



کنترل غیر خطی مسیر هوای موتور دیزل پر خوران شده با استفاده از بهینه سازی

احمد اساسی¹، مهدی میرزایی^{2*}، رحیم خوشبختی سرای³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 51335-1996، mirzaei@sut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 اردیبهشت 1396

پذیرش: 17 اردیبهشت 1396

ارائه در سایت: 13 خرداد 1396

کلید واژگان:

موتور احتراق تراکمی

نسبت هوا به سوخت

کنترل غیر خطی

بهینه سازی

پیش بینی

چکیده

در کار حاضر به کنترل مسیر هوای موتور دیزل پر خوران شده توسط یک کنترل کننده غیر خطی مبتنی بر بهینه سازی پرداخته می شود. بدین منظور نسبت هوا به سوخت و فشار چند راهی خروجی با محاسبه ی آهنگ جرمی گازهای پر خورانی و باز خورانی شده کنترل می گردند. کنترل نسبت هوا به سوخت که تأثیرگذار بر توان تولیدی موتور، مصرف سوخت و نشر آلاینده ها می باشد با محاسبه آهنگ جرمی هوا و با فرض معلوم بودن مسیر سوخت انجام می گیرد. برای مدل سازی و حصول معادلات دینامیکی مسیر هوا از روش مقدار متوسط به عنوان روشی مناسب با زمان محاسباتی کم، استفاده شده است. جریان جرمی هوا توسط قوانین کنترلی محاسبه شده و به وسیله پر خورانی و باز خورانی گازهای خروجی اعمال می گردد. در روش کنترلی پیشنهادی، ابتدا پاسخ غیر خطی سیستم توسط بسط تیلور پیش بینی شده و سپس قوانین کنترلی از طریق حداقل کردن اختلاف پاسخ مطلوب و پاسخ واقعی به دست می آید. برای بررسی و مقایسه عملکرد کنترل کننده ی بهینه ی پیشنهادی، یک کنترل کننده ی مدل زنی نیز طراحی شده است. نتایج تحلیل ها و شبیه سازی نشان می دهد که آهنگ جرمی هوا و فشار چند راهی خروجی به مقادیر مطلوب، کاملاً نزدیک است و در نتیجه نسبت کلی هوا به سوخت به خوبی کنترل شده است. بدین ترتیب کنترل کننده ی طراحی شده می تواند با مصرف انرژی بهینه با موفقیت از عهده ی اثرات غیر خطی موجود در مدل دینامیکی موتور بر آید.

Nonlinear Control of Air path in a Turbocharged Diesel Engine Using Optimization

Ahmad Assasi¹, Mehdi Mirzaei^{2*}, Rahim Khoshbakhti Saray³

Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran.

* P.O.B. 51335-1996, Tabriz, Iran, mirzaei@sut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 April 2017
Accepted 07 May 2017
Available Online 03 June 2017

Keywords:

Compression ignition engine
Air fuel ratio
Nonlinear control
Optimization
Prediction

ABSTRACT

In this paper, an optimization-based nonlinear control strategy is applied to air path control of a turbocharged diesel engine. For this aim, the air-fuel ratio (AFR) and the pressure of exhaust manifold are controlled by calculating the air mass flow rates of turbocharger and exhaust gas recirculation. Controlling AFR which affects engine power, fuel consumption and exhaust emissions, is carried out by calculating the air mass flow rate with the assumption of known fuel path. For air path modelling, the mean value model which is a suitable method with low computational time is used to achieve the air path equations. Air mass flow is calculated by the developed control laws and applied by the turbocharger and exhaust gas recirculation. In the proposed control method, the nonlinear system response is firstly predicted by Taylor series expansion and then the optimal control law is developed by minimizing the difference between the desired response and the actual response. To compare the performance of the proposed optimal controller, a sliding mode controller has been also designed. The simulation results show that the rate of air mass and the pressure of exhaust manifold are close to their desired values and consequently the AFR is well controlled. Therefore, the designed controller with optimal inputs can successfully cope with the nonlinearities existing in engine dynamics model.

1- مقدمه

هوا به سوخت² (AFR) اشاره کرد. تمامی این پارامترها زیرمجموعه ی دو حلقه ی کنترلی مسیر هوا³ و مسیر سوخت⁴ می باشند [1]. موتور خودرو دارای شرایط عملکردی متفاوتی می باشد که دینامیک موتور به شدت به این شرایط وابسته است. از میان تمام متغیرهای کنترلی موتور، نسبت هوا به سوخت که مؤثر بر هر دو حلقه ی کنترلی است، نشر

سیستم های کنترل موتورهای احتراق داخلی برای دستیابی هم زمان به کارکرد نرم موتور با بازده بالا و کاهش مصرف سوخت و آلاینده ها به صورت چشمگیری در حال توسعه می باشند. در این راستا می توان به سیستم های کنترل سرعت بی باری¹، گشتاور موتور، زمان پاشش سوخت و کنترل نسبت

² Air fuel ratio³ Air path⁴ Fuel path¹ Idle speed

Please cite this article using:

A. Assasi, M. Mirzaei, R. Khoshbakhti Saray, Nonlinear Control of Air path in a Turbocharged Diesel Engine Using Optimization, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 6, pp. 168-178, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

کنترل استفاده نمایند [6,5].

تا به امروز روش‌های کنترلی متنوعی برای کنترل موتور دیزل استفاده شده است که از این بین می‌توان به کنترل خطی با پارامتر متغیر یا LPV^{11} [8,7]، کنترل مقاوم H_{∞} [9]، کنترل تطبیقی [10]، کنترل خطی ثابت بازمان یا LTI^{12} [11]، کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل شبکه محلی [12]، روش کنترلی خطی سازی فیدبک [13]، کنترل مدلفزشی [14] و کنترل پیش بین یا MPC^{13} [15] اشاره کرد. پژوهش‌های انجام شده نشان می‌دهد که برای کنترل مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده یا از روش‌های کنترل خطی استفاده شده است که توانایی بالا در ایجاد ارتباط مستقیم بین خواص عملکردی و ورودی‌ها را بدلیل ساختار غیرخطی موتور ندارند و یا از روش‌های کنترل غیرخطی بدون توجه به بهینه‌سازی استفاده شده است. بنابراین برای کنترل مناسب هر دو ورودی از روشی باید استفاده نمود که دارای عملکردی بهینه بوده و مشخصه‌های حاصل از اثرات غیرخطی سیستم موتور را در برداشته باشد. ضمن اینکه کنترل کننده طراحی شده مناسب برای پیاده‌سازی و نیازمند به حجم محاسبات کمتری باشد.

در کار حاضر، برای کنترل مسیر هوا یک روش غیرخطی مبتنی بر بهینه‌سازی توسعه داده می‌شود و ورودیهای کنترلی برای یک سیستم چند متغیره بدست می‌آید. برای اجتناب از روش‌های حل عددی در مسائل بهینه‌سازی و به‌ویژه برای مدل غیرخطی موتور که به حجم محاسبات زیادی نیازمند است، استفاده از روش‌های تحلیلی در پیدا کردن قوانین کنترلی مورد توجه است. با توجه به آثار غیرخطی در مدل دینامیکی موتور، رسیدن به جواب‌های تحلیلی بویژه برای سیستم چند متغیره با استفاده از روش‌های کلاسیک کنترل بهینه بسیار مشکل و حتی غیرممکن است؛ بنابراین در تحقیق حاضر از روشی استفاده می‌شود که در آن پاسخ سیستم از طریق بسط تیلور¹⁴ پیش‌بینی شده و قوانین کنترلی بر اساس کمینه کردن اختلاف پاسخ‌های مطلوب و پیش‌بینی شده به دست می‌آید.

در روش کنترلی موردنظر برای بالا بردن دقت پیش‌بینی، نیازی به انتخاب تعداد جملات بیشتر از بسط تیلور نیست زیرا این کار باعث پیچیدگی کنترل کننده می‌شود. از این رو با انتخاب جملات بسط که متناسب با درجه‌ی نسبی سیستم غیرخطی می‌باشد، اثر خطای قطع بسط تیلور در خطای ردیابی به حداقل می‌رسد. برای بررسی عملکرد کنترل کننده غیرخطی بهینه، یک کنترل کننده‌ی غیرخطی برای مدل موردنظر با استفاده از روش کنترل مدلفزشی مطابق با مرجع [14] طراحی می‌شود تا به مقایسه عملکرد دو کنترل کننده پرداخته شود.

در راستای رسیدن به اهداف مذکور، ادامه مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش 2 به مدل‌سازی دینامیکی مسیر هوای موتور دیزل با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و ملزومات لازم برای به دست آوردن معادلات نهایی سیستم پرداخته خواهد شد. در بخش 3 ابتدا معادلات موتور به شکل فضای حالت نمایش داده می‌شوند که سیستم کنترلی از مرتبه سوم بوده و دارای 2 ورودی کنترلی می‌باشد. سپس با تشریح روش‌های کنترلی موردنظر، قوانین کنترلی استخراج می‌شوند. در بخش آخر نیز نتایج شبیه سازی برای ردیابی مدل مطلوب توسط کنترل کننده‌های طراحی شده، ارائه و مورد بحث قرار می‌گیرد.

آلاینده‌ها و بازده تبدیل سوخت را به صورت قابل توجه تحت تأثیر قرار می‌دهد. انحراف نسبت هوا به سوخت در حالت‌های گذرا ناشی از دو عامل محاسبه‌ی نادرست میزان هوای ورودی به سیلندر و اثرات دینامیک سوخت می‌باشد.

