مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1396، دوره 17، شماره 9، ص‌ص 417-426

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل عددی یک ریزمخلوط‌گر فعال با همزن نوسانی چرخان در نسبت‌های منظری مختلف به روش شبکه بولتزمن

حجت خزیمه نژاد[1]، حمید نیازمند[2*]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 1111-91775، niazmand@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 05 خرداد 1396

پذیرش: 05 شهریور 1396

ارائه در سایت: 31 شهریور 1396

کلید واژگان:

ریزمخلوط‌گر فعال

همزن نوسانی

نسبت منظری

روش شبکه بولتزمن

چکیده

در مقاله حاضر یک شبیه‌سازی عددی برای تحلیل اثرات نسبت منظری یک همزن مستطیلی (AR) با در نظر گرفتن همزمان اثرات دو پارامتر دیگر فرکانس بی‌بعد (St) و دامنه بی‌بعد (K) همزن، بر بازده اختلاط درون یک ریزمجرای تخت به روش شبکه بولتزمن صورت گرفته است. نتایج نشان دادند که در یک دامنه نوسان کوچک، تغییرات AR در مقادیر St پایین تقریبا بی‌تاثیر بوده ولی در مقادیر میانی با کاهش AR بازده بیشتر می‌شود. همچنین در مقادیر بالای St با افزایش AR از 0.1 به 0.5 بازده کم ولی با افزایش بیشتر AR، بازده نیز افزایش یافته است. در یک دامنه نوسانی بزرگتر نسبت به حالت قبل، در مقادیر بالای St با افزایش AR تا میزان 0.7 ابتدا بازده افزایش ولی بعد از این مقدار بازده کم می‌شود. در مقادیر پایین و میانی St، اختلاط در مقادیر پایین‌تر AR دارای عملکرد بهتری نسبت به مقادیر بالاتر آن بوده است. علاوه بر این نشان داده شد که در یک فرکانس کوچک، در تمامی مقادیر K افزایش AR ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده شده است به طوری که هر چه AR به 1 نزدیک‌تر باشد بازده اختلاط بهتر می‌شود. در یک فرکانس بزرگتر، در مقادیر کوچک K با افزایش AR ابتدا بازده کاهش و سپس افزایش یافته، در حالی که این روند در مقادیر بزرگ K تقریبا معکوس شده است. در مقادیر میانی به‌طور کلی هر چه نسبت منظری بیشتر و نزدیک‌تر به 1 باشد بازده اختلاط نیز بیشتر بوده است.

A numerical analysis of an active micromixer with the oscillating stirrer at the different aspect ratios by LBM

Hojjat Khozeymeh-Nezhad, Hamid Niazmand*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran. niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 26 May 2017
Accepted 27 August 2017
Available Online 22 September 2017

Keywords:
Active Micromixer
Oscillating Stirrer
Aspect Ratio
LBM

ABSTRACT

In the present paper, a numerical simulation is performed to analyze the aspect ratio (AR) effects of a rectangular stirrer along with two other parameters, dimensionless frequency (St) and amplitude (K) of stirrer on the mixing efficiency of a straight microchannel by LBM. Results showed that at low amplitudes mixing efficiency is slightly influenced by the AR at low values of St, while for intermediate values mixing efficiency increases with the decrease of AR. Moreover, at large values of St, mixing efficiency reduces with the increase of AR up to 0.5, while it increases at larger AR values. In the limit of large amplitudes considered in this study, efficiency increases with the increasing AR up to 0.7, while decreases after that for high values of St. However, for low and intermediate values of St, mixing performance is more efficient at lower values of AR. Furthermore, it was shown that in low frequencies, the mixing efficiency decreases and then increases with the increase in AR for all values of K such that more efficient mixing occurs for AR closer to one. In higher frequencies, mixing efficiency decreases and then increases as AR increases in small value of K, while this trend becomes inverse at large values of K. Generally, for intermediate values of amplitudes, AR closet to one corresponds with the highest mixing efficiency.

1- مقدمه

سرعت پیشرفت در فناوری ساخت وسایل ریزسیالی و کاربردی شدن آن‌ها در صنایع مختلف باعث توجه بسیاری از محققان به این حوزه شده است. پژوهشگران پدیده‌های مختلفی را در این گونه وسایل مورد بررسی قرار داده‌اند. یکی از مهمترین پدیده‌های قابل بررسی در وسایل ریزسیالی، پدیده اختلاط می‌باشد. اختلاط در ابعاد میکرو به‌دلیل کاربردهای فراوان آن در صنایع شیمیایی، غذایی، پزشکی و ... از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. جریان در ریزمجراها به دلیل ابعاد کوچک آن آرام است. بنابراین پدیده اختلاط در آن‌ها شدیدا به پخش مولکولی وابسته می‌باشد که این امر باعث کند شدن فرآیند اختلاط می‌گردد به ویژه زمانی که سطح تماس دو سیال کم و نرخ

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

H. Khozeymeh-Nezhad, H. Niazmand, A numerical analysis of an active micromixer with the oscillating stirrer at the different aspect ratios by LBM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 417-426, 2017 (in Persian)

جریان بالا باشد. از این‌رو برای رسیدن به یک اختلاط مناسب نیاز به ریزمجراهایی با طول بلند و صرف زمان زیاد خواهد بود. در این حالت استفاده از ریزمخلوط‌گرها ضروری به‌نظر می‌رسد. به طوری کلی ریزمخلوط‌گرها به دو دسته غیرفعال و فعال تقسیم‌بندی می‌شوند. در نوع غیرفعال اختلاط به دلیل هندسه خاص مخلوط‌گر و بدون دخالت عامل خارجی صورت می‌گیرد در حالی که در مخلوط‌گرهای فعال یک عامل خارجی و یا قطعات متحرک باعث اختلاط سیالات می‌شوند.

در اوایل پیدایش ریزمخلوط‌گرها، بیشتر مطالعات روی نوع غیرفعال آن متمرکز بوده است. اما با گذشت زمان، محققان تمایل بیشتری برای مطالعه نوع فعال آن نشان داده‌اند. به طورکلی ریزمخلوط‌گرهای فعال را می‌توان با توجه به مکانیزم عملکردی آن به دسته‌های مختلفی شامل فشار نوسانی، الکتروهیدرودینامیکی، دی‌الکتروفروتیکی، الکتروکینتیکی، هیدرومغناطیسی، صوتی، گرمایی، گریز از مرکز و نهایتا ریزمخلوط‌گرهایی با قطعات متحرک یا همزن تقسیم‌بندی نمود [1]. از میان این ریزمخلوط‌گرها، ریزمخلوط‌گرهایی با قطعات متحرک به دلیل اختلاط بسیار سریع‌تر و کامل‌تر نسبت به انواع دیگر، تنظیم ابعاد یا سرعت همزن متناسب با میزان اختلاط، اختلاط هر نوع از سیالات و عدم محدودیت در انتخاب آن و ... دارای جذابیت بیشتری برای پژوهش و تحقیق می‌باشد.

در همین راستا، آن و همکاران [2] با روش شبکه بولتزمن تاثیر یک همزن پره‌ای که به دو صورت نوسانی چرخان و کاملا چرخان در نظر گرفته شده است را بر اختلاط درون یک ریزمجرا مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها در این کار تاثیر عوامل مختلفی مانند عدد رینولدز و سرعت‌های زاویه‌ای مختلف پره را بر ویژگی‌های اختلاط بررسی نمودند. از جمله نتایج مهمی که می‌توان به آن اشاره کرد اختلاط بهتر پره نوسانی نسبت به پره کاملا چرخان در سرعت زاویه‌ای بحرانی بوده است. در کاری مشابه کیم و همکاران [3] با روش شبکه بولتزمن به مقایسه عملکرد اختلاط در یک ریزمجرا برای 4 پیکربندی مختلف پرداختند. آن‌ها ابتدا اختلاط را در یک ریزمجرای مستقیم و بدون حضور جسم داخلی و سپس در حضور یک سیلندر دایروی ساکن و پره نوسانی چرخان به طور مجزا و همزمان بررسی کردند. نتایج نشان داد اختلاط در ریزمجرایی با حضور همزمان سیلندر و پره دارای عملکرد بهتری نسبت به سایر موارد می‌باشد. هان و همکاران [4] با روش شبکه بولتزمن به تحلیل عددی تاثیر حضور یک استوانه دایروی ساکن و یک همزن پره‌ای بر ویژگی‌های اختلاط درون یک ریزمجرای مستقیم پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که اختلاط در ریزمجرایی با حضور یک همزن پره‌ای بهتر از سایر موارد بررسی شده در این کار بوده است. در همین راستا یک طراحی بهینه برای این ریزمخلوط‌گر صورت گرفت و نشان داده شد که مقادیر 0.66، 107.9^{o} و 0.49 Hz به ترتیب پارامترهای بهینه برای طول، زاویه و فرکانس همزن بوده‌اند.

پارک و همکاران [5] با روش شبکه بولتزمن ویژگی‌های اختلاط را در یک ریزمجرای مستقیم با و بدون حضور یک پره‌ی نوسانی چرخان مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با مقایسه نتایج نشان دادند که حضور پره‌ی نوسانی چرخان تاثیر به سزایی در افزایش اختلاط دارد. از این‌رو در این نوع از ریزمخلوط‌گرها با استفاده از روش تاگوچی به معرفی و انتخاب پارامترهای بهینه طراحی از جمله فرکانس کاهیده، طول و زاویه چرخش پره نوسانی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که شاخص اختلاط در این پارامترهای بهینه به میزان 84.59 درصد نسبت به طراحی اولیه افزایش یافته است. رایو و همکاران [6] مشابه مرجع [5]، اختلاط را در یک ریزمجرا با روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. با این تفاوت که در این کار از روش کرایجینگ برای پیدا کردن پارامترهای بهینه طراحی استفاده شده است. در مطالعه آن‌ها شاخص اختلاط برای پارامترهای بهینه به میزان 71.79 درصد نسبت به طراحی اولیه افزایش پیدا کرده است.

