



ارائه مدل غیر خطی برای شناورهای زیر سطحی خودگردان و شناسایی مبتنی بر الگوریتم حداقل مربعات خطا

محسن اکرامیان^{1*}، محمد دانش²، احمد کمالی³

1- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

3- مربی، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

* اصفهان، صندوق پستی 8174673441، m.ekramian@eng.ui.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 19 دی 1395

پذیرش: 15 بهمن 1395

ارائه در سایت: 25 اسفند 1395

کلید واژگان:

شناور زیر سطحی خودگردان¹ (AUV)

زیر سیستم عرضی و زیر سیستم طولی

کنترل کننده PID²

شناسایی مدل غیر خطی

الگوریتم حداقل مربعات خطا

چکیده

در این مقاله یک مدل غیر خطی برای شناورهای زیر سطحی خودگردان ارائه شده است. جهت بهبود توصیف عملکرد دینامیکی این شناورها، مدل دو زیر سیستم طولی و عرضی با در نظر گرفتن نیروها و گشتاورهای وارد بر سیستم استخراج می شود. مدل پیشنهادی تعمیم مدل خطی این شناورها در مانورهای عمق و سمت می باشد و برخی دینامیک های غیر خطی جهت توصیف دقیق تر عملکرد زیر سیستم ها در نظر گرفته شده است. پس از تعیین فرم معادلات دینامیکی سیستم، تخمین ضرایب مدل پیشنهادی بررسی می گردد. با توجه به مباحث کاربردی و براساس فرم معادلات سیستم، از روش حداقل مربعات خطا جهت تعیین ضرایب مدل استفاده می شود. در روند شناسایی، به دلیل دینامیک ناپایدار سیستم، امکان تحریک حلقه باز وجود ندارد. با توجه به نامعلوم بودن ضرایب مدل، کنترل کننده های PID جهت تنظیم ساده و بکارگیری در تست های عملی در حرکت سمت و عمق پیشنهاد شده اند و تحریک هر دو زیر سیستم با به کارگیری مانورهای معمول سینوسی در حلقه فیدبک صورت می گیرد. در ادامه نیز با به کارگیری فیلترهای دینامیکی بر سیگنال های قابل اندازه گیری نظیر سرعت های زاویه ای، شتاب های خطی و زوایای اولیه، از روش حداقل مربعات جهت تخمین ضرایب مدل استفاده شده است. در پایان، کارایی مدل غیر خطی پیشنهادی و الگوریتم حداقل مربعات خطا در شناسایی ضرایب مدل در ارتباط با ضرایب یک سیستم با پارامترهای هیدرودینامیک مشخص مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج بدست آمده دقت مدل غیر خطی و عملکرد مناسب روش شناسایی را نشان می دهد.

Nonlinear Model for Autonomous Underwater Vehicle and Identification Based on Least Square Algorithm

Mohsen Ekramian^{1*}, Mohammad Danesh², Ahmad Kamali³

1- Department of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

3- Department of Electrical Engineering, Malekeashtar University of Technology, Isfahan, Iran

* P.O.B. 8174673441, Isfahan, Iran, m.ekramian@eng.ui.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 11 January 2017

Accepted 03 February 2017

Available Online 15 March 2017

Keywords:

Autonomous Underwater Vehicle (AUV)

Lateral and Longitudinal subsystems

PID Controller

nonlinear model identification

Least Square (LS) algorithm

ABSTRACT

A nonlinear model for Autonomous Underwater Vehicles is proposed. In order to describe a more precise dynamic behavior, the nonlinear model for both Lateral and Longitudinal subsystems is derived based on all applied forces and moments. The proposed model can be explained as an extended linear model for AUV in depth and azimuth motions where some nonlinearities are taken into account. Due to some practical issues as well as the form of proposed model, the identification problem based on Least Square method is formulated to achieve the system parameters. By considering unstable dynamics of system, the open loop system cannot be excited. In this case, the PID regulators with simple tuning parameters are proposed in both Lateral and Longitudinal subsystems and the identification problem by utilizing sinusoidal inputs is followed within a feedback loop. Based on measurable variables, i.e. linear moments, angular velocities and Euler angles, and utilizing some dynamic filters, the Least Square method is then applied to estimate the model parameters. The effectiveness of proposed nonlinear model as well as the parameter identification approach are finally demonstrated through some numerical simulations.

1- مقدمه

ریاضی امکان پیش بینی رفتار سیستم را فراهم می آورد و در محدوده خاصی از عملکرد سیستم می توان براساس آن به طراحی کنترل کننده مناسب پرداخت [1]. یک مدل مناسب مدلی است که در عین سادگی، در محدوده

مدل سازی و توصیف عملکرد سیستم توسط یک دسته معادلات دینامیکی، از مراحل مقدماتی و بسیار مهم در طراحی سیستم های کنترل است. مدل

² Proportional Integral Derivative (PID)

¹ Autonomous Underwater Vehicle (AUV)

جدول 1 تعریف متغیرهای مدل

Table 1 Definition of Model Variables

درجات آزادی	موقعیت و زوایای اوایلر	سرعت خطی و زاویه‌های	نیرو یا گشتاور
Surge	x	u	X
Sway	y	v	Y
Heave	z	w	Z
Roll	ϕ	p	K
Pitch	θ	q	M
Yaw	ψ	r	N

روش دوم مدل‌سازی، استفاده از اطلاعات ورودی و خروجی ضمن تحریک مناسب سیستم است. امروزه الگوریتم‌های متنوعی جهت شناسایی معادلات دینامیکی بکار گرفته می‌شود که در اغلب آن‌ها پیشنهاد نوع و درجه مدل نیز از نتایج الگوریتم‌های موردنظر است. در بین این روش‌ها، روش حداقل مربعات خطا [12] و فیلتر کالمن [14,13] در اکثر مباحث مدل‌سازی مورد توجه قرار گرفته‌اند. با توجه به فرم غیرخطی معادلات سیستم، روش‌هایی مبتنی بر رویکردهای غیرخطی [15]، فیلتر کالمن توسعه‌یافته² [17,16] و شبکه‌های عصبی [19,18] نیز با تاکید بر فرم غیرخطی معادلات دینامیکی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. اگرچه در این روش مدل‌سازی، مشکل تعیین ضرایب همچون روش اول وجود ندارد با این وجود دقت مدل‌های استخراج شده تا حد زیادی به میزان اطلاعات حاصل از تحریک سیستم وابسته خواهد بود.

در این مقاله، یک روش ترکیبی جهت تعیین مدل دینامیکی شناورهای زیرسطحی خودگردان ارائه شده است. بر این اساس، همچون روش‌های دسته اول با در نظر گرفتن معادلات فیزیکی حاکم بر سیستم [7]، فرم کلی معادلات 6 درجه آزادی بدست می‌آید. علاوه بر این، با در نظر گرفتن تأثیر متغیرهای مختلف دینامیکی بر یکدیگر در طی دو دسته مانور در عمق و مانور در سمت [11]، مدل غیرخطی پیشنهادی از دو زیرسیستم طولی و عرضی تعیین می‌شود. در ادامه نیز با به‌کارگیری ایده‌ای مشابه روش‌های دسته دوم مدل‌سازی، تخمین ضرایب مدل پیشنهادی مورد توجه قرار می‌گیرد و پارامترهای مدل براساس تحریک مناسب هر زیرسیستم تعیین می‌گردد.

در روش پیشنهادی، در مقایسه با اغلب روش‌های مدل‌سازی [13-11,8] اثرات غیرخطی در مدل‌سازی نادیده گرفته نشده است. این موضوع بطور خاص در ارتباط با اثرات غیرخطی میرایی هیدرودینامیک بر عملکرد دینامیکی سیستم بخصوص در سرعت‌های بالا، اهمیت ویژه خواهد داشت. به‌طور کلی در بحث مدل‌سازی، دقت مناسب به دلیل ارائه فرم دینامیکی معادلات بر اساس قوانین فیزیکی وجود دارد. از سوی دیگر در تعیین ضرایب مدل، نیازی به تست‌های پیچیده وجود ندارد و همچون روش‌های دسته دوم [19-12]، تحریک مناسب سیستم منجر به تخمین پارامترهای مدل خواهد بود. این موضوع اهمیت روش پیشنهادی مدل‌سازی را در بدست آوردن مزایای هر دو دسته روش‌های مدل‌سازی نشان می‌دهد.

با توجه به مزایای الگوریتم حداقل مربعات خطا [12,1]، این الگوریتم در شناسایی و تخمین ضرایب مدل پیشنهادی به‌کار می‌رود. دقت تخمین مناسب و امکان پیاده‌سازی ساده روش حداقل مربعات بصورت الگوریتم‌های

عملکرد موردنظر از سیستم، توصیف قابل قبولی از رفتار دینامیکی را ارائه کند. بر این اساس، در این مقاله یک مدل دینامیکی غیرخطی برای شناورهای زیرسطحی خودگردان در "شکل 1" ارائه شده است. از شناورهای زیرسطحی بطور وسیع در مباحث تحقیقاتی نظیر مأموریت‌های زیست-محیطی و زمین‌شناسی و کاربردهای نظامی استفاده می‌شود [3,2]. نمونه-گیری و اکتشاف منابع نفت و گاز در آب‌های عمیق نیز از دیگر کاربردهای چنین سیستم‌هایی است.