یکی از گونه‌های پرکاربرد موتورهای احتراق داخلی، موتورهای دیزلی می‌باشند که در آن از چرخه‌ی دیزل برای ایجاد حرکت استفاده می‌شود. فرق اصلی آن‌ها با دیگر موتورها، استفاده از احتراق در اثر تراکم است [2]. موتورهای دیزلی یا اشتعال تراکمی¹ (CIE) به دلیل مصرف سوخت پایین و سهولت فرآوری سوخت دیزل، یکی از کارآمدترین موتورهای احتراق داخلی می‌باشند به نحوی که امروزه حدود 60 درصد خودروهای سواری موجود در اروپا از قوای محرکه‌ی دیزلی برای رانش خودرو استفاده می‌کنند [3].

موتورهای دیزلی در مقایسه با موتورهای تجاری شده‌ی دیگر نسبت تراکم‌های بالاتری دارند، در نتیجه بازده حرارتی آن‌ها (بازده تبدیل سوخت) بیشتر می‌باشد، اما به دلیل این که نسبت کلی هوا به سوخت در این موتورها، فقیر (کم‌تر از مقدار استوکیومتریک²) است، دارای دو مشکل عمده‌ی زیر می‌باشند:

1) برای یک حجم جابجایی مشخص موتور، اغلب توان خروجی ترمزی کم‌تری از این موتورها نسبت به دیگر موتورها دیده می‌شود و با توجه به این که مقدار سوخت پاشیده شده برای تقویت توان موتور دیزل با حد دوده³ محدود می‌شود، سوخت تا یک حد مشخصی می‌تواند در محفظه‌ی سیلندر پاشیده شود و از آن به بعد نه تنها توان موتور بالا نمی‌رود، بلکه موتور شروع به دود کردن نیز می‌کند؛ بنابراین یکی از مهم‌ترین مشکلات موتور دیزل چگالی توان کم آن‌ها می‌باشد [4].

2) موتورهای دیزلی در کاهش نشر دی‌اکسید کربن⁴ (CO_2) موفق عمل می‌کنند، اما آلاینده‌های اکسیدهای نیتروژن⁵ (NO_x) و ذرات معلق⁶ (PM) (PM) بیش‌تری تولید می‌نمایند [4].

در دو دهه‌ی اخیر عملگرهای پیشرفته‌ای برای رفع عیوب موتورهای دیزلی استفاده شده است. از مهم‌ترین عملگرهای مورد استفاده، باز خورانی گازهای خروجی⁷ (EGR) و توربوشارژر هندسه متغیر⁸ (VGT) می‌باشد. استفاده از EGR منجر به کاهش آلاینده‌ی NO_x شده و VGT باعث افزایش توان موتور و بهره‌وری بیش‌تر از سوخت پاشیده شده می‌شود. به مجموع این دو عملگر و چند راهه‌های⁹ ورودی و خروجی، مسیر هوا گفته می‌شود که ورودی‌های این مسیر، دو عملگر اشاره شده می‌باشند.

موتور دیزل پرخوران شده، یک سیستم غیرخطی چند ورودی - چند خروجی¹⁰ (MIMO) می‌باشد که به روش‌های مختلف قابل کنترل است. متأسفانه به دلیل متغیر و فقیر بودن نسبت سوخت به هوا در موتورهای دیزلی، صرفاً با استفاده از حس‌گرهای فشار و اکسیژن نمی‌توان از انحراف AFR نسبت به حالت استوکیومتریک جلوگیری کرد. کنترل نسبت هوا به سوخت در موتورهای بنزینی معمولاً با کنترل مسیر سوخت امکان‌پذیر است ولی در موتورهای دیزلی، اگرچه در گذشته این مسیر برای کنترل سیستم موتور استفاده می‌شده است، به دلیل ناتوانی این مسیر در بهبود وضعیت توان و آلاینده‌ی موتور، محققان را بر آن داشت تا از مسیر هوا برای مدل‌سازی و

¹ Compression ignition engine

² Stoichiometric

³ Smoke limit

⁴ Carbon di oxides

⁵ Nitrogen oxides

⁶ Particulate matters

⁷ Exhaust gas recirculation

⁸ Variable geometry turbocharger

⁹ Manifold

¹⁰ Multi-Input Multi-Output

¹¹ linear parameter-varying

¹² Linear time invariant

¹³ Model predictive control

¹⁴ Taylor expansion

2- مدل سازی موتور دیزل

در این بخش به مدل سازی مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده به همراه EGR بر اساس مدل مقدار متوسط و مبتنی بر قوانین بقای جرم و انرژی می پردازیم.

مدل کامل موتور، یک معادله دیفرانسیل مرتبه هفت می باشد که برای صحت سنجی از آن استفاده می شود، اما با توجه به فرضیات انجام شده، شامل ثابت گرفتن دمای چند راهه های ورودی و خروجی، بازده های کمپرسور و توربین و بازده حجمی، مدل مورد نظر به مرتبه سه تقلیل می یابد. [17,16,7]

"شکل 1" نمای مدل مسیر هوای موتور را نشان می دهد که در ادامه به بررسی سه زیرسیستم اصلی آن، یعنی چند راهه ی ورودی، چند راهه ی خروجی و توربوشارژر می پردازیم.

2-1- چند راهه ی ورودی

برای مدل سازی چند راهه ورودی، در ابتدا معادله ی بقای جرم برای چند راهه ی ورودی نوشته می شود که در آن تغییرات جرم چند راهه برابر است با:

$$\frac{dm_i}{dt} = \dot{m}_a + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_e \quad (1)$$

$\dot{m}_{egr}$ آهنگ جرمی گاز عبوری از شیربازخورانی گازهای خروجی و $\dot{m}_e$ آهنگ جرمی گازهای ورودی به محفظه ی احتراق می باشند. $\dot{m}_a$ مقدار آهنگ جرمی هوای خروجی از کمپرسور است.

سپس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک برای توان کمپرسور و فرضیات موجود، رابطه ی نهایی آهنگ جرمی، به صورت رابطه ی زیر نوشته می شود:

$$\dot{m}_a = \frac{P_c \eta_c}{c_p T_a \left(\left(\frac{p_i}{p_a} \right)^\mu - 1 \right)} \quad (2)$$

در نتیجه با مشتق گیری از معادله حالت گاز ایده آل و جایگذاری در (1) و با توجه به اینکه تغییرات دما در مقابل تغییرات فشار ناچیز است، تغییرات فشار چند راهه ی ورودی به دست می آید.

$$\dot{p}_i = \frac{R T_i}{V_i} (\dot{m}_a + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_e) \quad (3)$$

در روابط فوق دما و فشار ورودی به کمپرسور، به ترتیب T_a و p_a و همچنین T_c دمای جریان بعد از کمپرسور، η_c بازده کمپرسور، P_c توان کمپرسور و p_i

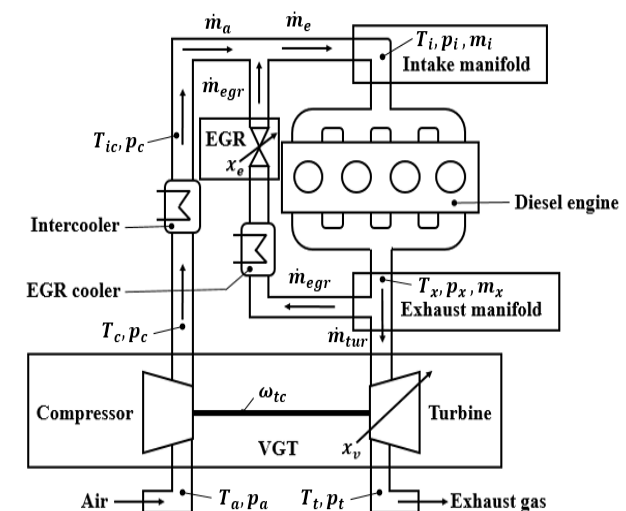


Fig. 1 Schematic diagram of turbocharged diesel engine with EGR

شکل 1 نمای کلی موتور دیزل مجهز به EGR و VGT

هم فشار چند راهه ی ورودی است. μ نیز برای سهولت در محاسبات به صورت $\mu = (c_p - c_v)/c_p$ تعریف می شود.

$\dot{m}_{egr}$ بر پایه ی اختلاف فشار موجود در چند راهه های ورودی و خروجی و با استفاده از روابط ترمودینامیکی برای انبساط آیزنتروپیک به صورت رابطه ی زیر به دست می آید [18,17].

$$\dot{m}_{egr} = C_d A_{egr}(x_e) \frac{p_x}{\sqrt{R T_x}} \psi(p_i, p_x) \quad (4)$$

که در رابطه (4)، A_{egr} سطح مقطع مؤثر بازشدگی شیر EGR و تابعی از درصد بازشدگی شیر (x_e) می باشد. C_d ضریب تخلیه شیر EGR می باشد که عموماً در A_{egr} لحاظ می شود و عملاً از ظاهر معادله حذف می شود. همچنین ψ ، تابعی از نسبت فشار قبل و بعد از شیر می باشد و به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\psi\left(\frac{p_{in}}{p_{out}}\right) = \begin{cases} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} & p_{out} < p_{cr} \\ \left(\frac{p_{in}}{p_{out}}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(1 - \left(\frac{p_{in}}{p_{out}}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)} & p_{in} \geq p_{cr} \end{cases} \quad (5)$$

با توجه به اینکه قسمت اعظم مجموعه سیال ورودی به موتور هوا می باشد، می توان ضریب نسبت گرماهای ویژه (k) را برابر با مقدار آن هوا یعنی 1.4 در نظر گرفت. در رابطه ی (5)، p_{cr} ، فشار بحرانی می باشد و زمانی که جریان در قسمت باریک یا تنگ شده به شرایط صوتی می رسد، اتفاق می افتد. اگر فشار بحرانی برابر $(2/k+1)^{\frac{k}{k-1}} p_{in}$ باشد و فشار ورودی و خروجی همان فشارهای چند راهه های ورودی و خروجی باشند، ψ به صورت رابطه ی زیر حاصل می شود [1].

$$\psi\left(\frac{p_i}{p_x}\right) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \leq \frac{p_i}{p_x} \leq 0.5 \\ \sqrt{2 \frac{p_i}{p_x} \left(1 - \frac{p_i}{p_x}\right)} & 0.5 \leq \frac{p_i}{p_x} \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

برای آهنگ جرمی ورودی به سیلندر، از رابطه ی سرعت چگالی استفاده می شود. مفهوم این روش، بر اساس چگالی هوای داخل سیلندر می باشد و فرض می شود که مقدار آن در نقطه ی BDC، برابر چگالی هوای درون چند راهه باشد.

$$\dot{m}_e = \frac{1}{2} \frac{N}{60} \frac{p_i}{R T_i} V_d \eta_v \quad (7)$$

دور موتور N بر حسب دور بر دقیقه است. واحد آهنگ جرمی هوا به فرم $(\text{kg/sec})_{\text{cycle}}$ به دست می آید و چگالی هوا نیز از معادله ی حالت گاز ایده آل برای چند راهه ی ورودی به دست می آید.

