



مدل سازی پرواز آرایش مند یک ماهواره زمین آهنگ براساس معادلات حرکت انتقالی متأثر از وضعیت در فاز تقرب نهایی

امیررضا کوثری^{1*} مهدیه بگلری²

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
2- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
* تهران، صندوق پستی 1561-14395، kosari_a@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 26 اردیبهشت 1396
پذیرش: 08 مرداد 1396
ارائه در سایت: 17 شهریور 1396
کلید واژگان:
آرایش پروازی
فاز دریفت
مدار زمین آهنگ
کنترلر PD
الگوریتم بهینه سازی PSO

چکیده

در این مقاله اثر اندرکنش معادلات دینامیکی حرکت انتقالی و حرکت وضعی ماهواره با هدف طراحی آرایش پروازی در فاز ورود به پنجره‌ی مداری و تقرب به موقعیت نامی عملیاتی تعریف شده در مدار زمین آهنگ بررسی شده است. در این راستا ابتدا معادلات دینامیکی و سینماتیکی ماهواره مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. سپس با در نظر گرفتن ماهواره به عنوان جسمی صلب، اثر متقابل دینامیک حرکت انتقالی و وضعی ماهواره در تقرب به موقعیت نهایی در مدار هدف استخراج شده است. برخلاف مطالعات مشابه، که در آن‌ها از ساده‌سازی‌هایی نظیر فرض مدار هدف دایروی و یا خطی‌سازی معادلات دینامیکی استفاده شده است، تحلیل‌های ارائه شده در این نوشتار بر مبنای کلی‌ترین حالت معادلات حرکتی غیرخطی است. معادلات کوپل شده‌ی ارائه شده در فاز تقرب به موقعیتی معین در مدار زمین آهنگ با احتساب شرایط وضعی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و براساس نتایج به دست آمده سناریو و الزامات متفاوتی در تقرب به موقعیت هدف در پنجره‌ی مداری و در حضور ماهواره‌های دیگر ارائه شده است. موقعیت و وضعیت ماهواره با استفاده از سیستم مبتنی بر منطق فازی PD با بهره‌های کنترلی بهینه‌شده براساس الگوریتم بهینه‌سازی PSO با هدف کمینه‌سازی تلاش کنترلی و مصرف سوخت ماهواره و نیز افزایش طول عمر عملیاتی ماهواره، کنترل شده است و نتایج شبیه سازی‌های ارائه شده مبین کارایی مناسب طرح پیشنهادی است.

Design of Geosynchronous Satellite Flying Formation Based on Translational Dynamics Affected by Attitudinal Situation at Drift Phase

Amir Reza Kosari*, Mahdiah Beglari

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
* P.O.B. 14395-1561, Tehran, Iran, kosari_a@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 May 2017
Accepted 30 July 2017
Available Online 08 September 2017

Keywords:
Flying Formation
Drift Phase
Geosynchronous orbit
PD Controller
PSO Optimization Algorithm

ABSTRACT

This paper investigates effect of coupling of satellite translational dynamics and rotational kinematic aiming to design geosynchronous satellite formation flying at drift phase to the determined operational nominal position at the orbital window in the geosynchronous orbit. Firstly, dynamical and kinematical equations of satellite, and then the interaction of translational and rotational motion at drifting to the final position at the target orbit by considering satellite as a rigid object have been studied. Despite similar studies utilizing simplifications such as circular assumption of target orbit or various linearization methods, presented analysis of this paper is based on the general form of nonlinear translational equations. According to acquired results of investigating the coupled dynamics at the drift phase to the determined position at the orbital window by considering different attitudinal situations, drift considerations and procedure in presence of other satellites at the orbital window have been presented. Orbital position and attitudinal situation of satellite have been controlled by utilization of PD control law associated with the optimized gains based on PSO optimization algorithm which aims to minimize control effort and fuel and consequently minimize fuel consumption and increase satellite operational life. Acquired results from simulations represent the effectiveness of the proposed methodology.

1- مقدمه

آنالیز و ارسال داده‌ها و نیز سرویس‌دهی‌های فضایی می‌پردازند. مدل‌سازی حرکت نسبی ماهواره‌ها از اصول مهم و اولیه در طراحی آرایش پروازی ماهواره‌هایی است که در یک مجموعه قرار دارند. طراحی هرچه دقیق‌تر آرایش پروازی موضوعی است که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از

آرایش پروازی ماهواره¹ به مجموعه‌ای متشکل از دو یا چند ماهواره اطلاق می‌شود که با عملکردی یک‌پارچه، به انجام مأموریت‌هایی چون اخذ، پردازش،

¹ Spacecraft Flying Formation

Please cite this article using:

A. R. Kosari, M. Beglari, Design of Geosynchronous Satellite Flying Formation Based on Translational Dynamics Affected by Attitudinal Situation at Drift Phase, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 107-118, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

قراردادن مرکز دستگاه بدنی و دستگاه مرجع مداری در مرکز جرم ماهواره، می توان حرکت ماهواره را به صورت حرکت انتقالی مرکز دستگاه بدنی و دوران آن نسبت به دستگاه مرجع مداری بررسی نمود.

در مدارهای پرترافیک ماهواره ها در فواصل مداری اندکی نسبت به یکدیگر قرار دارند. به طور مثال موقعیت ماهواره ها در مدار زمین آهنگ ژئو 0.1 درجه می باشد. این موقعیت های مداری برای هر ماهواره در این مدار، فضایی به ابعاد تقریبی 40 km فراهم می آورد که با عنوان پنجره مداری شناخته می شود. با توجه به اهمیت این مدار و نیاز کشورها، گاه بیش از یک ماهواره در پنجره مداری قرار می گیرد که در این حالت طراحی آرایش پروازی ماهواره ها از اهمیت به سزایی برخوردار می باشد. یکی از مهم ترین مانورهایی که ماهواره در آغاز عمر عملیاتی خود انجام می دهد، تقرب نهایی به موقعیت تعیین شده در مأموریت می باشد. ماهواره ی زمین آهنگ ژئو، پس از پشت سر گذاشتن مدار پارکینگ و مدار انتقال ژئو، در موقعیتی در نزدیکی مدار زمین آهنگ، تحت عنوان مدار دریافت قرار می گیرد. تقرب نهایی ماهواره از مدار دریافت به موقعیت هدف تعریف شده در مدار ژئو که فاز دریافت نام دارد، بسته به تکنولوژی کشورها، دقت فازهای پشت سر گذاشته، اغتشاشات مداری مؤثر و ملزومات بسیار دیگری از چند صد کیلومتری مدار زمین آهنگ تا موقعیتی در نزدیکی پنجره مداری آغاز می شود. در این فاز با توجه به وجود ماهواره های دیگر در پنجره مداری، لازم است ماهواره از زمان ورود به پنجره مداری تا قرارگیری در موقعیت هدف به دقت ردیابی و بررسی شود. بدین ترتیب در این فاز فرض نقطه ای بودن ماهواره در شبیه سازی ها می تواند تهدیدی جدی برای مأموریت ماهواره و حتی مأموریت سایر ماهواره های موجود در پنجره مداری محسوب شود. بنابراین لازم است موقعیت ماهواره از نزدیکی پنجره مداری تا قرارگیری در موقعیت هدف به دقت ردیابی و کنترل شوند [26].

در این مقاله به بررسی تقرب نهایی ماهواره به موقعیت تعیین شده در مدار زمین آهنگ ژئو با وجود ماهواره های دیگر در پنجره مداری براساس معادلات موقعیت نسبی و با اعمال اثر وضعی ماهواره می پردازیم. همچنین موقعیت و وضعیت ماهواره نسبت به شرایط هدف تعیین شده در مأموریت به گونه ای کنترل می شود که تهدیدی برای مأموریت ماهواره های دیگر ایجاد نکند و با دقت لازم در مسیر از پیش تعیین شده هدایت شود. در این مقاله ابتدا به بیان معادلات موقعیت نسبی و وضعیت نسبی ماهواره می پردازیم. سپس با اعمال اثر اغتشاشی وضعیت بر موقعیت ماهواره، معادلاتی با حداکثر دقت ارائه خواهیم داد. لازم به ذکر است که به منظور تبیین هرچه بهتر اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی، در این پروژه از اعمال اغتشاشات خارجی صرفه نظر شده اما در معادلات اصلی در نظر گرفته شده است.

2- معادلات دینامیکی ماهواره

یکی از ویژگی های تحلیل دینامیکی حرکت ماهواره این است که عموماً حرکت انتقالی و دورانی آن جدا از یکدیگر لحاظ می شود و از اثر ترکیبی آن ها برهم صرف نظر می شود. این مسئله به این دلیل است که ممان ها یا گشتاورهایی که باعث دوران ماهواره می شوند، عموماً وابستگی کمی به جهت حرکت دارند. همچنین نیروهای جاذبه که اساساً مؤثر بر مسیر حرکت ماهواره هستند در مقایسه با سایر موارد مؤثرتر، وابستگی چندانی به وضعیت ماهواره ندارند. در حالی که در واقعیت این مسئله صحیح نیست و این عدم وابستگی یک حقیقت تقریبی است. اگرچه در بسیاری از کاربردهای فضایی اعمال چنین عدم قطعیت هایی با بالا بردن بار محاسباتی سیستم، موجب بروز

طراحان سیستم های فضایی قرار گرفته است [1-4]. دقت مورد نیاز در معادلات دینامیکی مورد استفاده در مدل سازی یک پرواز آرایش مند با توجه به حرکت نسبی بلند مدت فضاپیماها از اهمیت بالایی برخوردار می باشد. همچنین با توجه به تراکم ناوگان فضایی، الگوریتم های کنترلی تعیین و بهینه سازی می شوند [5-7].

رایج ترین مدل در بررسی حرکت نسبی ماهواره، مدل خطی کلوهرسی- ویلشتایر (CW) می باشد. مدل خطی CW، با فرض انحراف اندک از مدار مرجع دایروی و در نظرگیری شرایط اولیه به عنوان ثوابت حرکت، توسعه یافته بود. همچنین این مدل که برای کاربردهایی چون راندوو¹ توسعه یافته بود، به شبیه سازی حرکت در بازه ی زمانی کوتاه محدود می شد. بنابراین به منظور رفع محدودیت های این روش، مطالعات گسترده ای با هدف توسعه ی معادلات برای مدار مرجع بیضوی انجام شد [8-10]. همچنین مطالعات دیگری نیز در زمینه ارتقاء این معادلات با افزودن اثرات اغتشاشی از جمله اثرات ناشی از غیرکروی بودن زمین [11-13]، درگ [14] و اثر اغتشاشی جسم سوم [15] انجام شده بود.