عملکرد مناسب این سیستم در اغلب کاربردها نیازمند استخراج یک مدل دینامیکی و به‌کارگیری کنترل‌کننده‌های متنوع است [4]. همچنین طراحی کنترل‌کننده جهت تحقق اهداف طراحی این سیستم، وابسته به تعریف یک مدل دینامیکی با دقت قابل قبول خواهد بود. لازم به‌ذکر است دلیل تعدد نیروها و گشتاورهای هیدرودینامیک، نامعینی‌های مدل ناشی از محیط شناور و حضور اختلال‌هایی نظیر جریان‌های زیرسطحی، بحث مدل‌سازی در این سیستم یک موضوع کاملاً پیچیده به شمار می‌رود.

استخراج مدل دینامیکی به‌طور کلی از دو روش امکان‌پذیر است. روش اول مبتنی بر معادلات فیزیکی حاکم بر سیستم است و مدل موردنظر به‌طور مستقیم براساس قوانین نیوتن و اوایلر به‌دست می‌آید. در این روش دقت مطلوبی در توصیف رفتار سیستم حاصل می‌گردد. با این وجود بدست آوردن ضرایب معادلات، نیاز به شناخت دقیق قوانین فیزیکی و امکان به‌کارگیری تست‌های پرهزینه و به‌کارگیری تجهیزات خاص دارد [6,5]. یک مدل جامع 6 درجه آزادی از رفتار دینامیکی جسم صلب با در نظر گرفتن نیروها و گشتاورهای هیدرودینامیک در [7] ارائه شده است که قابل استفاده در اکثر شناورهای سطحی و زیرسطحی است. در جدول 1، تعریف متغیرهای مختلف سیستم "شکل 1" مرتبط با درجات آزادی مطرح شده ارائه شده است.

با توجه به پیچیدگی‌های مدل پیشنهادی در [7]، به‌طور معمول این معادلات در مورد یک دسته شناور خاص مطرح شده و فرم‌های ساده شده‌ای از این معادلات جهت توصیف رفتار دینامیکی سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد [8-10]. به‌طور مثال در [11]، توصیف دینامیکی سیستم در حرکت در صفحات xz و xy از یکدیگر تفکیک شده و مدل‌های ساده شده‌ای مرتبط با عملکرد دو زیرسیستم در مانورهای مختلف ارائه شده است. ایده تفکیک رفتار دینامیکی به دو زیرسیستم طولی و عرضی¹ در اغلب مباحث مدل‌سازی مطرح شده است. در این زمینه با حذف برخی متغیرهای هیدرودینامیک، مدل‌های ساده‌تری جهت توصیف رفتار دینامیکی ارائه می‌گردد.

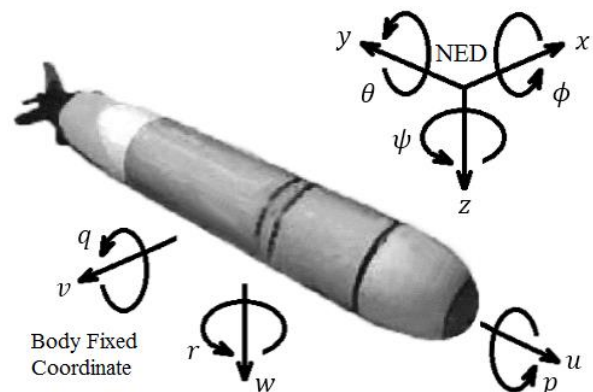


Fig. 1 General scheme of AUV and its dynamic variables

شکل 1 شمای کلی یک AUV و متغیرهای دینامیکی

² Extended Kalman Filter

¹ Longitudinal and Lateral Subsystems

$$T = -M_A \ddot{\zeta} - C_A(\zeta)\dot{\zeta} - L(\zeta)\dot{\zeta} - D(\zeta)\dot{\zeta} + T_s + T_c \quad (4)$$

در این معادله $M_A(\zeta)$ و $C_A(\zeta)$ به ترتیب ماتریس‌های جرم افزوده⁴ و ماتریس کوریولیس متناظر آن می‌باشد. اثرات بالابری⁵ و میرایی هیدرودینامیک⁶ نیز به ترتیب در بخش‌های $L(\zeta)$ و $D(\zeta)$ منظور شده است. در T_s و T_c نیز اثرات هیدرواستاتیک و نیروها و گشتاورهای کنترلی مرتبط با موتور و بالک‌ها در نظر گرفته می‌شود. عناصر هریک از بردارها در معادلات (3) و (4) در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد. با تعریف ماتریس‌های جرم $M = M_B + M_A$ و کوریولیس $C(\zeta) = C_B(\zeta) + C_A(\zeta)$ (پیوست) فرم کلی معادلات حاکم بر سیستم به‌دست می‌آید.

$$M \ddot{\zeta} + C(\zeta)\dot{\zeta} + L(\zeta)\dot{\zeta} + D(\zeta)\dot{\zeta} = T_s + T_c \quad (5)$$

با توجه به فرم ماتریس M و عناصر صفر آن، دسته‌بندی متغیرهای حالت سیستم برحسب تأثیرپذیری بیشتر هر یک از متغیرها نسبت به یکدیگر صورت می‌گیرد. بر این اساس با در نظر گرفتن مانورهای مختلف سیستم، متغیرهای ζ در معادله (5) به دو زیرسیستم با متغیرهای حالت $x_1' = [u \ w \ q]$ و $x_2' = [p \ v \ r]$ تقسیم می‌شوند [11]. این دو دسته متغیر به ترتیب در حرکت در عمق (زیرسیستم طولی) و حرکت در سمت (زیرسیستم عرضی) مؤثر می‌باشند. می‌توان عناصر ماتریس جرم M را مرتبط با این دو دسته متغیر تفکیک نمود.

$$M_1 = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & m z_g \\ 0 & m - Z_{\dot{w}} & -m x_g - Z_{\dot{q}} \\ m z_g & -m x_g - M_{\dot{w}} & I_y - M_{\dot{q}} \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} I_x - K_{\dot{p}} & -m z_g & -I_{xz} \\ -m z_g & m - Y_{\dot{v}} & m x_g - Y_{\dot{r}} \\ -I_{xz} & m x_g - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

در این دو ماتریس، عبارت‌های مرتبط با مشتق نیروها و گشتاورهای وارد بر سیستم (به‌طور مثال $X_{\dot{u}}$ و $Z_{\dot{w}}$ و ...) مرتبط با ماتریس جرم افزوده M_A و دیگر عناصر، مقادیر جرم صلب سیستم M_B می‌باشند. در این مقاله براساس تقسیم‌بندی متغیرهای سرعت $\dot{\zeta}$ در دو زیرسیستم طولی و عرضی، معادلات مرتبط با این دو زیرسیستم به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$M_1 \dot{x}_1 + u(C_{u1} + L_{u1})x_1 + D_{11}x_1 + D_{n1}x_{1a} = T_{s1} + T_{c1} \quad (7)$$

$$M_2 \dot{x}_2 + u(C_{u2} + L_{u2})x_2 + D_{12}x_2 + D_{n2}x_{2a} = T_{s2} + T_{c2} \quad (8)$$

اندیس‌های 1 و 2 برای معادلات زیرسیستم‌های طولی و عرضی به ترتیب در معادلات (7) و (8) استفاده می‌شود. در این معادلات عناصر مؤثر ماتریس کوریولیس $C(\zeta)$ در معادله (5) در ماتریس‌های C_u در نظر گرفته شده است و از اثر بخش‌های غیرمؤثر ماتریس کوریولیس در مدل پیشنهادی صرف‌نظر می‌شود. همچنین اثرات بالابری در ماتریس‌های L_u با تعریف عبارت‌های مرتبط با مشتق دوم نیروها و گشتاورهای سیستم (به‌طور مثال $Z_{\dot{u}w}$ و $M_{\dot{u}w}$ و ...) ارائه می‌شود. با در نظر گرفتن مقادیر این دو بخش، خواهیم داشت

$$C_{u1} + L_{u1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{u}w} & -m - Z_{\dot{u}q} \\ 0 & -M_{\dot{u}w} & m x_g - M_{\dot{u}q} \end{bmatrix}, \quad C_{u2} + L_{u2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m z_g \\ 0 & -Y_{\dot{u}v} & m - Y_{\dot{u}r} \\ 0 & -N_{\dot{u}v} & m x_g - N_{\dot{u}r} \end{bmatrix} \quad (9)$$

حرکت جسم صلب در سیال همراه با نیروهایی در جهت مخالف می‌باشد که تحت عنوان میرایی هیدرودینامیک توصیف می‌گردد. این بخش توسط

مختلف تکراری و بازگشتی، موجب شده تا این روش در مباحث کاربردی شناسایی سیستم به‌طور وسیع مورد استفاده قرار گیرد. در اغلب مباحث ارائه شده این مقاله، توجه ویژه‌ای به مباحث و محدودیت‌های عملی صورت گرفته است. بر این اساس با توجه به ناپایداری سیستم حلقه‌باز، پیشنهاد تحریک سیستم در حلقه فیدبک مطرح می‌گردد. در این زمینه از مانورهای معمول سینوسی در سرعت ثابت استفاده شده و کنترل‌کننده‌های ساده‌ای جهت تحقق تحریک حلقه بسته به کار گرفته می‌شوند. همچنین، از متغیرهای قابل اندازه‌گیری در تست‌های عادی سیستم نظیر شتاب‌های خطی، سرعت‌های زاویه‌ای و زوایای اوایلر در تعیین پارامترهای مدل استفاده شده است.

