جریان سیم پیچ الکترومغناطیس، e ولتاژ اعمالی به سیم پیچ، R مقاومت معادل سیم پیچ، L اندوکتانس معادل سیم پیچ، g_c ثابت گرانشی، C ثابت نیروی مغناطیسی و m جرم توپ معلق را نشان می‌دهد. اندوکتانس L تابعی غیر خطی از موقعیت P می‌باشد و به طور تقریبی به صورت زیر است [21,14,2] :

$$L(p) = L_1 + \frac{2C}{p} \tag{9}$$

با استفاده ازتغییر متغیر $u = e \ , x_3 = i \ , x_2 = v \ , x_1 = p$ می‌توان معادلات فضای حالت سیستم شناور مغناطیسی را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= g_c - \frac{C}{m}\left(\frac{x_3}{x_1}\right)^2 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R}{L}x_3 + \frac{2C}{L}\left(\frac{x_2 x_3}{{x_1}^2}\right) + \frac{1}{L}u \end{aligned} \tag{10}$$

با استفاده از تغییر متغیرهای مناسب به صورت (11) می‌توان معادلات فوق را به فرم همراه[4] غیرخطی و برحسب بردار حالت Z بازنویسی نمود [21,14]:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - x_{1d} \\ z_2 &= x_2 - x_{2d} \\ z_3 &= g_c - \tfrac{C}{m}\left(\tfrac{x_3}{x_1}\right)^2 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= 2(g_c - z_3)\left[\left(1 - \frac{2}{L(z_1 + x_{1d})}\right)\frac{z_2}{z_1 + x_{1d}} + \frac{R}{L}\right] + d \\ &\quad - \frac{2}{L(z_1 + x_{1d})}\sqrt{\frac{c}{m}(g_c - z_3)}u \\ &= f(z) + g(z)u + d \\ y &= z_1 \end{aligned} \tag{12}$$

که x_{1d}، x_{2d} مقادیر مطلوب موقعیت و سرعت توپ معلق و x_{3d} جریان مطلوب سیم‌پیچ می‌باشد. فرض می‌شود که $x_{2d} = 0$ و $x_{3d} = \left(\sqrt{g_c m/C}\right)x_{1d}$ و d اغتشاش وارده بر سیستم می‌باشد [21] .

4- طراحی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی

4-1- کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری

کنترل کننده مدلغزشی یک روش مناسب برای پایداری سازی و ایجاد ردیابی مناسب در سیستم‌های غیرخطی می‌باشد که به‌دلیل مقاومت در مقابل اغتشاش و نامعینی پارامتری به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم پسگام به‌طور ذاتی توانایی مقابله با اغتشاش ناسازگار[5] را داشته و ترکیب آن با کنترل کننده مدلغزشی سبب افزایش عملکرد مقاوم کنترل کننده خواهد شد. اخیرا مطالعات زیادی پیرامون کنترل کننده‌های مرتبه کسری انجام گرفته است. از مزیت‌های کنترل کننده‌های مرتبه کسری، افزایش تعداد پارامترهای کنترل کننده و ایجاد آزادی عمل در تنظیم پارامترهای کنترل کننده می باشد. براساس تئوری الگوریتم پسگام [22,16] خطای ردیابی در هریک از حالت‌های سیستم تعریف خواهد شد که هریک از حالت‌های سیستم دارای یک قانون شبه کنترل می‌باشد که پایداری هریک از حالت های سیستم با قانون شبه کنترل تعیین شده بررسی خواهد شد. خطای دینامیکی موقعیت را به‌صورت (13) تعریف کرده و سپس الگوریتم پسگام به صورت زیر به مدل ماگلو اعمال خواهد شد:

[1] Grunwald–Letnikov
[2] Riemann–Liouville
[3] Caputo
[4] Canonical form
[5] Mismatched disturbance

$$\xi_1 = z_1 = x_1 - x_{1d} \quad (13)$$

از (13) مشتق گرفته و با استفاده از معادلات دینامیک مدل به‌صورت (14) بازنویسی خواهد شد:

$$\dot{\xi}_1 = \dot{z}_1 = z_2 \quad (14)$$

قانون شبه کنترلی ϕ_1 برای حالت z_1 از مدل دینامیکی شناور مغناطیسی به صورت (15) تعیین می‌گردد:

$$\phi_1 = -\lambda_1 \xi_1 \quad (15)$$

که λ_1 یک ضریب ثابت و مثبت می‌باشد، معادله دینامیکی خطای سرعت توپ معلق به صورت (16) تعیین شده اند:

$$\xi_2 = z_2 - \phi_1 \quad (16)$$

تابع معین مثبت (17) برای بررسی پایداری حالت z_1 تحت قانون شبه کنترلی ϕ_1 به صورت زیر تعیین می شود:

$$V_1 = \frac{1}{2}{\xi_1}^2 \quad (17)$$

مشتق گیری از (17) و جایگذاری (14) در آن به صورت زیر خواهد شد:

$$\dot{V}_1 = \xi_1 \dot{\xi}_1 = \xi_1 z_2 \quad (18)$$

جایگذاری روابط (15) و (16) در (18) نتیجه می‌دهد:

$$\dot{V}_1 = \xi_1(\xi_2 + \phi_1) = \xi_1\xi_2 - \lambda_1{\xi_1}^2 \quad (19)$$

مشتق تابع معین مثبت $(\dot{V}_1)$، نیمه معین منفی بوده و در نتیجه حالت z_2 تحت قانون شبه کنترل (15) پایدار است. فرآیند فوق بر حالت‌های z_2 و z_3 نیز اعمال خواهد شد. قانون شبه‌کنترلی برای حالت z_2 به‌صورت (20) تعیین می شود:

$$\phi_2 = \dot{\phi}_1 - \lambda_2\xi_2 - \xi_1 \quad (20)$$

براساس الگوریتم پسگام خطای دینامیکی ξ_3 به‌صورت (21) تعریف می‌شود:

$$\xi_3 = z_3 - \phi_2 \quad (21)$$

با تعیین تابع معین مثبت V_2 ، پایداری حالت z_2 از معادله دینامیکی سیستم شناور مغناطیسی (12) و با توجه به قانون شبه‌کنترلی (20)، به‌صورت زیر بررسی خواهد شد:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}{\xi_2}^2 \quad (22)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (22) و سپس جایگذاری روابط (19)، (20) و (21) در آن نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \xi_2\dot{\xi}_2 &= \left(\xi_1\xi_2 - \lambda_1{\xi_1}^2\right) + \xi_2\left(\dot{z}_2 - \dot{\phi}_1\right)\\ &= \left(\xi_1\xi_2 - \lambda_1{\xi_1}^2\right) + \xi_2\left(\xi_3 + \phi_2 - \dot{\phi}_1\right)\\ &= \left(\xi_1\xi_2 - \lambda_1{\xi_1}^2\right) + \xi_2(\xi_3 - \lambda_2\xi_2 - \xi_1)\\ &= +\xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2\end{aligned} \quad (23)$$

