



مدل سازی، طراحی مسیر بهینه و کنترل ربات موازی-کابلی افزونه

مسعود قنبری^۱، محمدرضا موسوی^۲، سید علی‌اکبر موسویان^۳، پیام زرافشان*

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۴- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی ۳۹۱۶۵۳۷۵۵ p.zarafshan@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله مدل سازی دینامیکی، طراحی مسیر بهینه و کنترل یک ربات افزونه کابلی ارائه شده است. طراحی مسیر در ربات‌های موازی مستلزم در نظر گرفتن ویژگی‌های سینماتیکی ربات برای تشخیص تکینگی و بررسی ساختار دینامیکی آن برای تعیین محدودیت‌های عملگری می‌باشد. بدین منظور سینماتیک و سیستمیک ربات افزونه کابلی تحلیل شده است. در این مدل سازی، کابل‌های ربات به صورت صلب و بدون جرم در نظر گرفته شده‌اند و از کشیدگی و شکل‌پذیری کابل صرف نظر شده است. سپس، یک روش طراحی مسیر مبتنی بر نمونه‌گیری تصادفی و برآسانس درخت جستجوی تصادفی سریع برای افزایش نرخ همگرایی به سوی هدف ارائه می‌گردد. در این الگوریتم پارامترهای مسافت، تعداد جستجو و امنیت به عنوان قیود بهینه‌گی تعریف می‌شوند. برای بررسی عملکرد الگوریتم در جلوگیری از برخورد با موائع، تعدادی مانع نیز در فضای کاری در نظر گرفته شده است. برای تعقیب مسیر بهینه یک کنترل کننده پیش خور بر روی ربات پیاده‌سازی و مانور ربات در حضور مانع تحلیل شده است. نظر به افزونگی ربات، تحلیل تفکیک افزونگی برای توزیع بهینه نیروها انجام می‌شود. الگوریتم‌های طراحی مسیر و کنترل بروی ربات کابلی آزمایشگاه ارس پیاده‌سازی شده و نتایج آزمایشگاهی بیانگر کارایی راهکار پیشنهادی می‌باشد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۴ بهمن ۱۳۹۵

پذیرش: ۰۷ اسفند ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۱۴ فروردین ۱۳۹۶

کلید واژگان:

ربات کابلی

مدل سازی

طراحی مسیر

کنترل

افزونگی

Modeling, optimal path planning, and tracking control of a cable driven redundant parallel robot

Masoud Ghanbari¹, Mohammad Reza Mousavi², S. Ali A. Moosavian², Payam Zarafshan^{3*}

1- Department of Electrical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 3391653755, Tehran, Iran, p.zarafshan@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 02 February 2017

Accepted 25 February 2017

Available Online 03 April 2017

Keywords:
Cable robot
Modeling
Path planning
Control
Redundancy

ABSTRACT

In this paper, dynamic modeling, optimal path planning and control scheme on a redundant parallel cable robot is presented. Path planning in parallel robots necessitates the consideration of robot's kinematics to discern the singularities in the workspace. Also, dynamics analysis is required to consider actuation constraints. To this end, kinematics and dynamics of cable driven redundant parallel robot is derived. In this modeling, cables are assumed to be rigid with negligible mass and hence, tension and sagging along the cable are neglected. Next, a sampling-based algorithm upon rapidly-exploring random tree is developed to increase the convergence rate. In this scheme, distance, epochs and safety are considered as optimization constraints. To evaluate the performance of the proposed algorithm in collision avoidance, a number of obstacles have been considered too. Tracking of the planned path has been handled using a feed-forward controller in the presence of obstacles. Regarding the redundancy feature of robot, a redundancy resolution scheme is considered for optimal force distribution. Path planning and control algorithms are implemented on the RoboCab (ARAS Lab.) and experimental results reveal the efficiency of the proposed schemes.

در الگوریتم کنترلی همواره بایستی مسئله تفکیک افزونگی^۱ مورد توجه قرار

گیرد چرا که همواره در کنترل سیستم نقش مهمی را ایفا می‌کند [۳]. آلپ و همکاران از روش خطی‌سازی با حلقه پس‌خور^۲ برای طراحی کنترل کننده بهره می‌گیرند [۴]. کاوامورا و همکاران از کنترل کننده خطی در فضای مفصلی برای کنترل سیستم استفاده کرده است [۵]. نیهون [۶] برای

ربات‌های موازی-کابلی به دسته‌ای از ربات‌ها اطلاق می‌گردد که در ساختار

آن به جای به کارگیری بازویان صلب، از کابل‌های رشتهدی استفاده می‌شود. کنترل این دسته از ربات‌ها، با توجه به جایگزینی بازویان کابلی با نوع صلب، در کنار کاهش هزینه‌های نصب و راهاندازی، سادگی در طرح، تهیه و ساخت بازویان و به دنبال آن کاهش اینرسی و جرم سیستم را به همراه می‌ورد [۱,2].

¹ Redundancy resolution

² Feedback

Please cite this article using:

M. Ghanbari, M. R. Mousavi, S. A. A. Moosavian, P. Zarafshan, Modeling, optimal path planning, and tracking control of a cable driven redundant parallel robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 67-77, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در بخش اول به معرفی ربات و تجهیزات الکترونیکی و مکانیکی نصب شده بر روی آن پرداخته می‌شود. در ادامه، مدل سازی سینماتیکی با دو رویکرد سینماتیک مستقیم و معکوس انجام و مدل دینامیکی از روش لاغرانژ استخراج می‌گردد. سپس، تکنیک افزونگی مورد بررسی قرار گرفته و الگوریتم طراحی مسیر بیان می‌شود. در انتها با معرفی کنترل‌کننده مناسب، پیاده‌سازی نتایج تجربی بر روی ربات موازی-کابلی ساخته شده، انجام می‌گیرد.

2- ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس^{۱۶}

گروه رباتیک ارس در قطب کنترل و رباتیک دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، پس از مطالعه و تحقیق بنیادین، بررسی تئوری جنبه‌های مختلف طراحی و قیدهای ساختاری، اقدام به طراحی مفهومی و جزئی ربات موازی-کابلی 6 درجه آزادی نموده [21] و پس از نهایی شدن طرح کلی، اقدام به ساخت آن کرده است. ربات بیان شده به نحوی طراحی شده است که می‌تواند در دو حالت مقید کامل^{۱۷} و معلق^{۱۸} عملکرد مناسبی داشته باشد. ربات 6 درجه آزادی دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی مطابق "شکل 1" به صورت همزمان از 8 کابل جهت مانور در مسیرهای مختلف بهره می‌گیرد. تجهیزات مختلف الکترونیکی و مکانیکی مطابق "شکل 2"، توانایی ربات را در جهت نمونه‌گیری و ذخیره داده‌های مختلف به هنگام اجرای فرمان، ایجاد کرده است. در این سیستم، از 8 عملگر دورانی که می‌تواند حداکثر گشتاور را اندازی^{۱۹} ۱.۵ نیوتن‌متر اعمال کند و به دنبال آن موقعیت زاویه‌ای، دما، بار اعمالی و ولتاژ ورودی را به سیستم بازخورد^{۲۰} کند استفاده گردیده است.

دوربین‌های نصب شده بر روی قسمت بالایی ربات، جهت تعیین موقعیت مجری نهایی به کار گرفته می‌شود. این دوربین‌ها با قابلیت تصویربرداری (fps)²¹ 30 و زاویه دید قطری^{۲۲} ۷۳ درجه‌ای می‌باشند. پروسه یافتن مجری نهایی در فضای کاری ربات، با پالایه کردن تصویر گرفته شده توسط دو دوربین و حذف سایر اجسامی که نور قرمز از خود ساطع می‌کنند، انجام می‌پذیرد. در نهایت، تنها مجری نهایی که با برچسب قرمز مات از سایرین جدا شده است، در فضای پیکسلی تصاویر موقعیت‌یابی شده و پس از اعمال الگوریتم DLT^{۲۳} موقعیت آن در فضای سه‌بعدی به دست می‌آید. همچنین از یک سری نیروسنج‌ها جهت اطمینان از تحت کشش قرار گرفتن کابل‌ها استفاده می‌شود. چرا که با توجه به خاصیت ذاتی کابل‌ها، تنها این المان‌ها می‌توانند تحت نیروهای کششی قرار گیرند و در برابر نیروهای فشاری هیچ عملکردی نخواهند داشت. شل‌شدنگی کابل‌ها و افتادگی آن‌ها، کنترل‌پذیری سیستم را دچار اختلال کرده و از دسترس خارج می‌کند. بدین ترتیب اهمیت موضوع دوچندان شده و تحت کشش قرار دادن کابل‌ها با نیروی داخلی به دست آمده از دینامیک، اولویت پروسه محسوب می‌شود. در این راستا، 8 نیروسنج بر روی سازه اصلی ربات نصب شده که از نوع خمشی بوده و با نصب قرقه بر انتهای آن و با عبور کابل از قرقه، نیروی کابل‌ها استخراج می‌شود. به جهت ارسال خروجی‌های نیروسنج‌ها به رابط کاربری و آنالیز آن‌ها در رایانه، مدار الکترونیکی منحصری طراحی و نصب شده است. مدار رابط نیروسنج‌ها در قسمت جانبی ربات نصب شده و پس از اعمال پالایه پایین‌گذر

کنترل ربات کابلی لار^۱ از الگوریتم کنترلی تودر تو^۲ استفاده کرده است. طالع ماسوله و همکاران [7] برای ربات کابلی صفحه‌ای، از روش کنترلی مودلغرشی^۳ مبتنی بر بینایی ماشین^۴ بهره می‌گیرند. لامایوری و گفتاری در ربات کابلی کوگیرو^۵، با در نظر گرفتن ملاحظات توزیع نیرویی، الگوریتم پیش‌خور^۶ را در فضای دوگانه برای کنترل موقعیت در مانورهای گذاشت و برداشت^۷ به کار گرفته‌اند [8]. تقی‌راد و همکاران برای کنترل ربات صفحه‌ای با در نظر گرفتن نامعینی‌های ساختاری و پارامتری، الگوریتم کنترلی تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال گیر مقاوم^۸، پیاده‌سازی کرده‌اند [9]. در مرجع [10] با استفاده از بازخورد دیداری، به پیاده‌سازی و مقایسه کنترل کننده جانمایی قطب با مود لغشی برای به دست آوردن کنترل کننده مناسب پرداخته شده است. همچنین در مرجع [11] کنترل طبیقی برای ربات شش کابلی شش درجه آزادی ارائه شده است.