در ادامه توضیحاتی پیرامون مباحث بخش‌های مختلف مقاله ارائه می‌گردد. در بخش دوم، ضمن بررسی معادلات کلی سیستم، مدل غیرخطی پیشنهادی دو زیرسیستم طولی و عرضی ارائه شده است. در بخش سوم، روند طراحی کنترل‌کننده و تحریک زیرسیستم‌های مختلف در حلقه فیدبک بررسی می‌شود. در فصل چهارم نیز با توجه به سیگنال‌های ورودی-خروجی سیستم، تخمین ضرایب مدل غیرخطی پیشنهادی از الگوریتم حداقل مربعات به‌دست می‌آید. جهت بررسی اهمیت مدل پیشنهادی و روش شناسایی موردنظر، نتایج شبیه‌سازی در مورد یک سیستم با پارامترهای هیدرودینامیک مشخص صورت می‌پذیرد. نتیجه‌گیری مباحث نیز در بخش پنجم ارائه شده است.

2- معادلات دینامیکی AUV

در این بخش معادلات دینامیکی شناور زیرسطحی در "شکل 1" مورد بررسی قرار گرفته است و مدل غیرخطی در حرکت عمق و سمت استخراج می‌شود. به‌طور کلی معادلات سیستم در دو دستگاه مختصات زمین و دستگاه مختصات بدنه توصیف می‌گردد. دستگاه زمین در "شکل 1" در سه راستا بصورت NED¹ موقعیت AUV را نشان می‌دهد و بردار موقعیت $\eta_1' = [x \ y \ z]$ و همچنین زوایای اوایلر $\eta_2' = [\phi \ \theta \ \psi]$ نسبت به آن اندازه‌گیری می‌شود. دستگاه بدنه² نیز متصل به مرکز جرم، برای اندازه‌گیری سرعت‌های خطی $\dot{\zeta}_1' = [u \ v \ w]$ و سرعت‌های زاویه‌ای $\dot{\zeta}_2' = [p \ q \ r]$ مورد استفاده خواهد بود. ارتباط بین متغیرهای سرعت $\dot{\zeta}$ در دستگاه بدنه و متغیرهای موقعیت η در دستگاه زمین به‌صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1' \\ \dot{\eta}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & 0 \\ 0 & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_1' \\ \dot{\zeta}_2' \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن

$$J_1 = \begin{bmatrix} c\psi \ c\theta & -s\psi \ c\phi + c\psi \ s\phi \ s\theta & s\psi \ s\phi + c\psi \ c\phi \ s\theta \\ s\psi \ c\theta & c\psi \ c\phi + s\psi \ s\phi \ s\theta & -c\psi \ s\phi + s\psi \ c\phi \ s\theta \\ -s\theta & s\phi \ c\theta & c\phi \ c\theta \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} 1 & s\phi \tan \theta & c\phi \tan \theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi / c\theta & c\phi / c\theta \end{bmatrix}, \quad \theta \neq \pm \frac{\pi}{2}, \quad \begin{matrix} s. = \sin. \\ c. = \cos. \end{matrix} \quad (2)$$

همچنین معادلات حالت 6 درجه آزادی برحسب متغیرهای $\zeta_1' = [\zeta_1' \ \zeta_2']$ در دستگاه مختصات بدنه به‌صورت زیر بیان می‌گردد.

$$M_B \ddot{\zeta} + C_B(\zeta)\dot{\zeta} = T \quad (3)$$

که در آن M_B و $C_B(\zeta)$ به ترتیب ماتریس جرم و ماتریس کوریولیس³ جسم صلب AUV می‌باشد. در این معادله بردار T به‌عنوان مجموعه نیروها و گشتاورهای وارد بر سیستم، خود از عناصر مختلفی به‌صورت زیر تشکیل شده است [7].

⁴ Added mass

⁵ Lift

⁶ Hydrodynamic Damping

¹ North East Down (NED)

² Body Fixed Coordinate

³ Coriolis

و z_g نشان داده می‌شود. در بردارهای T_c ، نیروها و گشتاورهای کنترل متأثر از 4 سیگنال ورودی سیستم است که توضیحات هر یک در ادامه ارائه شده است. ورودی دور موتور n ، علاوه بر ایجاد نیروی لازم جهت حرکت رو به جلو موجب انحراف غلتش³ در سیستم خواهد شد. این انحراف عموماً با ایجاد تغییرات نسبی در تحریک بالک‌های افقی یا عمودی⁴ سیستم توسط ورودی δ_a جبران می‌شود. با حذف انحراف غلتش عملاً دو زیرسیستم طولی و عرضی از یکدیگر تا حد زیادی مستقل خواهند بود و انحراف بالک‌های افقی δ_s و بالک‌های عمودی δ_r به ترتیب کنترل مانور در عمق و سمت را موجب می‌گردد. بر اساس توضیحات ارائه شده، در ادامه با اضافه شدن متغیرهای دستگاه مختصات زمین مدل نهایی دو زیرسیستم طولی و عرضی بدست می‌آید. مقادیر عددی تمامی پارامترهای هیدرودینامیک معادلات (7) و (8) در مورد مثال شبیه‌سازی مقاله در جدول 3 پیوست ارائه شده است.

2-1- مدل زیرسیستم طولی AUV

متغیرهای حالت x_1 در دستگاه مختصات بدنه در مانورهای عمقی سیستم مؤثر می‌باشد. علاوه بر آن، دو متغیر $[z \ \theta]$ در دستگاه مختصات زمین، به‌طور مستقیم تحت تأثیر این دسته مانورها می‌باشند. با توجه به رابطه (7) معادله دینامیکی متغیر سرعت u به‌صورت زیر است.

$$(m - X_{\dot{u}}) \dot{u} = -X_u u - X_{u|u}|u| + X_{n|n}|n| - (W - B) \sin \theta - m z_g \dot{q} \quad (12)$$

براساس این معادله و اثر بخش‌های مختلف، متغیر سرعت u تا حد زیادی مستقل از دیگر متغیرهای سیستم و وابسته به متغیر کنترلی دور موتور n است. عموماً با کنترل ثابت دور موتور $n = n_0$ می‌توان سرعت ثابت u_0 را در حرکت AUV بدست آورد (بخش 3).

از سوی دیگر جهت استخراج مدل زیرسیستم طولی، فرض کنترل سیستم جهت حرکت در یک راستا و سمت مشخص در نظر گرفته می‌شود. این فرض با به‌کارگیری کنترل‌کننده‌های ساده بخش 3 تحقق می‌یابد. بر این اساس در ادامه با صرف‌نظر کردن از اثرات متغیرهای زیرسیستم عرضی، مدل زیرسیستم طولی بدست می‌یابد. با توجه به این موضوع از رابطه (1) داریم

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ -s\theta u_0 + w c\theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

همچنین با توجه به معادله (7) فرم معادلات سیستم در سرعت ثابت u_0 به‌صورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m - Z_{\dot{w}} & -m x_g - Z_{\dot{q}} \\ -m x_g - M_{\dot{w}} & I_y - M_{\dot{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{w|w} & Z_{q|q} \\ M_{w|w} & M_{q|q} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w|w| \\ q|q| \end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} Z_w + u_0 Z_{uw} & Z_q + u_0 (Z_{uq} + m) \\ M_w + u_0 M_{uw} & M_q + u_0 (M_{uq} - m x_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} W - B \\ -x_g W \end{bmatrix} \cos \theta + \begin{bmatrix} 0 \\ -z_g W \end{bmatrix} \sin \theta + \begin{bmatrix} Z_{uu\delta s} u_0^2 \\ M_{uu\delta s} u_0^2 \end{bmatrix} \delta_s \end{aligned} \quad (14)$$

در نهایت با ضرب معکوس عناصر ماتریس جرم در معادله بالا، می‌توان معادلات فضای حالت غیرخطی متغیرهای حالت $[w \ q]$ را به‌دست آورد. با در نظر گرفتن این معادلات و فرض مقادیر کوچک برای متغیر θ ، در نهایت مدل زیرسیستم طولی در فرم فضای حالت غیرخطی استخراج می‌شود.