2-2- چند راهه ی خروجی

گازهای حاصل از فرآیند احتراق در انتهای کورس انبساط به محض باز شدن سوپاپ های خروجی وارد چند راهه ی خروجی می شوند. اهمیت این گازها، برای موتورهای مجهز به توربوشارژر و EGR بسیار زیاد است. چراکه بخشی از آن توسط EGR به محفظه ی سیلندر باز خورانی شده و بقیه ی آن صرف تأمین انرژی لازم برای چرخش توربین می شود. عامل مؤثر و متغیر در چند راهه ی خروجی همچون چند راهه ی ورودی، فشار می باشد و آهنگ تغییرات آن تأثیر بسزایی در عملکرد مسیر جریان هوا دارد. در این بخش، معادله ی حاکم بر چند راهه ی خروجی که همان آهنگ تغییرات فشار آن می باشد، به دست خواهد آمد. در ابتدا، معادله ی بقای جرم برای چند راهه خروجی نوشته

$$P_t = \dot{m}_{tur} c_p T_x \eta_t \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_x}\right)^\mu\right) \quad (14)$$

با توجه به روابط (3)، (11) و (13) مشاهده می‌شود که سه پارامتر متغیر در این مدل‌سازی فشار چند راهی ورودی p_t ، فشار چند راهی خروجی p_x و توان کمپرسور P_c می‌باشند که در بخش بعد به‌عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته می‌شوند.

با دقت در روابط (3)، (11) و (13) به‌وضوح تأثیر مستقیم دو عملگر EGR و VGT در معادلات موردنظر دیده می‌شود. بنابراین، دبی عبوری از این دو عملگر به‌عنوان ورودی‌های کنترلی سیستم در نظر گرفته می‌شوند. نکته‌ی آخر در بحث مدل‌سازی، انتخاب خروجی می‌باشد که $\dot{m}_a$ به‌عنوان دبی جرمی هوای واردشده به چند راهی ورودی بیش‌ترین تأثیر را بر روی نسبت کلی هوا به سوخت دارد، بنابراین یکی از خروجی‌ها این پارامتر می‌باشد و خروجی دوم، فشار چند راهی خروجی در نظر گرفته خواهد شد، که متأثر از هردو ورودی می‌باشد.

3- طراحی کنترل‌کننده

3-1- نمایش معادلات موتور به شکل فضای حالت

با توجه به بخش قبل، مدل پایه مسیر هوای موتور دیزل در شکل فضای حالت را می‌توان با یک سیستم غیرخطی مرتبه سه با دو ورودی و دو خروجی به‌صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X) + g(X)U \\ Y &= h(X) \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن متغیرهای حالت، ورودی‌های کنترلی و خروجی‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_i \\ p_x \\ p_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{egr} \\ \dot{m}_{tur} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_a \\ p_x \end{bmatrix} \quad (18)$$

و عناصر توابع غیرخطی $f_{3 \times 1}$ و $g_{3 \times 2}$ از روی معادلات سیستم به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_1 &= k_1 \dot{m}_a - k_1 k_e x_1; \quad f_2 = k_2 k_e x_1 + k_2 \dot{m}_f; \\ f_3 &= \frac{-x_3}{\tau} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} g_{11} &= k_1; \quad g_{12} = 0; \quad g_{21} = -k_2; \quad g_{22} = -k_2; \\ g_{31} &= 0; \quad g_{32} = \frac{k_t}{\tau} \left(1 - \left(\frac{p_a}{x_2}\right)^\mu\right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$h_1 = \dot{m}_a; \quad h_2 = x_2 \quad (21)$$

در روابط فوق، $\dot{m}_a$ از رابطه (2) بر حسب متغیر حالت اول نوشته می‌شود. همچنین $k_e = N V_a \eta_v / 120 R T_i$ ، $k_2 = R T_x / V_x$ ، $k_1 = R T_i / V_i$ و $k_t = \eta_t c_p T_x \eta_m$ می‌باشند و قابل‌توجه است که دور موتور N و مقدار سوخت پاشیده شده $\dot{m}_f$ مقادیر معلومی هستند و در هر نقطه‌ی کارکردی موتور تغییر می‌کنند. اگرچه این دو پارامتر ورودی کنترلی نمی‌باشند، اما به دلیل متغیر بودن آن‌ها در هر نقطه‌ی کارکردی، به‌عنوان متغیرهای خارجی یا اغتشاشات معلوم در نظر گرفته می‌شوند [11].

از معادلات سیستم ملاحظه می‌شود که درجه‌نسی هر کدام از خروجیها برابر یک می‌باشد و طبق تعریف، ورودیهای کنترلی در اولین مشتق خروجی برای اولین بار بصورت زیر ظاهر می‌شوند [20، 19]:

$$\dot{y}_1 = \dot{m}_a = z_1 + z_2 u_1 + z_3 u_2 \quad (22)$$

می‌شود که در آن $\dot{m}_f$ آهنگ جرمی سوخت پاشیده شده و $\dot{m}_{tur}$ آهنگ جرمی گازهای خروجی به سمت توربین می‌باشند.

$$\frac{dm_x}{dt} = \dot{m}_e + \dot{m}_f - \dot{m}_{egr} - \dot{m}_{tur} \quad (8)$$

با توجه به این که در کار حاضر حلقه‌ی کنترلی مسیر هوا مدنظر است و مسیر سوخت معلوم در نظر گرفته می‌شود، دو پارامتر اصلی مسیر سوخت یعنی دور موتور و مقدار سوخت پاشیده شده به‌عنوان متغیرهای خارجی معلوم در نظر گرفته می‌شوند. محاسبه‌ی $\dot{m}_{tur}$ که همان آهنگ جرمی عبوری از توربین می‌باشد به این صورت است که پره‌های توربین VGT به‌صورت یک روزنه در نظر گرفته شده و جریان عبوری از آن همانند شیر EGR قابل‌تراکم است [17].

$$\dot{m}_{tur} = C_t A_{vgt}(x_p) \varphi \left(\frac{p_a}{p_x}\right) \quad (9)$$

در رابطه‌ی (9)، A_{vgt} سطح مقطع مؤثر بازشدگی پره‌های توربین می‌باشد که تابع درجه‌یک، از درصد بازشدگی پره‌ها در نظر گرفته می‌شود و رابطه‌ی کاربردی بیش‌تر مراجع برای φ به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \varphi \left(\frac{p_a}{p_x}\right) &= \left[c \left(\frac{p_x}{p_a} - 1\right) + d \right] \frac{p_x}{p_{ref}} \sqrt{\frac{T_{ref}}{T_x}} \sqrt{2 \frac{p_a}{p_x} \left(1 - \frac{p_a}{p_x}\right)} \end{aligned} \quad (10)$$

برای به دست آوردن معادله‌ی فشار از معادله‌ی حالت گاز ایده آل در چند راهی خروجی هوا مشتق گرفته می‌شود و با جایگذاری در رابطه (8) آهنگ تغییرات فشار چند راهی خروجی به دست می‌آید.

$$\dot{p}_x = \frac{R T_x}{V_x} (\dot{m}_e + \dot{m}_f - \dot{m}_{egr} - \dot{m}_{tur}) \quad (11)$$

3-2- توربوشارژر

سومین معادله‌ی لازم برای مدل‌سازی مسیر هوا، از معادله‌ی دینامیکی شفت توربوشارژر حاصل می‌شود [17، 18].

$$\dot{\omega}_{tc}(t) = \frac{1}{I_{tc}} (T r_t(t) - T r_c(t) - T r_f(t)) \quad (12)$$

در رابطه‌ی (12)، I_{tc} لختی چرخشی¹ شفت اتصال توربین و کمپرسور در توربوشارژر می‌باشد و $T r_t(t)$ و $T r_c(t)$ به ترتیب گشتاور اتلافی ناشی از اصطکاک یاتاقان‌ها و گشتاور کمپرسور و توربین می‌باشند. با ضرب ω_{tc} ، سرعت دورانی شفت، در دو طرف معادله و با توجه به تعریف توان و صرف‌نظر از توان اتلافی به رابطه‌ی نهایی حاصل از دینامیک شفت می‌رسیم. در این رابطه، η_m به‌عنوان بازده مکانیکی در توان توربین ضرب شده است تا عملکرد توان توربین واقعی‌تر باشد. گشتاور تولیدشده توسط موتور بلافاصله به افزایش فشار چند راهی پاسخ نشان نمی‌دهد و یک تأخیر وجود دارد که اگرچه در موتورهای مجهز به VGT این تأخیر بسیار کم است؛ اما بازهم نمی‌توان آن را نادیده گرفت. بنابراین در رابطه‌ی توربوشارژر از τ به‌عنوان پارامتر تأخیر زمانی که در این کار ثابت می‌باشد، استفاده می‌شود.