مشتق تابع معین مثبت $(\dot{V}_2)$،نیمه معین منفی بوده و در نتیجه حالت z_2 تحت قانون شبه کنترل (20) پایدار است. براساس تئوری کنترل مدلغزشی برای محاسبه قانون کنترل معادل می بایست سطح لغزشی مناسب انتخاب شود، در این راستا برای محاسبه قانون کنترل معادل مناسب، که سبب پایداری سیستم شناور مغناطیسی شود، یک سطح لغزش مرتبه کسری به صورت (24) پیشنهاد می شود:

$$\sigma = k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{-\alpha}\xi_3 + \xi_3 \quad (24)$$

برای محاسبه قانون کنترل معادل، از (24) مشتق گرفته، سپس مشتق (21) در (24) جایگذاری خواهد شد:

$$\dot{\sigma} = k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + \dot{\xi}_3 \quad (25)$$

$$\dot{\sigma} = k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + \dot{z}_3 - \dot{\phi}_2 \quad (26)$$

معادله دینامیکی سیستم شناور مغناطیسی (12) در (25) جایگذاری شده، به این ترتیب می‌توان ورودی سیستم u را در (25) ظاهر نمود. در تئوری کنترل مدلغزشی هدف، رساندن حالت‌های سیستم شناور مغناطیسی به سطح لغزش تعیین شده و باقی ماندن حالت‌های سیستم بر روی این سطح می باشد، بدین منظور می‌بایست عبارات $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ شود با اعمال این شرایط به (26) قانون کنترل معادل به‌صورت زیر از آن استخراج خواهد شد:

$$\dot{\sigma} = k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) + g(z)u - \dot{\phi}_2 = 0 \quad (27)$$

$$u_{eq} = -\big(g(z)\big)^{-1}\left[k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2\right] \quad (28)$$

با اعمال معادله (28) به سیستم شناور مغناطیسی حالت‌های سیستم به سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده (24) همگرا شده و بر روی این سطح لغزش باقی خواهند ماند، اما در صورتی که اغتشاشی وارد سیستم شود و یا نامعینی پارامتری در سیستم به وجود آید نمی‌توان تضمین نمود که پس این شرایط (اعمال اغتشاش و نامعینی پارامتری) حالت‌های سیستم شناور مغناطیسی باز هم بر روی سطح لغزش تعیین شده همگرا شوند. برای حل این مشکل قانون کنترل سوئیچینگ به صورت (29) تعریف می‌شود:

$$u_{sw} = -\big(g(z)\big)^{-1}[K_1\sigma + K_2\mathrm{sign}(\sigma)] \quad (29)$$

در نتیجه برای پایدارسازی و ایجاد ردیابی مناسب و عملکرد مقاوم در سیستم شناور مغناطیسی قانون کنترلی که حاصل جمع روابط (28) و (29) است به سیستم شناور مغناطیسی اعمال خواهد شد:

$$u = -\big(g(z)\big)^{-1}\left[k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2 + K_1\sigma + K_2\mathrm{sign}(\sigma)\right] \quad (30)$$

تئوری کنترل مدلغزشی دارای پدیده نامطلوبی در قانون کنترل به نام لرزش سیگنال کنترل [1] است که این پدیده سبب ناپیوستگی در قانون کنترل خواهد شد. لرزش سیگنال کنترل به‌دلیل استفاده از تابع ناپیوسته sign در قانون کنترل سوئیچنگ به وجود می‌آید [23] ، برای رفع این مشکل می توان در قانون کنترل (30) به جای تابع sign از تابعی پیوسته و هموار مانند تابع اشباع[2] ($\mathrm{sat}(\sigma/\epsilon)$) استفاده نمود که سبب رفع مشکل لرزش سیگنال کنترل خواهد شد. از دیگر روش‌های رفع مشکل لرزش سیگنال کنترل می‌توان به کنترل کننده مدلغزشی فازی اشاره کرد که در [24] به‌طور کامل تشریح شده است.

تئوری 1. سیستم شناور مغناطیسی با رابطه (12) با اعمال کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری با قانون کنترل (30) پایدار است و حالت های سیستم شناور مغناطیسی به سطح لغزش مرتبه کسری (24) همگرا خواهند شد.

اثبات: براساس تئوری کنترل مدلغزشی، اثبات پایداری کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف انجام خواهد شد، لذا تابع معین مثبت (31) را در نظر بگیرید:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (31)$$

مشتق (31) به صورت (32) محاسبه می‌شود:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + \sigma\dot{\sigma} \quad (32)$$

جایگذاری روابط (26) و (23) در (32) نتیجه خواهد داد:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 = &+\xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2\\ &+\sigma\left(k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) + g(z)u - \dot{\phi}_2\right)\end{aligned} \quad (33)$$

سپس قانون کنترل محاسبه شده (30) در (33) جایگذاری می‌شود:

$$\dot{V}_3 = +\xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2 + \sigma(k_1 {}_0^{\zeta}D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z)$$

[1] Chattering
[2] Saturation function

$$-\dot{\phi}_2 + g(z)\left[-\left(g(z)\right)^{-1}(k_1 {}_0^cD_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2 + K_1\sigma + K_2\text{sign}(\sigma))\right]) \quad (34)$$

رابطه (34) ساده سازی شده و به صورت (35) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}_3 = +\xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2 - K_1\sigma^2 - K_2|\sigma| \quad (35)$$