از طرفی، طراحی مسیر^۹ در ربات همواره یکی از جاذب‌ترین چالش‌ها در علم رباتیک بوده است. روش میدان پتانسیل [12] یکی از روش‌های معمول در برنامه‌ریزی مسیر به شمار می‌آید. کانینگام [13] مثبت بودن نیروی کشش الزامی دانسته است. گاسلین برای ربات کابلی معلق دو درجه آزادی روشی ساده را مبتنی بر سینماتیک ربات و ایده‌ی طرح ریزی مسیر تناوبی مطرح نمود [14]. روش مطرح دیگر در مسیریابی روش نقشه راه^{۱۰} است که شاهراه‌هایی در نقشه محیط رسم می‌شوند. سپس با اتصال نقاط شروع و پایان به این مسیرها تلاش می‌شود مسیری امن برای حرکت ربات تهییل گردد. در این روش شاهراه‌ها با استفاده از دو روش نمودار رونوی^{۱۱} و گراف با قابلیت شهود^{۱۲} ساخته می‌شوند [15]. پیریزی مسیر حرکت ربات می‌تواند بر دو اساس بهینگی و امنیت مسیر صورت پذیرد. بهینگی در مسیر بر مبنای پایش متغیرهایی همچون زمان و یا انرژی انجام می‌شود [16]. معیار سنجش امنیت مسیر نیز می‌تواند به صورت میزان مجموع اختلاف و یا فاصله مسیر از موانع در نظر گرفته شود. این روش در ابتدا توسط لاوال در سال ۱۹۹۸ تحت عنوان درخت جستجوی تصادفی سریع یا^{۱۳} RRT معرفی گردید [17]. یکی از بارزترین ویژگی‌های این الگوریتم قابلیت رهیابی در مسیرهای تنگ است [18]. کارامان در پژوهش خود اثبات نمود که احتمال همگرایی این الگوریتم به پاسخ بهینه صفر است [19]. آن‌ها روش تعیین‌یافته‌ای بر همان اساس با نام RRT^{*} پیشنهاد دادند. در این الگوریتم علاوه بر این که نزدیک‌ترین نقطه به درخت انتخاب می‌شود، مجموعه نقاط در همسایگی آن نیز انتخاب می‌شوند. ارسلان [20] ادعا نمود این الگوریتم علی‌رغم کارایی مناسب و بهینگی مجانبی، نرخ همگرایی پایینی دارد و روشی را برای بهبود این مسئله با نام RRT[#] معرفی نمود. دسته‌ای دیگر از الگوریتم‌ها همانند الگوریتم‌های فراجهشی به‌اصطلاح چندجستار^{۱۴} هستند، بدین معنا که در آن‌ها از ابتدا تا هدف چندین مسیر تولید می‌گردد. از مهم‌ترین عضو این خانواده از الگوریتم‌ها می‌توان به روش تعیین نقشه راه احتمالی یا^{۱۵} PRM اشاره نمود.

¹ LAR² Cascade³ Sliding mode control⁴ Vision based⁵ CoGiRo⁶ Feedforward⁷ Pick and place⁸ Robust PID⁹ Path planning¹⁰ Roadmap¹¹ Voronoi Diagram¹² Visibility Graph¹³ Rapidly-exploring random tree¹⁴ Multiple query¹⁵ Probabilistic roadmap method¹⁶ RoboCab¹⁷ Redundant¹⁸ Suspended¹⁹ Stall torque²⁰ Feedback²¹ Frame per second²² Diagonal angle of view²³ Direct Linear Transformation

حاصل از موقعیت زاویه‌ای سیستم را ارسال می‌کند استفاده شده است. این مدار متشکل از حس‌گر سنجش میدان مغناطیسی، شتاب‌سنج و ژیروسکوپ^۲ بوده و بر روی مجری‌نهایی قرار می‌گیرد. داده‌های خام خروجی پس از انجام محاسبات با الگوریتم مدویک^۳ پالایه می‌شوند. داده‌های پردازش شده در انتها، به صورت بی‌سیم به رایانه منتقل می‌شود.

3- سینماتیک کلی ربات

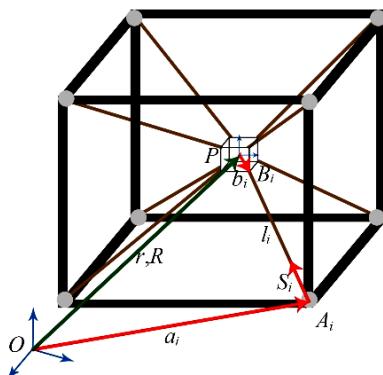
بیان رفتار سیستم در برابر تغییرات موقعیت و سرعت در سینماتیک کلی آن بررسی می‌شود. این مسئله به دو صورت سینماتیک مستقیم و معکوس در حالت عمومی بررسی می‌شود. در این بررسی، هندسه کلی ربات، موقعیت اتصال مفصل‌ها و تکیه‌گاه‌ها و قیدهای حرکتی در نظر گرفته می‌شوند. در برخی موارد از مشتقهای بالاتر برای دوری از اثر ضربه به سیستم استفاده می‌کنند.

3-1 سینماتیک معکوس

سینماتیک معکوس، استفاده از داده‌ها و ورودی‌های فضای کاری جهت دستیابی به خروجی‌های فضای مفصلی است. در ربات‌های موازی در بررسی سینماتیک سیستم برخلاف ربات‌های سری، از سینماتیک معکوس استفاده می‌شود. در این حالت، فرض بر این است که موقعیت و جهت‌گیری مجری‌نهایی معلوم بوده و حل مسئله درنهایت منجر به محاسبه طول کابل‌ها در فضای مفصلی می‌شود. شماتیک کلی ربات کابلی در "شکل 3" نشان داده شده است. هندسه کلی با استفاده از دستگاه مختصات توصیف می‌شود. دستگاه مختصات مرجع در نقطه O قرار گرفته و دستگاه مختصات متحرک P بر روی مجری‌نهایی نصب می‌شود. با استفاده از فرم حلقه سته برای کابل i طبق محاسبات برداری، رابطه (1) تعریف می‌شود.

$$\|{}^0\vec{a}_i - {}^0\vec{r} - {}^0R_P {}^P\vec{b}_i\|_2 = l_i \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

در این ربات به طور کلی از m کابل با طول l جهت انتقال گشتاور عملگرهای دورانی استفاده شده است. ماتریس دوران مجری‌نهایی 0R_P در فضای کاری و بردار موقعیت مختصات متحرک P در فضای ${}^0\vec{r}$ ، بردار موقعیت اتصال نهایی کابل با مجری‌نهایی ${}^P\vec{b}_i$ ، را در دستگاه مختصات متحرک به دستگاه مختصات مرجع انتقال می‌دهد.

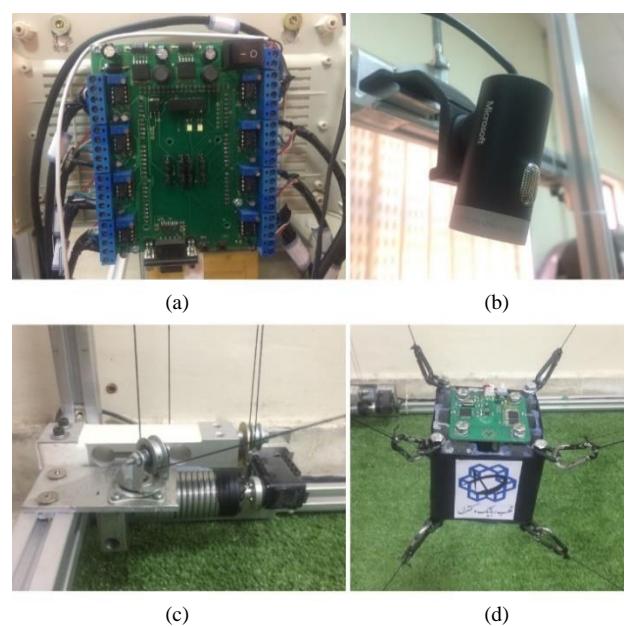


شکل 3 مدل سینماتیکی ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس

شکل 3 مدل سینماتیکی ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس



شکل 1 6 درجه آزادی موازی-کابلی آزمایشگاه ارس



شکل 2 تجهیزات مکانیکی و الکترونیکی نصب شده بر روی ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس، مدار نیروسنج (a)، دوربین (b)، محرک دورانی و نیروسنج (c)، IMU نصب شده بر مجری‌نهایی (d)

به عنوان خروجی معتبر به رایانه ارسال می‌کند. برای به دست آوردن موقعیت‌های زاویه‌ای مجری‌نهایی از مدار IMU^۱ که به صورت برخط داده‌های

² Gyroscope

³ Madgwick

¹ Inertial Measurement Unit

با جایگذاری معادله (7-الف) در معادله (8)، مقدار شتاب خطی کابل‌ها براساس، مؤلفه‌های شتاب خطی و دورانی مجری‌نهایی به صورت (9) به دست می‌آید.

$$\ddot{l}_i = [{}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i + {}^0\vec{\omega}_p \times ({}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i)] - {}^0\hat{S}_i + l_i {}^0\vec{\omega}_l^T {}^0\vec{\omega}_l \quad (9)$$

3-3-ماتریس ژاکوبین^۱

ماتریس ژاکوبین در ربات‌های موازی از تحلیل سینماتیک معکوس محاسبه می‌گردد و سرعت متغیرهای فضای مفصلی را به سرعت خطی و دورانی مجری‌نهایی مرتبط می‌سازد. با توجه به تعداد عملگرهای ربات و درجات آزادی آن، ماتریس ژاکوبین به دو فرم مرتعی و غیرمرتعی می‌باشد. با استفاده از معادله (10) ماتریس ژاکوبین تعریف می‌شود.

$$l_i = [{}^0\hat{S}_i^T, ({}^0\vec{b}_i \times {}^0\hat{S}_i)^T]^T [{}^0\vec{v}_p, {}^0\vec{\omega}_p^T]^T \quad (10-\text{الف})$$

$$J = \begin{bmatrix} {}^0\hat{S}_1^T & ({}^0\vec{b}_1 \times {}^0\hat{S}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ {}^0\hat{S}_m^T & ({}^0\vec{b}_m \times {}^0\hat{S}_m)^T \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (10-\text{ب})$$

ماتریس ژاکوبین، علاوه بر این‌که سرعت را در فضای مفصلی و کاری به پکدیگر مرتبط می‌کند، نیرو و گشتاورهای واردہ بر مجری‌نهایی را به نیروهای مفاصل فعال مرتبط می‌سازد.