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (\eta_m P_t - P_c) \quad (13)$$

برای محاسبه‌ی توان توربین که در رابطه‌ی (13) به‌کاررفته است، مشابه توان کمپرسور عمل می‌شود به دلیل این که جریان خروجی از توربین وارد محیط می‌شود فشار خروجی از آن، برابر p_a می‌باشد. به‌این ترتیب سه معادله دیفرانسیل اصلی مسیر هوا از طریق مدل‌سازی به روش مقدار متوسط به دست آورده شدند.

¹ Rotational inertia

بدین ترتیب شاخص عملکرد بر حسب ورودی‌های کنترلی در لحظه‌ی فعلی قابل حصول است. حال با اعمال شرط لازم بهینه بودن، $\partial J / \partial u_i = 0$ ، ورودی‌های کنترلی به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$u_1 = -\frac{k_2[e_1 + h(z_1 - \dot{y}_{1d})] + z_3[e_2 + h(f_2 - \dot{y}_{2d})]}{k_2 h(z_2 - z_3)} \quad (31)$$

$$u_2 = \frac{k_2[e_1 + h(z_1 - \dot{y}_{1d})] + z_2[e_2 + h(f_2 - \dot{y}_{2d})]}{k_2 h(z_2 - z_3)} \quad (32)$$

برای بررسی و تحلیل سیستم حلقه بسته، قوانین کنترلی (31) و (32) در معادلات دینامیک خروجی‌ها (روابط (22) و (23))، جاگذاری می‌شود. با این کار دینامیک سیستم حلقه بسته بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{e}_1 + \frac{1}{h} e_1 = 0 \quad (33)$$

$$\dot{e}_2 + \frac{1}{h} e_2 = 0 \quad (34)$$

که در آن e_1 و e_2 خطاهای ردیابی خروجی‌ها به صورت زیر می‌باشند.

$$e_1 = y_1 - y_{1d} \quad (35)$$

$$e_2 = y_2 - y_{2d} \quad (36)$$

با حل معادلات دیفرانسیل در روابط (34) و (35)، پاسخ دینامیک خطا به حالت زیر به دست می‌آید:

$$e_i = e_{i0} e^{\left(-\frac{t}{h}\right)} \quad (37)$$

از آنجا که مقدار h عددی مثبت است، پس در رابطه (37) ضرب t در توان یک عدد منفی خواهد بود. واضح است که خطای ردیابی به ازای خطای اولیه e_{i0} با گذشت زمان به صفر میل می‌کند. پس قانون کنترلی قادر به تضمین مقدار مطلوب خروجی خواهد بود. ملاحظه می‌گردد که چون معادلات دینامیک خطا خطی و مستقل از زمان است، قوانین کنترلی (31) و (32) که در حالت کنترل ارزان و بدون اعمال ضرایب وزنی روی ورودی‌های کنترلی بدست آمده‌اند، منجر به حالتی از خطی‌سازی ورودی و خروجی می‌شود. بدین ترتیب سیستم حلقه بسته، خطی و به ازای هر $h > 0$ پایدار نمایی است. با توجه به دینامیک خطا، هنگامی که خطای اولیه صفر باشد، ردیابی کامل خروجی‌های موردنظر برای تمامی زمان‌ها حفظ می‌شود. بعلاوه در این روش دیده می‌شود که برخلاف سایر روش‌های کنترلی بهینه‌ی کلاسیک نظیر LQR [21]، با اعمال ضرایب وزنی صفر روی ورودی‌های کنترلی نه تنها انرژی کنترلی نامحدود نمی‌شود، بلکه برای رسیدن به ردیابی کامل، از کم‌ترین مقدار ورودی کنترلی به علت استفاده از حداقل مرتبه‌ی کنترلی (مرتبه‌ی صفر) استفاده می‌گردد.

نکته‌ی قابل توجه در قوانین کنترلی ارائه شده، نقش زمان پیش‌بین h به عنوان پارامتر آزاد و قابل تنظیم می‌باشد. همانطور که در دینامیک خطای (33) و (34) ملاحظه می‌شود این پارامتر به عنوان ثابت زمانی سیستم حلقه بسته بوده و با کاهش آن سرعت پاسخ دهی سیستم زیاد می‌شود. همچنین با تغییر پارامتر آزاد h می‌توان مقاومت کنترل کننده در مقابل دینامیک مدل نشده را افزایش داد. برای نشان دادن این مسئله و بررسی پایداری کنترل کننده در حضور نامعینی، فرض می‌کنیم دینامیک مدل نشده با عبارتهای $A_1(x)$ و $A_2(x)$ بصورت زیر به دینامیک خروجی‌های سیستم که بر حسب توابعی از متغیرهای حالت در معادلات خروجی (22) و (23) نوشته شده‌اند، اضافه می‌شود [14]:

$$\dot{y}_1 = z_1 + z_2 u_1 + z_3 u_2 + A_1(x) \quad (38)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{x}_2 = f_2 - k_2 u_1 - k_2 u_2 \quad (23)$$

که در آن

$$z_1 = \frac{-\dot{m}_a}{\tau} - \frac{k_1 \dot{m}_a^2 \mu \left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu-1}}{p_a \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} + \frac{k_1 k_e \dot{m}_a \mu x_1 \left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu-1}}{p_a \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} \quad (24)$$

$$z_2 = -\frac{k_1 \dot{m}_a \mu \left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu-1}}{p_a \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} \quad (25)$$

$$z_3 = \frac{k_c k_t \left(1 - \left(\frac{p_a}{x_2}\right)^{\mu}\right)}{\tau \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} \quad (26)$$

2-3- طراحی کنترل کننده‌ی غیرخطی بهینه

در این قسمت، یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی برای طراحی کنترل کننده‌ی غیرخطی آهنگ جرمی هوای ورودی به چند راهه‌ی ورودی و فشار چند راهه‌ی خروجی توسعه داده شده و سپس تحلیل می‌گردد. اساس روش کنترلی موردنظر، پیش‌بینی پاسخ غیرخطی مدل موردنظر است. در ابتدا خروجی سیستم مدل شده و پاسخ سیستم در لحظه‌ی بعدی، $(t+h)$ ، از روی مدل غیرخطی سیستم توسط بسط تیلور پیش‌بینی شده و سپس قانون کنترلی در لحظه‌ی فعلی از طریق کمینه کردن مقدار پاسخ مطلوب و پاسخ پیش‌بینی شده به دست می‌آید. قانون کنترلی حاصل به صورت تحلیلی بوده و به حل مسئله بهینه‌سازی به صورت هم‌زمان و عددی در هر مرحله‌ی کنترلی نیازی ندارد، بنابراین برای حل و پیاده‌سازی مناسب می‌باشد [20,19].

در این روش تابع هزینه به نحوی که خطای ردیابی را در لحظه‌ی بعدی و انرژی کنترلی را در لحظه‌ی فعلی جرمیه کند، بیان می‌شود.

$$J(u_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 w_i [y_i(t+h) - y_{id}(t+h)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 w_{j+2} u_j^2 \quad (27)$$

در رابطه (27) با اعمال ضرایب وزنی بر روی ورودی‌های کنترلی، مقدار آنها محدود می‌شود، ولی در مدل مربوط به کنترل آهنگ جرمی هوا نیازی به این محدودکننده نیست چراکه در صورت وجود آن و افزایش مقدار ورودی کنترلی بیش از حد معمول، مقدار دبی هوا نسبت به مقدار مطلوب آن انحراف خواهد داشت. در اینجا کنترل کننده با این فرض طراحی می‌شود که هیچ‌گونه محدودیتی روی ورودی کنترلی نیست که این حالت همان کنترل ارزان می‌باشد و در آن $w_3 = w_4 = 0$.

نکته اصلی انتخاب مرتبه بسط تیلور برای هر خروجی است، به طوری که با اهداف طراحی کنترل کننده بر اساس پیش‌بینی متناسب باشد. معمولاً مرتبه‌ی بسط، درجه‌ی نسبی سیستم می‌باشد. با توجه به دو رابطه (22) و (23)، درجه‌ی نسبی هر دو خروجی برابر یک می‌باشد و استفاده از دو جمله بسط تیلور به صورت زیر برای پیش‌بینی خروجی‌ها کافی است.

$$y_1(t+h) = y_1(t) + h \dot{y}_1(t) \quad (28)$$

$$y_2(t+h) = y_2(t) + h \dot{y}_2(t) \quad (29)$$

با جایگذاری جملات بسط داده شده در شاخص عملکرد، این شاخص بر حسب متغیرها در لحظه فعلی نوشته می‌شود، یعنی:

$$J(u_i) = \frac{1}{2} w_1 [(y_1(t) - y_{1d}(t)) + h(\dot{y}_1(t) - \dot{y}_{1d}(t))]^2 + \frac{1}{2} w_2 [(y_2(t) - y_{2d}(t)) + h(\dot{y}_2(t) - \dot{y}_{2d}(t))]^2 \quad (30)$$

که در آن دینامیک خروجی‌ها از معادلات (22) و (23) جاگذاری می‌شوند.