ماتریس $D(\zeta)$ در معادله (5) منظور شده است. "شکل 2" مقادیر میرایی هیدرودینامیک را در سرعت‌های مختلف نشان می‌دهد. براساس این شکل تقریب خطی میرایی هیدرودینامیک (بخش درون دایره) در سرعت‌های پایین قابل قبول می‌باشد و در سرعت‌های بالاتر استفاده از فرم‌های درجه 2 همراه بخش خطی ضروری است.

در اغلب مباحث مدل‌سازی، فرم خطی معادلات سیستم با نادیده‌گرفتن بخش غیرخطی حاصل می‌شود و از این جهت دقت مدل کاهش می‌یابد. در این مقاله بخش‌های خطی و غیرخطی مرتبه 2 در توصیف رفتار دینامیکی سیستم مورد توجه قرار گرفته است. بر این اساس، در معادلات غیرخطی پیشنهادی (7) و (8) مربوط به دو زیرسیستم، فرم غیرخطی میرایی هیدرودینامیک با تعریف متغیرهای $x'_{a1} = [u|u| \ w|w| \ q|q|]$ و $x'_{a2} = [p|p| \ v|v| \ r|r|]$ منظور شده است. با توجه به اهمیت عناصر مختلف میرایی، ماتریس بخش‌های خطی و مرتبه 2 میرایی هیدرودینامیک به‌صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$D_{l1} = - \begin{bmatrix} X_{u|u} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{w|w} & Z_{q|q} \\ 0 & M_{w|w} & M_{q|q} \end{bmatrix}, D_{n1} = - \begin{bmatrix} X_{u|u} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{w|w|} & Z_{q|q|} \\ 0 & M_{w|w|} & M_{q|q|} \end{bmatrix}$$

$$D_{l2} = - \begin{bmatrix} K_{p|p} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v} & Y_{r|r} \\ 0 & N_{v|v} & N_{r|r} \end{bmatrix}, D_{n2} = - \begin{bmatrix} K_{p|p|} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v|} & Y_{r|r|} \\ 0 & N_{v|v|} & N_{r|r|} \end{bmatrix} \quad (10)$$

در نهایت بخش مربوط به اثرات هیدرواستاتیک در بردارهای T_s و نیروها و گشتاورهای کنترلی مرتبط با موتور و بالک‌ها در بردارهای T_c به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$T_{s1} = \begin{bmatrix} -(W - B) s\theta \\ (W - B) c\theta c\phi \\ -z_g W s\theta - x_g W c\theta c\phi \end{bmatrix}, T_{s2} = \begin{bmatrix} -z_g W c\theta s\phi \\ (W - B) c\theta s\phi \\ x_g W c\theta s\phi \end{bmatrix}$$

$$T_{c1} = \begin{bmatrix} X_{n|n}|n| \\ Z_{uu\delta s} u^2 \delta_s \\ M_{uu\delta s} u^2 \delta_s \end{bmatrix}, T_{c2} = \begin{bmatrix} K_{n|n}|n| + K_{uu\delta a} u^2 \delta_a \\ Y_{uu\delta r} u^2 \delta_r \\ N_{uu\delta r} u^2 \delta_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

در بردارهای T_s ، عناصر W و B به ترتیب نیروی وزن و نیروی شناوری¹ سیستم است. همچنین با در نظر گرفتن تقارن سیستم نسبت به محور y ² - اختلاف مرکز شناوری از مرکز جرم سیستم در راستای x و z به ترتیب با x_g

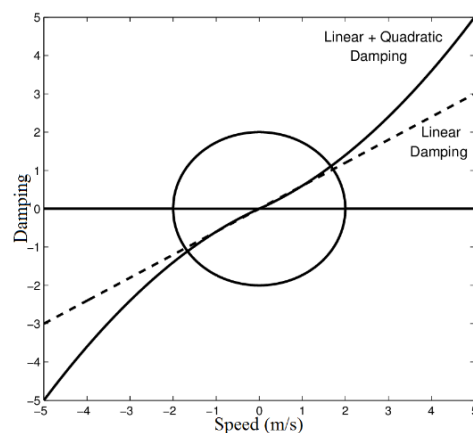


Fig. 2 Linear and quadratic damping in low and high speed [7]

شکل 2 بخش خطی و بخش غیرخطی مرتبه 2 میرایی هیدرودینامیک [7]

³ Roll

⁴ Rudder or Stern fins

¹ Buoyancy

² port/starboard symmetry

مدل زیرسیستم طولی

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & E_1 \\ A_{21} & A_{22} & E_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |w|w| \\ |q|q| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

این معادله غیرخطی با 14 پارامتر جهت توصیف رفتار دینامیکی سیستم در حرکت‌های عمقی به کار گرفته می‌شود. در ارتباط با مثال شبیه‌سازی مقاله با ضرایب هیدرودینامیک ارائه شده در پیوست، ضرایب ماتریس‌های بالا در جدول 2 (مقادیر واقعی) ارائه شده است.

2-2- مدل زیرسیستم عرضی AUV

متغیرهای حالت x_2 در دستگاه مختصات بدنه در مانورهای سمت سیستم مؤثر می‌باشد. علاوه بر آن، دو زاویه اوپلر $[\phi \ \psi]$ در دستگاه مختصات زمین به طور مستقیم تحت تأثیر این دسته مانورها می‌باشند. لازم به ذکر است متغیرهای موقعیت $[x \ y]$ در دستگاه زمین به طور غیرمستقیم متأثر از متغیر ψ هستند و در مباحث مدل‌سازی، در تحلیل زیرسیستم‌ها در نظر گرفته نخواهند شد. ضمن کنترل سیستم در حرکت در یک عمق ثابت، می‌توان به بررسی مدل زیرسیستم عرضی پرداخت. در این وضعیت، با در نظر گرفتن سرعت ثابت u_0 و با صرف نظر کردن از دیگر متغیرهای زیرسیستم طولی، از رابطه (1) می‌توان نوشت

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ qs\phi + rc\phi \end{bmatrix} \quad (16)$$

براساس معادلات سیستم، زاویه ϕ در دستگاه زمین و متغیر سرعت p در دستگاه بدنه، ارتباط دینامیکی نزدیکی با یکدیگر دارند. با توجه به معادلات (8) و (16) خواهیم داشت

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p & -z_g W \\ I_x - K_{\dot{p}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} + \frac{-1}{I_x - K_{\dot{p}}} \times \begin{bmatrix} K_{p|p|} p|p| \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{I_x - K_{\dot{p}}} \begin{bmatrix} K_{n|n|} n|n| + K_{uu\delta a} u^2 \delta_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

توضیحات این معادله و اهمیت آن در بخش بعد تشریح شده است و نحوه کنترل دینامیک آن با به کارگیری ورودی δ_a بررسی می‌گردد. با کنترل متغیر حالت p براساس معادله (17)، معادلات دیگر متغیرهای حالت در معادله (8) در سرعت ثابت u_0 به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ mx_g - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{v|v|} & Y_{r|v|} \\ N_{v|v|} & N_{r|v|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v|v| \\ r|r| \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_v + u_0 Y_{uv} & Y_r + u_0 (Y_{ur} - m) \\ N_v + u_0 N_{uv} & N_r + u_0 (N_{ur} + mx_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W - B \\ x_g W \end{bmatrix} \phi + \begin{bmatrix} Y_{uu\delta r} u_0^2 \\ N_{uu\delta r} u_0^2 \end{bmatrix} \delta_r \quad (18)$$

در نهایت با ضرب معکوس عناصر ماتریس جرم در معادله بالا، می‌توان معادلات فضای حالت غیرخطی متغیرهای حالت $[v \ r]$ را به دست آورد. با در نظر گرفتن این معادلات و فرض مقادیر کوچک برای متغیر ϕ ، در نهایت مدل زیرسیستم عرضی در فرم فضای حالت غیرخطی استخراج می‌شود.

مدل زیرسیستم عرضی

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |v|v| \\ |r|r| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ 0 \end{bmatrix} \phi \quad (19)$$

این معادله غیرخطی با 12 پارامتر جهت توصیف رفتار دینامیکی سیستم در حرکت‌های در سمت به کار گرفته می‌شود. در ارتباط با مثال شبیه‌سازی مقاله

3- طراحی کنترل کننده و نتایج شبیه‌سازی

شناسایی پارامترها در مدل‌های غیرخطی پیشنهادی (15) و (19) نیازمند تحریک سیستم توسط ورودی‌های مناسب و اندازه‌گیری متغیرهای حالت سیستم است. تحریک این سیستم به طور حلقه باز به دلیل برخی محدودیت‌های دینامیکی و ناپایداری سیستم عملاً غیرممکن می‌باشد. بر این اساس، در روش پیشنهادی با کارگیری کنترل‌کننده‌های حلقه بسته PID در زیرسیستم‌های طولی و عرضی، تحریک سیستم محقق می‌شود. انتخاب این کنترل کننده به دلیل امکان پیاده‌سازی و تنظیم ساده‌ی ضرایب آن‌ها در سیستم واقعی با فرض نامعلوم بودن پارامترهای دو زیرسیستم طولی و عرضی است. در بخش‌های بعد به ترتیب به پیشنهاد بخش‌های موردنیاز از این کنترل کننده براساس نتایج موردنظر در شناسایی سیستم و تعیین ضرایب آن خواهیم پرداخت.