3-4-سینماتیک عملگرهای دورانی

عملگرهای دورانی به عنوان محرک سیستم، انرژی جنبشی را از طریق مفاصل به مجری‌نهایی انتقال می‌دهد. این محرک‌ها توسط کابل جمع کن، با حرکت دورانی خود، تغییرات طول خطی را به کابل‌ها اعمال می‌کنند. با توجه به ثابت بودن شاعع کابل جمع کن، تغییرات زاویه در عملگرهای مطابق معادله (11) نسبت خطی با تغییر طول کابل‌ها خواهد داشت. این نسبت خطی تا زمانی صادق است که کابل‌ها حالت کشسان نداشته باشند.

$$q_{w,i} = r_{w,i}^{-1} \Delta l_i \quad (11)$$

با مشتق‌گیری اول و دوم از معادله (11) نسبت به زمان، روابط سرعت و شتاب زاویه‌ای عملگرها براساس متغیرهای مفصلی و کاری محاسبه می‌شود.

$$\dot{q}_{w,i} = r_{w,i}^{-1} \ddot{l}_i = r_{w,i}^{-1} J \vec{q} \quad (12-\text{الف})$$

$$\ddot{q}_{w,i} = r_{w,i}^{-1} \ddot{l}_i = r_{w,i}^{-1} (J \vec{q} + \vec{j} \dot{q}) \quad (12-\text{ب})$$

بردار \vec{X} ، موقیت مجری‌نهایی را در چارچوب 0 توصیف کرده و مشتقات بالاتر آن، بیان‌کننده سرعت و شتاب خطی و دورانی مجری‌نهایی در فضای کاری ربات است.

4-دینامیک ربات

مدل دینامیکی مناسب که می‌بین رفتار ربات باشد از مهم‌ترین مسائل در بررسی سیستم و گامی آغازین جهت طراحی و پیاده‌سازی کنترل کننده است. در این قسمت به دلیل جرم ناچیز کابل از دینامیک آن صرف‌نظر کرده و به عنوان المان‌های صلب بدون جرم بیان می‌شوند [22]. در ضمن با توجه به این‌که کابل‌ها در حال کشش بوده از افتادگی و شکم‌دادگی آن در فضای کاری صرف‌نظر می‌شود. جهت مدل‌سازی دینامیکی از معادله لاغرانژ^۲ (13)

با توجه به معادله (1) که از فرم حلقه بسته هر کابل و همراه با در نظر گرفتن هندسه سیستم به دست آمده، طول کابل در هر جهت‌گیری تعریف می‌شود. معادله (1) بسط داده شده و از ضرب داخلی طرف دوم معادله، جهت محاسبه طول هر یک از کابل‌ها استفاده می‌شود.

$$l_i = ({}^0\vec{r} \cdot {}^0\vec{r}^T + {}^0\vec{a}_i \cdot {}^0\vec{a}_i^T + {}^0R_p P \vec{b}_i \cdot {}^P\vec{b}_i^T {}^0R_p^T + 2{}^0\vec{r}^T {}^0R_p - 2{}^0\vec{r} {}^T {}^0R_p \vec{a}_i - 2{}^0\vec{a}_i^T {}^0R_p P \vec{b}_i)^{1/2} \quad (2)$$

بنابراین طبق معادله (2)، از قرار دادن موقعیت و جهت‌گیری مجری‌نهایی و محل قرارگیری نقاط اتصال و پایه در هندسه ربات، طول هر کابل به دست می‌آید. با توجه به موقعیت و جهت ربات در فضای کاری، همواره مقداری مثبت و یکتا برای هر طول کابل به دست خواهد آمد.

3-بررسی و تحلیل سرعت و شتاب

در تحلیل سرعت و شتاب سیستم، از معادله اصلی فرم حلقه بسته برای هر کابل بهره گرفته و با مشتق اول و دوم از رابطه بیان شده، روابط سرعت و شتاب مجری‌نهایی براساس نرخ تغییر طول و سرعت کابل به دست می‌آید. برای هر کابل، علاوه بر اندازه در تحلیل سرعت و شتاب، به جهت آن نیز نیاز است؛ بنابراین، بردار یکه هر کابل به صورت معادله (3) محاسبه می‌شود.

$${}^0\hat{S}_i = \frac{\overline{A_i B_i}}{\|A_i B_i\|} \quad (3)$$

معادله (1) را به صورت برداری بیان کرده و با در نظر گرفتن بردار یکه کابل، معادله (4) به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$l_i {}^0\hat{S}_i = {}^0\vec{r} + {}^0R_p P \vec{b}_i - {}^0\vec{a}_i \quad (4)$$

در تحلیل سرعت برای به دست آوردن نرخ تغییر طول کابل‌ها از رابطه (4) نسبت به زمان مشتق گرفته و معادلات سرعت به صورت (5) محاسبه می‌شود.

$$l_i {}^0\dot{S}_i + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{S}_i) = {}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\vec{b}_i \quad (5-\text{الف})$$

$$l_i {}^0\dot{S}_i = {}^0\hat{S}_i \cdot {}^0\vec{v}_p + ({}^0\vec{b} \times {}^0\hat{S}_i) {}^0\vec{\omega}_i \quad (5-\text{ب})$$

سرعت چارچوب متحرک ${}^0\vec{v}_p$ در دستگاه مختصات مرجع و سرعت دورانی مجری‌نهایی ${}^0\vec{\omega}_p$ به عنوان ورودی‌های سرعت مجری‌نهایی، نرخ تغییر طول کابل ${}^0\dot{S}_i$ را در واحد زمان بیان می‌کند. جهت بررسی شتاب خطی و دورانی سیستم از معادله کمکی سرعت نقطه اتصال کابل به مجری‌نهایی استفاده می‌شود که درنهایت، نرخ تغییر سرعت کابل را به صورت معادله (6) تابعی از شتاب اعمالی به مجری‌نهایی بیان می‌کند.

$${}^0\vec{v}_{Bi} = {}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i \quad (6-\text{الف})$$

$${}^0\vec{v}_{Bi} = l_i {}^0\hat{S}_i + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{S}_i) \quad (6-\text{ب})$$

از معادله (6-ب) نسبت به زمان مشتق گرفته تا شتاب خطی نقطه اتصال کابل به مجری‌نهایی محاسبه شود.

$${}^0\vec{v}_{Bi} = {}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i + {}^0\vec{\omega}_p \times ({}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i) \quad (7-\text{الف})$$

$${}^0\vec{v}_{Bi} = \ddot{l}_i {}^0\hat{S}_i + 2l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{S}_i) + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{S}_i) + l_i {}^0\vec{\omega}_i \times ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{S}_i) \quad (7-\text{ب})$$

با توجه به این‌که مقدار شتاب خطی کابل جهت انجام محاسبات در روند سینماتیک مورد نیاز بوده، بنابراین از ضرب داخلی معادله (7-ب) در بردار ${}^0\dot{S}_i$ طبق (8) به دست می‌آید.

$$\ddot{l}_i = {}^0\vec{v}_{Bi} \cdot {}^0\hat{S}_i + l_i {}^0\vec{\omega}_i^T {}^0\vec{\omega}_i \quad (8)$$

¹ Jacobian matrix

² Lagrange equation

ماتریس جرمی و ممان اینرسی که در حالت کلی ویژگی‌های اینرسی سیستم را بیان می‌کند، به صورت ترکیبی با $M(X)$ بیان می‌شود. در $C(\dot{X}, X)$ نیروها و گشتاورهای ناشی از مقادیر کوریولیس^۲ و شتاب جانب مرکز محاسبه می‌شود. درنهایت مقادیر ناشی از اثر شتاب جاذبه زمین نیز با $G(X)$ ، نمایش داده شده است. در کنار این، وجود نیروها و عوامل ناخواسته F_D و اثر مستقیم آن در سیستم نیز بیان شده و تأثیرات آن‌ها در معادلات دینامیکی بررسی شده است. مقادیر بدست آمده برای ماتریس‌ها در معادلات دینامیکی، طبق معادله (19) بیان می‌شود.

$$M(X) = \begin{bmatrix} m_{MP} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0 & 0 I_{MP} \end{bmatrix} \quad (19\text{-الف})$$

$$C(\dot{X}, X) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \bar{\omega}^T 0 I_{MP} \end{bmatrix} \quad (19\text{-ب})$$

$$G(X) = \begin{bmatrix} m_{MP} \vec{g} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (19\text{-پ})$$

$$F_D = \begin{bmatrix} f_D \\ \tau_D \end{bmatrix} \quad (19\text{-ت})$$

4-1- دینامیک و حرکت مجری‌نهایی

عملگرهای دورانی به عنوان ورودی سیستم و محل ایجاد تحرک لازم جهت پویایی آن، بیان می‌شوند. تحلیل و شناخت دینامیک عملگرهای تأثیر بزرگی در تکمیل و افزایش دقت معادلات کلی سیستم دارد. عملگرهای دورانی در جهتی استفاده می‌شوند که همواره کابل‌ها تحت نیروی کششی قرار داشته باشند. معادله دینامیکی عملگرهای دورانی با در نظر گرفتن اینرسی و ضربی اصطکاک ویسکوز، به صورت معادله (20) بیان می‌شود.