براساس تئوری پایداری لیاپانوف برای اثبات پایداری یک سیستم می‌بایست مشتق تابع معین مثبت تعیین شده، معین منفی باشد، تمامی عبارات موجود در (35) دارای علامت قطعی هستند و تنها عبارت $\xi_2\xi_3$ علامت دقیق و مشخصی ندارد، در ادامه با استفاده از قواعد ماتریس‌های معین مثبت نشان داده خواهد شد که (35) همواره معین منفی بوده و سیستم پایدار مجانبی است، با جایگذاری سطح لغزش پیشنهادی (24) در (35) معادله فوق را می‌توان به صورت (36) بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= +\xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2 - K_1(k_1 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3 + \xi_3)^2 \\ &\quad -K_2|\sigma| = +\xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2 - K_1{\xi_3}^2 \\ &\quad -K_1(k_1 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3)^2 - 2K_1k_1\xi_3 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3 - K_2|\sigma| \\ &= -E^TQE - K_1(k_3 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3)^2 - 2K_1k_1\xi_3 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3 \\ &\quad -K_2|\sigma|\end{aligned} \quad (36)$$

که $E = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]$ و برای این‌که مشتق تابع کاندید لیاپانوف (36) معین منفی باشد می‌بایست ماتریس Q معین مثبت باشد. در ادامه نشان داده می‌شود که ماتریس Q تحت شرایطی معین مثبت است. ماتریس Q به صورت (37) تعیین شده است:

$$Q = \begin{bmatrix}\lambda_1 & 0 & 0\\ 0 & \lambda_2 & -0.5\\ 0 & -0.5 & K_1\end{bmatrix} \quad (37)$$

برای آن‌که ماتریس Q معین مثبت باشد می‌بایست تمامی کهادهای اصلی مقدم[1] ماتریس Q مثبت باشند، تمامی کهاد های اصلی مقدم ماتریس Q به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}&\lambda_1 > 0\ , \begin{vmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{vmatrix} = \lambda_1\lambda_2 > 0\ ,\\ &|Q| = \lambda_1\begin{vmatrix}\lambda_2 & -0.5\\ -0.5 & K_1\end{vmatrix} = \lambda_1\left(\lambda_2K_1 - \frac{1}{4}\right) > 0\end{aligned} \quad (38)$$

سرانجام در صورتی که ضریب λ_1 ، λ_2 و K_1 در شرایط (38) صدق کند ماتریس Q معین مثبت بوده و عبارت $-E^TQE$ در مشتق تابع کاندید لیاپانوف (36) معین منفی خواهد شد. براساس لم موجود در [25]، عبارت $-2K_1k_1\xi_3 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3 < 0$ در (36) معین منفی بوده و ضرایب K_1 و k_1 بزرگتر از صفر تعیین شده است. با توجه به تئوری پایداری لیاپانوف، سیستم شناور مغناطیسی با کنترل کننده پیشنهادی پایدار خواهد بود. تئوری 1 نشان داد که حالت های سیستم شناور مغناطیسی به سطح لغزش مرتبه کسری (24) همگرا خواهند شد و این در حالی است که همگرایی سطح لغزش مرتبه کسری (24) به صفر بررسی نشده است. در تئوری 2 همگرایی سطح لغزش مرتبه کسری به صفر بررسی خواهد شد. در بررسی پایداری سطح لغزش پیشنهادی (24) از تئوری پایداری لیاپانوف تعمیم یافته جدید و لم های ارائه شده در [26] استفاده خواهد شد.

تئوری 2. سطح لغزش مرتبه کسری (24) تعیین شده در طراحی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری برای پایدارسازی سیستم شناور مغناطیسی پایدار بوده و به $\sigma = 0$ همگرا خواهد شد.

اثبات: سطح لغزش مرتبه کسری را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\sigma(t) = k_1 {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3 + \xi_3 = 0 \quad (39)$$

براساس خاصیت (4) در تعریف 4، از (39) مشتق مرتبه کسری گرفته و با استفاده از تئوری لیاپانوف تعمیم یافته جدید برای سیستم‌های مرتبه کسری اثبات خواهد شد که سطح لغزش مرتبه کسری (39) به صفر همگرا می‌شود، به صورت زیر:

$$k_1 {}_0^cD_t^{\alpha} {}_0^cD_t^{-\alpha}\xi_3 + {}_0^cD_t^{\alpha}\xi_3 = 0 \quad , \quad {}_0^cD_t^{\alpha}\xi_3 = -k_1\xi_3 \quad (40)$$

تابع معین مثبت (41) برای اثبات پایداری معادله دینامیکی مرتبه کسری خطای ξ_3 در (40) به صورت (41) تعیین شده است:

$$V = \frac{1}{2}{\xi_3}^2 \quad (41)$$

از رابطه (41) مشتق مرتبه کسری ${}_0^cD_t^{\alpha}$ گرفته و به‌صورت زیر (40) در آن جایگذاری خواهد شد:

$${}_0^cD_t^{\alpha}\,V = \frac{1}{2}{}_0^cD_t^{\alpha}\,{\xi_3}^2 \le \xi_3 {}_0^cD_t^{\alpha}\xi_3 = -k_1{\xi_3}^2 \quad (42)$$

براساس مسائل مطرح شده در پایداری لیاپانوف تعمیم یافته جدید، مشتق مرتبه کسری تابع کاندید لیاپانوف ${}_0^cD_t^{\alpha}\,V$ از یک عبارت منفی ($-k_1{\xi_3}^2$) کوچکتر است، در نتیجه سطح لغزش مرتبه کسری (24) دامنه محدود داشته و در نهایت به طور مجانبی به صفر همگرا خواهد شد.

4-2- قوانین کنترل تطبیقی

کنترل کننده مدلغزشی با مشخص بودن حد بالای اغتشاش های خارجی در مقابل آن‌ها عملکرد مناسبی خواهد داشت و این در حالی است که اگر اطلاعات دقیقی از حد بالای اغتشاش‌های خارجی وجود نداشته باشد نمی-توان انتظار عملکرد صحیحی از کنترل مدلغزشی داشت [27][22]. از این رو با استفاده از قواعد کنترل تطبیقی می توان مشکل فوق را بر طرف نمود. بر این اساس ضرایب قانون کنترل سوئیچینگ (29) با استفاده از قوانین تطبیق مناسب به صورت تطبیقی در طول عملکرد سیستم شناور مغناطیسی محاسبه خواهند شد. قانون کنترل تطبیقی را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$u = -\left(g(z)\right)^{-1}\left[k_1 {}_0^cD_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2 + \hat{K}_1\sigma + \hat{K}_2\text{sign}(\sigma)\right] \quad (43)$$