3-1- تنظیم سرعت ثابت و حذف انحراف رول

مقدمه طراحی کنترل کننده در زیرسیستم‌های طولی و عرضی، تنظیم سرعت ثابت u_0 در حرکت رو به جلوی سیستم است که براساس معادله (12) با اعمال ورودی دور موتور n محقق می‌گردد. لازم به ذکر است که اکثر پارامترهای هیدرودینامیک سیستم وابسته به سرعت AUV است و تحقق سرعت ثابت در مدل‌سازی اهمیت ویژه‌ای خواهد داشت. با توجه به مقادیر پارامترهای سیستم می‌توان نشان داد که بخش وابسته به θ و $\dot{q}$ در رابطه (12) تأثیر زیادی در سرعت سیستم ندارد. بر این اساس با تنظیم دور ثابت موتور n_0 با گذشت وضعیت گذرا، سرعت سیستم به مقدار ثابت u_0 بصورت زیر خواهد رسید.

$$X_u u_0 + X_{u|u|} u_0 |u_0| = X_{n|n|} n_0 |n_0| \quad (20)$$

در مثال شبیه‌سازی این مقاله، بازای $n_0 = 4560$ سرعت ثابت $u_0 = 3$ متر بر ثانیه به دست آمده است. از طرف دیگر براساس معادله (17) دور ثابت موتور n_0 ، یک گشتاور ثابت $K_{n|n|} n_0 |n_0|$ را به سیستم وارد خواهد ساخت که ضمن تغییرات p ، در حالت ماندگار منجر به انحراف سیستم در یک زاویه غلتش ثابت $\phi_0 = \phi$ می‌شود. براساس معادله (17) و با فرض $\theta = 0$ انحراف ϕ_0 به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$K_{n|n|} n_0 |n_0| = z_g W \sin \phi_0 - K_{uu\delta a} u_0^2 \delta_a \quad (21)$$

با توجه به این رابطه با در نظر گرفتن $\delta_a = 0$ یک مقدار غیرصفر برای انحراف غلتش ϕ_0 وجود دارد. این انحراف عموماً در مستقل نبودن دو زیرسیستم طولی و عرضی از یکدیگر مؤثر است و کنترل و شناسایی دو زیرسیستم را پیچیده خواهد کرد. عموماً با ایجاد تغییرات نسبی در تحریک بالک‌های افقی یا عمودی سیستم با زاویه δ_a در رابطه بالا، این امکان ایجاد می‌شود که زاویه غلتش به صفر همگرا شود. در مثال شبیه‌سازی با توجه به انحراف $\phi_0 = 13^\circ$ در سرعت $u_0 = 3$ ، از زاویه $\delta_a = 2.1^\circ$ جهت حذف انحراف غلتش استفاده شده است.

3-2- کنترل کننده زیرسیستم عرضی

در کنترل زیرسیستم عرضی، با استفاده از ورودی δ_r ، سیگنال مرجع سمت ψ_{ref} دنبال می‌شود. ضمن اعمال کنترل موردنظر فرض سرعت ثابت u_0 را در نظر خواهیم داشت. طبق توضیحات بخش قبل، معادله حاکم بر زیرسیستم عرضی در رابطه (19) ارائه شده است. با در نظر گرفتن مدل خطی زیرسیستم یکی از قطب‌های تابع انتقال درجه 3 بین ورودی δ_r و خروجی ψ در مبدأ

زیر می‌باشد.

$$e_z = -0.25 \left(e_z + 0.04 \int e_z dt + 5 \dot{e}_z \right), e_z = z_{ref} - z \quad (22)$$

در "شکل 6"، پاسخ سیستم در همگرایی به سیگنال مرجع عمق در "شکل 6.A" ارائه شده است. لازم به ذکر است وجود عنصر هیدرواستاتیک غیرصفر در روابط (7) و (15) در نهایت منجر به همگرایی به زاویه غیرصفر θ و δ_s می‌گردد. در "شکل 6.B" نیز بازای سیگنال $z_{ref} = 0$ ، تحریک سینوسی $\delta_{sf} = \sin t$ جهت شناسایی مدل زیرسیستم طولی صورت می‌گیرد.

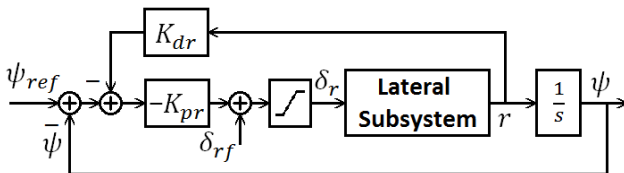


Fig. 3 Closed loop Control of the Lateral subsystem

شکل 3 کنترل حلقه‌بسته زیرسیستم عرضی

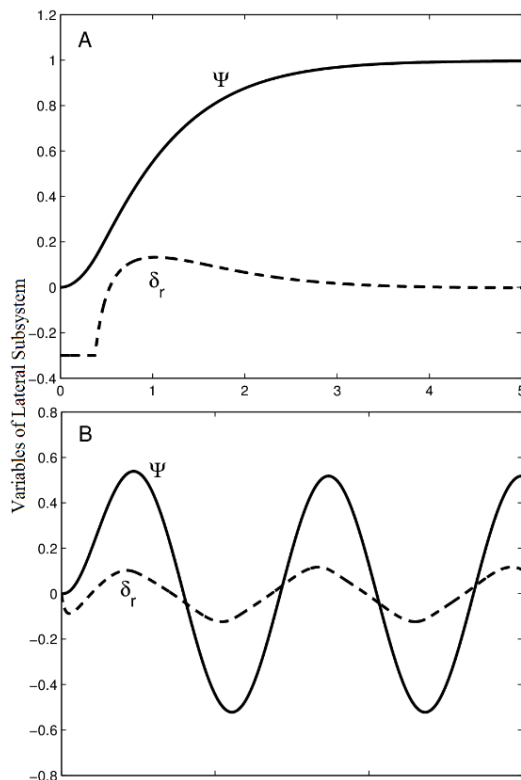


Fig. 4 Closed loop response of the Lateral subsystem

شکل 4 نتایج شبیه‌سازی زیرسیستم عرضی

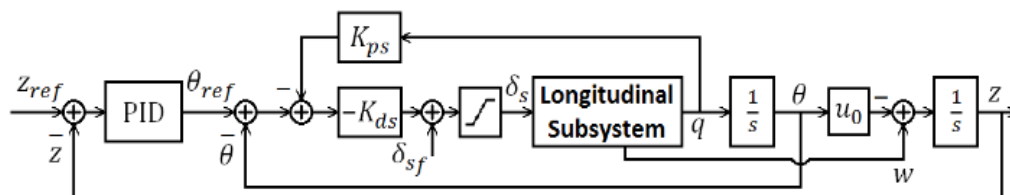


Fig. 5 Closed loop Control of the Longitudinal subsystem

شکل 5 کنترل حلقه‌بسته زیرسیستم طولی

واقع شده و لذا سیستم نوع اول می‌باشد. بر این اساس خطای همگرایی صفر توسط یک کنترل کننده PD تحقق می‌یابد.

"شکل 3" سیستم کنترل حلقه‌بسته را نشان می‌دهد که در آن بجای استفاده از مشتق گیر از سیگنال قابل اندازه‌گیری r استفاده شده است. در این شکل علاوه بر استفاده از کنترل کننده PD از تابع اشباع جهت محدود کردن سیگنال ورودی δ_r با توجه به محدودیت در گستره حرکت بالک‌ها استفاده می‌شود. سیگنال δ_{rf} نیز سیگنال تحریک در حلقه فیدبک است که جهت شناسایی مدل زیرسیستم بکار می‌رود.

در ارتباط با مثال شبیه‌سازی مقاله، نتایج شبیه‌سازی زیرسیستم عرضی با فرض کنترل دقیق زیرسیستم طولی در "شکل 4" ارائه شده است. این نتایج بازای ضرایب $K_{pr} = 1.5$ و $K_{dr} = 1$ در کنترل کننده PD و با در نظر گرفتن $|\delta_r| < 0.3$ می‌باشد. پاسخ سیستم در همگرایی به سیگنال مرجع سمت $\psi_{ref} = 1$ در "شکل 4.A" ارائه شده است. در "شکل 4.B" نیز بازای سیگنال $\psi_{ref} = 0$ ، تحریک سینوسی $\delta_{rf} = \sin t$ جهت شناسایی مدل زیرسیستم عرضی صورت می‌گیرد.