$$I_w \ddot{q}_w + D_w \dot{q}_w - r_w f_c = T_w; \quad f > 0 \quad (20)$$

4-2- پست کلی دینامیک ربات

با توجه به جدول 1 که مقادیر پارامترهای ساختاری ربات و ویژگی‌های فیزیکی آن اشاره شده است، می‌توان فرض‌های منطقی و ساده‌کننده‌ای در معادله کلی دینامیک ربات در نظر گرفت. کابل مورد استفاده در ربات، با چگالی طولی پابین و خواص کشسانی ناچیز، به صورت المان‌های صلب بدون جرم در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، از دینامیک کابل صرف‌نظر کرده و تنها از تأثیر دو مجموعه عملگرهای مجری‌نهایی در فرم کلی استفاده می‌شود. در کنار این، از تأثیر کم گشتاور دورانی ناشی از عملگرهای ربات، با به مقادیر هندسی آن، چشم‌پوشی کرده و دینامیک کلی ربات با در نظر گرفتن معادلات مربوط به مجری‌نهایی و دینامیک ساده شده عملگرهای ربات، محاسبه می‌گردد. در این سیستم طبق معادله (21)، ورودی به عنوان گشتاور عملگرهای در فضای مفصلی با استفاده از ماتریس ژاکوبین به فضای کاری انتقال می‌یابد.

$$M(X) \ddot{X} + C(\dot{X}, X) \dot{X} + G(X) + F_D = r_w J^T T_w \quad (21)$$

صحه‌گذاری مدل بیان شده ربات و راستی آزمایی آن در مرجع [1] بیان شده است. مدل بیان شده در مرجع [1] مدل جامع ترکیبی بوده که بخش موازی آن در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است.

5- تفکیک افزونگی

توزیع بهینه نیرو در ربات‌های کابلی از موارد چالش برانگیز و قابل بحث در این نوع از سیستم‌ها است. این موضوع به طور مستقیم بر روی مانور پذیری و کارایی سیستم تأثیر می‌گذارد. توان موردنیاز جهت انجام مانورهای خواسته

استفاده می‌شود. این مدل برای زمانی است که کابل‌ها در حال کشش بوده و هیچ کابلی شل نشده باشد.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(X, \dot{X})}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial L(X, \dot{X})}{\partial X} = Q \quad (13\text{-الف})$$

$$L = T - U \quad (13\text{-ب})$$

مختصات تعیین‌یافته^۱ در معادله لاغرانژ $X = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$ و نیرو و گشتاورهای تعیین‌یافته Q بوده که با محاسبه انرژی پتانسیل U و انرژی جنبشی T ، معادلات حرکت محاسبه می‌گردد.

4-3- دینامیک و حرکت مجری‌نهایی

بررسی و تحلیل حرکت مجری‌نهایی در فضای کاری، از معادله لاغرانژ با در نظر گرفتن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل، انجام می‌پذیرد. انرژی جنبشی مجری‌نهایی به صورت معادله (14) بدست می‌آید.

$$T = \frac{1}{2} m_{MP} \vec{v}^T \vec{v} + \frac{1}{2} \bar{\omega}^T 0 R_P^P I_{MP} 0 R_P^T \bar{\omega} \quad (14\text{-الف})$$

$$T = \frac{1}{2} m_{MP} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} [I_{xx} (\dot{\alpha} C \alpha C \beta + \dot{\beta} S \alpha C \beta - \dot{\gamma} S \beta)^2 + I_{yy} ((C \alpha S \beta S \gamma - S \alpha C \gamma) \dot{\alpha} + (C \alpha C \gamma + S \alpha S \beta S \gamma) \dot{\beta} + \dot{\gamma} C \beta S \gamma)^2 + I_{zz} ((C \alpha S \beta C \gamma + S \alpha S \gamma) \dot{\alpha} + (S \alpha S \beta C \gamma - C \alpha S \gamma) \dot{\beta} + \dot{\gamma} C \beta C \gamma)^2] \quad (14\text{-ب})$$

به صورتی که سرعت خطی مجری‌نهایی $v = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ و سرعت دورانی آن در هر لحظه $\dot{\theta} = [\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]^T$ بیان می‌شود. در کنار آن، ماتریس ممان اینرسی سیستم نسبت به دستگاه محور مختصات دورانی مطابق معادله (15) در دستگاه متحرک تعریف شده و مقدار آن به دستگاه مختصات مرجع انتقال می‌یابد.

$$I_{MP} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

با توجه به این که کابل‌ها المان‌های بدون جرم در نظر گرفته شده‌اند و عامل انتقال نیرو در سیستم می‌باشند، انرژی جنبشی و پتانسیل آن نادیده گرفته می‌شود؛ بنابراین انرژی پتانسیل نیز تنها از نیروی جاذبه ناشی از ارتفاع گرفتن مجری‌نهایی بوده و به صورت معادله (16) تعریف می‌شود.

$$U = m_{MP} \vec{g} z \quad (16)$$

برآیند نیروها و گشتاورهای وارد بر مجری‌نهایی که حاصل از پیمودن مسیر و اغتشاشات وارد بوده، بایستی با مجموع نیروهای داخلی کابل‌ها و گشتاور حاصل از این نیروهای کششی در تعادل باشد. با توجه به تعریف ژاکوبین، علاوه بر این که سرعت را در فضای مفصلی و کاری به یکدیگر مرتبط می‌سازد، ارتباط بین نیروها و گشتاورهای اعمالی به مجری‌نهایی و نیروهای کابل‌ها را در فضای مفصلی، مطابق معادله (17) ایجاد می‌کند.

$$[F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T = -J^T \tau \quad (17)$$

پس از جابجایی، ساده‌سازی و جایگذاری معادلات مربوطه، روابط دینامیکی حرکت براساس مختصات تعیین‌یافته X در حالت کلی به شکل معادله (18) محاسبه و بیان می‌شود.

$$M(X) \ddot{X} + C(\dot{X}, X) \dot{X} + G(X) + F_D = -J^T \tau \quad (18)$$

¹ Generalized coordinates

² Coriolis

³ Centrifugal acceleration

در تمام طول اجرای مسیر خواهد بود. مسئله تفکیک افزونگی طبق معادله (24) به یک مسئله بهینه‌سازی به همراه دو قید که متأثر از ساختار ربات و دینامیک کابل خواهد بود، تبدیل می‌شود.

$$\min_{\tau} \|\tau\|_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} Q = A\tau \\ \tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max} \end{array} \right\} \quad (24)$$

مقادیر بیشینه و کمینه که در معادله (24) برای نیروی کابل‌ها تعریف می‌شود از دو جهت قابل بررسی و تحلیل می‌باشد. از جهت اول این که کابل‌ها آستانه تحمل کشش خاصی دارند که تجاوز آن موجب تغییرات پلاستیک و گذشتمن از حد تسلیم و درنهایت پارگی کابل می‌شود. از منظر دوم، عملگرهای دورانی و گشتاوری که آن‌ها جهت ایجاد نیروی داخلی کابل تولید می‌کنند، قابل بررسی است. عملگرهای دورانی نیز از حیث محدود بودن گشتاور تولیدی، نیز نباید به حد اشباع خود برسند که این مسئله نیز از جهت امنیت کاری و عدم آسیب دیدن آن‌ها قابل بررسی بوده و در هر مانوری که ربات اجرا می‌کند، بایستی شروط لازم در قیدهای اعمالی را ارضا کند؛ بنابراین نیروی کابل‌ها طبق معادله (25) از دو بخش پاسخ اولیه و پاسخ همگن تشکیل می‌شود. پاسخ اولیه شرط سینماتیکی را ارضا کرده و پاسخ همگن در فضای پوچی ماتریس ساختار قرار گرفته که قید محدودیت‌های نیرویی را تضمین می‌کند.

$$\tau = \tau_0 + (I - A^T A) S, \quad S \in \mathbb{R}^8 \quad (25)$$

پاسخ اولیه در معادله (25) به صورت معادله (26) تعریف می‌گردد.

$$\tau_0 = A^+ Q \quad (26)$$

جهت کاهش حجم محاسبات و کمینه کردن زمان اجرای الگوریتم، ستون‌های مستقل خطی ماتریس $(I - A^T A)$ را جدا کرده و سایر ستون‌های وابسته حذف می‌گردد. با این روش ابعاد ماتریس S کاهش یافته و متغیرهایی که می‌باشد در طی اجرای الگوریتم محاسبه گردد، برابر با تعداد درجه افزونگی سیستم می‌شود؛ بنابراین نیروهای کابلی به صورت معادله (27) تعریف می‌گردد.

$$\tau = \tau_0 + Ns, \quad s \in \mathbb{R}^2 \quad (27)$$

در معادله (27) ماتریس ستونی $[s_1, s_2]^T = \mathbf{s}$ ، بخشی از پاسخ مقدار نیروها را به فضای پوچی ماتریس ساختار انتقال می‌دهد. به این ترتیب این پاسخ در دینامیک سیستم اثری نداشته و موجب تحت کشش ماندن کابل‌ها می‌شود. همچنین، فضای پوچی ماتریس، طبق معادله (28) تعریف می‌گردد. در هر مرحله با انتخاب ماتریس متناسب ستونی \mathbf{s} ، مسئله تفکیک افزونگی حل می‌شود (شکل 4).

$$N = \text{Null}(A) = \{x \in \mathbb{R}^8 | Ax = 0\} \quad (28)$$

6- طراحی مسیر

در این پژوهش از روش RRT برای طراحی مسیر ربات استفاده می‌شود. از آنجا که ارتفاع سکویی متحرک در یک ارتفاع ثابت برای عبور از موانع مفروض است فضای مسئله به صورت دو بعدی در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا فضای کاری ربات به صورت $W = \mathbb{R}^2$ تعریف شده و فضای موانع در آن به صورت $W \subseteq \mathcal{O}$ مفروض است. فضای ساختار C به صورت مجموعه نقاطی که ربات می‌تواند در آن موقعیت قرار بگیرد تعریف شده و موقعیت ربات نیز با $q \in C$ نمایش داده می‌شود. مجموعه ساختارهای فضای مانع زیرمجموعه

جدول 1 مقادیر مشخصه‌های مکانیکی ربات

Table 1 Mechanical properties of RoboCab

تجزیه هندسه	جنس	تجزیه ابعاد	تجزیه جرم	تجزیه مجری نهایی
مکعب مستطیل	آلومینیوم	90×90×75 (mm)	0.570 (kg)	کابل
قطر	پلی استر	0.381 (g/m)	280 (MPa)	چگالی طولی
استوانه	آلومینیوم	19 (mm)	110 (mm)	کابل جمع کن
شعاع	ارتفاع	0.35 (kg)		جرم

شده در جهتی توزیع می‌شود که در صورت امکان از کمترین انرژی، اجرای مسیر استفاده گردد. بسیاری از ربات‌های موازی برای حل مشکل تکینگی و از کنترل خارج شدن آن، از افزونگی در عملگر بهره می‌گیرند. با توجه به این موضوع که کابل‌ها تنها می‌توانند تحت کشش قرار گیرند، بنابراین الگوریتم تفکیک افزونگی در جهتی خواهد رفت که بهینه‌ترین توزیع کشش نیرویی در کابل رخ دهد [23].