تئوری 3. قانون کنترل (43) و قوانین تطبیق (44) و (45) را در نظر بگیرید، سیستم شناور مغناطیسی با سطح لغزش (24) و قوانین تطبیق مطرح شده و قانون کنترل طراحی شده با استفاده از روش کنترل پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی پایدار بوده و تمامی حالت های کنترل کننده به سطح لغزش تعیین شده همگرا خواهند شد.

$$\dot{\hat{K}}_1 = \gamma_1\,\sigma^2 \quad (44)$$

$$\dot{\hat{K}}_2 = \gamma_2|\sigma| \quad (45)$$

اثبات: تابع معین مثبت (46) براساس تئوری کنترل پسگام مدلغزشی برای اثبات پایداری سیستم با قانون کنترل (43) را در نظر بگیرید:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}\sigma^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{K}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{K}_2^2 \quad (46)$$

که $\tilde{K}_1 = \hat{K}_1 - K_1$ و $\tilde{K}_2 = \hat{K}_2 - K_2$ خطای تخمین ضرایب قانون کنترل می‌باشند. مشتق تابع معین مثبت (46) به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + \sigma\dot{\sigma} + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{K}_1\dot{\tilde{K}}_1 + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{K}_2\dot{\tilde{K}}_2 \quad (47)$$

روابط (23) و (27) در (47) جایگذاری خواهد شد:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= +\sigma\left(k_1 {}_0^cD_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) + g(z)u - \dot{\phi}_2\right) - \lambda_1{\xi_1}^2 \\ &\quad -\lambda_2{\xi_2}^2 + \frac{1}{\gamma_1}\left(\hat{K}_1 - K_1\right)\dot{\hat{K}}_1 + \frac{1}{\gamma_2}\left(\hat{K}_2 - K_2\right)\dot{\hat{K}}_2 + \xi_2\xi_3\end{aligned} \quad (48)$$

جایگذاری قانون کنترل (43) و قوانین تطبیق (44) و (45) در (48) نتیجه می دهد:

[1] Leading principal minors

$$\dot{V}_3 = \sigma(k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2 + g(z)(-\big(g(z)\big)^{-1} \times [k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha}\xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2 + \hat{K}_1\sigma + \hat{K}_2 \text{sign}(\sigma)])) + \frac{1}{\gamma_1}(\hat{K}_1 - K_1)\gamma_1\sigma^2 + \frac{1}{\gamma_2}(\hat{K}_2 - K_2)\gamma_2|\sigma| + \xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2 \quad (49)$$

ساده‌سازی و حذف عبارات مشابه در (49) به (50) منتج خواهد شد:

$$\dot{V}_3 = -\hat{K}_1\sigma^2 - \hat{K}_2|\sigma| + \big(\hat{K}_1 - K_1\big)\sigma^2 + \big(\hat{K}_2 - K_2\big)|\sigma| + \xi_2\xi_3 - \lambda_1{\xi_1}^2 - \lambda_2{\xi_2}^2 \quad (50)$$

$$\dot{V}_3 = -E^T QE - K_2|\sigma| \le 0 \quad (51)$$

با توجه به مطالب مطرح شده پیرامون علامت رابطه $\dot{V}_3$ (36)، مشتق تابع کاندید لیاپانوف (51) تحت شرایط (38) معین منفی است و در نتیجه سیستم شناور مغناطیسی پایدار بوده و حالت‌های آن با اعمال کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی به سطح لغزش (24) همگرا می‌شود. "شکل 1" بلوک دیاگرام کلی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی را نشان می‌دهد، که z_{1d} معرف ارتفاع مطلوب توپ شناور مغناطیسی می‌باشد و در واقع ورودی سیستم شناور مغناطیسی می باشد، براساس روند طراحی انجام شده در بخش 4 در ابتدا الگوریتم پسگام به سیستم شناور مغناطیسی اعمال شده است و در ادامه از خطای دینامیکی ξ_3 که توسط الگوریتم پسگام به دست آمده است سطح لغزش مرتبه کسری طراحی می شود. در طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی از قانون شبه کنترلی ϕ_2 استفاده شده و در نهایت با استفاده از قوانین کنترل مدلغزشی مرتبه کسری سیگنال کنترل $u(t)$ محاسبه گردیده است.

5- نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش کنترل‌کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی طراحی شده برای سیستم شناور مغناطیسی با مدل ماگلو در نرم‌افزار متلب[1] شبیه‌سازی شده است. نتایج به‌دست آمده در شبیه‌سازی بیانگر عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. نتایج کنترل کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی[2] [14] مقایسه خواهد شد. روابط سطح لغزش و قانون کنترل، کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی در (52)، (53) و (54) براساس مقاله [14] ارائه شده است، جزئیات روند طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی را می‌توان در [14] مشاهده نمود. سطح لغزش کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی براساس [14] به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\sigma = \dot{S} + k_1 S^{\frac{a}{b}} + k_2 S \quad (52)$$

که متغیر S به‌صورت زیر تعیین شده است:

$$S = z_2 + \lambda_1 z_1 + \lambda_2 \int z_1 dt \quad (53)$$

$$u = -\frac{1}{g(z)}(f(z) + \lambda_1 z_3 + \lambda_2 z_2 + k_1 \frac{a}{b} S^{\frac{a}{b}-1}\dot{S} + k_2\dot{S} + \hat{\mu}\sigma + \hat{\lambda}\text{sign}(\sigma)) \quad (54)$$

که در آن λ_1، λ_2، k_1 و k_2 ثابت‌های مثبت می‌باشد، a و b اعدادی مثبت و فرد می‌باشند. پارامترهای مدل دینامیکی شناور مغناطیسی که در شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار گرفته، در جدول 1 ارائه گردیده و پارامترهای کنترل‌کننده پیشنهادی نیز در جدول 2 ارائه شده است. پارامترهای کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی در جدول 3 ارائه شده است. فرآیند شبیه‌سازی در دو بخش صورت گرفته است که در بخش اول پایدارسازی و ردیابی کنترل‌کننده پیشنهادی بررسی شده و با کنترل‌کننده AFTSMC مقایسه خواهد شد.