سیلیک و بسکاک [7] با استفاده از یک سیلندر دایروی نوسان کننده در راستای عمود بر جریان به بررسی عددی اختلاط درون یک ریزمجرای مستقیم پرداختند. آن‌ها در این کار با روش المان محدود تاثیر فرکانس تحریک سیلندر و ساختار ورودی جریان را در رینولدز 100 و گستره وسیعی از اعداد پکلت مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد در $Pe = 800$ در حالتی که فرکانس تحریک سیلندر 25 درصد بیشتر از فرکانس طبیعی گردابه‌های نوسانی بوده است عملکرد اختلاط نسبت به ریزمجرای بدون حضور سیلندر و با حضور یک سیلندر ساکن به ترتیب 60 و 46 درصد افزایش یافته است. رئیسی و چراغی [8] به بررسی اختلاط در ریزمجرایی با حضور یک سیلندر دایروی نوسانی چرخان با استفاده از نرم‌فزار اوپن‌فوم پرداختند. آن‌ها در این کار تاثیر فرکانس تحریک سیلندر و دامنه چرخش آن را بر اختلاط دو گاز ایده‌آل تراکم‌ناپذیر در اعداد رینولدز 100 و اشمیت 1 بررسی کردند. از جمله نتایج آن‌ها که می‌توان به آن اشاره نمود افزایش بازده اختلاط با افزایش دامنه به جز در فرکانس‌های بسیار پایین می‌باشد. شمس‌الدینی و همکاران [9] با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار، تاثیر فرکانس و شکل همزن را بر اختلاط درون یک ریزمجرا بررسی کردند. در این کار هندسه همزن به صورت یک پره مستقیم و ضربدری در دو حالت نوسانی و کاملا چرخان در نظر گرفته شده است. نتایج نشان داد پره ضربدری بازده اختلاطی بیشتری نسبت به پره مستقیم دارد. همین تیم در کاری دیگر [10] به بررسی اثرات شاخص قانون توانی در سیالات غیرنیوتنی و نیز فرکانس‌های تحریک مختلف یک همزن پره‌ای بر اختلاط درون یک ریزمخلوط‌گر فعال پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که ریزمخلوط‌گر معرفی شده در شاخص‌های توانی پایین‌تر بسیار موثرتر عمل می‌کند.

جعفریان و همکاران [11] با روش هیدرودینامیک ذرات هموار به بررسی تاثیر پارامترهای طراحی بر بازده اختلاط در دو نوع ریزمخلوط‌گر فعال پرداختند. اولین ریزمخلوط‌گر به صورت یک محفظه مربعی شکل در حضور 9 پره چرخان و دیگری یک ریزمخلوط‌گر Y شکل که پره‌ای چرخان در آن قرار گرفته بود می‌باشند. نتایج نشان دادند چیدمان چرخشی صفحات یک پارامتر کلیدی در مخلوط‌گر اول و اعداد رینولدز و اشتروهال ورودی پارامترهای غالب بر بازده اختلاط در مخلوط‌گر دوم می‌باشند. قنبری و همکاران [12] به بررسی عددی اختلاط دو سیال با چگالی و لزجت متفاوت در یک ریزمخلوط‌گر مجهز به یک همزن پره‌ای نوسانی چرخان در فرکانس‌های تحریک مختلف پرداختند. آن‌ها نشان دادند در حالتی که لزجت و چگالی دو سیال متفاوت است علاوه بر این‌که سیال‌ها تمایل کمتری به مخلوط شدن نشان می‌دهند عدد اشتروهال نیز تاثیر کمتری بر تغییرات شاخص اختلاط دارد. اورتگا-کازِنووا در دو کار متفاوت به بررسی عددی تاثیر حرکت نوسانی یک سیلندر مربعی در یک مقاله به صورت عمود بر جریان [13] و در مقاله‌ای دیگر به صورت نوسانی چرخان [14] بر بهبود اختلاط پرداخت. او در این کارها تاثیر فرکانس و دامنه نوسان سیلندر را بر بازده اختلاط مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان دادند وجود سیلندر نوسانی عمود بر جریان و نوسانی چرخان در حالت بهینه می‌تواند به ترتیب 10 و 15 برابر بازده اختلاط را نسبت به ریزمخلوط‌گری با سیلندر ساکن بهبود دهد.

بررسی کارهای فوق نشان می‌دهد در اکثر موارد مطرح شده همزن به

صورت یک پره با ضخامت ناچیز و در سایر موارد نیز به صورت یک سیلندر دایروی یا مربعی با ابعاد ثابت در نظر گرفته شده است به طوری که در هیچ یک از این کارها تاثیر نسبت منظری همزن بر اختلاط مورد بررسی قرار نگرفته است. با توجه به این‌که این پارامتر هندسی مهم می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر بازده اختلاط داشته باشد لذا ضروری به نظر می‌رسد که اثرات آن بر اختلاط مورد بررسی قرار گیرد. از این رو، در کار حاضر یک تحلیل عددی برای بررسی اختلاط در یک ریزمخلوط‌گر فعال در حضور یک همزن نوسانی چرخان با نسبت منظری‌های مختلف به روش شبکه بولتزمن انجام شده است.

2- فیزیک مساله و اعداد بی‌بعد

شماتیکی از فیزیک مساله حاضر در "شکل 1" نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود یک ریزمجرای تخت با ارتفاع H و طول $L(=10H)$ که در آن یک همزن در فاصله افقی $2H$ از ورودی و فاصله مساوی $H/2$ از دیواره‌های آن قرار گرفته است برای اختلاط دو سیال یکسان ولی با غلظت‌های مختلف $C_0 = 1$ و $C_1 = 0$ استفاده می‌شود. همزن موردنظر به صورت یک سیلندر مستطیلی با طول و عرض به ترتیب $2a$ و $2b$ و نسبت منظری $AR(=b/a)$ از حالت افقی مطابق "شکل 1" با جابه‌جایی زاویه‌ای سینوسی $\alpha(t) = A\sin(2\pi f_p t)$ شروع به حرکت می‌کند که در آن $A(=2\pi K)$، f_p و t به ترتیب دامنه، فرکانس و زمان حرکت زاویه‌ای همزن و K نیز به عنوان عدد بی‌بعد دامنه نوسان می‌باشند. بنابراین با توجه به این حرکت زوایه‌ای، همزن به صورت نوسانی با سرعت زاویه‌ای $\omega(t) = d\alpha/dt = 2\pi A f_p \cos(2\pi f_p t)$ مجبور به چرخش درون ریزمخلوط‌گر می‌شود.

مطابق "شکل 1"، سیال با سرعت یکنواخت $u(y) = u_{ref}$ وارد ریزمخلوط‌گر می‌شود. با در نظر گرفتن سرعت متوسط جریان (u_{ref}) به عنوان سرعت مشخصه و نیز ارتفاع ریزمخلوط‌گر (H) به‌عنوان طول مشخصه، اعداد بدون بعد حاکم بر جریان مساله که عبارتند از اعداد رینولدز (Re)، پکلت (Pe) و اشتروهال (St) به ترتیب به صورت روابط (1)-(3) نوشته می‌شوند:

$$\mathrm{Re} = \frac{u_{ref} H}{\vartheta} \tag{1}$$

$$\mathrm{Pe} = \frac{u_{ref} H}{D} = \mathrm{ReSc} \tag{2}$$

$$\mathrm{St} = \frac{f_p H}{u_{ref}} \tag{3}$$

که در آن ϑ و D به ترتیب ضرایب لزجت سینماتیکی و پخش جرمی و Sc عدد بی‌بعد اشمیت می‌باشند. در مقاله حاضر اعداد رینولدز و اشمیت به ترتیب برابر مقادیر ثابت 50 و 10 انتخاب شده‌اند. در مورد انتخاب عدد رینولدز بایستی ذکر شود در رینولدزهای بالا گردابه‌های ناشی از جدایش جریان پشت جسم و در رینولدزهای پایین پخش مولکولی می‌توانند به عنوان عامل غالب اختلاط مطرح باشند. بنابراین در این رینولدزها حضور یک همزن متحرک اثرات چشم‌گیری بر میزان اختلاط سیالات ندارد. از این رو، برای قابل مقایسه بودن اثرات ناشی از وجود همزن بر اختلاط در قیاس با دو مکانیزم قبل، مقدار عدد رینولدز در یک محدوده متوسط $(40 < \mathrm{Re} < 100)$ انتخاب گردید. سایر اعداد بی‌بعد یعنی اشتروهال (St) و نسبت منظری (AR) هر دو در محدوده $0.1 - 1$ و عدد بی‌بعد دامنه نوسان (K) در محدوده $0.1 - 0.5$ تغییر می‌کنند. در رابطه با تغییر نسبت منظری بایستی ذکر شود تنها عرض همزن یعنی $2b$ متغیر بوده و طول آن $2a$ در مقدار $H/2$ ثابت می‌ماند.