از زمان ارائه ی معادلات CW، مدل سازی نقطه ای برای بررسی حرکت نسبی ماهواره، به مدت 50 سال، به طور گسترده ای مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. گرایش رو به رشد به انجام مطالعات گوناگون در زمینه ی آرایش پروازی ماهواره ها نیاز به معادلاتی دقیق تر و ارائه ی حل هایی کامل تر از معادلات حرکت نسبی اغتشاش یافته را افزایش داد [8, 15-19]. بیشتر مطالعات صورت گرفته تا آن زمان، بر شبیه سازی نقطه ای ماهواره و مدل سازی سه درجه آزادی، متمرکز بود در حالی که به منظور شبیه سازی دقیق تر یک مأموریت فضایی که در آن چند ماهواره به صورت یک پارچه عمل می کنند، نیاز به استفاده از معادلاتی دقیق تر که علاوه بر معادلات انتقالی، با شبیه سازی معادلات دورانی ماهواره، مدلی شش درجه آزادی از دینامیک ماهواره ارائه دهد، قوت می یافت.

در سال های اخیر، مطالعات گسترده ای در زمینه ی مدل سازی شش درجه آزادی ماهواره صورت گرفته است. پَن و کاپلیا از جمله نخستین کسانی بودند که پیشنهاد اعمال سرعت زاویه ای نسبی ماهواره در مسئله ی آرایش پروازی را مطرح کردند. در این پژوهش معادلات کوپل شده ی حرکت انتقالی و دورانی دو ماهواره بررسی شدند. آن ها در پژوهش خود دو دستگاه مرجع بدنی، یکی در ماهواره ی هدف و دیگری در ماهواره ی رهگیر قرار دادند. بدین ترتیب معادلاتی دو بخشی برای بررسی موقعیت نسبی مرکز جرم ماهواره ها و وضعیت دو دستگاه متصل نسبت به یکدیگر به دست آمد [20]. همچنین در روشی ساده تر از معادلات کوپل جهت تخمین موقعیت نسبی ماهواره استفاده شد [16]. کاربرد دیگر این معادلات در آرایش پروازی N ماهواره در یک مجموعه ی واحد بود. در این پژوهش هر یک از ماهواره ها به عنوان جسمی صلب در نظر گرفته شدند [21]. مطالعه ی صورت گرفته توسط سیگال و گورفیل از جمله جدیدترین پژوهش های صورت گرفته در زمینه ی کوپلینگ حرکت انتقالی و دورانی دو ماهواره و بررسی دقت مورد نیاز در مأموریت هایی چون آرایش پروازی فشرده، راندوو و داکینگ² بود [22]. همچنین نوایی و اخلومدی در مقالات خود کنترل هایی بهینه و غیرخطی برای مسئله ی ملاقات و اتصال مداری برای مدار هدف دایروی و بیضوی ارائه داده اند [23, 24].

به طور کلی حرکت یک ماهواره را می توان به صورت حرکت مرکز جرم ماهواره و دوران نسبت به مرکز جرم در نظر گرفت [25]. بدین ترتیب با

¹ Rendezvous

² Docking

خطاهای محاسباتی می شود، اماد مانورهای از جمله ملاقات های فضایی یا پرواز آرایش مند یک ناوگان فضایی که دقت بیشتری مورد نیاز است، این موارد باید به نحوی پیش بینی و جبران شوند [25]. به منظور تبیین هرچه بهتر تفاوت های این دو بخش ابتدا معادلات مداری ماهواره برای بررسی مرکز جرم ماهواره و سپس چگونگی اعمال اثر وضعی بر موقعیت ماهواره را در تقرب به موقعیت و وضعیتی معین بررسی می کنیم. همچنین لازم است به طور هم زمان وضعیت نسبی ماهواره، نسبت به وضعیت هدف براساس معادلات مربوطه به روز رسانی شود.

2-1- دینامیک موقعیت نسبی ماهواره

قوانین سه گانه نیوتون و قانون جاذبه ی میان اجسام، اساس دینامیک مداری ماهواره را تشکیل می دهند. برای بیان موقعیت ماهواره در دستگاه مختصات ECI و با توجه به معادلات حرکت دو جسم در فضا، براساس قانون دوم نیوتون، معادله ی نسبی حرکت ماهواره به شکل زیر به دست می آید؛

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

که در آن $\mu = 398601.2 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$ می باشد [27]. معادله ی (1)، معادله ی دینامیکی حرکت در مداری کپلری در غیاب اغتشاشات و با مقادیر اولیه ی $r(0)$ و $v(0)$ است که در آن تغییرات پارامترهای کپلری عبارتند از؛

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{di}{dt} = 0, \quad \frac{dM}{dt} = n \quad (2)$$

در حالت کلی، شتاب وارد به ماهواره شامل مجموعه ای از نیروهای اغتشاشی نیز می باشد. این نیروها موجب انحراف ماهواره از مدار کپلری و تغییر لحظه ای مشخصات کپلری می شوند. بدین ترتیب معادله ی حرکت ماهواره در مداری غیر کپلری با مقادیر اولیه ی $r(t_0) = r(0)$ و $v(t_0) = v(0)$ به شکل زیر می باشد؛

$$\ddot{\vec{r}} = \gamma_K + \gamma_P + \gamma_C \quad (3)$$

که در آن γ_K, γ_P و γ_C به ترتیب شتاب های کپلری، اغتشاشی و کنترلی وارد به ماهواره می باشند [28].

در بیان حرکت انتقالی نسبی ماهواره، حرکت ماهواره نسبت به هدفی معین بیان می شود. در این حالت، موقعیت تعیین شده در مأموریت به عنوان موقعیت هدف تعیین می شود. این رویکرد در مسئله ی ملاقات فضایی و انتقال مداری بسیار مناسب است؛ چرا که در حین این مانورها هدف، صفر نمودن سرعت و موقعیت نسبی ماهواره می باشد. از این نوع بیان دینامیکی برای اهداف دیگری چون آرایش پروازی نیز استفاده می شود.

فرض می کنیم ماهواره ی T در حال حرکت مدار هدف و ماهواره ی رهگیر C در حال حرکت در مداری فرضی می باشد. موقعیت این دو ماهواره به ترتیب با R_T و R_C بیان می شود. اگر اختلاف این شعاع ها را با ρ بیان کنیم، هدف صفر کردن این مقدار می باشد.

$$\vec{\rho} = \vec{R}_T - \vec{R}_C \quad (4)$$

بنابراین معادله ی حرکت نسبی ماهواره در دستگاه اینرسی و با صرف نظر از نیروهای اغتشاشی، به شکل زیر به دست می آید؛

$$\ddot{\vec{\rho}} = -\mu \frac{\vec{R}_T}{\text{norm}(\vec{R}_T)} + \mu \frac{(\vec{R}_T - \vec{\rho})}{\text{norm}(\vec{R}_T - \vec{\rho})} - \frac{F_C}{m_C} \quad (5)$$

که در آن F_C و m_C به ترتیب نیروی کنترلی و جرم ماهواره ی رهگیر می باشند.

2-2- دینامیک وضعیت ماهواره

سینماتیک وضعیت ماهواره را می توان به روش های مختلفی بیان نمود. زوایای

اویلر، کوآترینیون ها و رودریگرزها از جمله این بیان ها هستند. همچنین به منظور بیان این مقادیر، سه دستگاه اینرسی، بدنی و مرجع مداری استفاده می شوند. دو فاکتور مهم در بیان سینماتیک ماهواره وجود دارد؛ یکی سرعت های زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری و دیگری سرعت های زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری و سرعت زاویه ای دستگاه مرجع نسبت به اینرسی به ترتیب با $\omega_{BR} = p\dot{i} + q\dot{j} + r\dot{k}$ و $\omega_{RI} = \omega_{RIx}\dot{1}_x + \omega_{RIy}\dot{1}_y + \omega_{RIz}\dot{1}_z$ اگر ω_{RI} در دستگاه بدنی بیان شود، فرم $\omega_{RIB} = \omega_{RIBx}\dot{i} + \omega_{RIBy}\dot{j} + \omega_{RIBz}\dot{k}$ به خود می گیرد. بنابراین سرعت زاویه ای دستگاه محورهای بدنی نسبت به دستگاه محورهای اینرسی را می توان به شکل زیر بیان کرد؛

$$\omega_{BI} = \omega_{BR} + \omega_{RIB} \quad (6)$$

در معادله ی (6)، ω_{BR} از اهمیت ویژه ای برخوردار است؛ چراکه اجازه می دهد زوایای اویلر جسم در حال حرکت، نسبت به هر دستگاه مرجع تعریف شده ای در فضا محاسبه شوند. این کار با توجه به ماتریس های دورانی صورت می گیرد [28].

2-2-1- سرعت های زاویه ای بدنی

رایج ترین شیوه در بیان سرعت های زاویه ای بدنی ماهواره استفاده از زوایای اویلر و نرخ تغییرات آن ها می باشد، اما از آن جایی که معادلات وضعی بیان شده براساس این زوایا در زاویه ی 90 درجه دچار تکینگی می شوند، در بیان سینماتیک وضعیت ماهواره در کلی ترین حالت، بهتر است از بیان های دیگری چون کوآترینیون ها استفاده شود. در حالت کلی، دوران یک جسم می تواند در هر جهتی صورت گیرد. اگر محورهای دوران اویلر را برحسب بردارهای ویژه ی آن ها تعریف کنیم، تعریف جدیدی از ماتریس دوران برحسب مؤلفه های بردار ویژه $\vec{e} = [e_1, e_2, e_3]^T$ و زاویه ی دوران α به دست می آید. بردارهای کوآترینیون برحسب بردارهای ویژه و زاویه ی دوران α به شکل زیر تعریف می شوند [28]؛

$$\begin{aligned} q_1 &= e_1 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_2 &= e_2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_3 &= e_3 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_4 &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

همچنین می دانیم؛

$$|\vec{q}| = 1 \Rightarrow q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (8)$$

بنابراین با استفاده از تعریف (7)، ماتریس انتقال برحسب کوآترینیون ها برابر است با؛

$$[A_q] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

که آرایه های ماتریس (9) به شکل زیر تعریف می شوند؛

$$\begin{aligned} a_{11} &= q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ a_{12} &= 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ a_{13} &= 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ a_{21} &= 2(q_1q_2 - q_3q_4) \\ a_{22} &= -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ a_{23} &= 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ a_{31} &= 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ a_{32} &= 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ a_{33} &= -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{aligned}$$

با داشتن سرعت های زاویه ای بدنی در دستگاه بدنی، معادلات دیفرانسیلی بردارهای کوآترینیون به دست می آیند [28]؛

اگر فرض کنیم بردارهای بدنی ماهواره روی محورها اصلی قرار گرفته باشند، المانهای غیرقطری ماتریس $[I]$ صفر خواهند شد. بدین ترتیب دینامیک وضعیت ماهواره با استفاده از معادلات (16) و (17) به شکل زیر محاسبه می شود؛

$$T = T_C + T_d = [\dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (\omega_y h_z - \omega_z h_y) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] i + [\dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (\omega_z h_x - \omega_x h_z) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz})] j + [\dot{h}_z + \dot{h}_{wz} + (\omega_x h_y - \omega_y h_x) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx})] j \quad (18)$$

لازم به ذکر است که در معادله فوق، ω_x ، ω_y و ω_z مؤلفه های سرعت زاویه ای بدنی نسبت به دستگاه اینرسی می باشند. در نهایت با جایگذاری h از معادله (17) می توان معادله (18) را به شکل زیر بازنویسی کرد [28]؛

$$T = T_C + T_d = [I_{xx}\dot{\omega}_x + \dot{h}_{wx} + (I_{zz}\omega_y\omega_z - I_{yy}\omega_y\omega_z) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] i + [I_{yy}\dot{\omega}_y + \dot{h}_{wy} + (I_{xx}\omega_x\omega_z - I_{zz}\omega_z\omega_x) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz})] j + [I_{zz}\dot{\omega}_z + \dot{h}_{wz} + (I_{yy}\omega_y\omega_x - I_{xx}\omega_x\omega_y) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx})] j \quad (19)$$

بدین ترتیب با داشتن مقدار اولیه $\omega_{BI}(0)$ و انتگرال گیری از رابطه (19)، بردار ω_{BI} در هر لحظه به دست می آید.