در بخش دوم عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی در مقابل نویز اندازه گیری و اغتشاش خارجی اعمال شده به سیستم ارزیابی خواهد گردید. "شکل 2" نشان دهنده تغییرات ارتفاع توپ شناور مغناطیسی است که به‌منظور بررسی دقیق نحوه همگرایی ارتفاع توپ معلق به ارتفاع مطلوب، ارتفاع مطلوب توپ معلق به صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شده است به نحوی که در زمان‌های 15، 25 و 35 (ثانیه) تغییراتی در ارتفاع مطلوب توپ معلق ایجاد شده است نحوه تغییرات (افزایش و کاهش) ارتفاع مطلوب به گونه‌ای است که می‌تواند معیار مناسبی برای سنجش عملکرد ردیابی کنترل‌کننده باشد که همان‌طور که مشهود است کنترل‌کننده‌های AFOBSMC و AFTSMC سیستم شناور مغناطیسی را پایدار نموده و

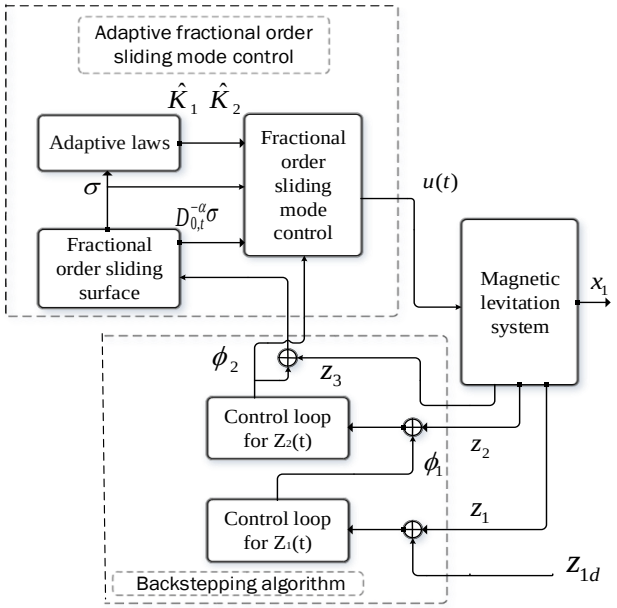

Fig. 1 Block diagram of proposed adaptive fractional order Backstepping sliding mode control

شکل 1 بلوک دیاگرام رویکرد کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی

جدول 1 پارامترهای مدل دینامیکی شناور مغناطیسی[14]

Table 1 Magnetic levitation system parameters in simulation [14]

پارامتر	مقدار	واحد
g_c	9.81	ms^{-2}
R	28.7	Ω
C	1.41×10^{-4}	F
L	0.65	H
m	12	g
$x_1(0)$	0.033	m
$x_2(0)$	0	m/s
$x_3(0)$	0.6818	A

جدول 2 پارامترهای کنترل کننده پیشنهادی

Table 2 Proposed controller parameters

پارامتر	مقدار
λ_1	23
λ_2	20
γ_1	53
γ_2	80
$\hat{K}_1(0)$	0
$\hat{K}_2(0)$	0
k_1	0.1
α	0.6

[1] Matlab software
[2] Adaptive fast terminal sliding mode control (AFTSMC)

ردیابی ارتفاع مطلوب توپ به خوبی انجام شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی AFOBSMC سریعتر از کنترل کننده AFTSMC توپ معلق را به ارتفاع مطلوب رسانده است.

"شکل 3" قانون کنترل طراحی شده با استفاده از کنترل‌کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی را نشان می‌دهد که با استفاده از رابطه (43) ایجاد شده است، قانون کنترل در سیستم شناور مغناطیسی در واقع ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ ایجاد کننده میدان مغناطیسی می‌باشد همان‌طور که در شکل مشخص است کنترل‌کننده‌های AFOBSMC و AFTSMC دارای قانون کنترل هموار[1] هستند و اثری از پدیده لرزش سیگنال کنترل در قانون کنترل مشاهده نمی‌شود در "شکل 3" قانون کنترل ایجاد شده توسط کنترل کننده AFOBSMC دامنه کمتری نسبت به کنترل‌کننده AFTSMC داشته و به گونه ای با دامنه کمتری از ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ (انرژی مصرفی کمتر) توانسته ردیابی سریعتری را ایجاد کند، در بخش بزرگنمایی شده مشخص است که کنترل‌کننده AFTSMC یک جهش ناگهانی داشته و این در حالی است که کنترل کننده AFOBSMC بدون جهت در لحظات اولیه سیستم شناور مغناطیسی را کنترل می نماید.

"شکل 4" نمودار تغییرات سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده (24) را نشان می‌دهد و همان‌طور که در تئوری 2 پایداری سطح لغزش مرتبه کسری به صورت تحلیلی بررسی شد در شبیه‌سازی‌ها نیز مشاهده می شود که سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده در زمان بسیار کوتاهی به صفر همگرا می‌شود در نتیجه تضمین می‌کند که خطای دینامیکی ξ_3 نیز به صفر

جدول 3 پارامترهای کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی

Table 3 AFTSMC controller parameters

پارامتر	مقدار
λ_1	32
λ_2	21
k_1	15
k_2	12
$\hat{\mu}(0)$	0
$\hat{\lambda}(0)$	0
a	5
b	7

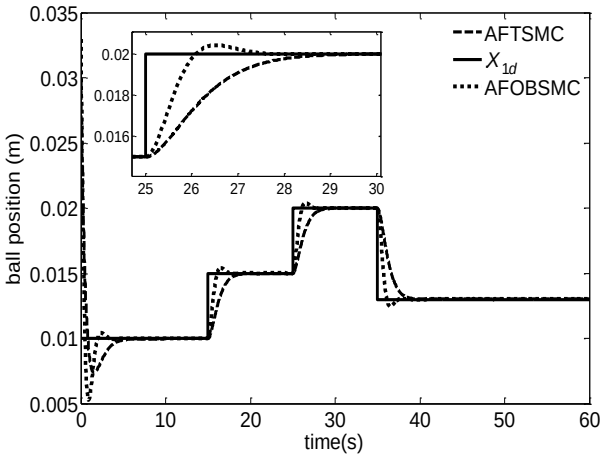

Fig. 2 Ball position in the magnetic levitation system with AFOBSMC and AFTSMC controllers