برای بررسی عددی میزان اختلاط در مساله حاضر از متوسط زمانی شاخص اختلاط به صورت رابطه (5) استفاده می‌شود [2]:

$$D_I = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_i - C_{mean}}{C_{mean}}\right)^2}\, dt \tag{4}$$

که t_0 یک زمان مرجع برای رسیدن جریان به حالت تناوبی، T زمان تناوب همزن و برابر f_p^{-1}، C_{mean} غلظت متوسط ورودی و برابر 0.5، N تعداد نقاط موجود در یک مقطع عرضی و C_i غلظت محلی در هر نقطه از عرض ریزمخلوط‌گر هستند. شاخص مذکور می‌تواند در محدوده $0 - 1$ تغییر کرده به طوری که در اختلاط کامل میزان آن 0 و در صورت عدم اختلاط میزان آن 1 می‌باشد. البته قابل ذکر است در صورتی که مقدار این شاخص کمتر از 0.2 باشد می‌توان میزان اختلاط را قابل قبول دانست. برای محاسبه بازده اختلاط (ε) نیز از رابطه $\% \varepsilon = (1 - D_I) \times 100$ استفاده می‌شود.

3- معادلات ماکروسکوپی حاکم و شرایط مرزی

قوانین حاکم بر این مساله که به صورت تراکم‌ناپذیر و ناپایا فرض شده است به ترتیب بقای جرم، اندازه حرکت خطی و غلظت بوده که به صورت معادلات (5)-(7) نوشته می‌شوند:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \tag{5}$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} P + \vartheta \nabla^2 \vec{u} \tag{6}$$

$$\frac{dC}{dt} = D\nabla^2 C \tag{7}$$

که در آن $\vec{u}$ بردار سرعت، ρ چگالی، P فشار و C غلظت می‌باشند.

در مساله حاضر برای اعمال شرط مرزی سرعت روی دیواره‌های ریزمخلوط‌گر از شرط مرزی عدم لغزش، در ورودی از شرط مرزی دیریچله (سرعت معلوم) و در خروجی از شرط مرزی نیومن استفاده شده است. همچنین برای فشار در خروجی مقدار صفر و برای سایر مرزها شرط مرزی نیومن لحاظ شده است. نهایتا برای غلظت در ورودی شرط مرزی دیریچله (غلظت معلوم) و در سایر مرزها شرط مرزی نیومن اعمال شده است.

4- روش حل عددی

برای حل معادلات میدان سرعت و غلظت در مساله حاضر از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه استفاده شده است. این روش برخلاف مدل ارائه شده با یک زمان آسایش از پایداری و دقت بالاتری برخوردار است. بایستی ذکر گردد در حل میدان سرعت از مدل 9 سرعته و در حل میدان غلظت از مدل 5 سرعته شبکه بولتزمن استفاده شده است.

4-1- روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه برای حل میدان سرعت

متغیر اصلی در رابطه بولتزمن تابع توزیع ذره $f(\vec{x}, \vec{e}, t)$ است. تابعی که معرف احتمال حضور ذرات با سرعت مشخص $\vec{e}$ در مکان $\vec{x}$ و زمان t می‌باشد. معادله حاکم بر تابع توزیع f براساس رابطه بولتزمن به صورت ذیل نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial f(\vec{x}, \vec{e}, t)}{\partial t} + \vec{e} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{x}, \vec{e}, t) = \Omega \tag{8}$$

که Ω اپراتور برخورد می‌باشد. با توجه به این‌که در مسائل دوبعدی مدل ارائه شده با 9 سرعت مجزا (D2Q9) از سایر مدل‌ها دقت و کارآیی بهتری از

خود برای حل میدان سرعت نشان داده است در شبیه‌سازی حاضر نیز از این مدل استفاده می‌شود. بر این اساس معادله (8) در شبکه‌ی سرعت مذکور به صورت معادله (9) منفصل می‌گردد:

$$\frac{\partial f_\alpha(\vec{x},t)}{\partial t}+\vec{e}_\alpha\cdot\vec{\nabla}f_\alpha(\vec{x},t)=\Omega_\alpha \quad \alpha=0,1,\dots,8 \tag{9}$$

در معادله (9) بردارهای سرعت e_α به صورت رابطه(10) ارائه می‌شوند:

$$\begin{cases}\vec{e}_\alpha=(0,0), \quad \alpha=0\\ \vec{e}_\alpha=(\cos\theta_\alpha,\sin\theta_\alpha)c, \quad \alpha=1-4,\\ \theta_\alpha=\dfrac{(\alpha-1)\pi}{2}\\ \vec{e}_\alpha=\sqrt{2}(\cos\theta_\alpha,\sin\theta_\alpha)c, \quad \alpha=5-8,\\ \theta_\alpha=\dfrac{(\alpha-1)\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4}\end{cases} \tag{10}$$

در رابطه(10)، $c=\delta x/\delta t$ اندازه سرعت میکروسکوپی ذرات، δx اندازه شبکه گرهی و δt گام زمانی حل می‌باشند که در این حل هر دو برابر 1 در نظر گرفته شده‌اند. پس از انفصال معادله (8) در شبکه سرعت، بایستی برمبنای اندازه شبکه و گام زمانی نیز به صورت معادله ذیل منفصل گردد:

$$f_\alpha(\vec{x}+\vec{e}_\alpha\,\delta t,t+\delta t)-f_\alpha(\vec{x},t)=\Omega_\alpha \tag{11}$$

به طور کلی حل معادله منفصل شده (11) به دلیل پیچیدگی‌های اپراتور برخورد Ω_α مشکل می‌باشد. به ویژه این مساله زمانی حادتر می‌شود که از مدل زمان آسایش چندگانه استفاده شود. از این رو برای ساده‌سازی، به جای انجام مرحله برخورد در فضای سرعت آن به فضای ممان منتقل می‌شود. با توجه به این موضوع معادله (11)، به صورت معادله ذیل در فضای ممان بازنویسی می‌گردد [15].

$$f_\alpha(\vec{x}+\vec{e}_\alpha\,\delta t,t+\delta t)-f_\alpha(\vec{x},t)=-M^{-1}S[m(\vec{x},t)-m^{\mathrm{eq}}(\vec{x},t)] \tag{12}$$

که:

$$m^{\mathrm{eq}}=(\rho,-2\rho+3(j_x^2+j_y^2),\rho-3(j_x^2+j_y^2),-j_x,-j_y,j_x^2-j_y^2,j_xj_y)^{\mathrm{T}}$$
$$S=\mathrm{diag}(1,1.4,1.4,1,1.2,1,1.2,(3\vartheta+0.5)^{-1},(3\vartheta+0.5)^{-1}) \tag{13}$$

به ترتیب بردار ممان تعادلی و ماتریس قطری ضرایب آسایش و $j_x=\rho u_x$ و $j_y=\rho u_y$ می‌باشند. M نیز ماتریس انتقال بوده که به صورت رابطه خطی ذیل رابط بین فضای سرعت و ممان است.

$$m=Mf,\ \ f=M^{-1}m \tag{14}$$

با استفاده از الگوریتم متعامدسازی گرام‌اشمیت، ماتریس M برای مدل سرعت D2Q9 به صورت ذیل ارائه می‌شود:

$$M=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\-4&-1&-1&-1&-1&2&2&2&2\\4&-2&-2&-2&-2&1&1&1&1\\0&1&0&-1&0&1&-1&-1&1\\0&-2&0&2&0&1&-1&-1&1\\0&0&1&0&-1&1&1&-1&-1\\0&0&-2&0&2&1&1&-1&-1\\0&1&-1&1&-1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&-1&1&-1\end{bmatrix} \tag{15}$$

در انتها نیز کمیت‌های ماکروسکوپی جریان از قبیل چگالی و سرعت را می‌توان از روابط ذیل براساس توابع توزیع محاسبه کرد:

$$\rho=\sum_{\alpha=0}^{8}f_\alpha \tag{16}$$

$$\vec{u}=\frac{1}{\rho}\sum_{\alpha=0}^{8}e_\alpha f_\alpha \tag{17}$$

4-2- روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه برای حل میدان غلظت

در ابتدا قابل ذکر است برای حل معادله غلظت به دلیل کارآیی بهتر مدل 5 سرعته نسبت به 9 سرعته و نیز ارائه مدل‌های شرط مرزی با دقت مرتبه دوم برای مرزهای منحنی با شرط مرزی نیومن در مدل 5 سرعته، به طور کلی اقبال محققان برای حل این معادله در روش شبکه بولتزمن استفاده از مدل 5 سرعته به جای 9 سرعته بوده است [16]. از این رو در کار حاضر نیز به دلیل وجود شرط مرزی نیومن روی مرز متحرک و افزایش دقت در این مرز حساس، استفاده از مدل 5 سرعته نسبت به مدل‌های دیگر ترجیح داده شده است.