3-2- کوپلینگ موقعیت و وضعیت نسبی ماهواره

در مانورهای دقیقی مانند ملاقات های مداری یا هر مانور دیگری که لازم است ماهواره با وضعیتی معین در موقعیتی از پیش تعیین شده قرار گیرد، معادلات مورد استفاده نیز باید با حداکثر دقت لحاظ شوند. بنابراین لازم است اثر متقابل معادلات موقعیت و وضعیت بر یکدیگر بررسی شوند.

به منظور اعمال معادلات وضعی ماهواره بر موقعیت مداری آن می توان از معادلات حرکت شش درجه آزادی اجسام صلب در فضا استفاده کرد. بدین منظور فرض می کنیم ماهواره به صورت جسمی صلب با سطح فرضی S در حال حرکت در فضا می باشد. اگر X^* بیانگر شتاب جسم غیردوار و یا به عبارت دیگر مرکز جرم جسم و ω سرعت زاویه ای جسم صلب باشد، معادله شتاب جسم صلب دوار در فضا طبق رابطه زیر به دست می آید [29]؛

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{d^2 X^*}{dt^2} + \omega \times (\omega \times X^*) + 2\omega \times \frac{dX^*}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times X^* \quad (20)$$

بدین ترتیب معادله حرکت نسبی ماهواره با اعمال اثر حرکت وضعی عبارتست از [29]؛

$$\frac{d^2 \rho^*}{dt^2} + \omega_{BR} \times (\omega_{BR} \times \rho^*) + 2\omega_{BR} \times \frac{d\rho^*}{dt} + \frac{d\omega_{BR}}{dt} \times \rho^* - \gamma_{Krel} - \gamma_d = \frac{F_C}{m_C} - \gamma_d \quad (21)$$

که در آن ρ^* موقعیت نسبی ماهواره ی دوار، ω_{BR} سرعت نسبی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری، γ_{Krel} شتاب کپلری مرکز جرم ماهواره و γ_d شتاب اغتشاشی خارجی می باشد. با استفاده از معادله (5) معادله حرکت نسبی ماهواره ی دوار به شکل زیر بازنویسی می شود [26]؛

$$\frac{d^2 \rho^*}{dt^2} = -\mu \frac{\vec{R}_T}{\text{norm}(\vec{R}_T)} + \mu \frac{(\vec{R}_T - \vec{\rho}^*)}{\text{norm}(\vec{R}_T - \vec{\rho}^*)} - \omega_{BR} \times (\omega_{BR} \times \rho^*)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{q} = \frac{1}{2} [\Omega'] q \quad (10)$$

که در آن ماتریس $[\Omega']$ ، برحسب سرعت های زاویه ای بدنی تعریف می شود؛

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} 0 & r & -q & p \\ -r & 0 & p & q \\ q & -p & 0 & r \\ -p & -q & -r & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن q ، p و r به ترتیب سرعت های زاویه ای بدنی حول محورها X_B ، Y_B و Z_B هستند. بدین ترتیب با داشتن شرایط اولیه $q(0)$ و انتگرال گیری عددی از سیستم (10)، بردارهای کواترنیون در هر لحظه از زمان به دست می آیند.

2-2-2- بردار سرعت زاویه ای RIBO

همان طور که بیان شد، به منظور محاسبه ی زوایای اوپلر یا کواترنیون ها لازم است سرعت زاویه ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری تعیین شود. همچنین با توجه به معادله (6) برای محاسبه ی BRO ابتدا لازم است سرعت زاویه ای RIBO تعیین شود. سرعت زاویه ای دستگاه مرجع نسبت به دستگاه اینرسی به شکل زیر محاسبه می شود [28]؛

$$\omega_{RIx} = \frac{1}{|r||v \times r|} v \times v \cdot r = 0$$

$$\omega_{RIy} = \frac{1}{r^2|v \times r|} v \cdot [(r \cdot v)r - (r^2v)]$$

$$\omega_{RIz} = \frac{1}{|v \times r|^2|r|} [\dot{r} \times r] \cdot [(v \times r) \times r] \quad (12)$$

که در آن r و v به ترتیب موقعیت و سرعت لحظه ای ماهواره در دستگاه مختصات اینرسی هستند. از آنجایی که در مدار دایروی سرعت ماهواره عمود بر r است، بنابراین با فرض مدار دایروی داریم؛

$$\omega_{RIy} = \frac{v^2 r^2}{r^3 v} = \frac{v}{r} = \omega_0 \quad (13)$$

همچنین برای مدارهای کپلری که شتاب خارج از صفحه ی مداری ندارند، $\omega_{RIz} = 0$ می باشد. بنابراین معادله (12) به شکل زیر تغییر می کند؛

$$\omega_{RI} = [0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T \quad (14)$$

که به منظور انتقال آن به دستگاه بدنی می توان از ماتریس (9) استفاده کرد؛

$$\omega_{RIB} = [A_q] \omega_{RI} \quad (15)$$

2-2-3- دینامیک وضعیت ماهواره

دینامیک وضعیت ماهواره بر اساس معادله ی اوپلر بیان می شود [28]؛

$$T = \dot{h}_I = \dot{h} + \omega_{BI} \times h \quad (16)$$

که در آن T ، بیانگر مجموع گشتاور خارجی وارد به ماهواره است و شامل گشتاورهای کنترلی T_C و مجموعه گشتاورهای اغتشاشی T_d می باشد. بنابراین $T = T_C + T_d$ می باشد. همچنین مومنوم h نیز شامل مومنوم جسم صلب $h_B = [h_x, h_y, h_z]^T$ و مومنوم تجهیزات تغییردهنده ی مومنوم مانند چرخ های عکس العملی $h_W = [h_{wx}, h_{wy}, h_{wz}]^T$ می باشد. به معادله (16) قانون اوپلر نیز می گویند.

همچنین می دانیم بردار مومنوم زاویه ای جسم صلب با استفاده از معادله ی زیر تعریف می شود [28]؛

$$h = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = [I] \omega \quad (17)$$

موقعیت مداری ماهواره‌ی رهگیر در تعیین وضعیت لحظه‌ای آن تأثیر مستقیمی نداشته باشد. در حالی که موقعیت مداری ماهواره، به‌طور مستقیم در تعیین نوع و شدت عواملی اغتشاشی از جمله گرادیان جاذبه، درگ آیرودینامیکی، فشار تشعشعات خورشیدی و سایر اغتشاشات محیطی تأثیر به‌سزایی دارد. با این وجود از آنجایی که در این پروژه از اغتشاشات وارد به ماهواره صرفه‌نظر شده است، این عوامل بررسی نخواهند شد.

3- دینامیک کنترلر

یکی از کاربردی‌ترین و ساده‌ترین روش‌های کنترلی که در سیستم‌های فضایی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از کنترلر PID و به‌طور ویژه کنترلر PD می‌باشد. علی‌رغم روش‌های کنترلی تطبیقی‌پذیر که به‌طور گسترده در مقالات مورد بررسی قرار گرفته‌اند، این روش به دلیل قابلیت اطمینان بالا و سادگی پیاده‌سازی در صنایع فضایی از محبوبیت بالایی برخوردار می‌باشد.

3-1- دینامیک کنترلر در تولید نیرو

نیروی موردنیاز جهت کنترل موقعیت نسبی ماهواره نسبت به موقعیت هدف، با استفاده از موقعیت و سرعت نسبی ماهواره به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$F_C = K_{P_F} R_{rel} + K_{D_F} V_{rel} \quad (26)$$

در معادله‌ی فوق، بردار بهره‌های کنترلی $K_{P_F} = [K_{P_{F,x}}, K_{P_{F,y}}, K_{P_{F,z}}]^T$ و $K_{D_F} = [K_{D_{F,x}}, K_{D_{F,y}}, K_{D_{F,z}}]^T$ متناسبی و مشتقی کنترلر PD هستند که با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی به‌صورت دقیق تعیین می‌شوند. همچنین بردارهای R_{rel} و V_{rel} به‌صورت آنالین از حل معادلات مداری به‌دست می‌آیند. همچنین معادله‌ی (26) را می‌توان بر اساس مؤلفه‌های تشکیل دهنده‌اش به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} F_{C_x} &= K_{P_{F,x}} x + K_{D_{F,x}} \dot{x} \\ F_{C_y} &= K_{P_{F,y}} y + K_{D_{F,y}} \dot{y} \\ F_{C_z} &= K_{P_{F,z}} z + K_{D_{F,z}} \dot{z} \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن مؤلفه‌های x ، y و z و نیز مشتقات $\dot{x}$ ، $\dot{y}$ و $\dot{z}$ به‌ترتیب موقعیت و سرعت نسبی با اعمال اثر وضعی ماهواره هستند و از معادلات (23) تا (25) به‌دست می‌آیند.