شکل 2 ارتفاع توپ شناور مغناطیسی با اعمال کنترل کننده های AFOBSMC و AFTSMC

[1] Smooth control law

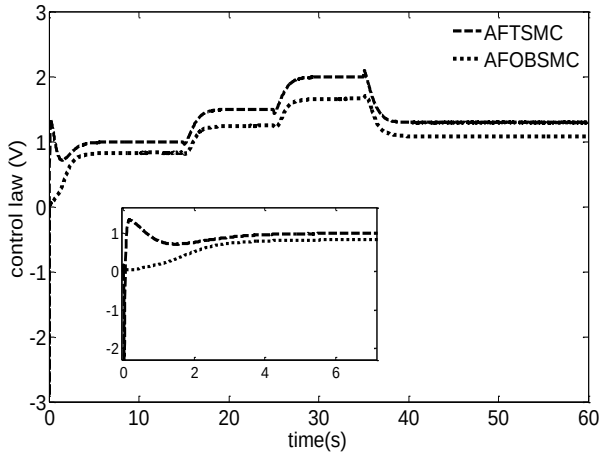

Fig. 3 Control law (coil voltage) in the magnetic levitation system with AFOBSMC and AFTSMC controllers

شکل 3 قانون کنترل (ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ) در کنترل کننده AFOBSMC و AFTSMC

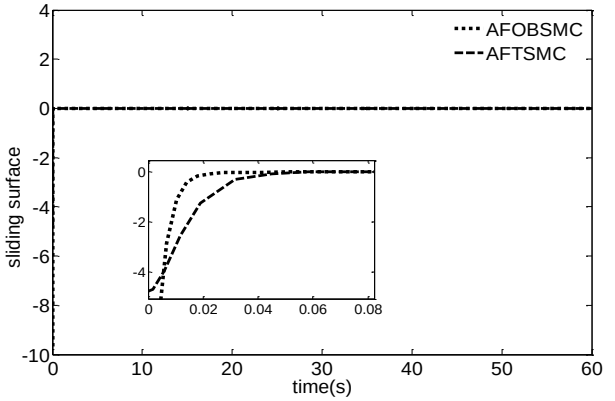

Fig. 4 Sliding surface (σ) for AFOBSMC and ATFSMC controllers

شکل 4 همگرایی سطوح لغزش تعیین شده در کنترل‌کننده AFOBSMC و AFTSMC

همگرا خواهد شد. "شکل 5" نمودار قوانین تطبیق تعیین شده در (44) و (45) را تبیین می‌نماید. با توجه به این شکل، قوانین تطبیق در همگرایی سریع خروجی سیستم تاثیر بسزایی داشته و در ردیابی آن نیز اثرگذار است به نحوی که در زمان تغییر ارتفاع مطلوب توپ شناور مغناطیسی، قوانین کنترل واکنش مناسبی را نشان داده و سبب همگرایی سریع تر خروجی سیستم شده اند.

5-1- ارزیابی عملکرد مقاوم در مقابل نویز و اغتشاش

کنترل‌کننده مدلغزشی به‌طور ذاتی در مقابل اغتشاش خارجی عملکرد مقاوم مناسبی را دارد که با ترکیب آن با الگوریتم پسگام و حسابان مرتبه کسری این ویژگی افزایش می یابد، که در ادامه نتایج شبیه سازی‌ها به وضوح این موضوع را نشان می‌دهد. برای ارزیابی عملکرد مقاوم کنترل‌کننده پیشنهادی، در ابتدا یک نویز اندازه‌گیری با میانگین صفر و واریانس 1 به سیستم اعمال شده است که نتایج نشان می‌دهد کنترل کننده پیشنهادی به خوبی توانسته در حضور نویز عملکرد مناسب سیستم را حفظ کند. با توجه به رابطه (12) یک اغتشاش d به مدت سه ثانیه و در ثانیه‌ی 45 به سیستم اعمال می‌شود که کنترل کننده پیشنهادی به‌خوبی آن را دفع می‌نماید. "شکل 6 (a) و (b)" نمودار تغییرات ارتفاع توپ شناور مغناطیسی با کنترل‌کننده‌های

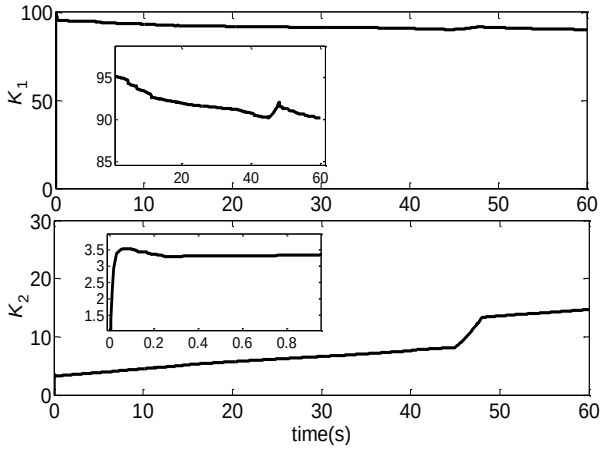

Fig.5 Adaptive gain for AFOBSMC controller

شکل 5 قوانین تطبیق در کنترل کننده AFOBSMC

AFOBSMC و AFTSMC را نشان می‌دهد که همان‌طور که مشهود است هر دو کنترل‌کننده توانسته‌اند به‌خوبی سیستم را در حضور نویز و اغتشاش پایدار نگه‌داشته و ردیابی مناسبی را ایجاد کنند. همان‌طور که مشهود است در ثانیه 45 که یک اغتشاش به سیستم وارد می‌شود، کنترل کننده AFOBSMC توانسته با سرعت بیشتری آن اغتشاش را دفع نماید و عملکرد مقاوم‌تری را نشان می‌دهد. "شکل 7 (a) و (b)" به‌ترتیب قانون کنترل اعمال شده به سیستم شناور مغناطیسی با کنترل‌کننده‌های AFOBSMC و AFTSMC را نشان می‌دهد و همان‌طور که مشهود است، کنترل کننده AFOBSMC با دامنه ولتاژ اعمال شده به سیم‌پیچ بهینه‌تر سیستم شناور مغناطیسی را پایدار کرده (در بخش بزرگنمایی شده به وضوح این موضوع مشخص است) و عملکرد مقاوم مناسب تری را ارائه داده است، با اعمال اغتشاش d به سیستم شناور مغناطیسی قانون کنترل با عملکرد مناسب و به موقع آن را دفع می‌نماید. "شکل 8 (a) و (b)" تغییرات متغیر حالت x_2 از مدل دینامیک شناور مغناطیسی تحت کنترل‌کننده AFOBSMC و AFTSMC را در حضور نویز و اغتشاش نشان می‌دهد، سرعت توپ معلق با ثابت شدن میزان جابه‌جایی (موقعیت) توپ به صفر همگرا می‌شود و در زمانی که تغییراتی در ارتفاع مطلوب توپ ایجاد می‌شود باعث تغییر در سرعت توپ می‌گردد. کنترل کننده پیشنهادی عملکرد مناسبی در تثبیت سرعت توپ

