



## طراحی کنترل کننده پسگام برای ردیابی موقعیت/نیرو در ربات‌های همکار

شیمای آهانگر<sup>1</sup>، زهرا رحمانی<sup>2\*</sup>، برمک بیگزاده نوری<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

2- دانشیار، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

3- دانشجوی دکترا، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

\* بابل، صندوق پستی 484، zrahmani@nit.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 اردیبهشت 1396

پذیرش: 13 مرداد 1396

ارائه در سایت: 10 شهریور 1396

کلید واژگان:

سیستم ربات‌های همکار

کنترل پسگام

پایداری لیپانوف

کنترل کننده ردیابی موقعیت/نیرو

## چکیده

کنترل ربات‌های همکار که یک جسم صلب را حمل می‌کنند یک مسئله کنترلی پیچیده است. سیستم رباتیک همکار برای کار هماهنگ، یک زنجیره سینماتیکی بسته‌ای را شکل می‌دهند که محدودیت‌های سینماتیکی و دینامیکی اضافی را تحمیل می‌کند. همچنین حرکات تعاملی میان ربات‌ها از طریق سئ منجر به نیاز ضروری برای کنترل هم‌زمان موقعیت و نیروی تعاملی می‌گردد. در این مقاله، مسئله کنترل ردیابی موقعیت و نیرو در ربات‌های همکار که یک سئ صلب را حمل می‌کنند، با استفاده از روش طراحی کنترل کننده پسگام مورد بررسی قرار می‌گیرد. خطاهای ربات همکار با تعریف متغیرهای حالت جدید براساس مشتق و انتگرال خطاهای موقعیت، تعمیم داده می‌شود. سپس با تعریف متغیرهای جدید براساس سیستم خطاهای موقعیت و بکارگیری روش کنترل پسگام، یک کنترل کننده پسگام برای ردیابی موقعیت در سیستم ربات‌های همکار ارائه شده است. در نهایت به منظور طراحی کنترل کننده ردیابی موقعیت/نیرو و با استفاده از خواص نیروهای داخلی، جملاتی به سیگنال کنترلی طراحی شده اضافه گردیده است. نشان داده می‌شود که سیستم حلقه‌بسته براساس تئوری پایداری لیپانوف به‌طور یکنواخت کران‌دار است. روش کنترلی بر روی دو ربات سه لینکی شبیه‌سازی می‌گردد و نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی روش پیشنهادی است.

## Designing backstepping controller for position/force tracking of cooperative robot manipulators

Shima Ahangar, Zahra Rahmani\*, Barmak Baigzadehnoei

Department of Control Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

\* P.O.B. 484, Babol, Iran, zrahmani@nit.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 10 May 2017

Accepted 04 August 2017

Available Online 01 September 2017

## Keywords:

Cooperative robot manipulator system

Backstepping control

Lyapunov stability

Position/Force tracking control

## ABSTRACT

Control of multiple robots, whose end-effects grasp an object, involves complex control tasks. First, the multiple robotic system, for a cooperative task, forms closed kinematic chains that impose additional kinematic and dynamic constraints. Second, the interactive actions among the robots through the object lead to the essential need to control position and interactive force, simultaneously. In this paper, the backstepping control method is studied for tracking control problem of cooperative robot manipulator system handling a common rigid object. The error system of coordinated robot manipulators is developed by defining the new variables based on the integral and differential of position and orientation errors. Then by defining the appropriate change of coordinates and using the backstepping design strategy, a backstepping position tracking control scheme is proposed for multi-robot manipulator systems handling a common object. Additional terms, using the properties of internal forces, are also added to the control signals to consider the force tracking problem. It is proved the closed loop system are uniformly ultimately bounded based on Lyapunov stability theory. Finally, the two three-link planar robot manipulators are applied for simulation, and the simulation results show the effectiveness of the proposed method.