3-2- دینامیک کنترلر در تولید گشتاور

گشتاور کنترلی موردنیاز جهت کنترل وضعیت ماهواره براساس وضعیت قرارگیری ماهواره نسبت به وضعیت هدف محاسبه می‌شود. بدین‌منظور لازم است زوایای اوایلر نسبی و ونرخ تغییرات آن‌ها با استفاده از کوآترینیون‌ها محاسبه شود. اساس تبدیل زوایای اوایلر و بردارهای کوآترینیون بر مبنای محاسبه‌ی ماتریس‌های دوران هریک و مساوی قرار دادن آن‌ها با یکدیگر می‌باشد. بنابراین بسته به سناریوی دوران این مقادیر می‌تواند متفاوت باشد. به‌طور مثال اگر دوران 321 یا ZYX را در نظر بگیریم، با برابر قرار دادن یک به یک المان‌های ماتریس‌های دوران، زوایای اوایلر به شکل زیر محاسبه می‌شوند [30]:

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{2(q_2 q_3 + q_1 q_4)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} \\ \sin \theta &= -2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ \tan \psi &= \frac{2(q_1 q_2 + q_3 q_4)}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2} \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن زوایای φ ، θ و ψ به‌ترتیب بیانگر انحراف محورهای X_B ، Y_B و

$$-2\omega_{BR} \times \frac{d\rho^*}{dt} - \frac{d\omega_{BR}}{dt} \times \rho^* - \frac{F_C}{m_C} - \gamma_d \quad (22)$$

در نظرگیری وضعیت ماهواره در معادلات موقعیت نسبی زمانی توجیه‌پذیر است که فاصله نسبی ماهواره کم باشد و نیاز به افزایش دقت باشد. در حالی که در فواصل دورتر، علاوه بر افزایش حجم محاسبات، ممکن است در برخی موارد موجب واگرایی محاسبات نیز شود.

معادله‌ی (22)، کلی‌ترین معادله‌ی نسبی ماهواره در فضا، با در نظرگیری کلیه‌ی عوامل تأثیرگذار داخلی و خارجی می‌باشد. بسته به نیاز و کاربرد محاسبات، با گسترش ترم اغتشاشی می‌توان دقت شبیه‌سازی را افزایش داد. همچنین از آنجایی که سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به هدف، سرعت نسبی است، بنابراین از این معادلات می‌توان به‌منظور تقرب ماهواره‌ی رهگیر به ماهواره‌ی هدفی با وضعیت نامتعادل نیز استفاده کرد. درنهایت با انجام عملیات جبری و اعمال ضرب‌های برداری، معادله‌ی (22)، به شکل زیر توسعه می‌یابد [26]:

$$\begin{aligned} \ddot{x}^* &= \frac{-\mu x_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (x_T - x^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_y (\omega_x y^* - \omega_y x^*) + \omega_z (\omega_x x^* - \omega_x z^*) \\ &- 2(\dot{z}^* \omega_y - \dot{y}^* \omega_z) - (\dot{\omega}_y z^* - \dot{\omega}_z y^*) - \frac{F_{C,x}}{m_C} - \gamma_{d,x} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}^* &= \frac{-\mu y_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (y_T - y^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_z (\omega_y z^* - \omega_z y^*) + \omega_x (\omega_y y^* - \omega_y x^*) \\ &- 2(\dot{x}^* \omega_z - \dot{z}^* \omega_x) - (\dot{\omega}_x z^* - \dot{\omega}_z x^*) - \frac{F_{C,y}}{m_C} - \gamma_{d,y} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}^* &= \frac{-\mu z_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (z_T - z^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_x (\omega_z x^* - \omega_x z^*) + \omega_y (\omega_z y^* - \omega_z x^*) \\ &- 2(\dot{y}^* \omega_x - \dot{x}^* \omega_y) - (\dot{\omega}_x y^* - \dot{\omega}_y x^*) - \frac{F_{C,z}}{m_C} - \gamma_{d,z} \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن $\dot{x}^*$ ، $\dot{y}^*$ و $\dot{z}^*$ به‌ترتیب موقعیت و سرعت نسبی ماهواره‌ی صلب، x_T ، y_T و z_T موقعیت مطلق هدف در مدار زمین‌آهنگ، $F_{C,x}$ ، $F_{C,y}$ و $F_{C,z}$ نیروهای کنترلی و $\gamma_{d,x}$ ، $\gamma_{d,y}$ و $\gamma_{d,z}$ مؤلفه‌های اغتشاشی وارد به ماهواره در راستاهای X_I ، Y_I و Z_I می‌باشند. همچنین ترم‌های ω_x ، ω_y و ω_z و $\dot{\omega}_x$ ، $\dot{\omega}_y$ و $\dot{\omega}_z$ به‌ترتیب، مؤلفه‌های سرعت‌ها و شتاب‌های زاویه‌ای دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری می‌باشند.

بحث دیگری که در زمینه‌ی کوپلینگ معادلات مداری و وضعی ماهواره مطرح است، اعمال اثر موقعیت بر معادلات وضعی آن می‌باشد. همان‌طور که در بخش 2-2 بیان شد، موقعیت ماهواره در تعیین وضعیت دستگاه مرجع مداری و به تبع آن، در تعیین وضعیت دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری به‌طور مستقیم تأثیرگذار می‌باشد. با این وجود به نظر می‌رسد

Z_B نسبت به محورهای دستگاه مرجع مداری هستند.

بدین ترتیب گشتاور کنترلی مورد نیاز جهت کنترل سه محوره‌ی وضعیت ماهواره براساس قانون کنترلی PD و با استفاده از ویای اوپلر و سرعت‌های زاویه‌ای بدنی به شکل زیر محاسبه می‌شود [28]:

$$\begin{aligned} T_{C_x} &= K_{P_{T,x}} (\varphi_{com} - \varphi) + K_{D_{T,x}} (p_{com} - p) \\ T_{C_y} &= K_{P_{T,y}} (\theta_{com} - \theta) + K_{D_{T,y}} (q_{com} - q) \\ T_{C_z} &= K_{P_{T,z}} (\psi_{com} - \psi) + K_{D_{T,z}} (r_{com} - r) \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن $\omega_{BR,com} = [p_{com}, q_{com}, r_{com}]^T$ سرعت‌های زاویه‌ای مطلوب ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری، $\omega_{BR} = [p, q, r]^T$ سرعت‌های زاویه‌ای بدنی ماهواره نسبت به مرجع، $eul_{com} = [\varphi_{com}, \theta_{com}, \psi_{com}]^T$ زوایای اوپلر ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری، $eul = [\varphi, \theta, \psi]^T$ زوایای اوپلر نسبی ماهواره و $K_{D_T} = [K_{D_{T,x}}, K_{D_{T,y}}, K_{D_{T,z}}]^T$ و نیز $K_{P_T} = [K_{P_{T,x}}, K_{P_{T,y}}, K_{P_{T,z}}]^T$ بهره‌های کنترلی کنترلر PD در تولید گشتاور می‌باشد. در این حالت نیز مقدار بهینه‌ی بهره‌های کنترلی بر اساس الگوریتم بهینه‌سازی به دست می‌آید.

4- الگوریتم بهینه‌سازی PSO

الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات¹ یکی از الگوریتم‌های جدید و پرکاربرد بهینه‌سازی موجود در دنیا است که براساس هوش جمعی می‌باشد. هوش جمعی نوعی هوش مصنوعی است که براساس رفتار گروهی سیستم‌های نامتمرکز و خودسازمان یافته شکل می‌گیرد. این نوع هوش به طور معمول از تأثیر متقابل و محلی اعضای یک گروه بر یکدیگر و نیز بر محیط پیرامون حاصل می‌شود. این الگوریتم با گروهی از ذرات شروع به حل مسئله می‌کند و هر یک از ذرات در هر بار تکرار با تعقیب دو مقدار "بهترین"، وضعیت خود را به روز می‌کند. اولین بهترین، بهترین راه‌حلی است که خود ذره تاکنون به دست آورده است که آن را P_{best}^2 می‌نامیم. بهترین دیگر، بهترین راه‌حلی است که تاکنون در فضای حل مسئله و در میان همه‌ی ذرات یافت شده است. از آن‌جا که این مقدار جنبه‌ی عمومی دارد، آن را G_{best}^3 می‌نامیم. حرکت هر ذره در این الگو در دو جهت صورت می‌گیرد. یکی حرکت به سوی بهترین موقعیتی که ذره تاکنون داشته است و دیگری به سمت بهترین موقعیتی که بهترین ذره در همسایگی داشته است. در حقیقت هر ذره به سمت یک میانگین وزنی از این دو جهت حرکت می‌کند [31].

فرض کنید می‌خواهیم مسئله را در یک فضای D بعدی با استفاده از روش PSO استاندارد حل کنیم. مکان و سرعت ذره i ام به صورت بردارهای D بعدی $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]^T$ و $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ می‌باشند. همچنین P_{best} یا بهترین موقعیتی که ذره i ام تاکنون داشته است، به صورت $p_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]^T$ نشان داده می‌شود. مؤلفه‌های سرعت و مکان ذرات براساس معادلات زیر به دست خواهند آمد [32]:

$$v_{i,d}^{n+1} = c_0 [w v_{i,d}^n + c_1 r_1^n (p_{i,d}^n - x_{i,d}^n) + c_2 r_2^n (p_{g,d}^n - x_{i,d}^n)] \quad (30)$$

$$x_{i,d}^{n+1} = x_{i,d}^n + v_{i,d}^{n+1} \quad (31)$$

در روابط فوق اندیس g معرف ذره‌ای است که تاکنون در میان همه‌ی

جدول 1 ثابت‌های عددی الگوریتم PSO

N	n_{max}	c_0	c_1	c_2
500	50	1	2	2

¹ Particle Swarm Optimization

² Personal Best

³ Global Best

ذرات بهترین موقعیت را ملاقات کرده است، بالانویس n نیز بیان‌گر تکرارها، N تعداد ذرات، $d=1, 2, \dots, D$ و $i=1, 2, \dots, N$ و ضرایب r_1 و r_2 اعدادی تصادفی در بازه‌ی (0,1) می‌باشند. نقش r_1 و r_2 در الگوریتم این است که به ذرات اجازه می‌دهد با گام‌های گوناگون بین P_{best} و G_{best} حرکت کنند و به نوعی به حفظ تنوع پاسخ‌ها کمک می‌کنند. هرچه این اعداد به صفر نزدیک‌تر باشند، تنوع و گوناگونی و حرکت در جهت‌های مختلف کمتر و هرچه به یک نزدیک‌تر باشند، تنوع بیشتر است.

مقادیر c_0 ، c_1 و c_2 ضرایبی ثابت و مثبت هستند که ضرایب شتاب نام دارند. این ضرایب معمولاً در بازه (0,2) انتخاب می‌شوند. ضرایب شتاب نزدیک به صفر، سبب جستجوی بهتر در یک ناحیه می‌شوند، در حالی که ضرایب شتاب نزدیک به یک سبب اکتشاف کمتر و همگرایی سریع‌تر الگوریتم می‌شوند. ضرایب بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر از دو سبب جستجو در فضای بزرگ‌تر شده ولی سرعت همگرایی را کاهش می‌دهند و ضرایب شتاب بزرگ‌تر از دو باعث خارج شدن ذرات از فضای مسئله می‌شوند و در نتیجه ناپایداری الگوریتم را در پی خواهند داشت.