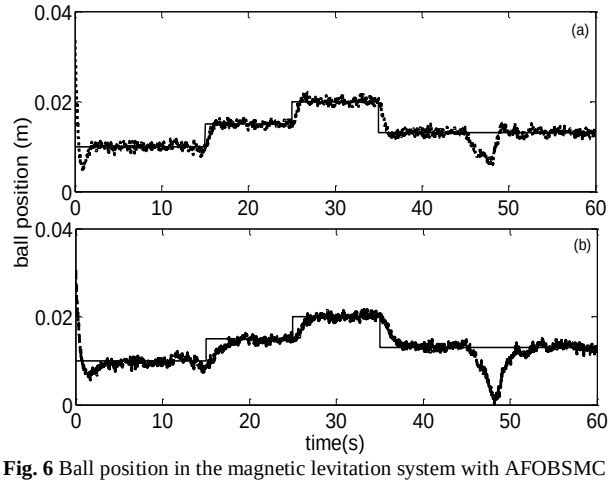

Fig. 6 Ball position in the magnetic levitation system with AFOBSMC (a) and AFTSMC (b) controllers under external disturbance and noise

شکل 6 ارتفاع توپ شناور مغناطیسی با کنترل کننده AFOBSMC (a) و AFTSMC (b) در حضور نویز و اغتشاش

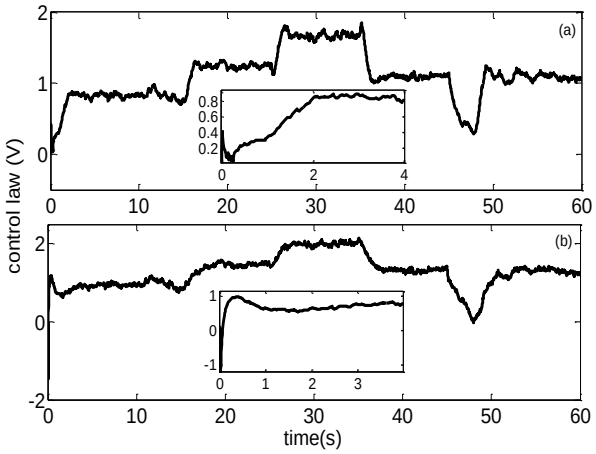

Fig. 7 Control law (coil voltage) in the magnetic levitation system with AFOBSMC (a) and AFTSMC (b) controllers under external disturbance and noise

شکل 7 قانون کنترل (ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ) در کنترل کننده تحت نویز و اغتشاش خارجی AFOBSMC (a) و AFTSMC (b)

معلق در حضور نویز و اغتشاش انجام داده است.

برای مقایسه عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده ATFSMC از معیار انتگرال قدرمطلق خطا[1] استفاده شده است که در آن x_{1d} ارتفاع مطلوب توپ شناور مغناطیسی می‌باشد. معیار مذکور برای هردو کنترل‌کننده در جدول 4 محاسبه شده است، با توجه به نتایج ارائه شده در جدول 4 کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی با ترکیب الگوریتم پسگام و حسابان مرتبه کسری توانسته عملکرد مقاوم‌تری در ردیابی ارتفاع مطلوب توپ شناور مغناطیسی، دفع اغتشاش و دفع نویز ارائه دهد.

$$\mathrm{IAE} = \int_0^T |x_1 - x_{1\mathrm{d}}|\, dt \tag{55}$$

6- جمع بندی و نتیجه گیری

تکنولوژی شناورهای مغناطیسی ماگلو، یک تکنولوژی پرکاربرد و تاثیر گذار در صنایع مختلف می‌باشد که در آینده کاربردهای آن بسیار گسترده تر

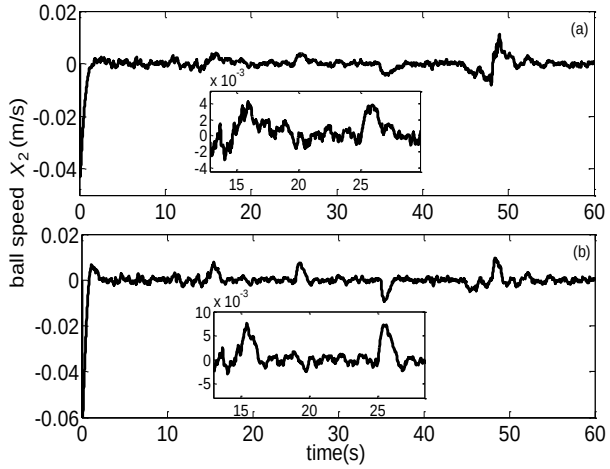

Fig. 8 Ball velocity (state variable x_2) in the magnetic levitation system with AFOBSMC (a) and AFTSMC (b) controllers under external disturbance and noise

شکل 8 سرعت توپ شناور مغناطیسی(متغیر حالت x_2) با کنترل کننده های AFOBSMC (a)و AFTSMC (b) تحت اغتشاش خارجی و نویز

[1] Integral absolute error

جدول 4 مقایسه معیار عملکرد کنترل کننده AFOBSMC و AFTSMC

Table 4 Comparison between AFOBSMC and AFTSMC controllers

کنترل کننده	AFOBSMC	AFTSMC
IAE بدون اعمال اغتشاش و نویز	1.993×10^{-2}	3.391×10^{-2}
IAE در حضور اغتشاش و نویز	3.164×10^{-2}	9.981×10^{-2}

خواهد شد. مدل دینامیکی ماگلو یک مدل غیرخطی و ناپایدار است و در مقاله حاضر با بهره‌گیری از تئوری کنترل مدلغزشی، الگوریتم پسگام و حسابان مرتبه کسری یک روش مقاوم برای پایدارسازی سیستم شناور مغناطیسی ارائه شد و برای مقابله با اغتشاش‌ها با حد بالای نامشخص از کنترل تطبیقی استفاده گردید. نتایج شبیه‌سازی کنترل کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی مقایسه شد. هم در مباحث تئوری و هم در شبیه‌سازی‌ها نیز به وضوح نشان داده شد که ترکیب الگوریتم پسگام و تئوری کنترل مد لغزشی تطبیقی با حسابان مرتبه کسری سبب افزایش عملکرد مقاوم کنترل کننده خواهد شد. به‌دلیل استفاده از الگوریتم پسگام و توابع هموار در قانون کنترل، در نتایج شبیه‌سازی اثری از پدیده لرزش سیگنال کنترل دیده نمی‌شود. برای بررسی عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی اغتشاش و نویز به سیستم شناور مغناطیسی اضافه شد، که با توجه به نتایج شبیه سازی کنترل‌کننده پیشنهادی عملکرد مناسبی در مقابله با نویز و اغتشاش ارائه داد.