5- بیان مسئله

در تحلیل دینامیکی، توزیع نیرویی در راستای مفاصل و امکان ایجاد آن توسط عملگرها بسیار مهم و ضروری است. بحث تفکیک افزونگی برای سیستم‌هایی که افزونگی در عملگر دارند مطرح شده و ماتریس ژاکوبین غیرمربعی و تحلیل آن، به حل مسئله توزیع نیرویی کمک می‌کند. قیدهای سینماتیکی مطابق معادله (22) در جهتی عمل می‌کنند که پاسخ توزیع نیرویی همواره محدود و تحت قید محاسبه گردد.

$$Q = A\tau \quad (22)$$

ماتریس A که ماتریس ساختار نیز نامیده می‌شود در واقع ماتریس انتقال غیرمربعی بوده که نیروی کابل‌ها را در فضای مفصلی به نیرو و گشتاورهای اعمالی به مجری‌نهایی در فضای کاری تصویر می‌کند و به صورت $A = J^T$ تعریف می‌شود. برای دستیابی به پاسخ مناسب، استفاده از ماتریس شبه معکوس، سبب می‌شود که اندازه بردار نیرویی کابل‌ها کمینه شود. این موضوع در حالی مطرح می‌شود که ماتریس شبه معکوس¹ برای ماتریس‌های غیرمربعی به صورت معادله (23) تعریف می‌شود.

$$A^+ = A^T (AA^T)^{-1} \quad (23)$$

با توجه به این که روش شبه معکوس تنها به کمینه کردن اندازه بردار می‌پردازد، هیچ تضمینی برای در حال کشش ماندن کابل‌ها ارائه نمی‌نماید. ربات‌های کابلی نیازمند این هستند که کابل‌ها دائماً در حال کشش باشند. شل شدن کابل و از مدار خارج شدن آن موجبات عدم کنترل پذیری و از دست دادن درجهات آزادی ربات را فراهم می‌آورد؛ بنابراین مهم‌ترین محدودیت و اولویت اول برای این گونه ربات‌ها، تحت کشش قرار گرفتن کابل

¹ Pseudo inverse

به دور موانع نبوده و در فضای کاری ربات قرار داشته باشدند. با فرض دارا بودن فضای کاری عاری از تکینگی که مطابق [1] در این ربات فرضی معقول است، با محدود نمودن نمونه‌ها به فضای کاری عملاً مسیر طراحی شده عاری از تکینگی خواهد بود.

تابع هزینه در نظر گرفته شده برای این الگوریتم دربردارنده قید کمینگی فاصله، تکرار و بیشینگی در امنیت مسیر است. تعریف ارائه شده از امنیت مسیر به صورت اندازه اختلاف فاصله ربات از موانع در طول مسیر است. خط مستقیم عمدتاً ایده‌آل ترین حالت گذار از نقطه شروع به هدف دلخواه است. در بسیاری از موارد ربات در موقعیتی قرار دارد که می‌تواند با یک خط مستقیم به هدف منتقل گردد. الگوریتم‌های تصادفی از درک چنین وضعیتی عاجز هستند. در این پژوهش یک شیوه بسیار ساده اما کاربردی در حل این مسئله ارائه شده است. الگوریتم ارائه شده در هر تکرار خطی فرضی را از محل فعلی اش تا موقعیت هدف ترسیم می‌نماید. در شرایطی که خط در فضای عاری از برخورد و فضای کاری ربات قرار داشته باشد و قید امنیت مسیر را نقض ننماید، بدین معناست که می‌تواند بدون هیچ چرخشی و به طور مستقیم به هدف نیل نماید. درنهایت تمامی مسیرهای ایجاد شده توسط تابع هزینه سنجیده شده و مسیر بهینه انتخاب می‌گردد. بهینگی در الگوریتم‌های مبتنی بر نمونه‌برداری به صورت بهینگی مجانبی¹ است. این مفهوم به معنای نیل پاسخ جستجو به مقدار بهینه در بینهایت تکرار با احتمال کامل است. به بیان بهتر چنانچه مسئله‌ای دارای تابع هزینه با مقدار بهینه c^* بوده و خروجی الگوریتم ALG در تکرار زام به صورت Y_j^{ALG} مفروض باشد آنگاه الگوریتم مزبور مطابق رابطه (30) دارای بهینگی مجانبی است.

$$\mathbb{P}\left(\left\{\limsup_{j \rightarrow \infty} Y_j^{\text{ALG}} = c^*\right\}\right) = 1 \quad (30)$$

در واقع بهینگی مجانبی بیان می‌نماید که مقدار کران $\limsup_{j \rightarrow \infty} Y_j^{\text{ALG}}$ موجود، محدود و برابر c^* باشد. به طور مثال چنانچه تابع هزینه از جنس طول مسیر باشد، در فضای محدود ایجاد مسیری ناشی از نمونه‌برداری هدف گرا به طول بینهایت ناممکن است. میل نمودن میزان تابع به سمت مقدار بهینه نیز ناشی از خاصیت چند ساختاری و اصلاح مسیر است. لذا الگوریتمی که دارای خاصیت‌های فوق باشد عملاً بهینه مجانبی است. تفصیل این مفهوم علاوه بر اثبات ویژگی‌ها در مرجع [24] بیان شده است.

7- کنترل

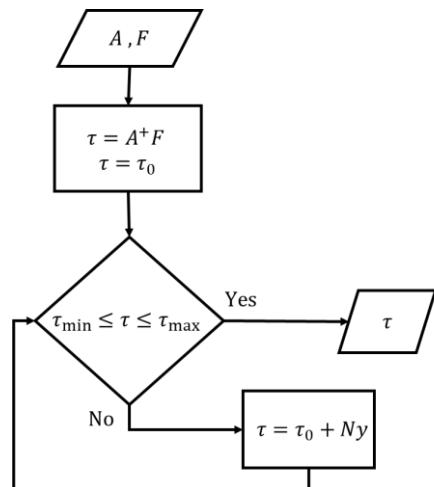
کنترل یک ربات به طور کلی به دو حالت خطأ محور و همچنین مدل مبنا تقسیم‌بندی می‌شود. در روش اول که مبتنی بر چگونگی پاسخ سیستم به ورودی‌های تصحیح شده و کنترلی می‌باشد، با مقایسه میزان خطای سیستم نسبت به مقادیر دلخواه، سیگنال موردنظر کنترلی تولید شده و در راستای کاهش خطأ عمل می‌کند. در حالت دوم که مبتنی بر مدل دقیق و جامع سیستم می‌باشد، بایستی در ابتدا صحت مدل سینماتیکی و دینامیکی سیستم تأیید و سپس براساس مدل بیان شده، الگوریتم‌های کنترلی پیاده‌سازی شود. سیستم‌های کنترل را علاوه بر تقسیم‌بندی که بیان شد، می‌توان به دو دسته کنترل در فضای مفصلی نیز تقسیم‌بندی کرد. کنترل ربات کابلی در فضای کاری، موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی به صورت مستقیم اندازه‌گیری شده و به عنوان پس خور در حلقه‌ی کنترلی طراحی شده، مورد استفاده قرار می‌گیرد [25]. اندازه‌گیری مستقیم اطلاعات موقعیتی مجری نهایی با حسگرهایی چون مسافت سنجهای

فضای ساختار بوده $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{C}_{\text{obst}}$ و به صورت معادله (29) تعریف می‌شود.

$$\mathcal{C}_{\text{obst}} = \{q \in \mathcal{C} \mid B(q) \cap \mathcal{O} \neq \emptyset\} \quad (29)$$

به طوری که $B(q) \in W$ مجموعه ابعاد ربات است که با توجه به موقعیت ربات برای برخورد سنجیده می‌شود. بخشی از فضای ساختار که خالی از موانع است نیز به صورت $\mathcal{C}_{\text{free}} = \mathcal{C} \setminus \mathcal{C}_{\text{obst}}$ نشان داده می‌شود. در حل مسئله مسیریابی از شبکه کد "شکل 5" استفاده شده است.