اینرسی وزنی (w)، پارامتری است که بر رفتار همگرایی PSO تأثیر می‌گذارد. این پارامتر، میزان تأثیر سرعت‌های پیشین بر سرعت‌های کنونی را تنظیم می‌کند و در نتیجه بر قابلیت جستجو و یافتن جواب مناسب در کل فضای مسئله تأثیرگذار است. میزان صفر برای اینرسی وزنی به این معنی است که سرعت‌های پیشین ذرات هیچ تأثیری بر سرعت‌های فعلی ندارند و سرعت‌های کنونی، تنها با توجه به مکان فعلی آن‌ها، P_{best} و G_{best} ، تعیین می‌شوند. از سوی دیگر، مقادیر بزرگ اینرسی وزنی، باعث تأثیر زیاد سرعت‌های پیشین بر سرعت‌های کنونی شده و منجر به کاهش سرعت همگرایی می‌شوند. بدیهی است که با گذشت زمان، ذرات به سوی نقاط بهینه حرکت می‌کنند و در نتیجه نیاز به جستجو در فضایی وسیع کاهش می‌یابد و بهتر است ذرات در حوالی جواب‌های یافته‌شده به جستجوی خود ادامه دهند. در نتیجه مقادیر کوچک‌تر برای اینرسی وزنی مناسب‌تر است [31]. به منظور تنظیم اینرسی وزنی، متناسب با سرعت همگرایی می‌توان از معادله‌ی زیر استفاده کرد [32]:

$$w = \frac{N - n}{N} \quad (32)$$

ضرایب عددی مورد استفاده الگوریتم PSO در جدول 1 بیان شده است.

5- بررسی نتایج

به منظور تبیین اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی آن، ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه را در ورود به پنجره‌ی مداری و فاز تقرب نهایی به موقعیت مدار هدفی با مشخصات ارائه شده در جدول 2، با اختلاف مداری اولیه‌ی 60 km بررسی می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم ماهواره‌های دیگری داخل پنجره‌ی مداری قرار داشته باشند. مشخصات ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه در جدول 3 ارائه شده است. همچنین از آنجایی که هدف این پروژه طراحی آرایش پروازی

جدول 2 پارامترهای کپلری مدار هدف

a (km)	e	i (deg)	ω (deg)	Ω (deg)	θ (deg)
42164.16	0.001	0	25	60	34

جدول 3 مشخصات ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه

I_{xx} (kg m ²)	I_{yy} (kg m ²)	I_{zz} (kg m ²)	m (kg)
3770	730	4020	1082.578

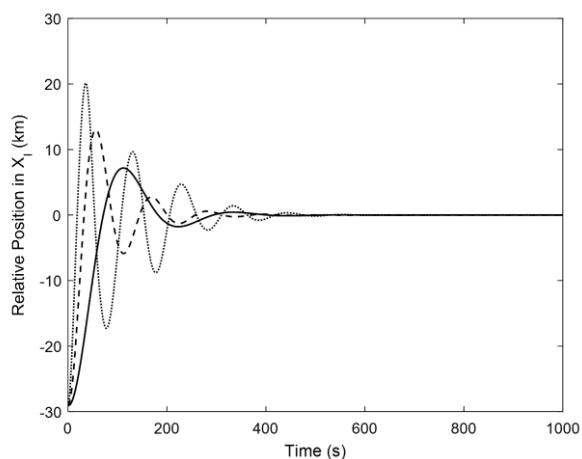
جدول 4 شرایط وضعی اولیه

Table 4 Initial Attitude Conditions

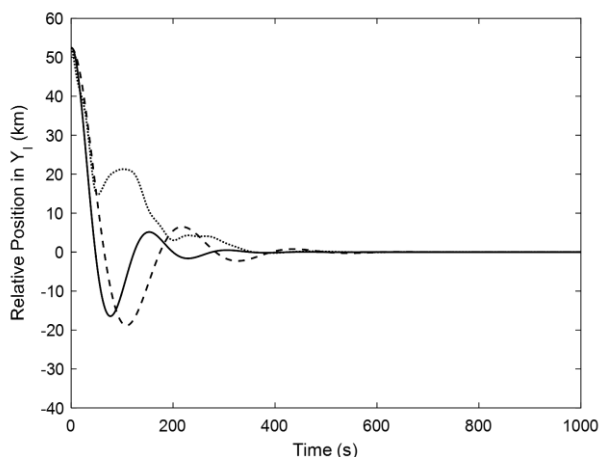
$\dot{\psi}$ (deg/s)	$\dot{\theta}$ (deg/s)	$\dot{\phi}$ (deg/s)	ψ (deg)	θ (deg)	ϕ (deg)	
0.01	0.01	0.01	0.5	0.5	0.5	وضعیت آرام
2.5	2.5	2.5	4	2.5	3	وضعیت مغشوش

موجب بروز خطای بیشتری در ردیابی موقعیت نسبی ماهواره می شود که این مسئله خطری جدی برای مأموریت ماهواره‌ی رهگیر و سایر ماهواره‌های موجود در پنجره‌ی مداری می باشد. در حالت ایده آل و با صرف نظر از اثر وضعیت بر موقعیت نسبی ماهواره، مانور انتقالی به صورت صفحه‌ای انجام می شود، در حالی که در حقیقت ماهواره در حین مانور با انحراف اندکی از صفحه‌ی مداری مواجه است. بنابراین نیاز به اعمال نیروی کنترلی در راستای Z_I نیز وجود خواهد داشت. در اغلب پرونده‌های فضایی به منظور کنترل ماهواره در راستای Z_I از مانورهای اصلاحی شمالی- جنوبی استفاده می شود.

بنابراین زمانی که بناست ماهواره در یک مجموعه‌ی فضایی قرار گیرد، کنترل نسبی وضعیت ماهواره، با دقتی هر چند اندک، پیش از ورود به پنجره‌ی مداری از ملزومات مهم در تقرب به موقعیت تعیین شده در مأموریت می باشد. همچنین بسته به موقعیت قرارگیری ماهواره‌ها در پنجره‌ی مداری، نوع معادلات مورد استفاده در شبیه سازی‌ها تعیین می شود. بدین ترتیب که اگر تعداد ماهواره‌های موجود در یک پنجره‌ی مداری به گونه‌ای بود که



شکل 1 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و

معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (--) و مغشوش (:). در راستای X_I Fig. 1 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (--) and Confused (:) Initial Situations in Direction of X_I 

شکل 2 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و

معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (--) و مغشوش (:). در راستای Y_I Fig. 2 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (--) and Confused (:) Initial Situations in Direction of Y_I

نبوده و بررسی موقعیت و وضعیت ماهواره‌ی نمونه در اولویت است، دینامیک سایر ماهواره‌ها در نظر گرفته نشده است. اختلاف مداری اولیه‌ی ماهواره و موقعیت هدف تنها اختلاف در ارتفاع اوج آن در نظر گرفته شده و سایر پارامترهای مداری مشابه موقعیت هدف فرض شده است. بدین ترتیب اختلاف موقعیت و سرعت نسبی ماهواره برابر است با:

$$R_{rel0} = [-29.0645 \quad 52.4337 \quad 0]^T \text{ (km)}$$

$$V_{rel0} = [1.9176 \quad 1.0615 \quad 0]^T \times 10^3 \text{ (km/s)}$$

به منظور بررسی چگونگی اثرگذاری شرایط وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی، دو نوع شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش در آغاز ورود ماهواره به پنجره‌ی مداری را در نظر می گیریم. در شرایط وضعی آرام، وضعیت ماهواره دقت یک درجه کنترل می شود. این در حالی است که در شرایط وضعی مغشوش، ماهواره بدون اعمال کنترل وضعیت، با وضعیت اولیه‌ی مغشوش وارد پنجره‌ی مداری می شود. همچنین موقعیت و وضعیت نسبی ماهواره در هر دو حالت، در حین تقرب به موقعیت نهایی تعریف شده در مدار براساس قانون کنترلی PD کنترل می شوند. بهره‌های کنترلی مورد استفاده در تولید نیرو و گشتاور کنترلی مطابق الگوریتم بهینه سازی PSO بهینه شده اند. تابع هدف تعریف شده در هر دو حالت، کمینه سازی تلاش کنترلی و به تبع آن کاهش مصرف سوخت و افزایش عمر عملیاتی ماهواره بوده است. بهره‌های کنترلی بهینه‌ی مورد استفاده در قوانین کنترلی برای معادلات دینامیک مداری مستقل از وضعیت، معادلات دینامیک مداری کوپل شده با وضعیت و معادلات وضعی ماهواره به ترتیب در جداول 5 تا 7 ارائه شده است.

"شکل های 1 تا 3" موقعیت ماهواره نسبت به موقعیت هدف براساس معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت و کوپل شده با وضعیت را برای شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش و در راستاهای X_I ، Y_I و Z_I نشان می دهند. همان طور که در این نمودارها قابل مشاهده است، شرایط وضعی مغشوش

جدول 5 بهره های کنترلی بهینه برای معادلات حرکت انتقالی مستقل از وضعیت

پیش از ورود به پنجره‌ی مداری، با استفاده از تجهیزات کنترل وضعیت و با

Table 5 Optimized Control Gains for Decoupled Translational Equations

در راستای Z_I	در راستای Y_I	در راستای X_I	بهره کنترلی
5.6327	2.0000	1.0000	K_{PF}
11.4669	34.5266	27.7729	K_{DF}

جدول 6 بهره های کنترلی بهینه برای معادلات حرکت انتقالی کوپل شده با وضعیت

Table 6 Optimized Control Gains for Coupled Translational Equations

در راستای Z_I	در راستای Y_I	در راستای X_I	بهره کنترلی
8.8521	1.0000	3.5922	K_{PF}
16.4534	20.9254	29.9713	K_{DF}

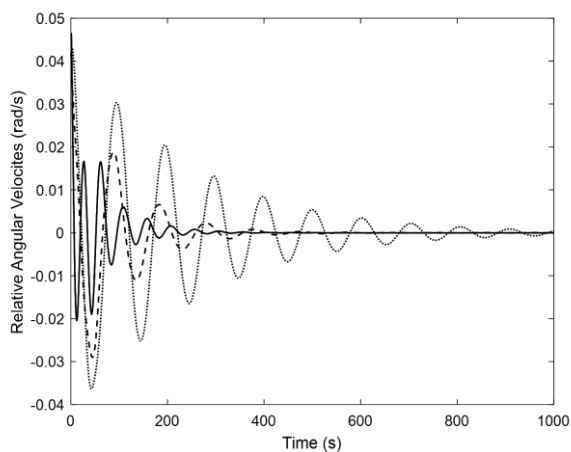
جدول 7 بهره های کنترلی بهینه برای معادلات وضعی ماهواره