3-3- کنترل کننده زیرسیستم طولی

در کنترل زیرسیستم طولی با استفاده از ورودی δ_s سیگنال مرجع سمت z_{ref} دنبال می‌شود. ضمن اعمال کنترل موردنظر فرض سرعت ثابت u_0 را در نظر خواهیم داشت. طبق توضیحات بخش قبل، معادله حاکم بر زیرسیستم طولی در رابطه (15) ارائه شده است. با در نظر گرفتن مدل خطی زیرسیستم، یکی از قطب‌های تابع انتقال درجه 3 بین ورودی δ_s و خروجی θ در مبدأ واقع شده و لذا سیستم نوع اول می‌باشد. بر این اساس خطای همگرایی صفر توسط یک کنترل کننده PD تحقق می‌یابد.

با این وجود هدف نهایی کنترل زیرسیستم طولی، سیگنال مرجع عمق z_{ref} می‌باشد. با توجه به معادله (13)، معادله حاکم بر سیگنال عمق در سرعت ثابت u_0 و با در نظر گرفتن مدل خطی برحسب زاویه θ بصورت $\dot{z} = -u_0 \theta + w$ است. در ادامه از یک کنترل کننده PID جهت محاسبه θ_{ref} بازای سیگنال مرجع عمق z_{ref} استفاده شده است. "شکل 5" سیستم کنترل حلقه‌بسته را نشان می‌دهد که در آن بجای استفاده از مشتق گیر در حلقه داخلی مرتبط با θ_{ref} از سیگنال قابل اندازه‌گیری q استفاده شده است. در این شکل علاوه بر استفاده از کنترل کننده PD از تابع اشباع جهت محدود کردن سیگنال ورودی δ_s با توجه به محدودیت در گستره حرکت بالک‌ها استفاده می‌شود. سیگنال δ_{sf} نیز سیگنال تحریک در حلقه فیدبک است که جهت شناسایی مدل زیرسیستم به‌کار می‌رود.

در ارتباط با مثال شبیه‌سازی مقاله، نتایج شبیه‌سازی زیرسیستم طولی با فرض کنترل دقیق زیرسیستم عرضی در "شکل 6" ارائه شده است. این نتایج بازای ضرایب $K_{ps} = 1.5$ و $K_{ds} = 0.25$ در کنترل کننده PD و با در نظر گرفتن $|\delta_s| < 0.3$ می‌باشد. همچنین فرم کنترل کننده PID به‌صورت

شوند.

مدل زیرسیستم طولی (15):

$$d = \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix}, \quad z_a = \begin{bmatrix} w|w| \\ q|q| \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \delta \\ c \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_s \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

مدل زیرسیستم عرضی (19):

$$d = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix}, \quad z_a = \begin{bmatrix} v|v| \\ r|r| \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \delta \\ c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_r \\ \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

اگرچه معادله دینامیکی (23) یک معادله غیرخطی در توصیف سیستم است می‌توان با توجه به اندازه‌گیری برخی متغیرهای سیستم، معادله رگرسیون خطی را برحسب پارامترهای مجهول به‌کار گرفت. در روش حداقل مربعات خطا بطور معمول از فرم اسکالر معادله رگرسیون خطی استفاده می‌شود. با این وجود شناسایی پارامترها در مدل فضای حالت به فرم معادله حالت (23) نیازمند بیان برداری معادله رگرسیون خطی در فرم زیر است.

$$y_t = \theta \psi_t + e_t \quad (26)$$

که در آن ماتریس $\theta \in \mathcal{R}^{n \times m}$ ماتریس پارامترهای ثابت و مجهول سیستم است. همچنین بردارهای $\psi_t \in \mathcal{R}^{m \times 1}$ و $y_t \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ سیگنال‌های قابل اندازه‌گیری و $e_t \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ خطای اندازه‌گیری می‌باشند. با توجه به این‌که در معادله (26) تعداد پارامترهای مجهول nm از تعداد معادلات بیشتر است لذا با اندازه‌گیری خروجی در لحظات مختلف $nm \leq N$ فرم ماتریسی زیر به‌دست می‌آید.

$$Y = \theta \Psi + E \quad (27)$$

که در آن $E = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_N]$ ، $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_N] \in \mathcal{R}^{n \times N}$ و ماتریس رگرسیون به‌صورت $\Psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_N] \in \mathcal{R}^{m \times N}$ تعریف شده است. در روش حداقل مربعات خطا، بردار تخمین پارامتر $\hat{\theta}$ به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که تابع هزینه زیر وابسته به لحظات مختلف اندازه‌گیری حداقل گردد.

$$J = \sum_{t=1}^N \|y_t - \theta \psi_t\|^2 \quad (28)$$

می‌توان نشان داد که با مساوی صفر قرار دادن مشتق تابع هزینه J نسبت به بردار پارامتر، تخمین موردنظر از پارامترهای سیستم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{\theta} = Y\Psi'(\Psi\Psi')^{-1} \quad (29)$$

در ادامه نحوه توصیف مدل غیرخطی (23) در فرم رگرسیون خطی (26) تشریح می‌گردد. در مباحث کاربردی توجه به موضوع استفاده از سیگنال‌های قابل اندازه‌گیری اهمیت ویژه‌ای دارد. در سیستم موردنظر با استفاده از حسگرهای مناسب عموماً زوایای اوایلر $[\phi \ \theta \ \psi]$ ، سرعت‌های زاویه‌ای $[p \ q \ r]$ و شتاب‌های خطی $[\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w}]$ از جمله سیگنال‌های قابل اندازه‌گیری می‌باشند. همچنین سیگنال‌های کنترل بالک‌ها δ_s و δ_r توسط کنترل‌کننده‌های بخش قبل تولید شده‌اند. بر این اساس با درنظر گرفتن تعریف متغیرهای مختلف در دو زیرسیستم طولی و عرضی، در معادله (23) متغیرهای z_1 ، z_2 ، δ ، c و g قابل اندازه‌گیری است. از سوی دیگر با توجه به در دسترس نبودن متغیرهای $\dot{z}_1$ و $\dot{z}_2$ ، توصیف معادله (23) در فرم رگرسیون خطی در معادله (26) امکان‌پذیر نیست.

در مباحث شناسایی، در قدم اول عموماً از برخی فیلترها در تعیین سیگنال‌های نامشخص استفاده می‌شود. با به‌کارگیری فیلتر انتگرال‌گیر با تابع انتقال $1/s$ بر متغیر قابل اندازه‌گیری $\dot{z}_1$ ، امکان محاسبه عددی متغیر z_1 بصورت $\bar{z}_1$ وجود دارد. در مباحث شناسایی سیستم، به‌طور معمول از نمایش زمان - فرکانس بصورت $\bar{z}_1 = \dot{z}_1/s$ استفاده می‌شود. از سوی دیگر جهت

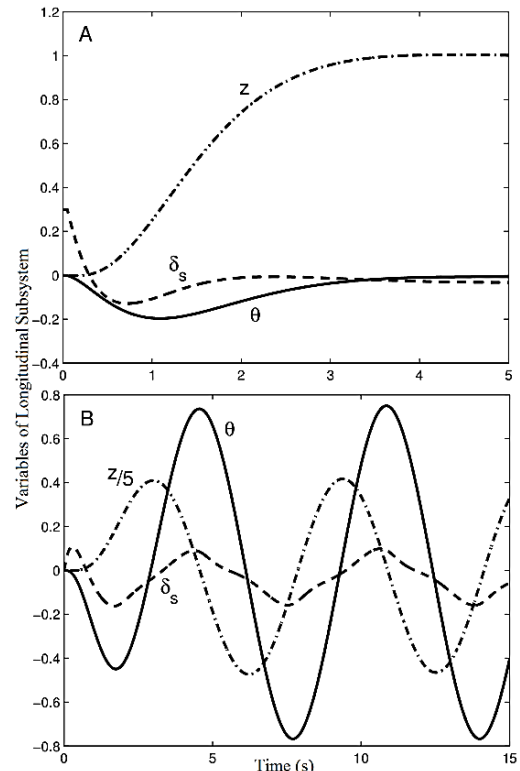


Fig. 6 Closed loop response of the longitudinal subsystem

شکل 6 نتایج شبیه‌سازی زیرسیستم طولی

4- شناسایی پارامتر توسط الگوریتم حداقل مربعات خطا

در بخش 2، فرم کلی معادلات دینامیکی زیرسیستم‌های طولی و عرضی در معادلات (15) و (19) ارائه شده است. طبق توضیحات ارائه شده، ضرایب این معادلات برحسب پارامترهای هیدودینامیک سیستم (جدول 3) قابل محاسبه است. با این وجود تعیین پارامترهای هیدودینامیک نیاز به تست‌های پرهزینه و تجهیزات خاص دارد. جهت حل مشکل، در این مقاله با توجه به تحریک زیرسیستم‌های مختلف در بخش 3، با استفاده از مباحث شناسایی سیستم ضرایب معادلات (15) و (19) تعیین می‌گردد.

الگوریتم حداقل مربعات خطا در مباحث شناسایی سیستم به‌طور ویژه‌ای مورد توجه قرار گرفته است. در [1] نشان داده شده است که روش حداقل مربعات خطا در بین تخمین‌گرهای خطی بدون بایاس، کوچکترین ماتریس کواریانس تخمین را دارد. علاوه بر این از دید کاربردهای عملی، روش حداقل مربعات قابل پیاده‌سازی به روش‌های ساده و بازگشتی می‌باشد.