برای حل معادله غلظت مشابه معادله (12) در حل میدان سرعت، معادله‌ی ذیل با تابع توزیع جدید g_α در فضای ممان ارائه می‌شود [16]:

$$g_\alpha(\vec{x}+\vec{e}_\alpha\,\delta t,t+\delta t)-g_\alpha(\vec{x},t)=-N^{-1}Q[n(\vec{x},t)-n^{\mathrm{eq}}(\vec{x},t)] \tag{18}$$

که:

$$n^{\mathrm{eq}}=(C,Cu_x,Cu_y,-2C/3,0)^{\mathrm{T}}$$
$$Q=\mathrm{diag}(1,(3D+0.5)^{-1},(3D+0.5)^{-1},1.9,1.9) \tag{19}$$

به ترتیب بردار ممان تعادلی و ماتریس قطری ضرایب آسایش می‌باشند. N نیز ماتریس انتقال بوده که به صورت رابطه خطی ذیل رابط بین فضای سرعت و ممان است.

$$n=Ng,\ \ g=N^{-1}n \tag{20}$$

با استفاده از الگوریتم متعامدسازی گرام‌اشمیت، ماتریس N برای مدل سرعت D2Q5 به صورت ذیل ارائه می‌شود:

$$N=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&0&-1&0\\0&0&1&0&-1\\-4&1&1&1&1\\0&1&-1&1&-1\end{bmatrix} \tag{21}$$

در انتها نیز کمیت ماکروسکوپی غلظت C براساس رابطه ذیل به دست می‌آید:

$$C=\sum_{\alpha=0}^{5}g_\alpha \tag{22}$$

4-3- شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن

اعمال درست و دقیق شرط مرزی در روش شبکه بولتزمن به ویژه در مسائلی با مرز منحنی و متحرک کاملا حیاتی است. در مواجه با شرط‌های مرزی مختلف مدل‌های گوناگونی برای اعمال آن‌ها توسعه پیدا کرده است. در ادامه به شرط‌های مرزی لازم که در مدل‌سازی مرزهای مساله حاضر استفاده شده است اشاره می‌شود.

4-3-1- شرایط مرزی در حل میدان سرعت

برای مدل‌سازی شرط عدم لغزش روی دیواره‌های ریزمخلوط‌گر از پرش معکوس، برای اعمال پروفیل سرعت ورودی از شرط مرزی زو و هی و برای اعمال شرط مرزی نیومن در خروجی از یک برون یابی مرتبه دوم [17] و نهایتا برای اعمال شرط مرزی سرعت روی مرز متحرک یعنی سطح همزن از مدل یک رابطه‌ای ارائه شده توسط یو و همکارانش [18] براساس "شکل 2" به صورت رابطه (23) استفاده شده است.

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f,t+\delta t)=\frac{1}{1+\Delta}\cdot[(1-\Delta)\cdot f_\alpha(x_f,t+\delta t)+\Delta\cdot f_\alpha(x_b,t+\delta t)+\Delta\cdot f_{\bar{\alpha}}(x_{ff},t+\delta t)+2w_\alpha\rho_w\frac{3}{C^2}e_\alpha\cdot u_w] \tag{23}$$

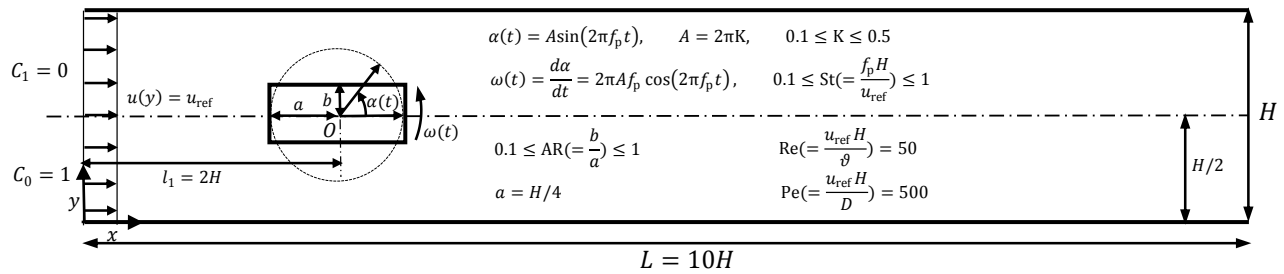

Fig. 1 Schematic of the problem geometry

شکل 1 شماتیکی از هندسه مساله حاضر

که در رابطه فوق $\Delta = |x_f - x_w|/|x_f - x_b|$, $0 \le \Delta \le 1$ و ρ_w و u_w نیز به ترتیب چگالی و سرعت روی مرز متحرک می‌باشند.

4-2-3- شرایط مرزی در حل میدان غلظت

برای اعمال شرط مرزی غلظت معلوم در ورودی از رابطه $g_1 = -g_3 + C/3$ و برای اعمال شرط مرزی نیومن در خروجی و دیواره‌های ریزمخلوط‌گر مشابه شرط پرش معکوس در میدان سرعت [16] و روی مرز متحرک از مدلی با دقت مرتبه دوم که توسط لی و همکاران [19] ارائه شده استفاده شده است. مدل مذکور براساس "شکل 3" به‌صورت رابطه (24) نوشته می‌شود:

$$g_{\bar{\alpha}}(x_f, t+\delta t) = [C_{n1}\tilde{g}_{\alpha}(x_f, t) + C_{n2}\tilde{g}_{\alpha}(x_{ff}, t) + C_{n3}\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(x_{ff}, t) + C_{n4}\Phi_{n\bar{\alpha}}] \tag{24}$$

که:

$$\begin{aligned}\Phi_{n\bar{\alpha}} = \Bigg\{ & \frac{1}{C'_{d4}}\big[(C'_{n1} - C'_{d1})\tilde{g}_{\beta}(x'_f, t) \\ & + (C'_{n2} - C'_{d2})\tilde{g}_{\beta}(x'_{ff}, t) \\ & + (C'_{n3} - C'_{d3})\tilde{g}_{\bar{\beta}}(x'_f, t)\big]\sin\theta \\ & - \frac{1}{C_{d4}}\big[(C_{n1} - C_{d1})\tilde{g}_{\alpha}(x_f, t) \\ & + (C_{n2} - C_{d2})\tilde{g}_{\alpha}(x_{ff}, t) \\ & + (C_{n3} - C_{d3})\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(x_f, t)\big]\sin\theta \\ & + \frac{C'_{n4}}{C'_{d4}}\Phi_n \Bigg\} \Big/ \left[\frac{C_{n4}}{C_{d4}}\sin\theta + \frac{C'_{n4}}{C'_{d4}}\cos\theta\right]\end{aligned} \tag{25}$$

$$C_{n1} = 1, C_{n2} = \frac{1-2\Delta}{2\Delta+1}, C_{n3} = \frac{2\Delta-1}{2\Delta+1}, C_{n4} = \frac{2}{2\Delta+1} \tag{26}$$

$$C_{d1} = -1, C_{d2} = \frac{2\Delta C_{d1}+1}{2\Delta+1}, C_{n3} = \frac{C_{d1}+2\Delta}{2\Delta+1}, C_{n4} = \frac{-C_{d1}+1}{2\Delta+1} \tag{27}$$

$$C'_{ni(i=1-4)} = C_{ni(i=1-4)}(\Delta = 0), \quad C'_{di(i=1-4)} = C_{di(i=1-4)}(\Delta = 0) \tag{28}$$

هستند.

4-4- یک برون‌یابی مرتبه دوم برای نقاط مرزی جابه‌جا شده از ناحیه جامد به مایع

با توجه به حضور مرز متحرک در مساله حاضر، نقاط مرزی در هر تکرار حل تغییر می‌کنند. زمانی که همزن شروع به چرخش می‌کند بعضی از نقاط مرزی که در ناحیه جامد قرار داشته‌اند به واسطه این حرکت در ناحیه سیالی قرار می‌گیرند. از این‌رو به دلیل این‌که نقاط مرزی جامد دارای تابع توزیع مجهول می‌باشند بایستی در این مرحله برای آن‌ها نیز به صورت جداگانه توابع توزیع جدیدی محاسبه شود. برای تشریح این قسمت شکل نمادین 4 ارائه می‌شود. با توجه به این شکل، قسمتی از مرز فیزیکی که با خط پررنگ مشخص شده است در لحظه t با سرعت u_w به سمت راست در حال حرکت می‌باشد. این مرز بعد از طی یک گام زمانی یعنی δt به موقعیت بعدی خود

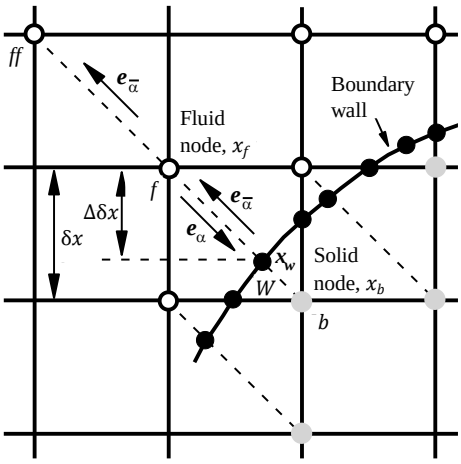

Fig. 2 Illustration of the velocity curved boundary for D2Q9 lattice. Black circles (●), empty circles (○) and gray circles (●) denote the nodes on the curved boundary $\boldsymbol{x_w}$, the boundary nodes in the fluid region $\boldsymbol{x_f}$ and solid region $\boldsymbol{x_b}$, respectively [18].

شکل 2 تشریح مرز منحنی سرعت در مدل D2Q9. نقاط دایروی سیاه رنگ (●)، توخالی (○) و خاکستری (●) به ترتیب نماینده مرز منحنی (x_w)، نقاط مرزی در محدوده‌ی سیال (x_f) و نقاط مرزی در محدوده‌ی جامد (x_b) هستند [18].

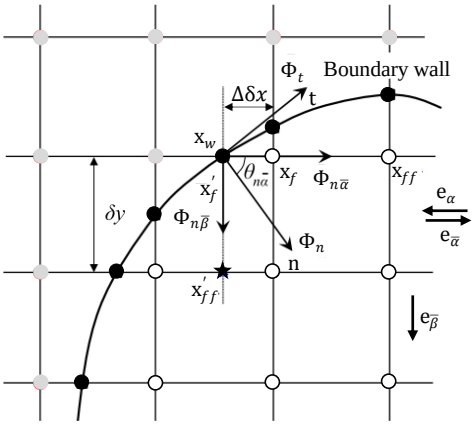

Fig. 3 Illustration of the concentration curved boundary for D2Q5 lattice. Black circles (●), empty circles (○) and gray circles (●) denote the nodes on the curved boundary $\boldsymbol{x_w}$, the boundary nodes in the fluid region $\boldsymbol{x_f}$ and solid region $\boldsymbol{x_b}$, respectively [19].