## 1- مقدمه

قابلیت‌های ربات‌های فردی بوده و طیف وسیعی از فعالیت‌ها نظیر جابجایی و مونتاژ اشیاء بزرگ و سنگین و یا گرفتن و کار کردن روی اجسام با شکل‌های دلخواه را پوشش می‌دهند. لذا ربات‌های همکار به منظور رسیدن به چنین اهدافی معرفی شده‌اند که یک سیستم رباتیکی با پتانسیل‌های لازم برای انجام این قبیل کارها می‌باشند [2].

پژوهش‌های فراوانی در زمینه ربات‌های فردی صورت گرفته است از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به [3] اشاره کرد که در آن یک کنترل کننده تطبیقی

ظهور ربات‌ها باعث پیشرفت‌های شگرفی در اتوماسیون فرآیندهای صنعتی از دهه هفتاد قرن بیستم میلادی گردید [1]. با الگو قرار دادن مهارت و هماهنگی در ساختارهایی شبیه انسان، سیستم‌هایی متشکل از چند ربات که به‌صورت هماهنگ عمل می‌کنند، در پروسه‌های صنعتی پیچیده و مدرن به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند. امروزه ربات‌های همکار کاربردهای زیادی در زندگی روزمره و صنایع گوناگون دارند که فراتر از ظرفیت‌ها و

Please cite this article using:

Sh. Ahangar, Z. Rahmani, B. Baigzadehnoei, Designing backstepping controller for position/force tracking of cooperative robot manipulators, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 45-54, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Sh. Ahangar, Z. Rahmani, B. Baigzadehnoei, Designing backstepping controller for position/force tracking of cooperative robot manipulators, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 45-54, 2017 (in Persian)

حائز اهمیت است که بدون در نظر گرفتن نیروهای داخلی امکان ننگ داشتن و حمل جسم وجود نخواهد داشت و عملاً طراحی کنترلی به جای سیستم ربات همکار برای یک سیستم دینامیکی اوپلر - لاگراژ صورت گرفته است. بر همین اساس، در این مقاله به مسئله کنترل پسگام موقعیت و نیرو برای سیستم‌های ربات همکار که یک جسم صلب را حمل می‌نمایند، پرداخته شده است. ابتدا خطای موقعیت تعریف شده سپس با مشتق و انتگرال‌گیری از این خطاها و تغییر مختصات متناسب با آن‌ها متغیرهای حالت جدید تعریف شده سپس یک کنترل کننده پسخورد حالت پسگام برای سیستم‌های ربات همکار ارائه شده است. کنترل کننده پسگام طراحی شده بر اساس سیستم خطای جدید به طور قابل توجهی عملکرد ردیابی سیستم های کنترل ربات همکار را بهبود می‌بخشد.

در بخش 2 سیستم ربات همکار و فرضیات لازم تعریف می‌گردند. در بخش 3 مدل دینامیکی ترکیبی ربات‌های همکار و شیء مورد حمل بدست می‌آید. در بخش 4 کنترل کننده پسگام طراحی شده و پس از آن در بخش 5 برای نشان دادن صحت طراحی‌های انجام شده، شبیه‌سازی بر روی دو ربات سه لینکی که یک شیء صلب را حمل می‌کنند، انجام می‌گیرد. نتیجه‌گیری حاصل از این مقاله در بخش 6 آورده شده است.

## 2- بیان مسئله ربات‌های همکار

فرض می‌گردد مطابق با "شکل 1"،  $k$  ربات به همراه هم یک شیء صلب را حمل می‌کنند، در "شکل 1" محورهای مختصاتی به منظور استخراج یک مدل دینامیکی برای سیستم ربات همکار تعریف شده است. ابتدا مختصات‌های زیر برای سیستم تعریف می‌شود:

- $\{B\}$  بیانگر محورهای مختصات مرجع برای کل فضای کاری سیستم ربات همکار می‌باشد و دستگاه پایه نامیده می‌شود.
- $\{O\}$  بیانگر محورهای مختصات در مرکز جرم جسم می‌باشد.
- $\{E_n\}$  بیانگر دستگاه مختصات پنجه ربات  $i$ ام برای  $1 < i < k$  می‌باشد.