در این الگوریتم، درخت $TR = (V, E)$ رأس V و ضلع E است به طوری که $E \subseteq V \times V$ را تشکیل و توسعه می‌دهد. این الگوریتم در ابتدا یک نمونه معتبر همانند $z_{\text{init}} \in \mathcal{C}_{\text{free}}$ در فضای عاری از برخورد تولید می‌نماید. نمونه معتبر به داده‌ای اطلاق می‌گردد که در فضای عاری از برخورد ایجاد می‌گردد. این نمونه سپس به نزدیک ترین رأس از درخت TR اضافه می‌گردد. در الگوریتم مبتنی بر نمونه‌برداری ارائه شده نمونه‌ها برای الحاق به درخت اصلی علاوه بر حضور در فضای عاری از برخورد بایستی در حاشیه امن



شکل 4 الگوریتم بهینه‌سازی نیروی کابل

شکل 5 شبکه کد طراحی مسیر

1. $TR \leftarrow \text{InitializeTree}();$
2. $\text{Initiate}(z_{\text{init}});$
3. $TR \leftarrow \text{InsertNode}(z_{\text{init}}, TR);$
4. For $i=1$ to K do
 5. $z_{\text{rand}} \leftarrow \text{Sample}(W);$
 6. $X_{\text{nearest}} \leftarrow \text{Nearest}(TR, z_{\text{rand}});$
 7. If $\text{ObstacleFree}(z_{\text{rand}}) \&$
 $\text{FeasibleWorkspace}(z_{\text{rand}}) \& \text{Safe}(z_{\text{rand}})$ then
 8. $X_{\text{new}} \leftarrow \text{Join}(TR, z_{\text{rand}});$
 9. If $\text{Straight2Goal}(X_{\text{new}})$ then
 10. $TR \leftarrow \text{ReConnect}(X_{\text{new}}, X_{\text{goal}}, TR);$
 11. break;
 12. End
 13. End
 14. End
 15. $\text{OptPath} \leftarrow \text{CostEval}(TR)$
 16. Return OptPath

شکل 5 شبکه کد طراحی مسیر

شکل 5 شبکه کد طراحی مسیر

¹ Asymptotic optimality

می شود. وجود کنترل کننده خطی در سیستم موجب می شود که تعامل و درک سیستم از محیط وجود داشته باشد و با توجه به آن، در راستای رفع خط، کنترل کننده دستور لازم را جهت رفع خطا صادر کند. پیش خوری که در سیستم کنترلی به کار گرفته می شود، خطا را به سرعت کاهش داده و میزان خطای ماندگار را در مقایسه با کنترل کنندهای خطی که به نهایی استفاده می شوند، در مقادیر کمتری نگه می دارد [27]. خروجی ناشی از دینامیک سیستم در هر لحظه به عنوان دستور پیش خور به حلقه کنترلی اعمال می شود (شکل 6). این عبارت مدل دینامیک مجری نهایی در فضای کاری بوده و طبق معادله (31) تعریف می گردد.

$$F_{ff} = \tilde{M}(X_d)\ddot{X}_d + \tilde{C}(X_d, \dot{X}_d)\dot{X}_d + \tilde{G}(X_d) \quad (31)$$

در معادله (31) ورودی مسیر دلخواه، سرعت و شتاب مجری نهایی به مدل دینامیکی آن وارد شده و خروجی آن به عنوان پیش خور به سیستم داده می شود. عبارت پیش خور به صورت برون خط محاسبه شده و در هر مرحله از حلقه عبارت مناسب به سیستم کنترلی وارد می شود. با توجه به این که مدل دینامیک بر پایه محاسبات ریاضی بوده، لذا ماتریس های معادله (34) به صورت عبارات تقریبی ماتریس جرمی \tilde{M} ، ماتریس ناشی از اثرات کوریولیس و جانب مرکز سیستم \tilde{C} و نهایتاً ماتریس جاذبه \tilde{G} می باشد. با این وجود، کنترل کننده خطی وظیفه اصلاح خط و بهبود رفتار سیستم را بر عهده دارد، تا سیستم بتواند مسیر موردنظر را دنبال کند. معادله دینامیک حلقه بسته در الگوریتم کنترلی به صورت رابطه (32) بیان می شود.

$$M(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X})\dot{X} + G(X) = Q + F_D \quad (32\text{-الف})$$

$$\begin{aligned} Q &= K_{Pf}(F_{ff} - F_C) + F_{PD} + F_{ff} \\ &= K_{Pf}e_F + K_D\dot{e}_X + K_Pe_X + F_{ff} \end{aligned} \quad (32\text{-ب})$$

با فرض این که معادلات دینامیکی به صورت صحیح مدل شده باشند، بنابراین می توان فرض کرد که مقادیر ماتریس های جرمی، کوریولیس و جاذبه با مقادیر محاسبه شده برابر است. علاوه بر این، فرض می شود که کنترل کننده بر روی سیستم کارایی مناسب را داشته و مجری نهایی مسیر موردنظر را دنبال کرده است، بنابراین می توان بیان نمود که $X_d(t) \approx X_d(t)$ و $X(t) \approx \dot{X}_d(t)$ با فرض های بیان شده و پس از ساده سازی معادله دینامیک حلقه بسته، کنترل به صورت معادله (33) بیان می شود.

$$M\ddot{e}_X + K_D\dot{e}_X + K_Pe_X + K_{Pf}e_F + F_D = 0 \quad (33)$$

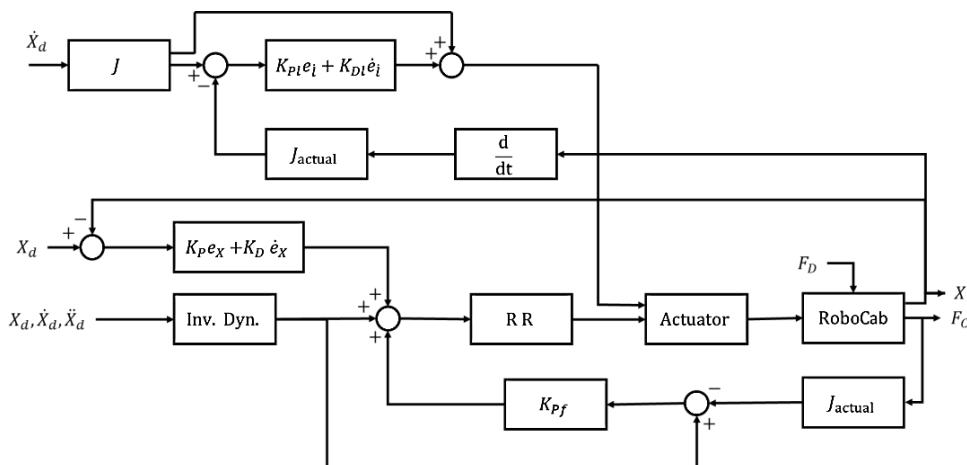


Fig. 6 Control system for maneuvering

لیزری، مادون قرمز، شتاب سنج ها و یا چند دوربین با نرخ فیلم برداری بالا انجام می پذیرد [26]. برای کنترل در فضای کاری می توان طول کابل ها را به صورت مستقیم از تغییر زوایای موقعیت محرک های دورانی و شرایط اولیه سیستم محاسبه کرد. سپس با استفاده از سینماتیک مستقیم، موقعیت مجری نهایی در هر لحظه گزارش می شود. از معایب این روش می توان به پیچیدگی حل سینماتیک مستقیم برای ربات های موازی و همچنین جواب های متعددی که این روش بیان می کند نام برد.

کنترل سیستم در فضای مفصلی براساس تغییرات طولی کابل ها صورت می پذیرد. در این روش، مسیر های دلخواهی که در فضای کاری طراحی می شود از طریق سینماتیک معکوس به فضای مفصلی براساس تغییرات طولی کابل ها نگاشت می شود. در این فضای طول هر کدام از کابل ها به راحتی توسط موقعیت سنج های نصب شده بر روی محرک های دورانی اندازه گیری شده و به عنوان پس خور در ساختار کنترل کننده مورد استفاده قرار می گیرد. از جمله روش هایی که در کنترل ربات های کابلی مورد استفاده قرار می گیرد، کنترل خطی تناسبی-مشتق گیر، خطی سازی با حلقه پس خور، کنترل تناسبی-مشتق گیر با پیش خور، کنترل کننده مبتنی بر تئوری لیاپانوف، کنترل مقاوم و ... هستند. برای کنترل موقعیت ربات های کابلی، علاوه بر کنترل مقادیر موقعیت و جهت گیری مجری نهایی، از حلقه داخلی نیز جهت بررسی کشش کابل ها و کنترل آن استفاده می شود. نیروهایی که موجب تحت کشش ماندن کابل ها می شوند، بایستی در فضای پوچی ماتریس ژاکوبین قرار گیرند تا در نهایت اثری در حرکت و جایگایی مجری نهایی نداشته باشد. در غیر این صورت بر روی حرکت مجری نهایی تأثیر گذاشته و باعث ایجاد خطای موقعیت و جهت گیری خواهد شد. این در حالی است که کنترل موقعیت این دسته از ربات ها در حلقه خارجی قرار می گیرد.

7-1- کنترل پیش خور

الگوریتم کنترل پیش خور، خروجی سیستم را در هر مرحله بدون در نظر گرفتن نحوه تعامل سیستم با محیط و باز خورد سیستم، پیش بینی می کند. این الگوریتم مبتنی بر مدل ریاضی سیستم بوده است. از طرفی وجود نامعینی ها و عدم قطعیت در سیستم موجب می شود که در کنار داشتن مدل جامع، رفتار سیستم با خطا مواجه شود. از این رو در کنار الگوریتم های پیش خور، از کنترل کننده های خطی جهت بهبود رفتار سیستم، بهره گرفته

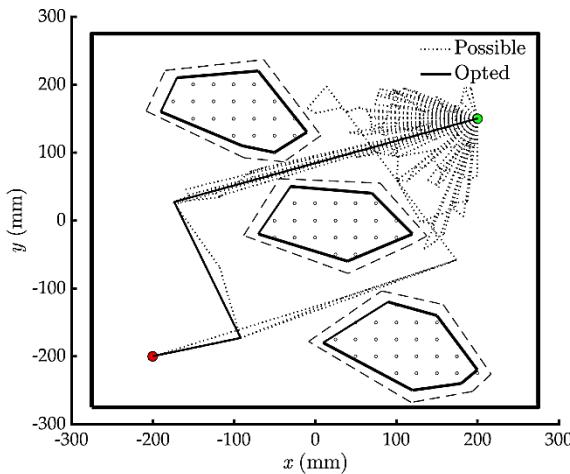


Fig. 7 Planned path in presence of obstacles

شکل 7 مسیر طراحی شده در حضور موانع

در الگوریتم توسعه یافته اصلاح شده است. تجمع مسیرهای جستجو شده در اطراف نقطه هدف مبین تلاش الگوریتم دریافتمن کم‌هزینه‌ترین مسیر برای نیل به هدف است. این مسیر سپس به عنوان مسیر مطلوب به سیستم کنترل انتقال یافته تا توانایی آن در پیروی مسیر سنجیده شود. عملکرد سیستم تحت کنترل در "شکل 8" نمایش داده شده است. همان‌طور که مشخص است سیستم کنترلی به خوبی مسیر موردنظر را ریدیابی نموده و از برخورد با موانع جلوگیری به عمل آورده است. در "شکل 9" پاسخ سیستم به مقادیر طراحی شده در سه جهت اصلی انتقالی، بیان شده است. مقادیر متوسط ضرایب کنترلی در کنترل کننده پیاده‌سازی شده از جهت پیمایش مانور خروجی طراحی مسیر در جدول 2 بیان شده است.