Table 7 Optimized Control Gains for Attitudinal Equations

در راستای Z_I	در راستای Y_I	در راستای X_I	بهره کنترلی
15.0000	25.0000	15.0000	K_{PT}
57.5926	93.3668	69.7920	K_{DT}

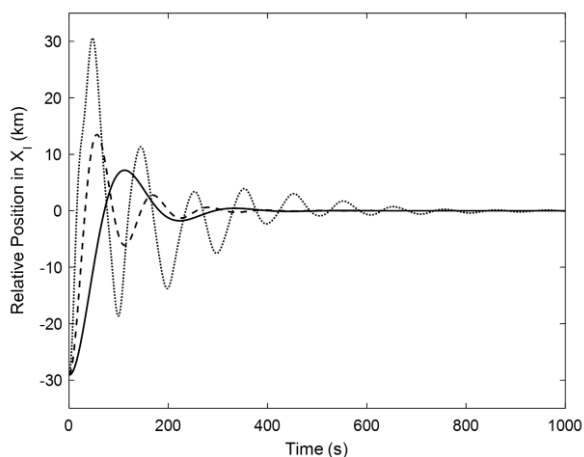
ماهواره‌ها به‌صورت فشرده در پنجره قرار داشتند، لازم است اثر اغتشاشی وضعیت ماهواره بر موقعیت نسبی در معادلات دینامیکی ماهواره لحاظ شود. همچنین لازم است موقعیت اولیه ماهواره در نزدیکی پنجره مداری به‌گونه‌ای تعیین شود که مسیر حرکت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با فاصله‌ای ایمن از سایر ماهواره‌های موجود در پنجره مداری باشد. بدین‌منظور ابتدا لازم است مسیر تقرب به‌دقت تعیین شود، سپس با توجه به سایر الزامات مداری موقعیت اولیه ماهواره تعیین شود. اگرچه افزایش دقت مورد استفاده در معادلات همواره موجب تخمین هرچه بهتر شرایط ماهواره می‌شود، اما از آنجایی که حجم قابل‌پردازش توسط پردازشگر ماهواره محدود است، بالا بردن غیرضروری حجم محاسبات ممکن است موجب به‌خطر افتادن مأموریت ماهواره و کاهش قابلیت اطمینان سیستم شود. همچنین از آنجایی که مهم‌ترین عامل در مأموریت‌های فضایی و به‌ویژه مأموریت‌های مدار زمین‌آهنگ ژئو، قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد، لازم است پردازشگر ماهواره در هر مانور با توجه به آیت‌هایی نظیر وجود

همچنین به‌منظور تبیین وضعیت لحظه‌ای نسبت به وضعیت مرجع مداری در حین مانور، وضعیت نسبی ماهواره در شرایط وضعی اولیه آرام و مغشوش در "شکل‌های 4 و 5" نشان داده شده است. همان‌طور که پیش‌تر هم بیان شده در هر دو حالت وضعیت ماهواره براساس قانون کنترلی PD و با



شکل 5 سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری برای وضعیت اولیه مغشوش حول محورهای X_R (---)، Y_R (⋯)، و Z_R (-)

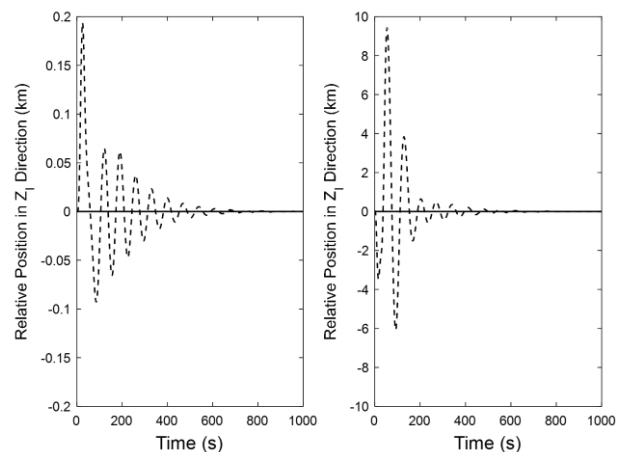
Fig. 5 Angular Velocities of Satellite Relative to the Orbital Reference Frame for Initial Confused Situation about the X_R (---), Y_R (⋯), and Z_R (-)



شکل 6 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرف‌نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به‌کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل با شرایط اولیه آرام (-) و مغشوش (⋯) در راستای X_I

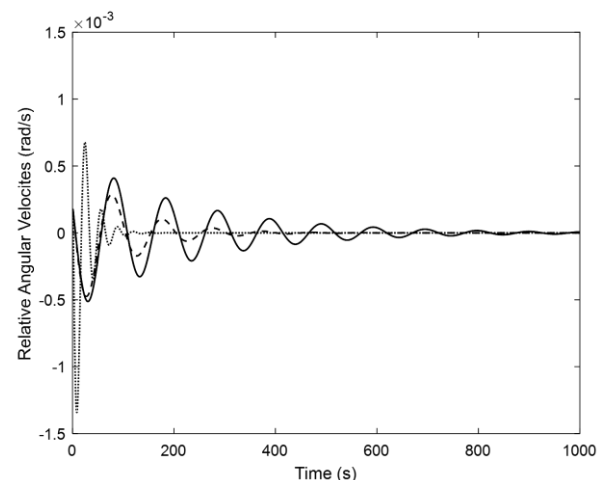
Fig. 6 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (---) and Confused (⋯) Initial Situations in Direction of X_I at the Uncontrolled Attitudinal Situation

ماهواره‌ها به‌صورت فشرده در پنجره قرار داشتند، لازم است اثر اغتشاشی وضعیت ماهواره بر موقعیت نسبی در معادلات دینامیکی ماهواره لحاظ شود. همچنین لازم است موقعیت اولیه ماهواره در نزدیکی پنجره مداری به‌گونه‌ای تعیین شود که مسیر حرکت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با فاصله‌ای ایمن از سایر ماهواره‌های موجود در پنجره مداری باشد. بدین‌منظور ابتدا لازم است مسیر تقرب به‌دقت تعیین شود، سپس با توجه به سایر الزامات مداری موقعیت اولیه ماهواره تعیین شود. اگرچه افزایش دقت مورد استفاده در معادلات همواره موجب تخمین هرچه بهتر شرایط ماهواره می‌شود، اما از آنجایی که حجم قابل‌پردازش توسط پردازشگر ماهواره محدود است، بالا بردن غیرضروری حجم محاسبات ممکن است موجب به‌خطر افتادن مأموریت ماهواره و کاهش قابلیت اطمینان سیستم شود. همچنین از آنجایی که مهم‌ترین عامل در مأموریت‌های فضایی و به‌ویژه مأموریت‌های مدار زمین‌آهنگ ژئو، قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد، لازم است پردازشگر ماهواره در هر مانور با توجه به آیت‌هایی نظیر وجود



شکل 3 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و معادلات کوپل (-) با شرایط اولیه آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای Z_I

Fig. 3 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics (⋯) for Calm (left hand) and Confused (right hand) Initial Situations in Direction of Z_I



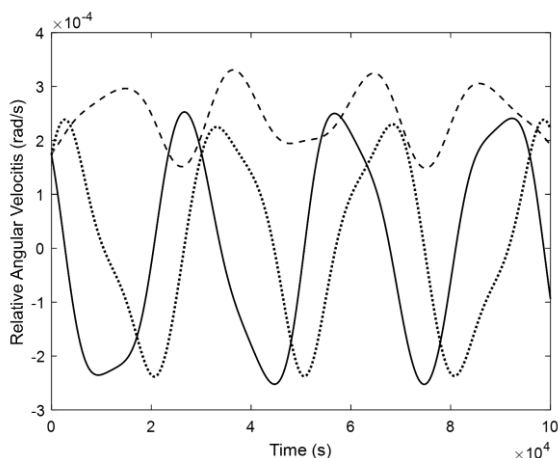
شکل 4 سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری برای وضعیت اولیه آرام حول محورهای X_R (---)، Y_R (⋯)، و Z_R (-)

Fig. 4 Angular Velocities of Satellite Relative to the Orbital Reference Frame for Initial Calm Situation about the X_R (---), Y_R (⋯), and Z_R (-)

قابل مشاهده می‌باشد. بدین ترتیب در صورت آرام بودن شرایط وضعی اولیه‌ی ماهواره پیش از ورود به پنجره‌ی مداری می‌توان از کنترل وضعیت ماهواره حین تقرب صرفه‌نظر کرد. اما در صورتی که شرایط وضعی اولیه‌ی ماهواره مغشوش باشد، نمی‌توان کنترل وضعیت ماهواره را به پایان مانور موکول کرد. با این وجود از آنجایی که هدف از کنترل وضعیت ماهواره تنها ممانعت از ایجاد اغتشاش در موقعیت نمی‌باشد، بهتر است شرایط وضعی ماهواره در حین مانور به‌دقت کنترل شود.

همچنین به‌منظور تبیین شرایط وضعی ماهواره، وضعیت ماهواره در طول مانور برای دو حالت وضعی آرام و مغشوش به‌ترتیب در "شکل‌های 9 و 10" نشان داده شده است. با توجه به آرام بودن نرخ تغییرات وضعی ماهواره در شرایط آرام، به‌منظور بررسی شرایط پریودیک وضعیت، وضعیت ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری در بازه‌ی زمانی 105 ثانیه رسم شده است (شکل 9). همچنین در شرایط مغشوش وضعیت، با توجه به بالا بودن نوسانات، وضعیت نسبی ماهواره در یک بازه‌ی زمانی 500 ثانیه‌ای رسم شده است. وضعیت ماهواره در مابقی بازه‌های زمانی برای شرایط وضعی مغشوش، تکراری از وضعیت نشان داده شده در "شکل 10" می‌باشد. همان‌طور که با دقت در "شکل 9" مشاهده می‌شود، تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای نسبت به زمان با اغتشاش اندکی همراه است که وجود این اغتشاش را می‌توان ناشی از اغتشاش در موقعیت و سرعت مطلق ماهواره دانست. همان‌طور که در معادلات وضعی ماهواره بیان شد، موقعیت و سرعت مطلق ماهواره در تعیین سرعت زاویه‌ای دستگاه مرجع مداری نسبت به دستگاه اینرسی و در نهایت در تعیین سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری مؤثر می‌باشد.