فرض‌های زیر در این پژوهش نظر گرفته شده است [2,9,17,18]:

- فرض 1. همه ربات‌ها دارای درجه آزادی یکسان و برابر با ابعاد فضای کاری دارند، به عبارت دیگر هیچ یک از ربات‌ها افزونه<sup>4</sup> نمی‌باشند.
- فرض 2. فرض می‌گردد که جسم و پنجه به صورت صلب با هم در تماس هستند.

فرض 3 سینماتیک و دینامیک سیستم ربات همکار مشخص و در دسترس می‌باشد.

فرض 4. حرکت هر بازوی ربات به دور از نقطه تکین است.

فرض 5. تمامی مفصل‌ها و شیء گرفته شده صلب هستند.

فرض 6. برای بردار اغتشاشات خارجی  $\tau_d(q_i, \dot{q}_i)$  رابطه  $\|\tau_d(q_i, \dot{q}_i)\| \leq \bar{\tau}_d$  برقرار است.

هدف ما در این مقاله، طراحی یک کنترل کننده ردیاب مبتنی بر روش پسگام برای هر بازوی ربات همکار می‌باشد به گونه‌ای که تمامی سیگنال‌های سیستم ربات همکار محدود باقی مانده و ربات بتواند مسیر و جهت مطلوب را دنبال کرده و نیروهای (گشتاورهای) داخلی آن به مقدار قابل قبولی برسند.

## 3- مدل دینامیکی

### 3-1- مدل دینامیکی بازوها

دینامیک‌های ربات  $i$ ام با  $n$  درجه آزادی مطابق "شکل 1" را می‌توان در

برای یک ربات تک انگشتی که یک جسم را حمل می‌کند با در نظر گرفتن امکان لغزش بین جسم و پنجه طراحی شده است. در این پژوهش با ارائه یک فرمول‌بندی جدید برای مدل کردن شرایط تماس اصطکاکی، دو کنترل کننده تطبیقی مختلف طراحی شده که ضمن کنترل حرکت جسم روی مسیر تعیین شده لغزش‌های ناخواسته ایجاد شده روی پنجه ربات را کنترل می‌کنند. در [4] از کنترل مدلفزشی فازی تطبیقی برای بازوی مکانیکی ماهر در حضور عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک، سینماتیک و ماتریس ژاکوبین ربات استفاده شده است. همچنین سلطانیپور و همکاران کنترل کننده مدلفزشی انتگرالی فازی تطبیقی مبتنی بر الگوریتم‌های بهینه‌سازی هارمونی اصلاح شده برای بازوی ربات اسکارا طراحی نموده اند [5]. تحقیقات در حوزه ربات‌های همکار توسط محققانی چون فوجی، ناکاتو، تاکاسی و همکارانشان [6-8] آغاز شد. در این پژوهش‌ها مسائل کلیدی مهمی در کنترل ربات‌های چند بازویی همچون کنترل رهبر-پیرو<sup>1</sup>، کنترل انطباق نیرو<sup>2</sup> و کنترل فضای کاری<sup>3</sup> مورد بررسی قرار گرفت. با معرفی یک مدل پویا و یکپارچه جدید برای ربات‌های همکار در [9]، روش کنترل کننده تطبیقی غیرمتمرکز را برای مسئله ردیابی موقعیت و نیروی در یک ربات همکار پیشنهاد دادند. به علاوه مسئله ردیابی یک ربات همکار در [10,11] براساس کنترل مدلفزشی طراحی گردید و در حضور عدم قطعیت در [12]، روش کنترل مدلفزشی برای این سیستم تعمیم داده شد. در [13]، عملکرد روش های کنترل مدلفزشی با استفاده از تنظیم پارامترهای سطح لغزش به کمک منطق فازی برای سیستم‌های کنترل دو بازویی بهبود بخشیده شده است. در [14,15] یک کنترل کننده مقاوم و تطبیقی برای کنترل هم‌زمان موقعیت و نیرو ربات همکار ارائه شده که براساس کنترل مدلفزشی طراحی شده است.