نمودار توزیع نیروهای کابل‌ها در طول اجرای مسیر در "شکل 10" نمایش داده شده است. علت تغییر نیروها در ثانیه 10 و 20 به خاطر نوع ورودی ربات بوده است. استراتژی مسیر زمانی¹ ربات از روش LPB² بوده و در هر قسمت از سه بخش مسیر ربات، حرکت با شتاب ثابت شروع شده و در انتهای نیز با همان شتاب با مقدار منفی به نقطه پایانی محلی خود مرسد.

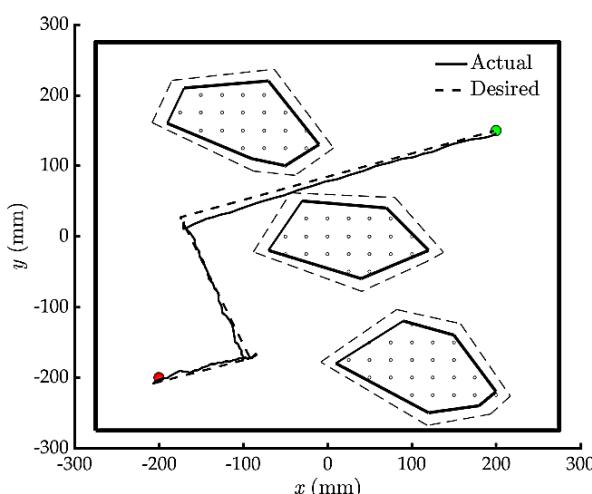


Fig. 8 Implementation of designed path by feed forward control on RoboCab

شکل 8 نتایج پیاده‌سازی مسیر طراحی شده توسط کنترلر پیشخوراند

طبق معادله (33) معادله خطأ منجر به معادله درجه دوم شده که با انتخاب ضرایب مناسب کنترلی، می‌توان مقدار معادله را به صفر رساند. از طرفی، با توجه به سیستمی که در ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس استفاده می‌شود، عملکردهای دورانی از دو ورودی به طور همزمان بهره می‌گیرند. ورودی اول که همان ورودی نیرویی بود، معادلات کنترلی بیان شده و در راستای کاهش سرعت مفاصل بوده، از کنترل کننده پیش‌خور بهره گرفته می‌شود. در کنترل سرعت مفاصل نیز، رابطه حلقة بسته کنترلی طبق فرضیاتی که در ابتدای بخش انجام شد، به صورت معادله (34) تعریف می‌گردد.

$$\ddot{L} = K_{P_l} e_l + K_{D_l} \dot{e}_l + \dot{L}_a \quad (34)$$

در این بخش نیز، فرض این که معادلات دینامیکی به صورت صحیح مدل شده، صادق بوده و فرض دوم نیز که کنترل کننده بر روی سیستم کارایی مناسب را داشته و مجری‌نهایی مسیر موردنظر را دنبال کرده است. بنابراین $\dot{L}_a(t) \approx \dot{L}_d(t)$ را می‌توان بیان نمود. با فرض‌های بیان شده و پس از ساده‌سازی، معادله حلقة بسته کنترل به صورت معادله (35) بیان می‌شود.

$$K_{P_l} e_l + K_{D_l} \dot{e}_l = 0 \quad (35)$$

طبق رابطه (35)، معادله خطأ منجر به معادله درجه اول شده که با انتخاب ضرایب مناسب کنترلی، می‌توان مقدار معادله را به صفر رساند. درنهایت، حلقة کنترلی جهت کنترل مقادیر موقعیت و جهت‌گیری مجری‌نهایی، نیروی کابل‌ها و سرعت کابل‌ها به طور همزمان بسته شده و مجری‌نهایی در راستای مسیر تعیین شده حرکت می‌کند. در سیستم کنترلی فوق، اصلاح نیرو و سرعت کابل به صورت همزمان انجام گرفته تا درنهایت خطای تعقیب در فضای کاری بر روی مجری‌نهایی کاهش یابد. این اصلاح در کنترل کننده پیش‌خور صورت گرفته و در راستای کاهش خطای ریدیابی بوده است.

8- پیاده‌سازی آزمایشگاهی

در این قسمت از پژوهش صحت الگوریتم‌های ارائه شده در قالب بررسی عملی بروی ربات آزمایشگاه ارس سنجیده می‌شود. تعدادی مانع در فضای کار در نظر گرفته شده‌اند. برای جلوگیری از برخورد مانع با کابل‌ها، مجری‌نهایی در ارتفاع اندکی بالاتر از موقعیت مانع فرض شده است. همچنین چنین محل‌های اتصال کابل به سکوی متحرک به صورتی است که کابل‌ها با یکدیگر برخورد نمی‌نمایند. در ابتدا IMU و دوربین برای سنجش دقیق چرخش و موقعیت دوربین کالیبره می‌شوند. این فرآیند در [22] به تفصیل بررسی شده است. سپس به کمک الگوریتم طراحی مسیر و پس از تعریف مانع در فضای کاری، مسیر بهینه تبیین می‌گردد. همان‌طور که در "شکل 7" نشان داده شده است، حول هر مانع فضایی به صورت حد امنیت مسیر در نظر گرفته شده است. این در واقع همان معیار امنیت مسیر است که به صورت معادله (36) تعریف می‌شود.

$$\text{Safety (\%)} = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{100} \times \text{margin} \quad (36)$$

این شکل به‌وضوح مبین قابلیت ذکر شده الگوریتم RRT تعمیم‌یافته در ریدیابی اولین مسیر مستقیم به سمت نقطه هدف است. مسیر پیشنهادی الگوریتم تنها شامل سه تکه مسیر مستقیم است. این در حالی است که در غالب الگوریتم‌های موجود، وجود خط مستقیم جهت انتقال وضعیت آئی ربات به هدف حتی در نزدیکی نقطه نهایی هم تشخیص داده نمی‌شود. تکه‌تکه بودن مسیر که به فراخور ذات الگوریتم RRT در فضای کاری رخ می‌دهد نیز

¹ Trajectory² Linear Parabolic Blends

دینامیک موردن بررسی قرار گرفته و معادلات آن به روش لاغرانژ استخراج شده است. برای تسهیل در مدل سازی، از جرم کابل و تغییر طول در امتداد آن صرف نظر شده است. با توجه به تعداد بیشتر عملگرها نسبت به درجات آزادی تحلیل تفکیک افزونگی و توزیع نیرو در کابل‌ها نیز انجام گردیده است. در ادامه الگوریتم طراحی مسیر RRT با بهینگی مجانبی و قابلیت گذار مستقیم برای ربات ارائه شده است. پس از طراحی مسیر، یک سیستم کنترل پیش خور برای ربات ریدیابی مسیر طراحی و پیشنهاد شده است. مسیر طراحی شده توسط الگوریتم علاوه بر سیستم کنترل مزبور بروی ربات موازی-کابلی پیاده‌سازی شده است.

نتایج پیاده‌سازی عملی مبنی توانایی الگوریتم طراحی مسیر و سیستم کنترل بوده است. الگوریتم طراحی مسیر، مسیری بهینه و عاری از برخورد را برای گذار مجری نهایی جستجو نموده است. سیستم کنترلی توانایی ریدیابی مسیر در حضور نامعینی‌های ناشی از صرف نظر نمودن از دینامیک کابل را داشته و امکان انحراف را ممکن نموده است. تمامی مسیر طراحی و طی شده، درون فضای کاری است و فضای موانع و حاشیه آن‌ها بوده است که این امر مبین تأثیر معیار امنیت مسیر در مسئله طراحی است.

10- فهرست عالیم

ماتریس ساختار	A
موقعیت نقاط انتهایی اتصال کابل به پایه (m)	0A_i
بردار موقعیت محل اتصال کابل به پایه (m)	${}^0\ddot{a}_i$
موقعیت نقاط اتصالی کابل به مجری نهایی (m)	0B_i
ماتریس کوریولیس و جانب مرکز سیستم	C
فضای ساختار	C
ضریب اصطکاک ویسکوز عملگر دورانی	D_w
بردار موقعیت نقاط مرجع انتخابی در سینماتیک	${}^0\vec{d}$
مستقیم (m)	
تعداد ضلع درخت مسیریابی	E
بردار خط	e
بردار اغتشاش وارد به مجری نهایی	F_D
نیرو و گشتاور پیش خوراند (N) یا (Nm)	F_{ff}
تعداد نقاط مرجع مستقل انتخابی در سینماتیک	f
مستقیم	
ماتریس جاذبه	G
ممان اینرسی مجری نهایی حول دستگاه متتحرک (kgm ²)	${}^P I_{MP}$
ممان اینرسی حول مرکز جرم عملگر دورانی (kgm ²)	I_w
ماتریس ژاکوبین	J
ضریب کنترلی	K
تابع لاغرانژ	L
طول کابل (m)	l_i
ماتریس جرم و اینرسی (kg) یا (gm ²)	M
تعداد کابل‌ها	m
جرم مجری نهایی (kg)	m_{MP}
ماتریس ژاکوبین	N
درجه آزادی ربات	n
دستگاه مختصات مرجع	O