شکل 3 تشریح مرز منحنی غلظت در مدل D2Q5 نقاط دایروی سیاه رنگ (●)، توخالی (○) و خاکستری (●) به ترتیب نماینده مرز منحنی ($\boldsymbol{x_w}$)، نقاط مرزی در محدوده‌ی سیال ($\boldsymbol{x_f}$) و نقاط مرزی در محدوده‌ی جامد ($\boldsymbol{x_b}$) هستند [19].

که با خط‌چین نشان داده شده است می‌رسد. در طی این مرحله بعضی از نقاط که در ناحیه جامد قرار داشته‌اند و تابع توزیع آن‌ها مجهول است اکنون در ناحیه سیالی قرار می‌گیرند. این نقاط در "شکل 4" با نماد مربع تعیین می‌شوند. برای محاسبه تابع توزیع مجهول این نقاط گرهی روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش ارائه شده در مقاله لالهمند و لو [20] اشاره کرد. آن‌ها در این مقاله از یک برون‌یابی مرتبه دوم مطابق رابطه (29) برای محاسبه این توابع توزیع مجهول استفاده کرده‌اند.

$$f_{\bar{\alpha}}(x_b,t) = 3f_{\bar{\alpha}}(x_f,t) - 3f_{\bar{\alpha}}(x_{ff},t) + f_{\bar{\alpha}}(x_{fff},t) \qquad (29)$$

براساس "شکل 4"، x_b یک نقطه گرهی است که در لحظه t در ناحیه جامد قرار داشته و بعد از طی گام زمانی اکنون در ناحیه سیالی قرار دارد. برای معرفی x_f، بایستی زاویه بین بردار عمود بر مرز فیزیکی به هنگام عبور از نقطه گرهی x_b و تمامی مسیرهای بین x_b و نقاط سیالی مجاور آن محاسبه شود. در این مرحله آن مسیری که کمترین زاویه را داشته باشد به عنوان مسیر برون‌یابی رابطه(29) تعیین می‌شود. "شکل 4" یک نمونه از اعمال این برون‌یابی را با توجه به نقاط تعیین شده در این شماتیک نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نقطه مرزی x_w با بردار عمود $\hat{n}$ به هنگام عبور از x_b دارای کمترین زاویه با راستای خط متصل به x_f می‌باشد. بنابراین برون‌یابی موردنظر در همین راستا و با استفاده از دو نقطه سیالی دیگر یعنی x_{ff} و x_{fff} انجام می‌شود.

5-4- مطالعه استقلال از شبکه و اعتبارسنجی برنامه عددی نوشته شده

پس از همگرایی حل بایستی استقلال نتایج از ابعاد شبکه اثبات گردد. برای این منظور در مساله حاضر ارتفاع ریزمخلوط‌گر H به عنوان طول مشخصه در چهار مقدار مختلف 21، 41، 101 و 121 در نظر گرفته شده است. مساله طرح شده در اعداد بی‌بعد $\mathrm{AR} = 0.1$، $\mathrm{St} = 1$ و $\mathrm{K} = 0.5$ که یک حالت تقریبا بحرانی را نشان می‌دهد بررسی می‌شود. نتایج به دست آمده از شاخص اختلاط در انتهای ریزمخلوط‌گر $D_{\mathrm{I,out}}$ در تعداد گره‌های مذکور در جدول 1 ثبت شده است. درصد اختلاف نشان داده شده در این جدول حاکی از آن دارد که تعداد 101 گره برای این مساله کافی است.

برای اعتبارسنجی مطالعه حاضر از کار قنبری و همکاران [12] استفاده شده است. در این کار یک طول واحد l تعریف و سپس تمامی اجزا ریزمخلوط‌گر براساس آن بی‌بعد شده است. در مساله موردنظر برای

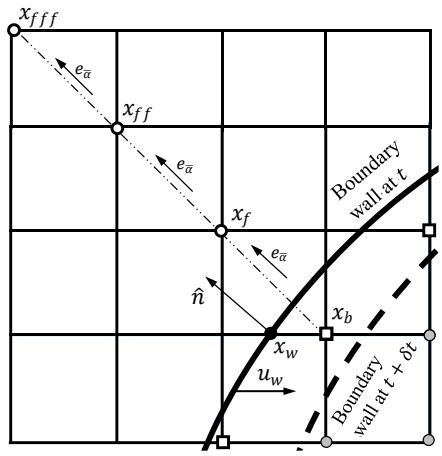

Fig. 4 Schematic of grid nodes for the illustration of moving boundary

شکل 4 شماتیکی از نقاط گرهی برای تشریح مرز متحرک

اعتبارسنجی، یک ریزمخلوط‌گر با طول $31l$ و ارتفاع $3l$ که دارای یک همزن پره‌ای با طول $2l$ که حول مرکز خود با فاصله $4l$ از ورودی، تحت زاویه $\pm 45^\circ$ با سرعت ثابت نوسان می‌کند برای اختلاط دو سیال با غلظت‌های مختلف 0 و 1 بهره گرفته شده است. "شکل 5" مقایسه‌ای بین شاخص اختلاط D_{I} در کار حاضر با مرجع [12] در سه عدد اشتروهال مختلف 0.3، 0.6 و 1 انجام داده است. چنانچه در این شکل مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

5- نتایج و بحث

چنانچه ذکر شد هدف در این مقاله بررسی اثرات نسبت منظری یک همزن نوسانی چرخان بر اختلاط درون یک ریزمخلوط‌گر فعال می‌باشد. برای این منظور دو پارامتر دیگر همزن یعنی فرکانس و دامنه نوسان آن در نسبت‌های منظری مختلف تغییر داده می‌شود تا اثرات همزمان این پارامترها بر بازده اختلاط معین گردد. تمامی محاسبات در رینولدز 50 و اشمیت 10 صورت گرفته است.

در ابتدا برای روشن‌تر شدن فیزیک مساله‌ی حاضر، کانتورهای غلظت و خطوط جریان یک حالت از نتایج به دست آمده در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد. "شکل 6" به ترتیب از (a) − (f) کانتورهای غلظت و از (g) − (l) خطوط جریان به همراه بردارهای سرعت را برای یک دوره تناوب در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف همزن با اختلاف فاز 135° در حالت $\mathrm{AR} = 0.7$، $\mathrm{St} = 0.8$ و $\mathrm{K} = 0.5$ نشان می‌دهد. با توجه به این‌که $\mathrm{K} = 0.5$ در نظر گرفته شده است لذا دامنه همزن به اندازه 180° نوسان دارد. "شکل (a)" همزن را در موقعیت زاویه‌ای $+45^\circ$ نسبت به جهت

جدول 1 شاخص اختلاط خروجی به دست آمده در تعداد گره‌های مختلف در اعداد بی‌بعد $\mathrm{AR} = 0.1$، $\mathrm{St} = 1$ و $\mathrm{K} = 0.5$ برای مطالعه استقلال نتایج از شبکه

Table 1 The outlet mixing index obtained in different nodes at the $\mathrm{AR} = 0.1$, $\mathrm{St} = 1$ and $\mathrm{K} = 0.5$ for grid independence study

تعداد گره	21	41	101	121
$D_{\mathrm{I,out}}$	0.30754	0.24562	0.24076	0.24063
درصد اختلاف ٪	-	20.13	1.98	0.05

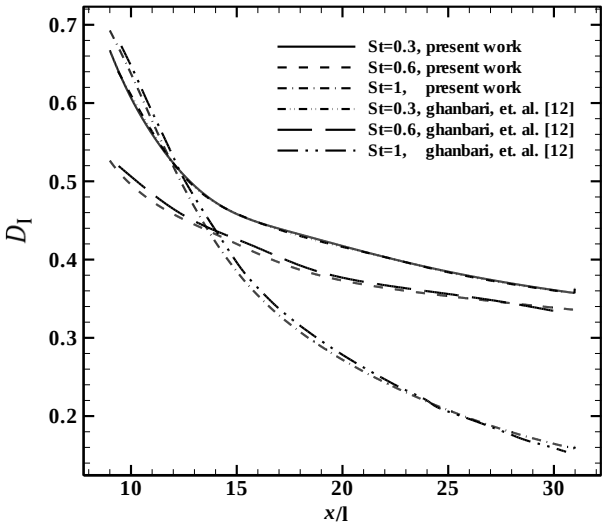

Fig. 5 Comparison of variations of D_{I} in the present study with ghanbari et. al. [12]

شکل 5 مقایسه تغییرات شاخص اختلاط D_{I} در مطالعه حاضر با کار قنبری و همکاران [12]