با توجه به حضور h در مخرج قوانین کنترلی، امکان پذیر نیست. بنابراین در مسائلی که رسیدن به خطای صفر ضروری می‌باشد استفاده از روشهایی مثل فیدبک انتگرال خروجی می‌تواند کارساز باشد که اینکار قبلاً توسط نویسندگان برای یک سیستم تک‌ورودی-تک‌خروجی اعمال شده است و از اثرات آن پیچیدگی سیستم و افزایش انرژی کنترلی می‌باشد [22]. اما در بسیاری از مسائل کاربردی مثل مقاله حاضر، خطای ردیابی مجاز قابل قبول می‌باشد و انتظار می‌رود انرژی کنترلی به ازای خطای ردیابی مجاز در حداقل ممکن قرار بگیرد.

برای بررسی بهتر روش ارائه‌شده و مقایسه‌ی پاسخ‌ها در شرایط گذرا و پایا، از کنترل مدلفزشی که یک روش معمول و استفاده‌شده در کنترل موتور دیزل پرخوران شده می‌باشد، بهره می‌گیریم.

3-3- طراحی کنترل‌کننده مدلفزشی

در این بخش به طراحی کنترل مدلفزشی¹ (SMC) برای سیستم موردنظر با در نظر گرفتن نامعینی‌ها می‌پردازیم. با توجه به اینکه درجه‌ی نسبی سیستم برای هرکدام از خروجی‌ها مطابق روابط (22) و (23) برابر یک می‌باشد، لذا برای هر خروجی سطح لغزشی را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$S_i = e_i \quad i = 1, 2 \quad (50)$$

که در آن $e_i = y_i - y_{id}$ اختلاف خروجی‌ها از مقدار مطلوب می‌باشد. دینامیک سطح لغزشی با مشتق گیری S_i نسبت به زمان بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{S}_i = \dot{y}_i - \dot{y}_{id} \quad (51)$$

با جاگذاری مشتقات زمانی هر کدام از خروجی‌ها از روابط (22) و (23)، روابط زیر برای دینامیک سطوح لغزشی قابل حصول است:

$$\dot{S}_1 = z_1 + z_2 u_1 + z_3 u_2 - \dot{y}_{1d} \quad (52)$$

$$\dot{S}_2 = f_2 - k_2 u_1 - k_2 u_2 - \dot{y}_{2d} \quad (53)$$

حال ورودی‌های کنترلی معادل از روابط $\dot{S}_1 = \dot{S}_2 = 0$ به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$u_{1eq} = \frac{-k_2(z_1 - \dot{y}_{1d}) - z_3(f_2 - \dot{y}_{2d})}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (54)$$

$$u_{2eq} = \frac{k_2(z_1 - \dot{y}_{1d}) + z_2(f_2 - \dot{y}_{2d})}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (55)$$

با در نظر گرفتن نامعینی‌های مدل در دینامیک خروجی‌ها مطابق روابط (38) و (39)، رابطه‌ی (51) بصورت زیر بازنویسی می‌شود [14]:

$$\dot{S}_i = \dot{y}_i - \dot{y}_{id} + A_i(x) \quad (56)$$

که در آن $A_i(x)$ بیان‌کننده نامعینی‌های ایجاد شده توسط پارامترهای مدل می‌باشد و دارای حد بالا بصورت رابطه‌ی (40) می‌باشند. حال با تصحیح قوانین کنترلی (54) و (55) بصورت زیر می‌توان مقاومت کنترل‌کننده در مقابل نامعینی‌ها را افزایش داد و ردیابی مجانبی خروجی‌ها را تضمین نمود:

$$u_1 = \frac{-k_2(z_1 - \dot{y}_{1d} + d_1 \operatorname{sgn}(S_1)) - z_3(f_2 - \dot{y}_{2d} + d_2 \operatorname{sgn}(S_2))}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (57)$$

$$u_2 = \frac{k_2(z_1 - \dot{y}_{1d} + d_1 \operatorname{sgn}(S_1)) + z_2(f_2 - \dot{y}_{2d} + d_2 \operatorname{sgn}(S_2))}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (58)$$

$$\dot{y}_2 = f_2 - k_2 u_1 - k_2 u_2 + A_2(x) \quad (39)$$

فرض می‌کنیم که عبارت نامعینی‌ها محدود بوده و دارای کران بالا بصورت زیر باشند:

$$|A_i(x)| < D_i, \quad i = 1, 2 \quad (40)$$

که D_i عدد مثبت می‌باشد. با جاگذاری قوانین کنترلی (31) و (32) در معادلات خروجی‌های واقعی (روابط (38) و (39))، دینامیک سیستم حلقه بسته برحسب خطاهای ردیابی خروجی‌ها بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{e}_1 + \frac{1}{h} e_1 = A_1(x) \quad (41)$$

$$\dot{e}_2 + \frac{1}{h} e_2 = A_2(x) \quad (42)$$

برای تحلیل خطا و بررسی عملکرد قوانین کنترلی طراحی شده در حضور نامعینی‌ها، تابع لیپانوف به شکل زیر تعریف شده و مشتق زمانی آن محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} (e_1^2 + e_2^2) \quad (43)$$

$$\dot{V} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \quad (44)$$

با استفاده از روابط (41) و (42)، مشتق تابع لیپانوف در رابطه‌ی (44) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 \left(-\frac{1}{h} e_1 + A_1 \right) + e_2 \left(-\frac{1}{h} e_2 + A_2 \right) \\ &= -\frac{1}{h} (e_1^2 + e_2^2) + e_1 A_1 + e_2 A_2 \end{aligned} \quad (45)$$

با در نظر گرفتن کران بالای عبارتهای نامعینی از رابطه‌ی (40)، نتیجه‌ی زیر گرفته می‌شود:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{h} (e_1^2 + e_2^2) + |e_1| D_1 + |e_2| D_2 \quad (46)$$

حال از ناتساوی معروف زیر که حاصل اتحاد دوم می‌باشد استفاده می‌کنیم:

$$ab \leq ca^2 + b^2/4c \quad (47)$$

که در آن a ، b و c اعداد حقیقی و مثبت می‌باشند. با اعمال ناتساوی فوق به دو تا از عبارتهای سمت راست رابطه‌ی (48) و با در نظر گرفتن $c = 1/4h$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{h} (e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{4h} e_1^2 + h D_1^2 + \frac{1}{4h} e_2^2 \\ &\quad + h D_2^2 \\ &\leq -\frac{3}{4h} (e_1^2 + e_2^2) + h (D_1^2 + D_2^2) \\ &\leq -\frac{3}{2h} V + h N^2 \end{aligned} \quad (48)$$

که $N^2 = D_1^2 + D_2^2$ می‌باشد. از ناتساوی فوق نتیجه می‌شود که:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \|e\|^2 \leq [V(0) - \frac{2h^2 N^2}{3}] e^{-\frac{3}{2h} t} + \frac{2h^2 N^2}{3} \\ &\leq \frac{2h^2 N^2}{3} \end{aligned} \quad (49)$$

رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که خطا با گذشت زمان در داخل مجموعه‌ی $\{\|e\| \leq 2hN/\sqrt{3}\}$ محدود می‌شود و بدین ترتیب پایداری سیستم از نظر لیپانوف تضمین می‌شود. اما از آنجا که h پارامتر آزاد کنترل‌کننده می‌باشد می‌توان با انتخاب این پارامتر، خطا را از هر مقدار دلخواه $\varepsilon > 0$ کوچکتر نمود. به عبارتی با انتخاب پارامتر آزاد h بصورت $0 < h < \sqrt{3}\varepsilon/2N$ خطای ردیابی به مجموعه‌ی $\{\|e\| \leq \varepsilon\}$ همگرا خواهد شد. توجه شود که با کنترل‌کننده‌ی طراحی شده، امکان رسیدن به پایداری مجانبی و همگرایی خطا به سمت صفر وجود ندارد چرا که لازمه‌ی آن انتخاب $h = 0$ است و این

¹ Sliding mode control

جدول 2 مشخصات موتور شبیه‌سازی شده [24]

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
V_i	0.006 Cqm	R	287 J/kg/K
c_p	1014.4 J/kg/K	T_i	313 K
V_d	0.002 Cqm	T_{ref}, T_a	298 K
P_a, P_{ref}	101300 Pa	τ	0.11 s
η_m	0.98	μ	0.286
V_x	0.001 Cqm	η_v	0.87
a	-0.136	T_x	509 K
b	0.176	c	0.4
d	0.6	a_1	0.00015535
b_1	0.00034119	c_1	0.00000171

4-1 نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی بهینه با زمان پیش‌بینی h برابر 0.05 نشان داده خواهد شد. در "شکل 2" و "شکل 3" متغیرهای حالت سیستم که فشار چند راهه‌ی ورودی و توان کمپرسور می‌باشند به نمایش گذاشته شده است و در "شکل 4" و "شکل 5" دبی جرمی هوای چند راهه ورودی و فشار چند راهه خروجی به عنوان خروجی‌های سیستم نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود که هیچ خطایی در حالت پایدار سیستم وجود ندارد و هیچ جهشی³ نیز در رسیدن به این حالت دیده نمی‌شود.