پانوار و همکارانش یک کنترل کننده عصبی تطبیقی برای سیستم‌های ربات همکار طراحی کردند که در آن به طور هم زمان حرکت شیء و نیروهای داخلی کنترل می‌شود [2]. در این روش یک شبکه عصبی پیشرو برای آموزش دینامیک‌های ناشناخته ربات‌ها و شیء به کار گرفته شده که این شبکه عصبی با استفاده از یادگیری تطبیقی مبتنی بر پایداری لیاپانوف با غیرخطی‌های نامعین مقابله می‌کند. در [16] برای کنترل نیروی های تعاملی بین سه موبایل ربات همکار و جسم مورد حمل توسط آن‌ها از روش کنترل آرایش به روش رهبر/پیرو استفاده شده است. همچنین برای بررسی میزان توانمندی سیستم کنترلی در زمینه کنترل آرایش و تعقیب مسیر به هنگام بروز خطا ناشی از حضور اغتشاش یک الگوریتم کنترلی برمبنای سیستم تعلیق نیمه فعال طراحی شده است. نتایج حاصل در این مقاله از برتری سیستم کنترلی تعلیق نیمه‌فعال نسبت به سیستم کنترلی تعلیق غیرفعال در کاهش تأثیر ارتعاشات و اغتشاش‌ها، در سیستم حکایت دارد.

با توجه به ساختار سیستم‌های ربات همکار و وجود دینامیک‌های متعدد در آن‌ها، استفاده از یک ساختار کنترلی غیرمتمرکز و قدرتمند مثل استراتژی کنترل پسگام برای چنین سیستم‌هایی لازم می‌باشد. با این وجود، هیچ یک از این مطالعات قبلی به طراحی کنترل پسگام که یک روش طراحی بازگشتی برای سیستم‌های کنترل ربات همکار است، نپرداخته‌اند. ژانگ و همکاران [17] یک کنترل کننده پسگام تطبیقی برای کنترل ربات همکار طراحی نموده‌اند، ولی در ساختار پیشنهادی آن‌ها نه تنها مسئله ردیابی نیروهای داخلی در نظر گرفته نشده است، بلکه در روابط دینامیکی سیستم ربات همکار نیز از تاثیر نیروهای داخلی صرف نظر شده است. توجه به این نکته

<sup>1</sup> Master-slave

<sup>2</sup> force/compliance control

<sup>3</sup> task-space control

<sup>4</sup> redundant

$$\dot{\chi}_{e,i} = J_{m,i}(q_i)\dot{q}_i \quad (4)$$

که در آن  $\chi_{e,i} \in R^n$  بردار موقعیت و جهت دستگاه مختصات  $\{E_i\}$  مجری نهایی  $\{E_i\}$  نسبت به دستگاه مختصات پایه  $\{B\}$  است. این رابطه را می‌توان پس از فشرده‌سازی به صورت زیر بیان کرد.

$$\dot{\chi}_e = J_m(q)\dot{q} \quad (5)$$

که در آن داریم:  $\chi_e = [\chi_{e,1}^T, \chi_{e,2}^T, \dots, \chi_{e,k}^T]^T \in R^{kn}$

### 3-2- مدل دینامیکی شیء

دینامیک‌های شیء مورد حمل در فضای کارترین را می‌توان با رابطه‌ی زیر نشان داد [9,2]:

$$M_o(\chi_o)\ddot{\chi}_o + C_o(\chi_o, \dot{\chi}_o)\dot{\chi}_o + G_o(\chi_o) = F_o \quad (6)$$

که در آن  $\chi_o \in R^n$  بردار موقعیت و جهت دستگاه مختصات شیء  $\{O\}$  نسبت به دستگاه مختصات پایه  $\{B\}$ ، ماتریس  $M_o(\chi_o) \in R^{n \times n}$  بیانگر ماتریس جرم شیء،  $C_o(\chi_o, \dot{\chi}_o) \in R^{n \times n}$  نشان‌دهنده ماتریس گریز از مرکز و کوریولیس،  $G_o(\chi_o) \in R^n$  بردار نیروهای گرانشی،  $F_o \in R^n$  بیانگر بردار نیروهای (گشتاورهای) اعمال شده به مرکز جرم شیء بیان داده شده در دستگاه مختصات پایه  $\{B\}$  می‌باشد.