مثبت محور xها که در حال چرخش با سرعت زاویه‌ای $\omega(t)$ در جهت مثلثاتی است نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، کانتورهای غلظت به صورت قارچی شکل ظاهر شده‌اند. قابل ذکر است الگوی قارچی شکل کانتورهای غلظت معمولا در حالتی که اختلاط را می‌توان کامل فرض نمود به‌وجود می‌آیند [5] . شکل (g) خطوط جریان به همراه بردارهای سرعت متناظر با "شکل 6 (a)" را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، خطوط جریان و به ویژه بردارهای سرعت حاکی از یک جریان چرخشی نسبتا قوی اطراف همزن دارند. زمانی که همزن در جهت مثلثاتی در حال چرخش است نیمه پایینی همزن با سیال ورودی هم جهت شده و یک جریان قوی را در این ناحیه تولید می‌کند. ولی در نیمه بالایی با توجه به حرکت مخالف همزن با سیال ورودی جریان در این منطقه ضعیف شده به طوری که سیال بعد از عبور از فضا به دلیل کاهش انرژی حرکتی دچار جدایش و یک گردابه‌ی نسبتا بزرگ در پایین دست جریان مجاور دیواره بالایی ایجاد می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود سیال در قسمت جلویی همزن متناظر با حرکت چرخشی به وجود آمده به سمت بالا کشیده شده و یک حرکت موجی در پایین‌دست همزن شکل گرفته است. "شکل 6 (b)" کانتور غلظت را بعد از 135° چرخش نسبت به حالت قبل نشان می‌دهد. چنانچه مشاهده می‌شود با چرخش همزن، غلظت سیال نیمه پایینی (سیال سفید رنگ) به سمت بالا تمایل پیدا کرده است و نقوش قارچی شکل پایین دست نیز کمی به سمت خروجی حرکت داده شده‌اند. "شکل (h)" نشان می‌دهد که گردابه مجاور دیواره بالایی نسبت به حالت قبل کوچکتر ولی دو گردابه دیگر مجاور دیواره پایینی ریزمخلوط‌گر و سطح بالایی همزن به وجود آمده است. "شکل 6 (f) − (c)" کانتورهای غلظت را با ادامه چرخش نوسانی همزن با اختلاف فاز 135° نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود غلظت سیال نیمه پایینی به تدریج به سمت بالا و جلو کشیده شده به طوری که نهایتا منجر به تشکیل یک نقش قارچی شکل می‌شود. "شکل 6 (l) − (i)" نیز خطوط جریان و بردارهای سرعت متناظر با هر یک از کانتورهای غلظت قبلی را نشان می‌دهد. با توجه به جهت و نحوه حرکت همزن گردابه‌های ایجاد شده به ویژه مجاور دیواره‌های بالایی و پایینی ریزمخلوط‌گر ناپدید و یا دوباره تولید می‌شوند.

"شکل 7" تغییرات بازده اختلاط را در خروجی ریزمخلوط‌گر در مقابل عدد اشتروهال در نسبت‌های منظری مختلف همزن و $K = 0.1$ نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در تمامی نسبت‌های منظری با افزایش St بازده اختلاط نیز افزایش پیدا می‌کند. همچنین این شکل نشان می‌دهد در یک دامنه نوسان کوچک، تغییرات AR در مقادیر St پایین تقریبا بی‌تاثیر بوده ولی در مقادیر میانی با کاهش AR بازده بیشتر می‌شود. علاوه‌بر این در مقادیر بالای St با افزایش AR از 0.1 به 0.5 بازده کم ولی با افزایش بیشتر AR، بازده نیز افزایش یافته است که این به معنی وجود یک AR بهینه در مقادیر St بالا است. به‌عنوان مثال در کار حاضر $AR = 1$ به عنوان نسبت منظری بهینه در $St = 1$ به دست آمده است.

"شکل 8" کانتورهای غلظت را در دو مقدار مختلف عدد اشتروهال 0.1 و 1 برای همزنی با $AR = 1$ و $K = 0.1$ نشان می‌دهد. چنانچه در این شکل مشاهده می‌شود در $St = 0.1$ وجود همزن تاثیر چندانی بر بهبود اختلاط ندارد در حالی که با افزایش St تاثیر قابل توجه وجود همزن بر بهبود اختلاط کاملا روشن است. زمانی که مقدار St یا به عبارت دیگر سرعت نوسانی همزن کم است وجود همزن نمی‌تواند منجر به ایجاد گردابه و ریزش آن در پایین‌دست جریان گردد و لزجت سیال توانسته است انتشار گردابه‌ها را در همان منطقه تولیدشان مهار کند. لذا عامل اختلاط سیالات که همان انتشار و پخش گردابه‌ها در پایین‌دست جریان می‌باشد در مقادیر St پایین از بین رفته است. ولی همان‌طور که در "شکل 8 (b)" نیز مشاهده می‌شود با افزایش St

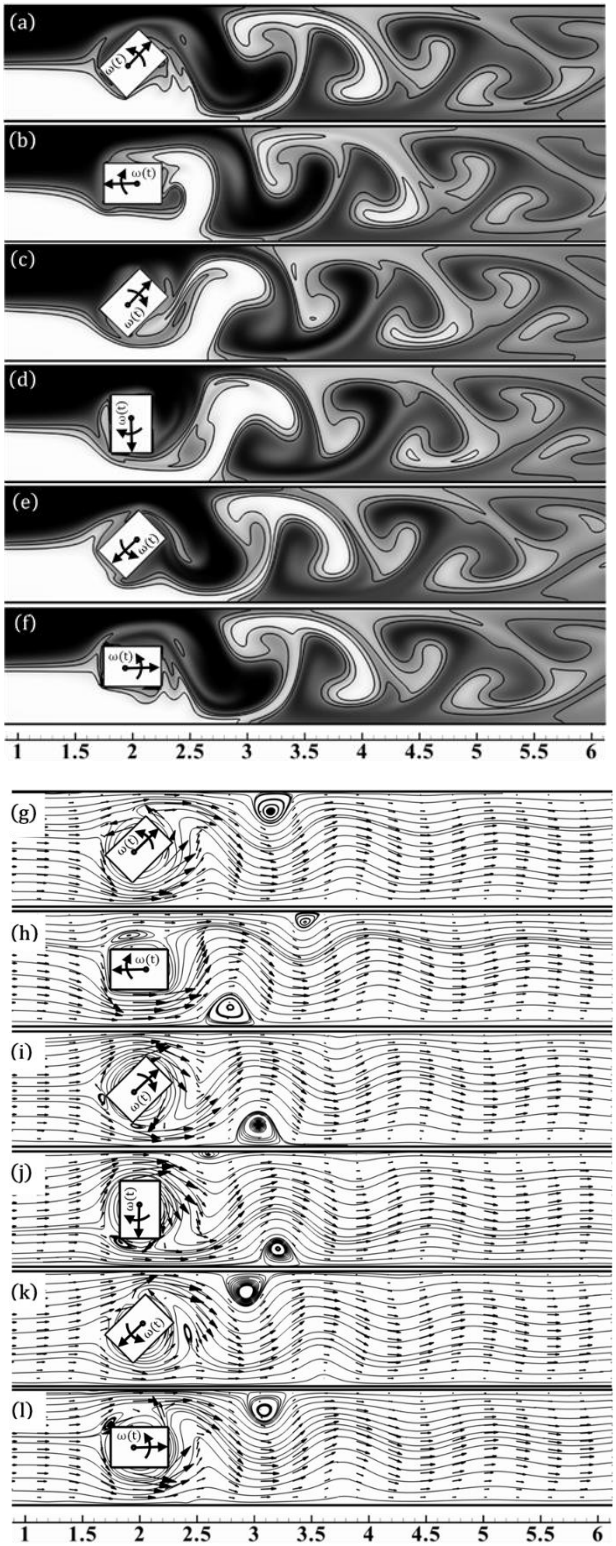

Fig. 6 (a) − (f): Concentration contours, (g) − (l): streamlines along with velocity vectors for a periodic time in different angular positions of stirrer with phase change 135° at the $AR = 0.7$, $St = 0.8$ and $K = 0.5$

شکل 6 (f) − (a) : کانتورهای غلظت (l) − (g) : خطوط جریان به همراه بردارهای سرعت برای یک دوره تناوب در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف همزن با اختلاف فاز 135° در حالت $AR = 0.7$، $St = 0.8$ و $K = 0.5$

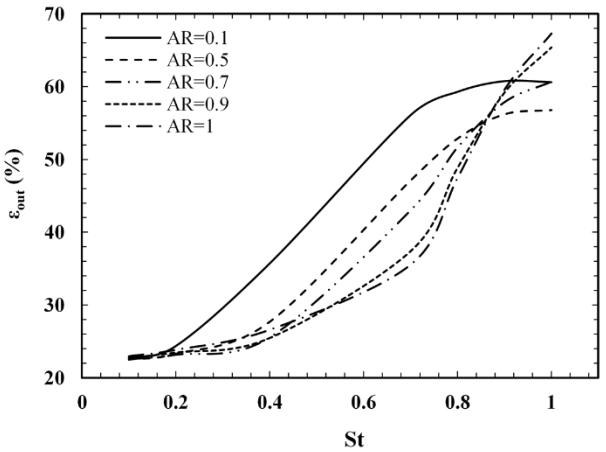

Fig. 7 Mixing efficiency variations in the micromixer outlet vs. Strouhal number at the different aspect ratios of stirrer and K = 0.1

شکل 7 تغییرات بازده اختلاط در خروجی ریزمخلوط‌گر در مقابل عدد اشتروهال در نسبت‌های منظری مختلف همزن و K = 0.1

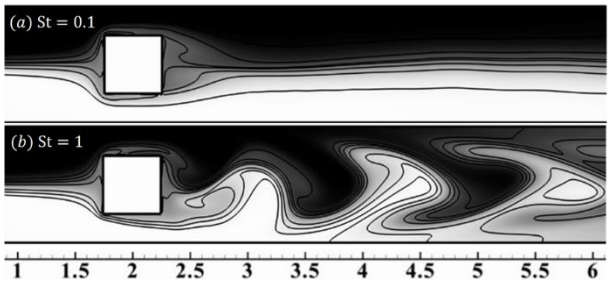

Fig. 8 Concentration contours at two different Strouhal numbers (a) St = 0.1 and (b) St = 1 in AR = 1 and K = 0.1

شکل 8 کانتورهای غلظت در دو اشتروهال مختلف (a) St = 0.1 و (b) St = 1 در AR = 1 و K = 0.1

دیگر لزجت سیال قادر به مهار انتشار گردابه‌های تولید شده در پایین‌دست جریان نبوده و بنابراین به صورت نقوش هلالی شکل در کانتور غلظت ظاهر شده‌اند.