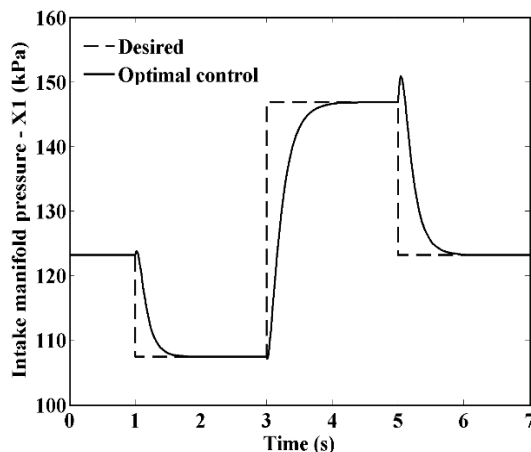


Fig. 2 Intake manifold pressure for optimal controller

شکل 2 فشار چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

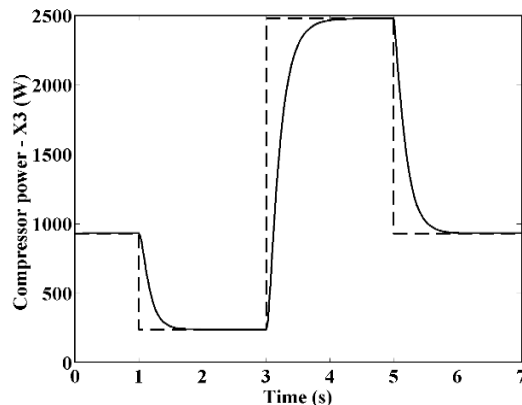


Fig. 3 Compressor power for optimal controller

شکل 3 توان انتقالی کمپرسور برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

که در آن d_i ($i=1,2$) بهره‌ی سوئیچینگ¹ بوده و $\text{sgn}(\cdot)$ تابع علامت می‌باشد. برای اثبات ردیابی مجانبی برای قوانین کنترلی فوق در حضور نامعینی‌ها، تابع لیاپانوف به شکل زیر تعریف شده و مشتق زمانی آن محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} (S_1^2 + S_2^2) \quad (59)$$

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + S_2 \dot{S}_2 \quad (60)$$

با اعمال دینامیک سطوح لغزش از رابطه‌ی (56) و استفاده از قوانین کنترلی (57) و (58)، مشتق تابع لیاپانوف در رابطه‌ی (60) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S_1 (-d_1 \text{sgn}(S_1) + A_1) + S_2 (d_2 \text{sgn}(S_2) + A_2) \\ &= -d_1 |S_1| + S_1 A_1 - d_2 |S_2| + S_2 A_2 \end{aligned} \quad (61)$$

با اعمال کران بالای نامعینی‌ها از رابطه‌ی (40)، خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq |S_1|(-d_1 + D_1) + |S_2|(-d_2 + D_2) \quad (62)$$

حال اگر بهره‌های سوئیچینگ را بزرگتر از کران بالای نامعینی‌ها انتخاب کنیم، یعنی:

$$d_i > D_i + n \quad (63)$$

که n عددی مثبت و کوچک می‌باشد، در اینصورت خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -n(|S_1| + |S_2|) \quad (64)$$

ملاحظه می‌شود که سمت راست معادله‌ی فوق همواره منفی می‌باشد و بدین ترتیب ردیابی مجانبی در حضور نامعینی‌ها تضمین می‌شود. در ادامه برای کاهش پدیده چترینگ² از تخمین معروف زیر برای تابع علامت استفاده می‌کنیم [23,14]:

$$\text{sgn}(S) = \frac{S}{|S| + \xi} \quad (65)$$

که در آن ξ عدد مثبت می‌باشد و با تنظیم آن می‌توان به ازای خطای ردیابی مجاز، چترینگ را کاهش داد.

4-2 نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای ردیابی خروجی‌های سیستم توسط کنترل‌کننده‌های طراحی شده در بخش قبل، ارائه و مورد بحث قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌های مورد نظر در محیط نرم‌افزار مطلب انجام شده است. شبیه‌سازی صورت گرفته برای چهار نقطه کارکردی موتور انجام شده است که در جدول 1 مقادیر مطلوب در هر نقطه، آورده شده است. در مدل موتور پارامترهای زیادی همچون دما، فشار، بازده‌های حجمی و غیره نیاز می‌باشد. مقادیر نامی پارامترهای مدل موتور که در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است، در جدول 2 آورده شده‌اند.

برای مقایسه بهتر دو روش کنترلی، ضرایب مورد نیاز هر کدام از روش‌ها به نحوی انتخاب گردید که انتگرال انرژی‌های کنترلی دو روش نزدیک به هم بوده و خطای ردیابی محاسبه گردید.

جدول 1 مقادیر مطلوب متغیرهای سیستم [24]

متغیر	نقطه 1	نقطه 2	نقطه 3	نقطه 4
$x_{egr}(\%)$	12.87	72.14	3.07	12.87
$x_{vgt}(\%)$	70	10	86	70
$\dot{m}_f(\text{kg/s})$	0.00125	0.00166	0.00138	0.00125
$N(1/\text{min})$	1900	2100	2000	1900
$p_i(\text{Pa})$	123170	107440	146860	123170
$p_c(\text{Pa})$	131370	108970	171590	131370
$P_c(\text{W})$	932	239.6	2480.8	932

¹ Switching gain² Chattering³ Overshoot

4-2- نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده مد لغزشی

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی مد لغزشی آورده شده است. در "شکل 7" تغییرات فشار چند راهه ورودی با توجه به ضرایب تنظیم‌شده برای برابری انتگرال انرژی‌های کنترلی نسبت به حالت کنترل‌کننده بهینه به نمایش گذاشته شده و پارامتر دیگری که روی دبی جرمی هوا تأثیرگذار است، توان کمپرسور، در "شکل 8" مشاهده می‌شود. دبی جرمی هوای چند راهه ورودی و فشار چند راهه خروجی نیز در "شکل 9" و "شکل 10" به عنوان خروجی‌های سیستم نشان داده شده‌اند.

مشاهده می‌شود که پاسخ‌های این روش نیز هیچ خطایی در حالت پایدار ندارند ولی اکثر آنها برای رسیدن به حالت پایدار دارای جهش می‌باشند که این مقدار در فشار چند راهه خروجی بسیار زیاد بوده و باعث افزایش خطا در مجموع می‌شود.

حال برای بررسی مقاومت کنترل‌کننده مد لغزشی، میزان مشخصی نامعینی هم‌زمان به برخی از پارامترهای سیستم، k_1, k_2, k_c, k_e, k_t با ثابت بودن ضرایب d_i و ξ اعمال شد که در این بین $k_c = \eta_c / c_p T_a$ بدین شکل تعریف می‌گردد. با افزایش نامعینی‌ها، پاسخ‌ها بدلیل اعمال ξ برای جلوگیری از چترینگ، از مقدار مطلوب فاصله گرفته و سبب ایجاد خطای پایا می‌شود که به عنوان نمونه نتایج نسبت هوا به سوخت در "شکل 11" آورده شده است.

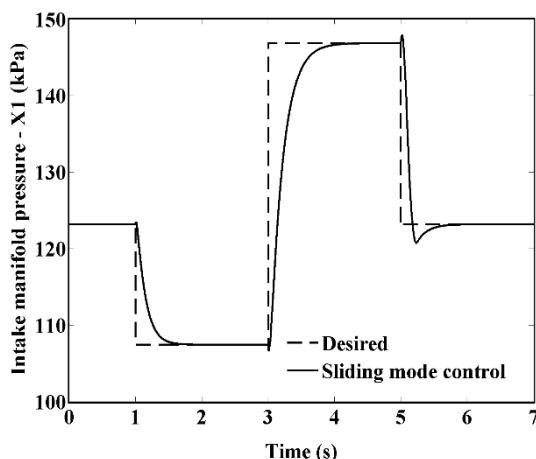


Fig. 7 Intake manifold pressure for sliding mode controller

شکل 7 فشار چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده مد لغزشی

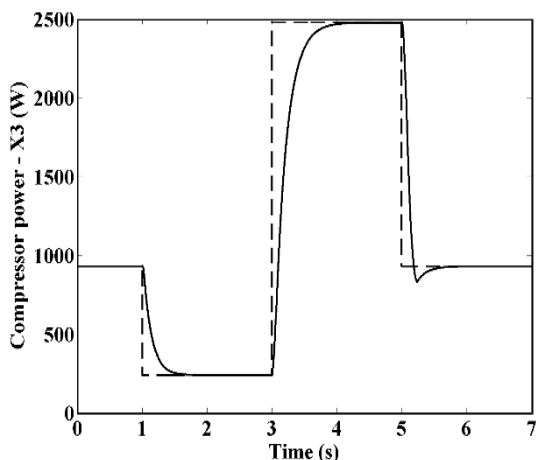


Fig. 8 Compressor power for sliding mode controller

شکل 8 توان انتقالی کمپرسور برای کنترل‌کننده مد لغزشی

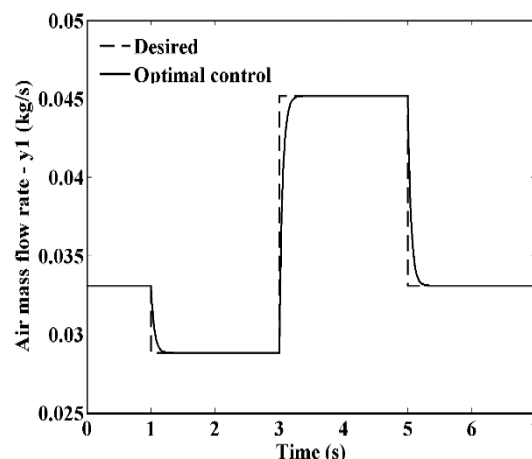


Fig. 4 Air mass flow rate for optimal controller

شکل 4 دبی جرمی هوای ورودی به چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

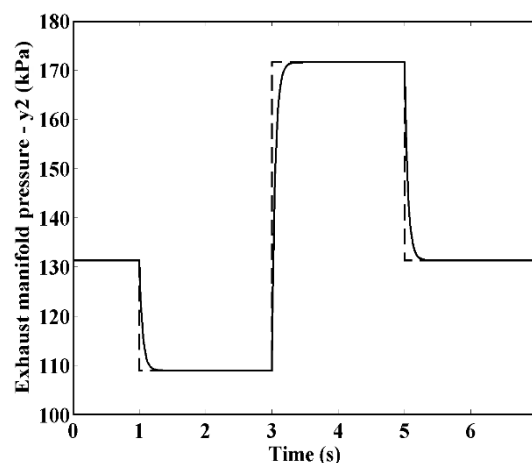


Fig. 5 Exhaust manifold pressure for optimal controller

شکل 5 فشار چند راهه خروجی برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده موردنظر، به ازای مقادیر مختلف زمان پیش‌بینی، روند تغییرات نسبت هوا به سوخت بر اساس تغییرات h در "شکل 6" نشان داده شده است و همان‌طور که مشاهده می‌شود، هرچقدر که h کاهش یافته، سرعت میل کردن نیز بهبود یافته است.