از مهم‌ترین ملزومات در طراحی یک مانور، نیروی کنترلی مورد نیاز و به تبع آن سوخت مصرفی در طول مانور می‌باشد. "شکل 11" اندازه‌ی نیروی کنترلی موردنیاز در فرآیند تقرب نهایی به موقعیت مداری هدف برای شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش نسبت به نیروی به‌دست آمده از معادلات مستقل از وضعیت را نشان می‌دهند. همچنین نیروهای کنترلی مذکور، برای وضعیت کنترل نشده در "شکل 12" نشان داده شده است. همان‌طور که در این نمودارها مشاهده می‌شود، اولاً اندرکنش شرایط وضعی و حرکت انتقالی ماهواره موجب افزایش نیروی کنترلی مورد نیاز می‌شود که صرف‌نظر از این

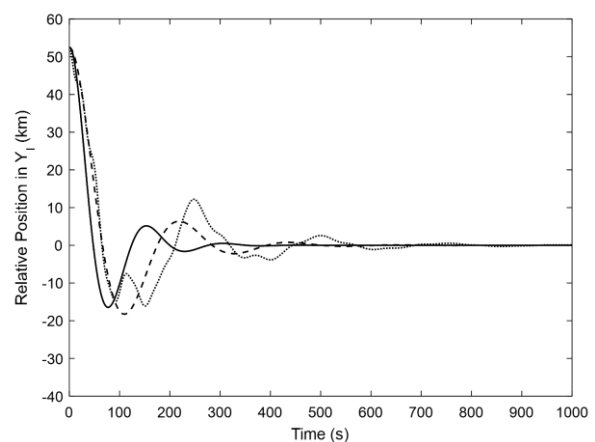


شکل 9 سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره در شرایط وضعی آرام کنترل نشده حول

محورهای X_R (-)، Y_R (--)، و Z_R (:)

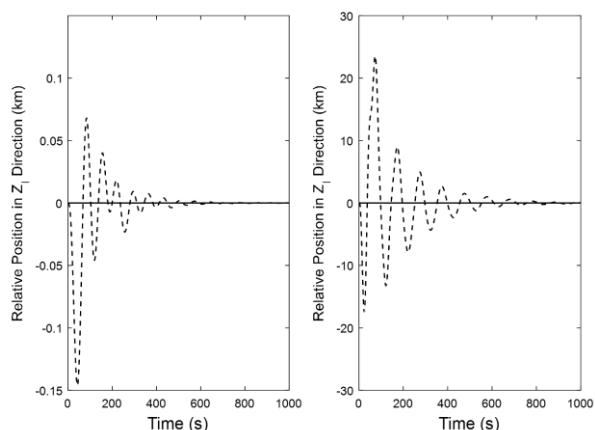
Fig. 9 Angular Velocities of Satellite about the X_R (-), Y_R (--), and Z_R (:) at Uncontrolled Calm Attitudinal Situation

استفاده از بهره‌های کنترلی بهینه‌سازی شده براساس الگوریتم بهینه‌سازی PSO که در جدول 5 ارائه شده‌اند، کنترل می‌شود. همچنین همان‌طور که در این نمودارها مشاهده می‌شود، کنترل وضعیت ماهواره در شرایط اولیه‌ی آرام با نوسانات کمتر و در زمان کوتاه‌تری نسبت به شرایط اولیه‌ی مغشوش صورت می‌گیرد. در موارد مذکور، وضعیت ماهواره در حین تقرب به موقعیت هدف کنترل می‌شود، اما چنانچه وضعیت ماهواره در حین تقرب کنترل نشود، خطای ناشی از صرفه‌نظر کردن اثر اغتشاشی وضعیت بر موقعیت نسبی، در وضعیت اولیه‌ی آرام تفاوت چندانی نسبت به حالتی که وضعیت در حال کنترل است ایجاد نمی‌کند اما در شرایط اولیه‌ی مغشوش موجب بروز خطای قابل توجهی می‌شود. این مطلب در "شکل‌های 6 تا 8" که موقعیت نسبی ماهواره نسبت به موقعیت هدف را برای معادلات دینامیک مداری مستقل از وضعیت و با اعمال اثر وضعی برای شرایط آرام و مغشوش نشان می‌دهند،



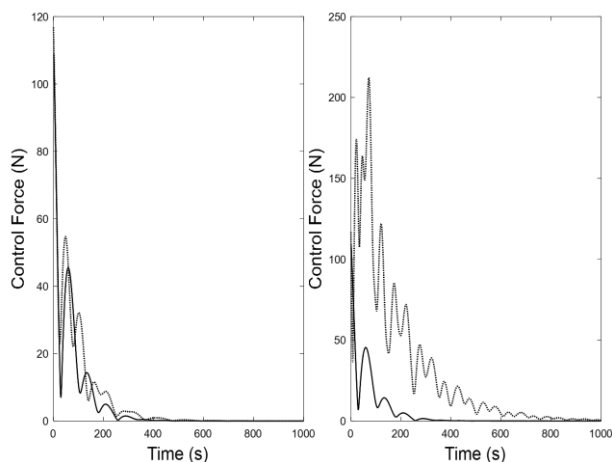
شکل 7 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرفه‌نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به‌کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (-) و مغشوش (:) در راستای Y_1

Fig. 7 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (--) and Confused (:) Initial Situations in Direction of Y_1 at the Uncontrolled Attitudinal Situation



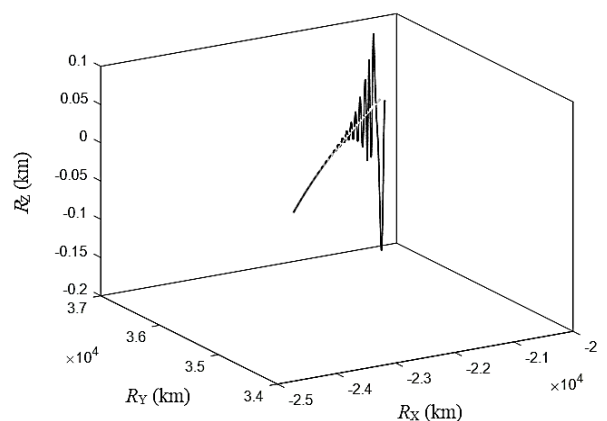
شکل 8 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرفه‌نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به‌کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل (-) با شرایط اولیه‌ی آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای Z_1

Fig. 8 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (left hand) and Confused (right hand) Initial Situations in Direction of Z_1 at the Uncontrolled Attitudinal Situation



شکل 12 نیروی کنترلی به دست آمده جهت کنترل موقعیت ماهواره از معادلات دینامیکی کوپل (:) نسبت به معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) برای شرایط وضعی کنترل نشده آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست)

Fig. 12 Control Force for Position Control of the Satellite from Coupled (:) and Decoupled (-) Dynamics for Initial Calm (left hand) and Confused (right hand) Attitudinal Situation



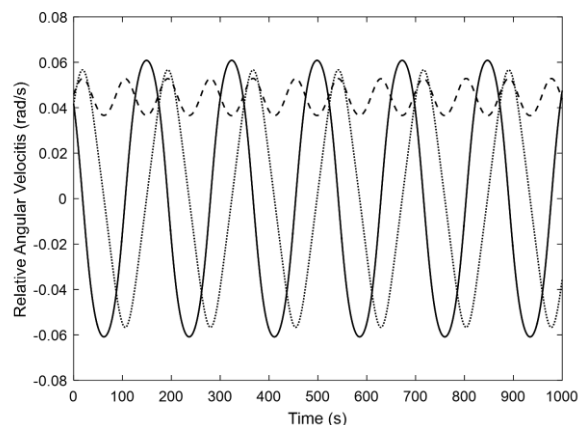
شکل 13 موقعیت ماهواره در فضا

Fig. 13 Satellite Position in Space

دست یافت. بدین ترتیب موقعیت و وضعیت اولیه ماهواره در آغاز مانور و ورود به پنجره مداری به دست خواهد آمد.

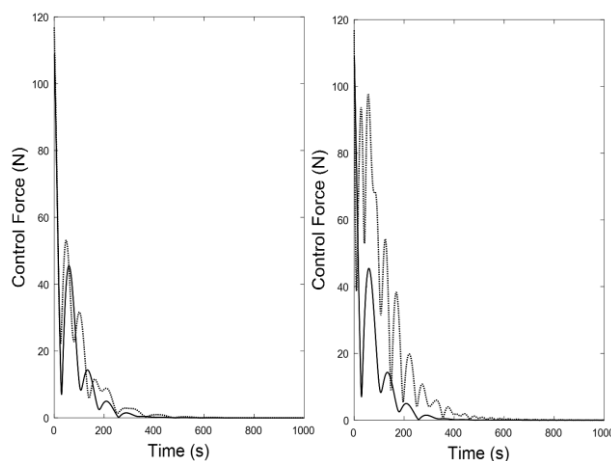
6- جمع بندی

در سال های اخیر طراحی آرایش پروازی ماهواره ها و سیستم های فضایی مبتنی بر الگوریتم هایی بهینه با بیشترین قابلیت اطمینان موضوع بسیاری از پژوهش های فضایی بوده است. با توجه محدودیت های مداری، کشورها تلاش می کنند تا بیشترین بهره برداری را از موقعیت های مداری خود داشته باشند. در این میان یکی از مهم ترین فازها در طراحی آرایش پروازی، طراحی الگوریتمی مناسب به منظور قرارگیری ماهواره ای جدید در موقعیت مداری از پیش تعیین شده می باشد. به منظور تدوین چنین الگوریتمی لازم است موقعیت لحظه ای ماهواره با حداکثر دقت قابل دستیابی شبیه سازی شود. بنابراین نیاز به استخراج معادلاتی که حداکثر دقت را داشته باشند از الزامات اولیه ای این طراحی می باشد. در این پژوهش موقعیت و وضعیت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با وضعیتی مطلوب و با حداکثر دقت و بدون ساده سازی های رایج استخراج شده است. براساس این معادلات می توان تأثیر



شکل 10 سرعت های زاویه ای ماهواره در شرایط وضعی مغشوش کنترل نشده حول محوره های X_R (-), Y_R (-) و Z_R (:)

Fig. 10 Angular Velocities of Satellite about the X_R (-), Y_R (-), and Z_R (:) at the Uncontrolled Confused Attitudinal Situation



شکل 11 نیروی کنترلی به دست آمده جهت کنترل موقعیت ماهواره از معادلات دینامیکی کوپل (:) نسبت به معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) برای شرایط وضعی اولیه آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست)

Fig. 11 Control Force for Position Control of the Satellite from Coupled (:) and Decoupled (-) Dynamics for Initial Calm (left hand) and Confused (right hand) Attitudinal Situation

تأثیر موجب بروز خطا در تعیین نیروی کنترلی مورد نیاز خواهد شد. ثانیاً در هر دو حالت، شرایط وضعی مغشوش موجب افزایش نیروی کنترلی شده است که این افزایش برای شرایط وضعی مغشوش کنترل نشده به مراتب بیشتر از شرایط وضعی آرام کنترل نشده می باشد. بنابراین ایجاد شرایط وضعی آرام پیش از آغاز مانور، از کنترل هم زمان وضعیت در حین مانور بسیار مهم تر است.