"شکل 9" کانتورهای غلظت را در سه نسبت منظری مختلف 0.1، 0.5 و 1 در شرایط St = K = 0.1 نشان می‌دهد. چنان‌چه قبلا برای AR = 1 ذکر شد در این فرکانس و دامنه نوسان کوچک، انتشار گردابه‌ها به پایین‌دست جریان توسط لزجت سیال مهار می‌شود. با توجه به "شکل 9 (a) و (b)" همین موضوع برای نسبت‌های منظری کوچکتر نیز صادق است. از این رو در مقادیر St خیلی پایین تغییرات AR تقریبا بر بازده اختلاط بی‌تاثیر ظاهر شده است.

"شکل 10" مشابه "شکل 7"، تغییرات بازده اختلاط را در خروجی در مقابل عدد اشتروهال ولی در یک دامنه نوسان بزرگتر یعنی K = 0.5 نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، تغییرات بازده نسبت به حالت K = 0.1 پیچیده‌تر شده است. در نسبت‌های منظری 0.1 − 0.7 با افزایش St تا یک مقدار معین، بازده نیز افزایش یافته ولی با افزایش بیشتر St، بازده کاهش می‌یابد. در نسبت‌های منظری بزرگتر از 0.7 با افزایش St در مقادیر پایین، ابتدا بازده کم شده ولی بعد از آن بازده به صورت صعودی تا انتها افزایش پیدا می‌کند. البته نرخ این صعود در مقادیر بالای St به تدریج کمتر می‌شود. در مقادیر بالای St با افزایش AR تا میزان 0.7 ابتدا بازده افزایش ولی بعد از این مقدار بازده کم می‌شود. در مقادیر پایین و میانی St روند تغییرات بازده اختلاط کمی پیچیده‌تر شده ولی با این‌وجود می‌توان گفت اختلاط در مقادیر

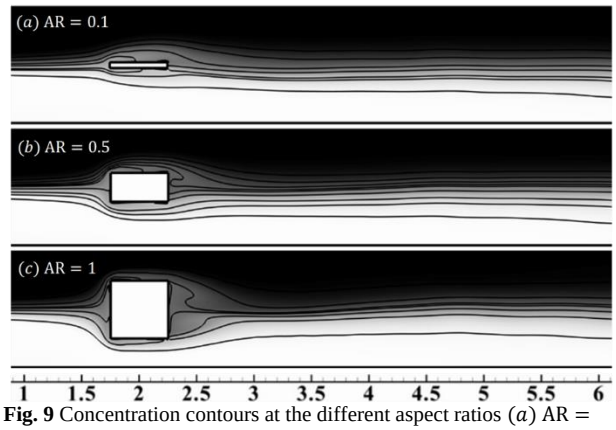

Fig. 9 Concentration contours at the different aspect ratios (a) AR = 0.1, (b) AR = 0.5 and (c) AR = 1 in St = K = 0.1

شکل 9 کانتورهای غلظت در نسبت‌های منظری مختلف (a) AR = 0.1، (b) AR = 0.5 و (c) AR = 1 در St = K = 0.1

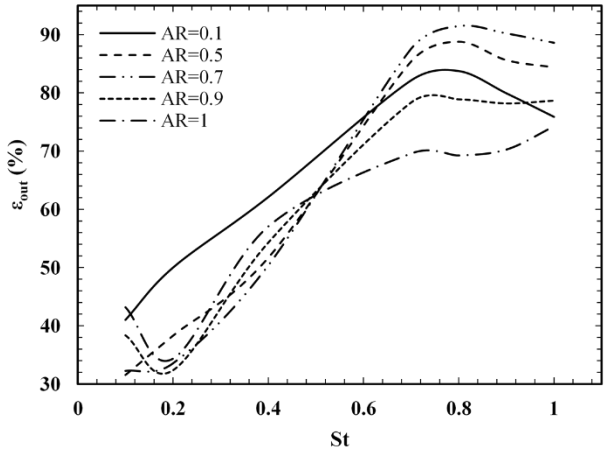

Fig. 10 Mixing efficiency variations in the micromixer outlet vs. Strouhal number at the different aspect ratios of stirrer and K = 0.5

شکل 10 تغییرات بازده اختلاط در خروجی ریزمخلوط‌گر در مقابل عدد اشتروهال در نسبت‌های منظری مختلف همزن و K = 0.5

پایین‌تر AR دارای عملکرد بهتری نسبت به مقادیر بالاتر آن بوده است.

"شکل 11" تغییرات بازده اختلاط را در برابر دامنه نوسان در نسبت‌های منظری مختلف و St = 0.1 نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، با افزایش K، بازده نیز افزایش پیدا کرده است. در مقادیر پایین K تغییرات AR تقریبا تاثیر چشم‌گیری در بازده نداشته ولی با افزایش K از حدود 0.2 به بعد تغییرات AR اثرات قابل توجهی را روی بازده نشان می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که در تمامی مقادیر K افزایش AR تا 0.5 ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده شده است. بنابراین در یک فرکانس پایین به ازای تمامی دامنه‌های نوسان، هر چه AR به 1 نزدیک‌تر باشد بازده اختلاط بهتر می‌شود.

"شکل 12" کانتورهای غلظت را در دو دامنه نوسان مختلف 0.1 و 0.5 در AR = St = 0.1 مورد مقایسه قرار داده است. زمانی که دامنه نوسان کم است همزن قادر به ایجاد تلاطم کافی برای اختلاط سیالات نبوده در حالی که با افزایش دامنه نوسان، همزن با ایجاد تلاطم بیشتر بهتر توانسته است سیالات اطراف خودش را مخلوط سازد.

"شکل 13" تغییرات بازده اختلاط را در برابر دامنه نوسان همزن در نسبت‌های منظری مختلف و عدد اشتروهال 1 نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در تمامی نسبت‌های منظری با افزایش دامنه تا

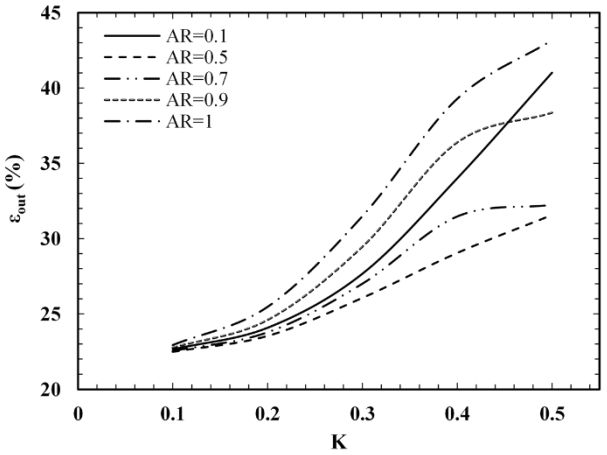

Fig. 11 Mixing efficiency variations in the micromixer outlet vs. dimensionless number of oscillation amplitude at the different aspect ratios of stirrer and St = 0.1

شکل 11 تغییرات بازده اختلاط در خروجی ریزمخلوط‌گر در مقابل عدد بی‌بعد دامنه نوسان در نسبت‌های منظری مختلف همزن و St = 0.1

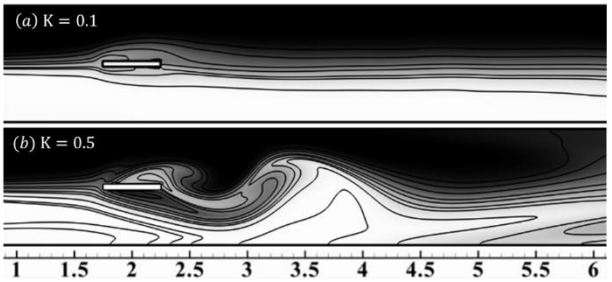

Fig. 12 Concentration contours at two different oscillation amplitude (a) K = 0.1 and (b) K = 0.5 in AR = St = 0.1

شکل 12 کانتورهای غلظت در دو دامنه نوسان مختلف (a) K = 0.1 و (b) K = 0.5 در AR = St = 0.1

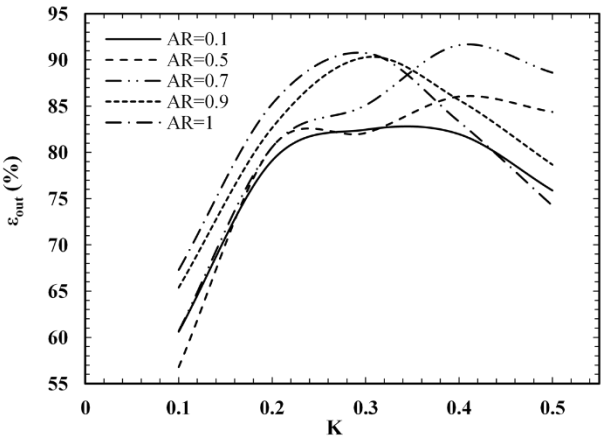

Fig. 13 Mixing efficiency variations in the micromixer outlet vs. dimensionless number of oscillation amplitude at the different aspect ratios of stirrer and St = 1

شکل 13 تغییرات بازده اختلاط در خروجی ریزمخلوط‌گر در مقابل عدد بی‌بعد دامنه نوسان در نسبت‌های منظری مختلف همزن و St = 1

یک مقدار معینی بازده افزایش ولی بعد از آن بازده کاهش یافته است. همچنین در مقادیر کوچک K با افزایش AR تا 0.5 ابتدا بازده کاهش و سپس افزایش، در حالی که این روند در مقادیر بزرگ K تقریبا معکوس شده است. در مقادیر میانی دامنه نوسان مشاهده می‌شود که روند تغییرات بازده کمی پیچیده‌تر شده ولی به طور کلی هر چه نسبت منظری بیشتر و نزدیک‌تر به 1 باشد بازده اختلاط نیز بیشتر بوده است.

6- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر یک شبیه‌سازی عددی برای تحلیل اثرات نسبت منظری یک همزن مستطیلی بر بازده اختلاط درون یک ریزمجرای تخت به روش شبکه بولتزمن صورت گرفته است. در این پژوهش علاوه بر اثرات پارامتر هندسی نسبت منظری، اثرات دو پارامتر دیگر فرکانس و دامنه همزن نیز بر بازده اختلاط مورد بررسی قرار گرفته است. در مساله حاضر پارامترهای نسبت منظری و عدد اشتروهال هر دو در محدوده $0.1 - 1$ و پارامتر بی‌بعد دامنه نوسان در محدوده $0.1 - 0.5$ تغییر می‌کنند. مطالعه حاضر نقش کلیدی و اثرگذاری قابل توجه پارامتر هندسی نسبت منظری همزن را بر بازده اختلاط به وضوح روشن کرده است.

نتایج مربوط به اثرات تغییرات همزن نسبت منظری و عدد اشتروهال نشان دادند که در یک دامنه نوسان کوچک، تغییرات AR در مقادیر St پایین تقریبا بی‌تاثیر بوده ولی در مقادیر میانی با کاهش AR بازده بیشتر می‌شود. علاوه بر این در مقادیر بالای St با افزایش AR از 0.1 به 0.5 بازده کم ولی با افزایش بیشتر AR، بازده نیز افزایش یافته است که این به معنی وجود یک AR بهینه در مقادیر St بالا است. با افزایش دامنه نوسان، در مقادیر بالای St با افزایش AR تا میزان 0.7 ابتدا بازده افزایش ولی بعد از این مقدار بازده کم می‌شود. در مقادیر پایین و میانی St اختلاط در مقادیر پایین‌تر AR دارای عملکرد بهتری نسبت به مقادیر بالاتر آن بوده است.

نتایج مربوط به اثرات تغییرات همزن نسبت منظری و دامنه نوسان نشان دادند که در یک فرکانس کم، در تمامی مقادیر K افزایش AR ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده شده است به طوری که هر چه AR به 1 نزدیک‌تر باشد بازده اختلاط بهتر می‌شود. با افزایش فرکانس، در مقادیر کوچک K با افزایش AR ابتدا بازده کاهش و سپس افزایش، در حالی که این روند در مقادیر بزرگ K تقریبا معکوس شده است. در مقادیر میانی به طور کلی هر چه نسبت منظری بیشتر و نزدیک‌تر به 1 باشد بازده اختلاط نیز بیشتر بوده است.

7- فهرست علایم

A	دامنه نوسان همزن (rad)
a	اندازه نصف طول همزن (m)
AR	نسبت منظری همزن
b	اندازه نصف عرض همزن (m)
C	غلظت سیال
c	اندازه سرعت میکروسکوپی ذرات (ms^{-1})
D	پخش جرمی (m^2s^{-1})
e	سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه
f	تابع توزیع ذره در معادله سرعت
f_p	فرکانس همزن (s^{-1})
g	تابع توزیع ذره در معادله غلظت
H	ارتفاع ریزمخلوط‌گر (m)
K	دامنه بی‌بعد نوسان همزن
L	طول ریزمخلوط‌گر (m)
m	بردار ممان برای معادله سرعت
M	ماتریس انتقال برای معادله سرعت

n	بردار ممان برای معادله غلظت
N	ماتریس انتقال برای معادله غلظت
P	فشار ($\mathrm{kgm^{-1}s^{-2}}$)
Pe	عدد پکلت
Q	ماتریس قطری ضرایب آسایش در معادله غلظت
Re	عدد رینولدز
S	ماتریس قطری ضرایب آسایش در معادله سرعت
Sc	عدد اشمیت
St	عدد اشتروهال
t	زمان (s)
T	زمان تناوب همزن (s)
u	سرعت سیال ($\mathrm{ms^{-1}}$)

علایم یونانی

α	جابه‌جایی زاویه‌ای همزن (rad)
ϑ	لزجت سینماتیکی ($\mathrm{m^2s^{-1}}$)
ω	سرعت زاویه‌ای همزن ($\mathrm{rads^{-1}}$)
ρ	چگالی ($\mathrm{kgm^{-3}}$)
ε	بازده اختلاط
Ω	اپراتور برخورد

بالانویس‌ها

eq	تعادلی

زیرنویس‌ها

b	گره مرزی در قسمت جامد
f	گره مرزی در قسمت سیال
w	گره روی مرز فیزیکی
mean	میزان متوسط
ref	مرجع
α	جهات مختلف در شبکه
0	سیال نیمه پایین ریزمخلوط‌گر
1	سیال نیمه بالای ریزمخلوط‌گر

8- مراجع

[1] V. Kumar, M. Paraschivoiu, K. D. P. Nigam, Single-phase fluid flow and mixing in microchannels, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, No. 7, pp. 1329–1373, 2011.

[2] S. J. An, Y. D. Kim, S. Heu, J. S. Maeng, Numerical study of the mixing characteristics for rotating and oscillating stirrers in a microchannel, *Journal of the Korean Physical Society*, Vol. 49, No. 2, pp. 651-659, 2006.

[3] Y. D. Kim, S. J. An, J. S. Maeng, Numerical analysis of the fluid mixing behaviors in a microchannel with a circular cylinder and an oscillating stirrer, *Journal of the Korean Physical Society*, Vol. 50, No. 2, pp. 505-513, 2007.

[4] S. Y. Han, J. Y. Park, Y. D. Kim, S. J. An, J. S. Maeng, Optimum design of a dynamic micro-mixer for multiphase flow, *Key Engineering Materials*, Vol. 353-358, No. September, pp. 2836-2838, 2007.

[5] J. Y. Park, Y. D. Kim, S. R. Kim, S. Y. Han, J. S. Maengb, Robust design of an active micro-mixer based on the Taguchi method, *Sensors and Actuators B: Chemical*, Vol. 129, No. 2, pp. 790–798, 2008.

[6] S. P. Ryu, J. Y. Park, S. Y. Han, Optimum design of an active micro-mixer using successive kriging method, *Internatinal Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 12, No. 5, pp. 849-855, 2011.

[7] B. Celik, A. Beskok, Mixing induced by a transversely oscillating circular cylinder in a straight channel, *Physics of Fluids*, Vol. 21, No. 7, pp. 073601-9, 2009.

[8] M. Raisee, M. Cheraghi, Gas mixing enhancement in minichannels using a rotationally oscillatory circular cylinder, *Journal of Physics*, Conference Series, Vol 362, Conference. 1, pp. 1-8, 2012.

[9] R. Shamsoddini, M. Sefid, R. Fatehi, ISPH modeling and analysis of fluid mixing in a microchannel with an oscillating or a rotating stirrer, *Engieering Applications of Computatinal Fluid Mechanics*, Vol. 8, No. 2, pp. 289-298, 2014.

[10] R. Shamsoddini, M. Sefid, R. Fatehi, Incompressible SPH modeling and analysis of non-Newtonian power-law fluids, mixing in a microchannel with an oscillating stirrer, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 1, pp. 307-316, 2016.

[11] A. Jafarian, A. Pishevar, M. S. Saidi, Modeling active micromixers with multiple microstirrers using smoothed particle hydrodynamics, *Scientia Iranica B*, Vol. 21, No. 4, pp. 1390-1402, 2014.

[12] S. Ghanbari, M. Sefid, R. Shamsoddini, Numerical analysis of two-fluid mixing with various density and viscosity in a microchannel with forced oscillating stirrer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 109-119, 2016. (in persian فارسی)

[13] J. Ortega-Casanova, Enhancing mixing at a very low Reynolds number by a heaving square cylinder, *Journal of Fluids and Structure*, Vol. 65, No. August, pp. 1-20, 2016.

[14] J. Ortega-Casanova, CFD study on mixing enhancement in a channel at a low Reynolds number by pitching a square cylinder, *Computers and Fluids*, Vol. 145, No. March, pp. 141-152, 2017.

[15] X. Guo, C. Zhong, C. Zhuo, J. Cao, Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method for study of two-lid-driven cavity flow solution multiplicity, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 28, No. 2, pp. 215-231, 2014.

[16] L. Li, R. Mei, J. F. Klausner, Lattice Boltzmann models for the convection-diffusion equation: D2Q5 vs D2Q9, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 108, No. May, pp. 41-62, 2017.

[17] A. A. Mohamad, *Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, pp. 72-80: Springer Science & Business Media, 2011.

[18] D. Yu, R. Mei, W. Shyy, A unified boundary treatment in lattice boltzmann method, *AIAA 41st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, pp. 953-964, 2003.

[19] L. Li, R. Mei, J. F. Klausner, Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann equation method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 237, No. March, pp. 366-395, 2013.

[20] P. Lallemand, L. S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 184, No. 2, pp. 406-421, 2003.