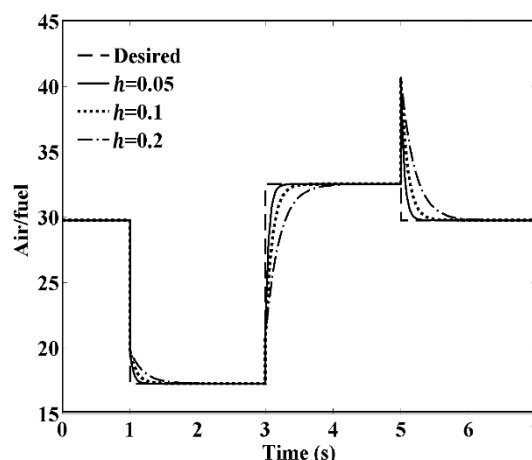


Fig. 6 Air fuel ratio based on changing h for Optimal controller

شکل 6 نسبت هوا به سوخت با تغییر h برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

خطای ردیابی نیز به ترتیب در جدول 3 و جدول 4 نمایش داده شده است. همانطور که در جدول 3 مشاهده می‌شود، پارامترهای آزاد دو روش به نحوی تنظیم شده تا میزان انتگرال انرژی‌های کنترلی تقریباً برابر و حتی مقدار آن برای حالت بهینه کمتر نیز در نظر گرفته شود تا بتوان به خوبی دو روش را از نظر میزان خطای ردیابی با یکدیگر مقایسه نمود. نتایج جدول 4 نیز برتری روش مبتنی بر بهینه‌سازی نسبت به روش مدل‌گزشی از نظر مقدار خطا را بیان می‌کند. لازم به ذکر است که زمان پردازش روش بهینه نیز در مقایسه با روش مدل‌گزشی بسیار کمتر بود.

قابل ذکر است که دقت پاسخ‌دهی روش بهینه در حضور نامعینی را همانند حالت بدون نامعینی با کاهش مقدار زمان پیش‌بینی، h ، می‌توان افزایش داد که در "شکل 14" نشان داده شده است.

5- نتیجه‌گیری

در این کار از یک مدل کنترل محور به نام مدل مقدار متوسط برای مدل‌سازی معادلات موتور استفاده شد تا بتوان عملکرد آن را در حد مورد نیاز شبیه‌سازی کرد. با توجه به مشخصه‌های دینامیکی موتور، قوانین کنترل غیرخطی بهینه مبتنی بر پیش‌بین و مدل‌گزشی توسعه داده شد.

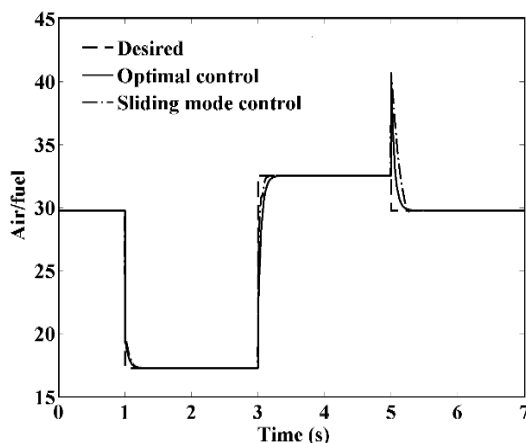


Fig. 12 Comparison of Air fuel ratio for both SMC and Optimal control without uncertainties

شکل 12 مقایسه نسبت هوا به سوخت برای دو کنترل‌کننده مدل‌گزشی و بهینه بدون نامعینی

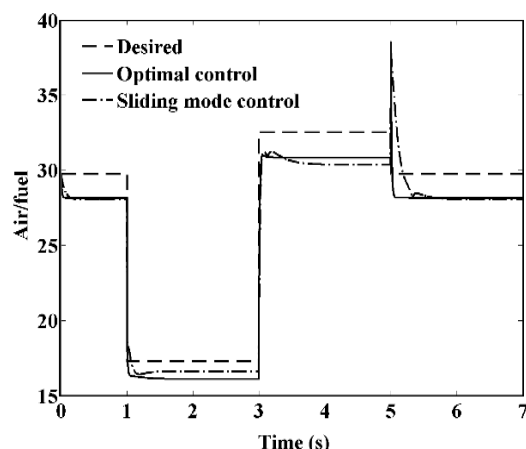


Fig. 13 Comparison of Air fuel ratio for both SMC and Optimal control with 5% uncertainties

شکل 13 مقایسه نسبت هوا به سوخت برای دو کنترل‌کننده مدل‌گزشی و بهینه دارای 5% نامعینی

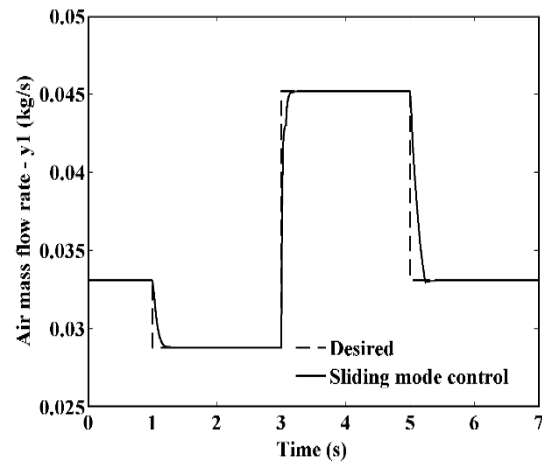


Fig. 9 Air mass flow rate for sliding mode controller

شکل 9 دبی جرمی هوای ورودی به چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده مدل‌گزشی

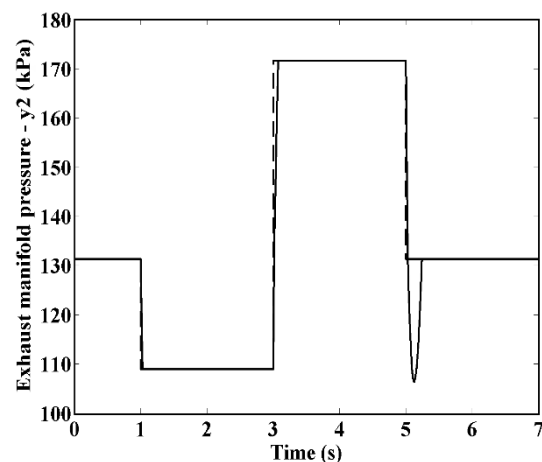


Fig. 10 Exhaust manifold pressure for sliding mode controller

شکل 10 فشار چند راهه خروجی برای کنترل‌کننده مدل‌گزشی

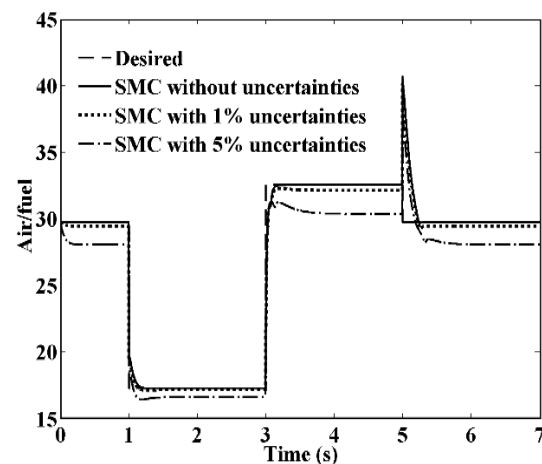


Fig. 11 Air fuel ratio based on changing the uncertainties value for sliding mode controller

شکل 11 نسبت هوا به سوخت با تغییر در میزان نامعینی‌ها برای کنترل‌کننده مدل‌گزشی

3-4- مقایسه دو روش کنترلی

برای مقایسه دو روش اعمالی در این کار، نسبت هوا به سوخت برای هر دو روش در "شکل 12" در حالت نبودن نامعینی و "شکل 13" برای شرایط دارای 5% نامعینی آورده شده است. میزان انتگرال انرژی‌های کنترلی و انتگرال

بوده و پیاده سازی آن آسان است.

2- کنترل کننده ی مورد نظر قابلیت ایجاد شرایط بهینه را دارد و می تواند در صورت نیاز محدودیت های لازم را روی ورودی های کنترلی ایجاد کند و قابل تعمیم برای مدل های کامل تر نیز می باشد.

بنابراین بر اساس مدل سازی مقدار متوسط برای مسیر هوا و طراحی کنترل کننده با روش پیش بین، عملکرد موتور تحت شرایط پایا و به خصوص گذرا، مناسب ارزیابی می شود و در نتیجه اهداف اصلی مدل سازی و کنترل مسیر هوای موتور دیزل پر خورانه شده که شامل کاهش آلایندگی، بهبود توان موتور، کاهش سروصدا و ارتعاشات موتور می باشد، محقق می گردد.