با توجه به این موضوعات در این مقاله با به‌کارگیری الگوریتم حداقل مربعات خطا در معادلات سیستم و توجه ویژه به برخی محدودیت‌های عملی، شناسایی و تخمین ضرایب مدل در زیرسیستم‌های طولی و عرضی در معادلات (15) و (19) مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به تشابهی که بین این معادلات وجود دارد در ادامه از فرم عمومی زیر در مباحث تخمین پارامتر استفاده شده است.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1|z_1| \\ z_2|z_2| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} c + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} g \quad (23)$$

متغیرهای زیرسیستم‌های طولی و عرضی به ترتیب بصورت زیر تعریف می‌-

جدول 2 ضرایب واقعی و تخمینی سیستم

Table 2 Real and estimated values of system parameters

ضرایب مدل زیرسیستم طولی (15)			
ضرایب مدل	مقادیر واقعی θ	مقادیر تخمینی $\hat{\theta}$	درصد خطا
A_{11}	-2.160	-2.223	2.89
A_{12}	0.843	0.861	2.09
A_{21}	9.932	9.994	0.62
A_{22}	-2.116	-2.133	0.80
N_{11}	-2.010	-2.022	0.62
N_{12}	0.023	0.026	13.7
N_{21}	0.847	0.826	2.51
N_{22}	-1.133	-1.133	0.08
B_1	-1.128	-1.121	0.56
B_2	-6.383	-6.387	0.07
H_1	-0.091	-0.092	1.33
H_2	0.021	0.022	5.65
E_1	0.020	0.024	15.9
E_2	-0.708	-0.712	0.55

ضرایب مدل زیرسیستم عرضی (19)			
ضرایب مدل	مقادیر واقعی θ	مقادیر تخمینی $\hat{\theta}$	درصد خطا
A_{11}	-2.160	-2.252	4.26
A_{12}	0.843	-0.870	3.12
A_{21}	9.932	-9.928	0.04
A_{22}	-2.116	-2.114	0.07
N_{11}	-2.010	-2.017	0.36
N_{12}	-0.023	-0.026	11.4
N_{21}	-0.847	-0.826	2.52
N_{22}	-1.133	-1.129	0.42
B_1	1.128	1.113	1.35
B_2	-6.383	-6.386	0.05
H_1	-0.091	-0.093	1.64
H_2	-0.021	-0.021	1.17

کاربردهای عملی نیاز به تحریک درون حلقه می‌باشد. ضرایب کنترل‌کننده-های مختلف در بخش قبل ارائه شده است.

از دیدگاه عملی، تحریک سینوسی یک مانور معمول در این سیستم است و این سیگنال قابلیت تحریک مدهای داخلی زیرسیستم‌های طولی و عرضی را دارد. این موضوع در نتایج شبیه‌سازی با توجه به میزان همگرایی پارامترهای تخمین‌زده شده به پارامترهای واقعی سیستم قابل بررسی خواهد بود. در ادامه با به‌کارگیری متغیرهای قابل اندازه‌گیری (زوایای اولیه، سرعت‌های زاویه‌ای و شتاب‌های خطی) بازای زمان نمونه‌برداری 1ms و استفاده از فیلترهای مرتبه اول، مقادیر متغیرهای مختلف در معادله (30) به‌دست می‌آید. ثابت زمانی فیلتر متناسب با فرکانس تحریک ورودی و طیف نویز سیگنال‌های اندازه‌گیری شده انتخاب می‌شود. در مثال شبیه‌سازی بدلیل تحریک سیستم حلقه‌بسته با فرکانس $\omega = 1$ در "شکل‌های 4.B و 6.B"، ثابت زمانی فیلتر به‌صورت $\tau = 1$ انتخاب شده است تا اثر نویز اندازه‌گیری در فرکانس‌های بالاتر از $\omega = 1$ بر نتایج تخمین پارامتر حداقل گردد. درنهایت با

محاسبه $\dot{z}_2$ مشتق‌گیری از متغیر z_2 به‌دلیل اثرات نویز اندازه‌گیری، روشی نامناسب از دیدگاه عملی محسوب می‌شود. جهت حل مشکل از فیلتر مرتبه اول در معادله (23) بصورت $1/(1 + \tau s)$ استفاده شده است که در آن τ ثابت زمانی فیلتر براساس نرخ تغییرات سیگنال‌ها و وضعیت تحریک سیستم انتخاب می‌گردد. با به‌کارگیری فیلتر موردنظر، نمایش زمان - فرکانس معادله (23) برحسب سیگنال‌های قابل اندازه‌گیری به‌صورت زیر است که در آن اندیس f نشان‌دهنده سیگنال‌های فیلتر شده می‌باشد.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \frac{1}{1 + \tau s} z_2 s \\ \frac{1}{1 + \tau s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{z}_1 \\ \frac{z_2}{1 + \tau s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\bar{z}_1 |\bar{z}_1|}{1 + \tau s} \\ \frac{z_2 |z_2|}{1 + \tau s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \frac{\delta}{1 + \tau s} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \frac{g}{1 + \tau s} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \frac{c}{1 + \tau s}$$

$$z_{df} = A z_f + N z_{af} + B \delta_f + H c_f + E g_f \quad (30)$$

در این معادله تمامی متغیرها در سمت راست و متغیر $\dot{z}_1/(1 + \tau s)$ در سمت چپ، قابل محاسبه برحسب متغیرهای قابل اندازه‌گیری سیستم و سیگنال $\bar{z}_1$ است. به‌طور مثال متغیر δ_f به‌صورت عددی از معادله دیفرانسل مرتبه اول زیر محاسبه می‌گردد.

$$\delta_f = \frac{\delta}{1 + \tau s} \Rightarrow \dot{\delta}_f = \tau^{-1}(-\delta_f + \delta) \quad (31)$$

همچنین در مورد متغیر $z_{df2} = z_2 s/(1 + \tau s)$ در سمت چپ معادله (30) می‌توان از متغیر کمکی η و معادله دیفرانسل مرتبه اول زیر استفاده نمود.

$$z_{df2} = \frac{z_2}{\tau} - \frac{z_2}{\tau(1 + \tau s)} \Rightarrow z_{df2} = \dot{\eta} = \tau^{-1}(-\eta + z_2) \quad (32)$$

با توجه به توضیحات بالا تمامی سیگنال‌ها در رابطه (30) قابل محاسبه برحسب مقادیر قابل اندازه‌گیری سیستم و فیلترهای مرتبه اول می‌باشند. در ادامه با در نظر گرفتن رابطه (30)، معادله رگرسیون خطی (26) جهت تخمین پارامترهای مجهول سیستم با تعریف عناصر زیر حاصل می‌گردد.

$$y_t = z_{df}, \quad \psi_t^T = \frac{1}{1 + \tau s} [\bar{z}_1 \quad z_2 \quad \bar{z}_1 |\bar{z}_1| \quad z_2 |z_2| \quad \delta \quad g \quad c]$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & N_{11} & N_{12} & B_1 & E_1 & H_1 \\ A_{21} & A_{22} & N_{21} & N_{22} & B_2 & E_2 & H_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

سیگنال e_t در معادله (26) نیز نشان‌دهنده خطای اندازه‌گیری متغیرها و همچنین تقریب مدل سیستم ناشی از نادیده گرفتن برخی عناصر ماتریس کریولیس و اثرات تداخل دو زیرسیستم بر یکدیگر است. در ادامه با اندازه‌گیری متغیرهای بردارهای ψ_t و y_t در لحظات مختلف پس از تحریک سیستم معادله (27) به‌دست می‌آید و رابطه (29) نیز تخمین پارامترهای سیستم را در روش حداقل مربعات ایجاد خواهد نمود.

جهت بررسی صحت عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد. در این زمینه سیستم با پارامترهای هیدرودینامیک مشخص شده در جدول 3 پیوست را در نظر می‌گیریم. طبق توضیحات و نتایج بخش 2، براساس پارامترهای هیدرودینامیک امکان محاسبه 14 ضریب در مدل طولی معادله (15) و 12 ضریب در مدل عرضی معادله (19) وجود دارد. مقادیر موردنظر در جدول 2 (مقادیر واقعی) ارائه شده‌اند.