$F_o$  بردار نیرو و گشتاور اعمال شده به مرکز جرم شیء را می‌توان براساس بردار نیروهای (گشتاورهای) بازوها  $F_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) به صورت زیر بیان کرد:

$$F_o = \sum_{i=1}^k J_{o,e_i}^T(\chi_o)F_i \quad (7)$$

به طوری که  $J_{o,e_i}(\chi_o) \in R^{n \times n}$  ماتریس ژاکوبین دستگاه مختصات مجری نهایی ربات نام  $\{E_i\}$  نسبت به دستگاه مختصات جسم  $\{O\}$  بیان شده در دستگاه مختصات پایه  $\{B\}$  می‌باشد.

معادله (7) را می‌توان به فرم فشرده زیر نیز بیان نمود:

$$F_o = J_{o,e}^T(\chi_o)F \quad (8)$$

در رابطه (8)

$J_{o,e}(\chi_o) = [J_{o,e_1}^T(\chi_o), J_{o,e_2}^T(\chi_o), \dots, J_{o,e_k}^T(\chi_o)]^T \in R^{kn \times n}$  ویژگی‌های (1) و (2) برای ماتریس جرم و ماتریس گریز از مرکز و کوریولیس شیء نیز برقرار است [9,2].

ویژگی 3. ماتریس جرم  $M_o(\chi_o)$  به ازای همهی  $\chi_o \in R^n$  یک ماتریس مثبت معین متقارن است.

ویژگی 4. ماتریس  $\dot{M}_o(\chi_o) - 2C(\chi_o, \dot{\chi}_o)$  یک ماتریس شبه متقارن است یعنی در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند.

$$\delta^T(\dot{M}_o(\chi_o) - 2C(\chi_o, \dot{\chi}_o))\delta = 0 \quad \forall \delta, \chi_o \in R^n \quad (9)$$

### 3-3- مدل دینامیکی سیستم ربات همکار

در این بخش، با ترکیب رابطه (2) و (6) از طریق نگاشت بین فضای کارترین و فضای مفصلی مدل دینامیکی کل سیستم ربات همکار در فضای کارترین به دست آورده می‌شود. به طور دقیق‌تر، با نوشتن متغیرهای فضای مفصلی برحسب بردار موقعیت و جهت  $\chi_o \in R^n$  و سپس جایگزین کردن بردار نیروهای (گشتاورهای) مجری‌های نهایی  $F$  توسط دینامیک‌های شیء در رابطه (6) دینامیک کلی سیستم ربات همکار حاصل گردد.

براساس فرض 3، بردار موقعیت و جهت شیء  $\chi_o$  را می‌توان به صورت تابع معینی از متغیرهای فضای مفصلی  $q_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) براساس فرض 3 قابل بیان است.

$$\chi_o = T_{o,m_i}(q_i) \quad (10)$$

با  $T_{o,m_i}(q_i) \in R^n$  از طریق سینماتیک مستقیم به دست می‌آید. با

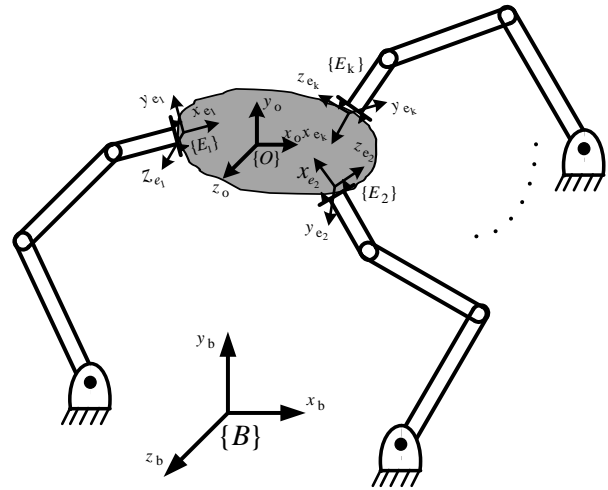


Fig. 1 A cooperative manipulator system schematic [19]