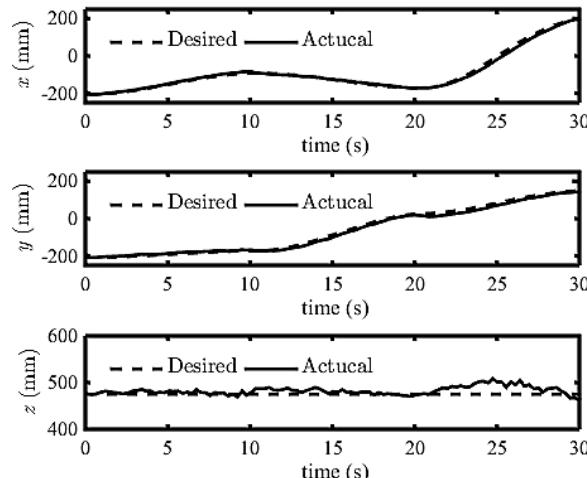


Fig. 9 Experimental results on desired trajectory

شکل 9 نتایج پیاده‌سازی بر روی مسیر طراحی شده

جدول 2 ضرایب کنترلی

Table 2 Control coefficients

$K_p=[0.3 \ 0.3 \ 0.3]$	ضرایب
$K_D=[0.4 \ 1 \ 0.4]$	کنترل موقعیت
$K_{Pl}=[0.509 \ 0.518 \ 0.512 \ 0.522 \ 0.529 \ 0.566 \ 0.489 \ 0.504]$	ضرایب کنترل
$K_{Dl}=[0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07]$	سرعت کابل
$K_{Pf}=[0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5]$	ضرایب کنترل نیرو

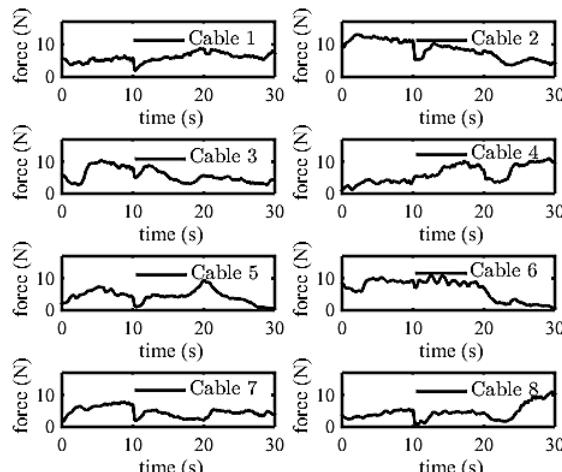


Fig. 10 Cable forces during the maneuver

شکل 10 نمودار توزیع نیروهای کابلی در طول مسیر طی شده

9- نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش طراحی بهینه مسیر در ربات‌های موازی-کابلی ارائه و به طور عملی پیاده‌سازی شده است. این روش بر مبنای الگوریتم RRT بوده و نسخه تعمیم یافته آن با قابلیت گذار مستقیم و بهینگی مجانبی است. در ابتدا ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس معرفی شده و مدل سازی سینماتیکی آن صورت پذیرفته است. با تحصیل ماتریس ژاکوبین در تحلیل سینماتیک،

- International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Karlsruhe: IEEE, pp. 4659-4664, 2013.*
- [9] M. A. Khosravi, H. D. Taghirad, Robust PID control of fully-constrained cable driven parallel robots, *Mechatronics*, Vol. 24, No. 2, pp. 87-97, 2014.
- [10] H. Bayani, M. Tale Masouleh, A. Kalhor, Practical performance comparison of pole placement and sliding mode controller for position control of cable-driven parallel robots using visual servoing, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 63-74, 2016. (in Persian) (فارسی)
- [11] G. Jafari Choghan, M. H. Ghasemi, M. Dardel, Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of a cable robot with six degrees of freedom and six cable, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 391-400, 2015. (in Persian) (فارسی)
- [12] A. Aflakian, M. Tale Masouleh, H. Bayani, R. Sadeghian, Path planning of cable driven parallel robots in the presence of dynamic obstacles via potential field using computed torque control method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 109-118, 2016. (in Persian) (فارسی)
- [13] D. P. Cunningham, H. H. Asada, Continuous path tracing by a cable-suspended, under-actuated robot: The Winch-Bot, *Proceeding of 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Anchorage: IEEE, pp. 1255-1260, 2010.
- [14] L. Tang, X. Tang, X. Jiang, C. Gosselin, Dynamic trajectory planning study of planar two-dof redundantly actuated cable-suspended parallel robots, *Mechatronics*, Vol. 30, No. 1, pp. 187-197, 2015.
- [15] S. Garrido, L. Moreno, *Robotics, Automation, and Control in Industrial and Service Settings*, pp. 92-108, Shenzhen: IGI Global, 2015.
- [16] D. Verscheure, B. Demeulenaere, J. Swevers, J. De Schutter, M. Diehl, Time-optimal path tracking for robots: A convex optimization approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 10, pp. 2318-2327, 2009.
- [17] J. J. Kuffner, S. M. LaValle, RRT-connect: An efficient approach to single-query path planning, *Proceeding of 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, San Francisco: IEEE, pp. 995-1001, 2000.
- [18] K. Shi, J. Denny, N. M. Amato, Spark PRM: Using RRTs within PRMs to efficiently explore narrow passages, *Proceeding of 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Hong Kong: IEEE, pp. 4659-4666, 2014.
- [19] S. Karaman, M. R. Walter, A. Perez, E. Frazzoli, S. Teller, Anytime motion planning using the RRT, *Proceeding of 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai: IEEE, pp. 1478-1483, 2011.
- [20] O. Arslan, P. Tsiotras, Use of relaxation methods in sampling-based algorithms for optimal motion planning, *Proceeding of 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe: IEEE, pp. 2421-2428, 2013.
- [21] A. Nasr, S. Ali A. Moosavian, Multi-criteria design of 6-dof fully-constrained cable driven redundant parallel manipulator, *Third RSI International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran, October 7-9, 2015.
- [22] M. Mousavi, M. Ghanbari, A. Nasr, S. Ali A. Moosavian, P. Zarafshan, Sensory feedback performance improvement on robocab: An experimental approach to wiredriven parallel robot, *4th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran, October 26-28, 2016.
- [23] H. D. Taghirad, Y. B. Bedoustani, An analytic-iterative redundancy resolution scheme for cable-driven redundant parallel manipulators, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 27, No. 6, pp. 1137-1143, 2011.
- [24] S. Karaman, E. Frazzoli, Sampling-based algorithms for optimal motion planning, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 30, No. 7, pp. 846-894, 2011.
- [25] S.-R. Oh, S. K. Agrawal, Cable suspended planar robots with redundant cables: controllers with positive tensions, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 3, pp. 457-465, 2005.
- [26] B. Zi, B. Duan, J. Du, H. Bao, Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot, *Mechatronics*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-12, 2008.
- [27] H. D. Taghirad, *Parallel robots: mechanics and control*, pp 275-277, Boca Raton: CRC press, 2013.

P	دستگاه مختصات متحرک متصل به مجری نهایی
Q	نیرو و گشتاورهای تعیین یافته (N) یا (Nm)
q_w	بردار موقعیت عملگرهای دورانی (rad)
0R_P	ماتریس دوران دستگاه مختصات متحرک نسبت به مرجع
${}^0\vec{r}$	بردار موقعیت دستگاه مختصات متحرک (m)
r_w	شعاع کابل جمع کن (m)
${}^0\hat{S}_i$	بردار واحد جهت‌گیری کابل
S	ماتریس انتقال به فضای پوچی
T	انرژی جنبشی (J)
TR	درخت طراحی مسیر
U	انرژی پتانسیل (J)
V	تعداد رأس درخت مسیریابی
W	فضای کاری ربات
${}^0\vec{\nu}_P$	بردار سرعت خطی مجری نهایی (ms ⁻¹)
X	مختصات تعیین یافته (m) یا (rad)
Y	خروجی الگوریتم طراحی مسیر
Λ_i	علایم یونانی
τ	تابع هزینه مسئله سینماتیک مستقیم
Ψ	بردار نیروی کششی در کابلها
${}^0\vec{\omega}_i$	ماتریس تبدیل در نقاط مرجع در سینماتیک مستقیم
ω_i	بردار سرعت دورانی مجری نهایی (rads ⁻¹)
C	بالاتنویس ها
j	شبه معکوس
ζ	زیرنویس ها
κ	کابل
j	شمارنده الگوریتم طراحی مسیر

11- مراجع

- [1] A. Nasr, S. Ali A. Moosavian, Multi-objective optimization design of spatial cable-driven parallel robot equipped with a serial manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 29-40, 2016. (in Persian) (فارسی)
- [2] H. Taghirad, A. Khalilpour, M. Aliyari, M. Masouleh, Applying evolutionary algorithms in multi objective optimization of planar cabledriven parallel robots, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 8, No. 5, pp. 44-54, 2014. (in Persian) (فارسی)
- [3] S. Fang, D. Franitzza, M. Torlo, F. Bekes, M. Hiller, Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution, *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 9, No. 3, pp. 561-568, 2004.
- [4] A. Alp, S. K. Agrawal, Cable suspended robots: Feedback controllers with positive inputs, *Proceedings of 2002 American Control Conference*, Anchorage: IEEE, pp. 815-820, 2002.
- [5] S. Kawamura, H. Kino, C. Won, High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots, *Robotica*, Vol. 18, No. 01, pp. 13-21, 2000.
- [6] G. Meunier, B. Boulet, M. Nahon, Control of an overactuated cable-driven parallel mechanism for a radio telescope application, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 17, No. 5, pp. 1043-1054, 2009.
- [7] H. Bayani, M. T. Masouleh, A. Kalhor, An experimental study on the vision-based control and identification of planar cable-driven parallel robots, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 75, No. 1, pp. 187-202, 2016.
- [8] J. Lemaury, M. Gouttefarde, Control of a large redundantly actuated cable-suspended parallel robot, *Proceeding of 2013 IEEE*