6- فهرست علائم

A_{egr}	سطح مقطع مؤثر شیر باز خورانی گازهای خروجی (m^2)
A_{vgt}	سطح مقطع مؤثر باز شدگی پره های توربین (m^2)
AFR	نسبت هوا به سوخت
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت (kJ/kgK)
c_v	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت (kJ/kgK)
h_t	آنتالپی جریان بعد از توربین (kJ/kg)
h_x	آنتالپی جریان قبل از توربین (kJ/kg)
I_{tc}	لختی چرخشی محور توربو شارژر (kgm^2)
m_i	جرم گاز درون چند راهه ی ورودی (kg)
m_x	جرم گاز درون چند راهه ی خروجی (kg)
$\dot{m}_a$	آهنگ جرمی هوای ورودی به چند راهه ی ورودی (kg/s)
$\dot{m}_e$	آهنگ جرمی گاز ورودی به محفظه ی احتراق (kg/s)
$\dot{m}_{egr}$	آهنگ جرمی مقدار گاز عبوری از شیر باز خورانی گازهای خروجی (kg/s)
$\dot{m}_f$	مقدار سوخت پاشیده شده به محفظه ی احتراق (kg/s)
$\dot{m}_{tur}$	آهنگ جرمی مقدار گاز خروجی عبوری از توربین (kg/s)
p_a	فشار جریان ورودی به کمپرسور (Pa)
p_c	فشار جریان بعد از کمپرسور (Pa)
P_c	توان بعد از کمپرسور (W)
p_i	فشار گاز درون چند راهه ی ورودی (Pa)
p_t	فشار جریان خروجی از توربین (Pa)
P_t	توان توربین (W)
p_x	فشار جریان ورودی به توربین (Pa)
T_a	دمای جریان ورودی به کمپرسور (K)
$T_{c,s}$	دمای آیزنتروپیک جریان خروجی از کمپرسور (K)
T_c	دمای جریان بعد از کمپرسور (K)
T_i	دمای گاز درون چند راهه ی ورودی (K)
T_{ref}	دمای مرجع (K)
Tr_c	گشتاور کمپرسور (Nm)
Tr_f	گشتاور اصطکاکی (Nm)
Tr_t	گشتاور توربین (Nm)
T_t	دمای جریان خروجی از توربین (K)
T_x	دمای جریان ورودی به توربین (K)

7- مراجع

- [1] J. F. Moody, Variable geometry turbocharging with electronic control, SAE Technical Paper, No. 860107, 1986.

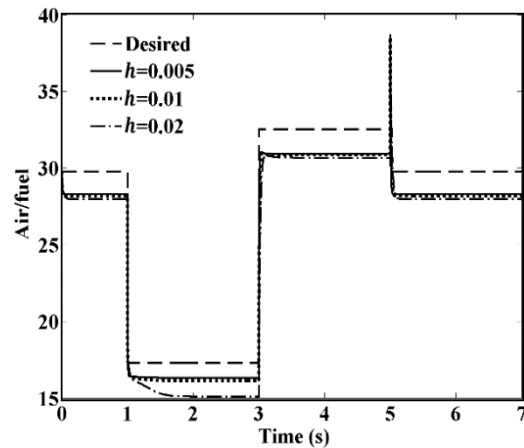


Fig. 14 Air fuel ratio based on changing h for Optimal controller with uncertainties

شکل 14 نسبت هوا به سوخت با تغییر h برای کنترل کننده ی بهینه در حضور نامعینی

جدول 3 مقایسه انتگرال انرژی های کنترلی برای کنترل کننده های بهینه و مدلغزشی

Table 3 Comparison of control inputs integral for both SMC and Optimal control

کنترل کننده	کنترل کننده بهینه	درصد نامعینی	انتگرال انرژی کنترلی
مد لغزشی	1.955	0	$\int_0^7 u(1)^2 dt \times 10^{-4}$
	1.932	0	$\int_0^7 u(2)^2 dt \times 10^{-3}$
	9.758	5	$\int_0^7 u(1)^2 dt \times 10^{-4}$
	3.364	5	$\int_0^7 u(2)^2 dt \times 10^{-3}$
	8.816		

جدول 4 مقایسه انتگرال خطاهای ردیابی برای کنترل کننده های بهینه و مدلغزشی

Table 4 Comparison of tracking errors integral for both SMC and Optimal control

کنترل کننده	کنترل کننده بهینه	درصد نامعینی	انتگرال خطای ردیابی
مد لغزشی	1.203	0	$\int_0^7 (y_1 - y_{1d})^2 dt \times 10^{-5}$
	1.576	0	$\int_0^7 (y_2 - y_{2d})^2 dt \times 10^8$
	3.779	5	$\int_0^7 (y_1 - y_{1d})^2 dt \times 10^{-5}$
	2.852	5	$\int_0^7 (y_2 - y_{2d})^2 dt \times 10^8$
	0.958		

آنچه در بخش های 1-4 تا 3-4 بیان شد، گواه این است که کنترل کننده ی بهینه علاوه بر داشتن قابلیت اعمال محدودیت بر روی ورودی ها، دارای انتگرال خطای ردیابی کمتر و زمان اجرای کمتری نسبت به روش مد لغزشی است. با اعمال نامعینی به سیستم نیز، پاسخ ها دارای خطای پایا می شوند که با کاهش h می توان دقت روش بهینه را افزایش داد. بنابراین روش ارائه شده که بر اساس پیش بینی و بهینه سازی پاسخ های سیستم بوده برای ردیابی مقادیر مطلوب مناسب می باشد.

ویژگی های کنترل کننده ی غیرخطی بهینه ارائه شده عبارتند از:

- 1- کنترل کننده ی پیشنهادی به شکل تحلیلی و دارای دینامیک پیوسته

- [14] A. Sofiane, L. Nicolas, A robust sliding mode control strategy for turbocharged diesel engine air path, *13th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems*, Vol. 45, No. 24, pp. 262-267, 2012.
- [15] E. R. Gelso, J. Dahl, Air-path control of a heavy-duty EGR-VGT diesel engine, *8th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*, Vol. 49, No. 11, pp. 589-595, 2016.
- [16] A. G. Stefanopoulou, I. Kolmanovsky, J. S. Freudenberg, Control of variable geometry turbocharged diesel engines for reduced emissions, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 5, pp. 733-745, 2000.
- [17] M. Jankovic, I. Kolmanovsky, Constructive lyapunov control design for turbocharged diesel engines, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 2, pp. 288-299, 2000.
- [18] L. Guzzella, C. H. Onder, *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*, pp. 21-146, Springer Science & Business Media, 2009.
- [19] A. Amini, M. Mirzaei, R. Khoshbakhti saray, Optimization-based non-linear control law with increased robustness for air fuel ratio control in SI engines, *International Journal of Automotive Engineering*, Vol. 3, No. 4, pp. 582-591, 2013.
- [20] A. Amini, M. Mirzaei, R. Khoshbakhti saray, Control of air fuel ratio in SI engine using optimization, *ASME Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, pp. 331-337, American Society of Mechanical Engineers, 2010.
- [21] B. Molinari, The time-invariant linear-quadratic optimal control problem, *Automatica*, Vol. 13, No. 4, pp. 347-357, 1977.
- [22] H. Mirzaeinejad, M. Mirzaei, A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems, *Control Engineering Practice*, Vol. 18, No. 8, pp. 918-926, 2010.
- [23] C. Edwards, S. Spurgeon, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, London: Taylor and Francis, pp. 35-85, 1998.
- [24] M. Herceg, T. Raff, R. Findeisen, F. Allgowe, Nonlinear model predictive control of a turbocharged diesel engine, *IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 2766-2771, Computer Aided Control System Design, 2006.
- [2] J. B. Heywood, *Internal Combustion Engine Fundamentals*, Pollutant formation and control, pp. 490-565, 1988.
- [3] O. Grondin, R. Stobart, H. Chafouk, J. Maquet, *Modelling the Compression Ignition Engine for Control: Review and Future Trends*, SAE Technical Paper, 2004.
- [4] W. W. Pulkrabek, *Engineering fundamentals of the Internal Combustion Engine*, Prentice Hall, pp. 249-330, 1997.
- [5] L. Guzzella, A. Amstutz, Control of diesel engines, *IEEE Control Systems*, Vol. 18, No. 5, pp. 53-71, 1998.
- [6] L. Del Re, F. Allgower, L. Glielmo, C. Guardiola, I. Kolmanovsky, *Automotive Model Predictive Control*, pp. 25-71, 2010.
- [7] M. Jung, *Mean-Value Modelling and Robust Control of the Airpath of a Turbocharged Diesel Engine*, PhD Thesis, University of Cambridge, 2003.
- [8] M. Jung, K. Glover, Calibratable linear parameter-varying control of a turbocharged diesel engine, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 1, pp. 45-62, 2006.
- [9] M. J. Van Nieuwstadt, P. E. Moraal, I. V. Kolmanovsky, A. Stefanopoulou, P. Wood, M. Criddle, Decentralized and multivariable designs for egr-vgt control of a diesel engine, *IFAC Workshop on Advances in Automotive Control*, USA, 1998.
- [10] M. Ammann, N. P. Fekete, L. Guzzella, A. Glatfelder, Model-based control of the VGT and EGR in a turbocharged common-rail Diesel engine: Theory and passenger car implementation, *SAE Technical Paper*, No. 2003-01-0357, 2003.
- [11] H. B. Das, S. J. Dhinagar, Airpath modelling and control for a turbocharged diesel engine, *SAE Technical Paper*, No. 2008-01-0999, 2008.
- [12] S. García-Nieto, M. Martínez, X. Blasco, J. Sanchis, Nonlinear predictive control based on local model networks for air management in diesel engines, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, No. 12, pp. 1399-1413, 2008.
- [13] A. Plianos, A. Achir, R. Stobart, N. Langlois, H. Chafouk, Dynamic feedback linearization based control synthesis of the turbocharged diesel engine, *American Control Conference*, pp. 4407-4412, Jul 9, 2007.