"شکل 13" موقعیت لحظه ای ماهواره در حین مانور در فضا را نشان می دهد. این ماهواره با وضعیت اولیه آرام وارد پنجره مداری می شود و پس از آن در طول مانور، شرایط وضعی ماهواره براساس قانون کنترلی بهینه PD کنترل می شود. با استفاده از مسیر حرکت ماهواره و تعیین دقیق موقعیت سایر ماهواره ها و حفظ فاصله ای مناسب از مسیر حرکت ماهواره، می توان الگوریتمی برای تقرب به موقعیت هدف تعریف شده در مأموریت تدوین نمود. از سوی دیگر با توجه به موقعیت ماهواره و مسیر طی شده در حین مانور، می توان به موقعیت و وضعیت مناسب در اطراف پنجره مداری

- formation-flying GNC system for the DARWIN interferometer, *Modeling and Systems Engineering for Astronomy*, Vol. 5497, pp. 28-38, 2004.
- [5] M. Navabi, M. Barati, Dynamics modeling of spacecraft formation flying and evaluating the models accuracy under the effects of relative distance, eccentricity and earth gravitational perturbation, *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-59, 1391. (in Persian)
- [6] M. Navabi, M. Barati, H. B. Khamseh, A comparative study of dynamics models for satellite formation flying-Cartesian ordinary differential equations description, *Proceeding of Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 5th International Conference on, IEEE, pp. 829-832, 2011.
- [7] M. Navabi, M. Barati, H. Bonyan, Algebraic orbit elements difference description of dynamics models for satellite formation flying, *Proceeding of Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 6th International Conference on, IEEE, pp. 277-280, 2013.
- [8] G. Inalhan, M. Tillerson, J. P. How, Relative dynamics and control of spacecraft formations in eccentric orbits, *Journal Of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 1, pp. 48-59, 2002.
- [9] R. G. Melton, Time-explicit representation of relative motion between elliptical orbits, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 4, pp. 604-610, 2000.
- [10] D. W. Gim, K. T. Alfriend, The state transition matrix of relative motion for the perturbed non-circular reference orbit, *Proceedings of the 11 th Annual AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Santa Barbara, pp. 913-934, 2001.
- [11] J. Marsden, W. Koon, R. Murray, J. Masdemont, J2 dynamics and formation flight, *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Montreal: August, AIAA, Vol. 4090, 2001.
- [12] H. Schaub, K. T. Alfriend, J 2 invariant relative orbits for spacecraft formations, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 79, No. 2, pp. 77-95, 2001.
- [13] K. T. Alfriend, H. Schaub, Dynamic and control of spacecraft formations: challenges and some solutions, *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 48, No. 2, pp. 249-267, 2000.
- [14] T. Carter, M. Humi, Clohessy-Wiltshire equations modified to include quadratic drag, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 6, pp. 1058-1063, 2002.
- [15] D. J. Scheeres, F. Y. Hsia, N. Vinh, Stabilizing motion relative to an unstable orbit: applications to spacecraft formation flight, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 26, No. 1, pp. 62-73, 2003.
- [16] S. G. Kim, J. L. Crassidis, Y. Cheng, A. M. Fosbury, J. L. Junkins, Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1, pp. 133-143, 2007.
- [17] W. Clohessy, Terminal guidance system for satellite rendezvous, *Journal of the Aerospace Sciences*, Vol. 27, No. 9, pp. 653-658, 2012.
- [18] T. Carter, M. Humi, Fuel-optimal rendezvous near a point in general Keplerian orbit, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 6, pp. 567-573, 1987.
- [19] N. J. Kasdin, P. Gurfil, E. Kolumen, Canonical modelling of relative spacecraft motion via epicyclic orbital elements, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 92, No. 4, pp. 337-370, 2005.
- [20] H. Pan, V. Kapila, Adaptive nonlinear control for spacecraft formation flying with coupled translational and attitude dynamics, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE*, Florida, USA, pp. 2057-2062, 2001.
- [21] S. R. Ploen, F. Y. Hadaegh, D. P. Scharf, Rigid body equations of motion for modeling and control of spacecraft formations. Part 1: Absolute equations of motion, *Proceeding of, IEEE*, pp. 3646-3653.
- [22] S. Segal, P. Gurfil, Effect of kinematic rotation-translation coupling on relative spacecraft translational dynamics, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1045-1050, 2009.
- [23] M. Navabi, M. R. Akhloumiadi, Nonlinear optimal control of orbital rendezvous problem for circular and elliptical target orbit, *Modares Mechanical Engineering (MME)*, Vol. 15, No. 12, pp. 132-142, 1394. (in Persian)
- [24] M. Navabi, M. R. Akhloumiadi, Nonlinear optimal control of space docking and rendezvous problem, *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 8, No. 3, pp. 27-40, 1394. (in Persian)
- [25] P. Fortescue, G. Swinerd, J. Stark, *Spacecraft Systems Engineering*, Third Edition, pp. 49-62, England: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
- [26] M. Beglari, *Control of Geostationary Satellite in the Approach Phase of the GEO Orbit*, Ms Thesis, Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, 1395. (in Persian)
- [27] B. N. Agrawal, *Design of geosynchronous spacecraft*, Second Edition, pp. 106-115, United States of America: International Telecommunications Satellite Organization, 1986.
- [28] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*, Second Edition, pp. 22-111: Cambridge university press, 1997.
- [29] W. Fehse, *Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*, Third Edition, pp. 424-428, New York: Cambridge university press, 2003.
- [30] P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, Second Edition, pp. 165-197, Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2000.
- [31] A. G. Sahebi, *Guidance Algorithm Development and 6DOF Control in Final Rendezvous Phase with Uncooperative Target*, Ms Thesis, Department of

متقابل موقعیت و وضعیت ماهواره بر یکدیگر را در مانورها و شرایط گوناگون بررسی کرد.

در این مقاله به طور ویژه کیفیت اثرگذاری وضعیت بر موقعیت نسبی در فرآیند تقرب از موقعیتی در نزدیکی پنجره مداری تا موقعیت هدف بررسی شده است. با توجه به نتایج ارائه شده، لازم است وضعیت ماهواره پیش از ورود به پنجره مداری با دقتی هر چند اندک به طور نسبی کنترل و ماهواره با شرایط نسبتاً آرامی وارد مانور شود. بدین ترتیب موقعیت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف خطای اندکی نسبت به موقعیت به دست آمده از معادلات مستقل از وضعیت خواهد داشت. بنابراین در چنین شرایطی می توان موقعیت ماهواره را براساس معادلات مستقل از وضعیت تعیین نمود.

مسیر تقرب ماهواره به موقعیت تعیین شده در مأموریت باید به گونه ای باشد که با سایر ماهواره های موجود در پنجره مداری فاصله ی مناسبی داشته باشد تا تهدیدی برای مأموریت هیچ یک از اجزاء این ناوگان فضایی ایجاد نکند. بدین ترتیب نوع معادلات مورد استفاده در مدلسازی فرآیند تقرب ماهواره به موقعیت هدف، براساس شرایط حاکم در پنجره مداری، اعم از وضعیت اولیه ی ماهواره، وجود ماهواره های دیگر، تراکم ناوگان فضایی، موقعیت سایر فضاپیماها نسبت به ماهواره ی مورد بررسی و سایر عوامل تأثیرگذار تعیین می شود.

ابتدا مسیر تقرب ماهواره به موقعیت هدف با به کارگیری معادلات کوپل و با حداکثر دقت قابل دست یابی شبیه سازی می شود. در صورت تراکم ماهواره ها در پنجره مداری و به خطر افتادن مأموریت هر یک از فضاپیماها، استفاده از معادلات موقعیت نسبی کوپل شده با معادلات وضعیت الزامی است. اما در صورتی که ماهواره فضای عملیاتی مناسب برای انجام مانورهای موردنظر داشته باشد و خطای ناشی از صرف نظر کردن از اندرکنش معادلات حرکت انتقالی و وضعی ماهواره تهدیدی برای مأموریت هیچ یک از فضاپیماها ایجاد نکند، پردازشگر ماهواره می تواند از معادلات انتقالی مستقل از وضعیت استفاده کند. موقعیت نسبی فضاپیماهای موجود در پنجره مداری نسبت به ماهواره ی مورد بررسی تعیین کننده ی دقت موردنیاز در شبیه سازی های دینامیکی می باشد.

موقعیت و وضعیت ماهواره در حین فرآیند براساس قانون کنترلی بهینه ی PD کنترل شده است. همچنین با توجه به جامعیت معادلات و عدم اعمال ساده سازی ها و خطی سازی های مرسوم، معادلات به دست آمده، قابلیت استفاده در مانورها و مأموریت های گوناگون فضایی از جمله ملاقات های فضایی را دارا می باشند. اگرچه به منظور بررسی دقیق تر اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی آن هیچ گونه اغتشاشی در شبیه سازی ها صورت نگرفته، اما در استخراج معادلات اصلی ترم های اغتشاشی نیز در نظر گرفته شده است که با اعمال اغتشاشات مؤثر بر ماهواره، می توان به طراحی دقیق تر آرایش پروازی ماهواره و سایر ماهواره های موجود در ناوگان فضایی پرداخت.

7- مراجع

- [1] G. Krieger, A. Moreira, H. Fiedler, I. Hajnsek, M. Werner, M. Younis, M. Zink, TanDEM-X: A satellite formation for high-resolution SAR interferometry, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 45, No. 11, pp. 3317-3341, 2007.
- [2] W. Fowler, S. Bettadpur, B. Tapley, Mission planning for the twin GRACE satellites, *Proceeding of AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Paper AAS 00-164, Clearwater, Florida, 2000.
- [3] C. Dunn, W. Bertiger, G. Franklin, I. Harris, G. Kruizinga, T. Meehan, S. Nandi, D. Nguyen, T. Rogstad, J. B. Thomas, The instrument on NASA's GRACE mission: augmentation of GPS to achieve unprecedented gravity field measurements, 2002.
- [4] C. Beugnon, B. Calvel, S. Boulade, F. Ankersen, Design & modelling of the

[32] R. L. Haupt, S. E. Haupt, *Practical Genetic Algorithms*, Second Edition, pp. 187-195, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. Publication, 2004.

Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, 1389. (in Persian فارسی)