در ادامه با فرض نامشخص بودن پارامترهای هیدرودینامیک، از الگوریتم حداقل مربعات خطا جهت شناسایی ضرایب مدل‌های زیرسیستم‌های طولی و عرضی استفاده می‌شود. بر این اساس از تحریک درون حلقه کنترل و بازای ورودی‌های سینوسی در "شکل‌های 4.B و 6.B" در سیستم موردنظر استفاده خواهیم نمود. طبق توضیحات بخش 3، به‌دلیل ناپایداری سیستم الزاماً در

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mz_g & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & -mz_g & 0 & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & 0 & -mx_g - Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & -mz_g & 0 & I_x - K_p & 0 & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g - M_{\dot{w}} & 0 & I_y - M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & mx_g - N_{\dot{v}} & 0 & -I_{xz} & 0 & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix},$$

$$C(\zeta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 & -c_2 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & 0 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & -c_1 & 0 \\ 0 & c_3 & -c_2 & 0 & d_3 & -d_2 \\ -c_3 & 0 & c_1 & -d_3 & 0 & d_1 \\ c_2 & -c_1 & 0 & d_2 & -d_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= m(u + z_g q) + X_{\dot{u}} u \\ c_2 &= m(v - z_g p + x_g r) + Y_{\dot{v}} v + Y_{\dot{r}} r \\ c_3 &= m(w - x_g q) + Z_{\dot{w}} w + Z_{\dot{q}} q \\ d_1 &= -mz_g v + I_x p - I_{xz} r + K_p p \\ d_2 &= m(z_g u - x_g w) + I_y q + M_{\dot{w}} w + M_{\dot{q}} q \\ d_3 &= mx_g v - I_{xz} p + I_z r + N_{\dot{v}} v + N_{\dot{r}} r \end{aligned} \quad (35)$$

مقادیر عددی سیستم شبیه‌سازی با جرم $m = 30.48$ در جدول 3 ارائه شده است.

7- مراجع

- [1] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, pp. 1-15, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [2] Y. Zhang, A.B. Baggeroer, J.G. Bellingham, Spectral-feature classification of oceanographic processes using an autonomous underwater vehicle, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 26, No. 4, pp. 726-741, 2001.
- [3] A.F. Shamshiri, G.R. Hasanzadeh, Representation of an autonomous underwater vehicle and trajectory controller design for in-water ship hull inspection, *Modes Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 12-22, 2016. (in Persian)
- [4] J. Yuh, Design and control of autonomous underwater robots, A survey, *Autonomous Robots*, Vol. 8, No. 1, pp. 7-24, 2000.
- [5] Y. H. Eng, C. S. Chin, M. W. S. Lau, Added mass computation for control of an open-frame remotely-operated vehicle: Application using WAMIT and MATLAB, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 22, No. 4, pp. 405-416, 2014.
- [6] Y. Valeriano-Medina, A. Martinez, L. Hernández, H. Sahli, Y. Rodríguez, J. R. Cañizares, Dynamic model for an autonomous underwater vehicle based on experimental data, *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, Vol. 19, No. 2, pp. 175-200, 2013.
- [7] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicle*, pp. 5-54, New York: Wiley, 1994.
- [8] J. Petrich, D.J. Stilwell, Model simplification for AUV pitch-axis control design, *Ocean Engineering*, Vol. 37, No. 7, pp. 638-651, 2010.
- [9] Y. G. Park, C. Kang, D. H. Lee, C. G. Park, Reduced error model for integrated navigation of unmanned autonomous underwater vehicle, *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 20, No. 5, pp. 584-591, 2014.
- [10] S. J. Xu, D. F. Han, Q. W. Ma, Hydrodynamic forces and moments acting on a remotely operate vehicle with an asymmetric shape moving in a vertical plane, *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 54, No. 6, pp. 1-9, 2015.
- [11] S.M. Doherty, *Cross body thruster control and modeling of a body of revolution autonomous underwater vehicle*, Doctoral dissertation, Monterey, California, Naval Postgraduate School, 2011.
- [12] J. P. J. Avila, J. C. Adamowski, N. Maruyama, F. K. Takase, M. Saito, Modeling and identification of an open-frame underwater vehicle: The yaw motion dynamics, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 66, No. 1-2, pp. 37-56, 2012.
- [13] A. Tiano, R. Sutton, A. Lozowicki, W. Naeem, Observer Kalman filter identification of an autonomous underwater vehicle, *Control Engineering Practice*, Vol. 15, No. 6, pp. 727-739, 2007.
- [14] B. Allotta, A. Caiti, L. Chisci, R. Costanzi, F. Di Corato, C. Fantacci, D. Fenucci, E. Meli, A. Ridolfi, An unscented Kalman

جدول 3 پارامترهای هیدرودینامیک

Table 3 Hydrodynamic parameters

پارامترهای وزن، مرکز جرم و سرعت			
306	B	299	W
0	I_{xz}	0.177	I_x
3.45	I_z	3.45	I_y
0.0196	z_0	0	x_0
4560	n_0	3	u_0
پارامترهای هیدرودینامیک		پارامترهای هیدرودینامیک	
زیرسیستم طولی		زیرسیستم عرضی	
-0.93	$X_{\dot{u}}$	-0.0141	K_p
-35.5	$Z_{\dot{w}}$	-35.5	$Y_{\dot{v}}$
-1.93	$Z_{\dot{q}}$	1.93	$Y_{\dot{r}}$
-1.93	$M_{\dot{w}}$	1.93	$N_{\dot{v}}$
-4.88	$M_{\dot{q}}$	-4.88	$N_{\dot{r}}$
-3.9	X_u	-0.65	K_p
-37.6	Z_w	-37.6	Y_v
-24.2	Z_q	24.2	Y_r
6.57	M_w	-6.57	N_v
-10	M_q	-10	N_r
-3.9	$X_{u u }$	-0.0013	$K_{p p }$
-131	$Z_{w w }$	-131	$Y_{v v }$
-632	$Z_{q q }$	0.632	$Y_{r r }$
3.18	$M_{w w }$	-3.18	$N_{v v }$
-9.4	$M_{q q }$	-9.4	$N_{r r }$
-28.6	Z_{uw}	-28.6	Y_{uv}
-5.22	Z_{uq}	5.22	Y_{ur}
24	M_{uw}	-24	N_{uv}
-2	M_{uq}	-2	N_{ur}
-9.64	$Z_{uu\delta s}$	9.64	$Y_{uu\delta r}$
-6.15	$M_{uu\delta s}$	-6.15	$N_{uu\delta r}$
178.1	$X_{n n }n n $	-5.024	$K_{n n }n n $
		4	$K_{uu\delta a}$

به‌کارگیری رابطه (29)، تخمین ضرایب مدل زیرسیستم‌های طولی و عرضی به‌دست می‌آید.

در جدول 2، علاوه بر مقادیر واقعی ضرایب مدل، نتایج تخمین زده شده و درصد خطای آن نیز ارائه داده شده است. طبق توضیحات قبل، خطای تخمین عمدتاً ناشی از تقریب مدل بازای نادیده گرفتن برخی عناصر ماتریس کریولیس، اثرات تداخل دو زیرسیستم بر یکدیگر و نویز اندازه‌گیری است. با این وجود دقت پارامترهای تخمین زده شده تا حد قابل قبولی یک مدل مناسب را در توصیف سیستم ارائه می‌کند.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله استخراج مدل غیرخطی برای شناورهای زیرسطحی خودگردان مورد بحث قرار گرفته است. ضمن بررسی نیروها و گشتاورهای وارد بر سیستم فرم کلی معادلات غیرخطی مدل در توصیف رفتار دینامیکی زیرسیستم‌های طولی و عرضی پیشنهاد گردید. با توجه به محدودیت‌های عملی، جهت تعیین ضرایب مدل‌های پیشنهادی از الگوریتم حداقل مربعات خطا استفاده شده است. در این زمینه با به‌کارگیری فیلترهای دینامیکی بر متغیرهای قابل اندازه‌گیری سیستم و تحریک سینوسی درون حلقه فیدبک پارامترهای مدل تعیین شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی دقت مدل غیرخطی پیشنهاد شده و عملکرد مناسب روش شناسایی را تأیید می‌کند.

6- پیوست

ماتریس جرم M و کریولیس $C(\zeta)$ در رابطه (4) به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

- [17] M. Zare Ernani, M. Bozorg, S. Ebrahimi, Identification of an autonomous underwater vehicle dynamic using extended Kalman filter with ARMA noise model, *International Journal of Robotics*, Vol. 4, No. 1, pp. 22-28, 2015.
- [18] P. W. Van De Ven, T. A. Johansen, A. J. Sørensen, C. Flanagan, D. Toal, Neural network augmented identification of underwater vehicle models, *Control Engineering Practice*, Vol. 15, No. 6, pp. 715-725, 2007.
- [19] M.H. Shafiei, T. Binazadeh, Application of neural network and genetic algorithm in identification of a model of a variable mass underwater vehicle, *Ocean Engineering*, Vol. 96, pp. 173-180, 2015.
- filter based navigation algorithm for autonomous underwater vehicles, *Mechatronics*, Vol. 39, No. 11, pp. 185-195, 2016.
- [15] J. Kim, K. Kim, H.S. Choi, W. Seong, K.Y. Lee, Estimation of hydrodynamic coefficients for an AUV using nonlinear observers, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 27, No. 4, pp. 830-840, 2002.
- [16] H. Mousavian, H.R. Koofgar, M. Ekramian, Nonlinear 6DOF model identification based on nonlinear continuous-time EKF observer for underwater vehicle NPS AUV II, *Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 70-100, 2015. (in Persian فارسی)