7- مراجع

[1] H. Yaghoubi, The most important maglev applications, *Journal of Engineering*, Vol. 2013, pp. 1-19, 2013.

[2] Y. Qin, H. Peng, W. Ruan, J. Wu, J. Gao, A modeling and control approach to magnetic levitation system based on state-dependent ARX model, *Journal of Process Control*, Vol. 24, No. 1, pp. 93-112, 2014.

[3] C. M. Lin, M. H. Lin, C. W. Chen, SoPC-based adaptive PID control system design for magnetic levitation system, *IEEE Systems Journal*, Vol. 5, No. 2, pp. 278-287, 2011.

[4] F. Abdel-Hady, S. Abuelenin, Design and simulation of a fuzzy-supervised PID controller for a magnetic levitation system, *Studies in Informatics and Control*, Vol. 17, No. 3, pp. 315-328, 2008.

[5] J. Baranowski, P. Piatek, Observer-based feedback for the magnetic levitation system, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 4, No. 4, pp. 422-435, 2012.

[6] Ghosh, T. Rakesh Krishnan, P. Tejaswy, A. Mandal, J. K. Pradhan, S. Ranasingh, Design and implementation of a 2-DOF PID compensation for magnetic levitation systems, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 4, pp. 1216-1222, 2014.

[7] I. Muresan, C. Ionescu, S. Folea, R. De Keyser, Fractional order control of unstable processes: the magnetic levitation study case, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 80, No. 4, pp. 1761-1772, 2015.

[8] L.H.S. Torres, L. Schnitman, C.A.V.V. Junior, J.A.M. Felippe de Souza, Feedback linearization and model reference adaptive control of a magnetic levitation system, *Studies in Informatics and Control*, Vol. 21, No. 1, pp. 67-74, 2012.

[9] R. Morales, H. Sira-Ramirez, Trajectory tracking for the magnetic ball levitation system via exact feedforward linearisation and GPI control, *International Journal of Control*, Vol. 3, No. 6, pp. 1155-1166, 2010.

[10] Ulbig, S. Olaru, D. Dumur, P. Boucher, Explicit nonlinear predictive control for a magnetic levitation system, *Asian Journal of Control*, Vol. 2, No. 3, pp. 434-442, 2010.

[11] T. Bächle, S. Hentzelt, K. Graichen, Nonlinear model predictive control of a magnetic levitation system, *Control Engineering Practice*, Vol. 21, No. 9, pp. 1250-1258, 2013.

[12] Y. Eroglu, Gunyaz Ablay, Cascade sliding mode–based robust tracking control of a magnetic levitation system, *Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 230, No. 8, pp. 1-10, 2016.

[13] D. Ginoya, C. M. Gutte, P. Shendge, S. Phadke, State-and-disturbance-observer-based sliding mode control of magnetic levitation systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control,*, Vol. 38, No. 6, pp. 1-13, 2016.

[14] N. Boonsatit, C. Pukdeboon, Adaptive Fast Terminal Sliding Mode Control of Magnetic Levitation System, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Vol. 27, No. 4, pp. 359-367, 2016.

[15] Parsa, A. Kalhor, M. A. Amiri Atashgah, Backstepping control performance enhancement using close loop identification for quadrotor trajectory tracking, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 224-234, 2016. (in persian فارسی).

[16] M. Navabi, S. Soleymanpour, Standard and Robust Backstepping Control of a Spacecraft with Inertial Uncertainty (revision), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 112-124, 2015. (in persian فارسی).

[17] Fayazi, H. Ahmadi Noubari, H. Fatehi Marj, Synchronization of Chaotic Fractional-Order Genesio Tesi -Coullet Systems via Fractional-Order Adaptive Controller, *Journal of control*, Vol. 5, No. 4, pp.1-11, 2012. (in persian فارسی).

[18] M. P. Aghababa, Synchronization and stabilization of fractional second-order nonlinear complex systems, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 80, No. 4, pp. 1731-1744, 2015.

[19] Podlubny, *Fractional differential equations*, pp 78-82, California: Academic Press, 1999.

[20] C. Li, W. Deng, Remarks on fractional derivatives, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 187, No. 2, pp. 777-784, 2007.

[21] M. Aliasghary, M. Teshnehlab, A. Jalilvand, M. Aliyari Shoorehdeli, M.A. Nekoui, Hybrid Control of Magnetic Levitation System Based-on New Intelligent Sliding Mode Control, *Journal of Applied Sciences*, Vol. 8, No. 14, pp. 2561-2568, 2008.

[22] F. Yousefi, Kh. Alipour, B. Tarvirdizadeh, A. Hadi, Control of knee rehabilitation robot based on combination of backstepping and admittance algorithms, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 135-143, 2016. (in persian فارسی).

[23] S. Mobayen, An adaptive chattering-free PID sliding mode control based on dynamic sliding manifolds for a class of uncertain nonlinear systems, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 82, No. 1, pp. 53-60, 2015.

[24] S. Shakki, M. R. Zakerzadeh, Modeling and control of a shape memory alloy actuator using fuzzy sliding mode controller, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 353-360, 2016. (in persian فارسی).

[25] M. Mohadeszadeh, H. Delavari, Synchronization of uncertain fractional-order hyper-chaotic systems via a novel adaptive interval type-2 fuzzy active sliding mode controller, *International Journal of Dynamics and Control* , Vol. 3, pp. 1-10, 2015.

[26] N. Aguila-Camacho, M. A. Duarte-Mermoud, J. A. Gallegos, Lyapunov functions for fractional order systems, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, Vol. 19, No. 6, pp. 2951-2957, 2014.

[27] Mottahedi, A. Akbarzadeh Kalat, Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind/disturbance, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 95-102, 2016. (in persian فارسی).