شکل 1 شماتیک یک سیستم ربات همکار [19]

فضای مفصلی به صورت زیر بیان نمود [11]:

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) + B_i(q_i, \dot{q}_i) = \tau_i - J_{m,i}^T(q_i)F_i + \tau_{d,i}(q_i, \dot{q}_i) \quad (1)$$

که در آن  $q_i = [q_{i,1}, q_{i,2}, \dots, q_{i,n}]^T \in R^n$  بردار  $1 \leq i \leq k$  متغیرهای مفصلی می‌باشد. ماتریس  $M_i(q_i) \in R^{n \times n}$  نشان‌دهنده ماتریس جرم ربات نام،  $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in R^{n \times n}$  نشان‌دهنده ماتریس گریز از مرکز و کوریولیس و  $G_i(q_i) \in R^n$  بردار گرانش بوده،  $B_i(q_i, \dot{q}_i) \in R^n$  اصطکاک استاتیکی و دینامیکی،  $F_i \in R^n$  بیانگر بردار نیروهای (گشتاورهایی) است که از طرف نامین ربات به شیء اعمال می‌شود،  $J_{m,i}(q_i) \in R^{n \times n}$  ماتریس ژاکوبین نامین ربات است که فضای مفصلی را به فضای کارترین مربوط می‌سازد،  $\tau_i \in R^n$  بردار گشتاورهای (نیروهای) راه‌انداز ربات نام و  $\tau_{d,i}(q_i, \dot{q}_i) \in R^n$  بردار اغتشاشات خارجی مدل نشده می‌باشد.

با توجه به رابطه‌ی (1) می‌توان معادلات دینامیکی  $k$  بازوی ربات را به صورت فشرده و مختصر به صورت رابطه (2) بیان کرد.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + B(q, \dot{q}) = \tau - J_m^T(q)F + \tau_d(q, \dot{q}) \quad (2)$$

به طوری که:

$$M(q) = \text{blockdiag}[M_1(q_1), M_2(q_2), \dots, M_k(q_k)] \in R^{kn \times kn}$$

$$q = [q_1^T, q_2^T, \dots, q_k^T]^T \in R^{kn}, F = [F_1^T, F_2^T, \dots, F_k^T]^T \in R^{kn}$$

$$C(q, \dot{q}) = \text{blockdiag}[C_1(q_1, \dot{q}_1), \dots, C_k(q_k, \dot{q}_k)] \in R^{kn \times kn}$$

$$G(q) = [G_1(q_1), G_2(q_2), \dots, G_k(q_k)] \in R^{kn}$$

$$J_m(q) = \text{blockdiag}[J_{m,1}(q_1), J_{m,2}(q_2), \dots, J_{m,k}(q_k)] \in R^{kn \times kn}$$

$$\tau_d(q, \dot{q}) = [\tau_{d,1}^T(q, \dot{q}), \dots, \tau_{d,k}^T(q, \dot{q})] \in R^{kn}$$

مدل دینامیکی بازوهای ربات همکار که در رابطه (2) بیان شده دارای ویژگی‌های زیر است [11].

ویژگی 1. ماتریس  $M(q)$  به ازای تمامی  $q$  ها یک ماتریس مثبت معین متقارن است.

ویژگی 2. ماتریس  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  یک ماتریس شبه متقارن است.

بنابراین:

$$\delta^T(\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))\delta = 0 \quad \forall \delta, q \in R^{kn} \quad (3)$$

با توجه به فرض 3 ماتریس ژاکوبین نامین بازو،  $J_{m,i}(q_i)$  در رابطه‌ی

(1) با مشتق‌گیری از رابطه سینماتیک مستقیم بازوی نام به سادگی به

صورت زیر به دست می‌آید:

ویژگی 6. ماتریس

$$\frac{d}{dt} \left( \Lambda_{0,m}^T(q) M_c(\chi_o) \right) - 2\Lambda_{0,m}^T(q) C_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) \quad (23)$$

یک ماتریس شبه متقارن است. بنابراین

$$\delta^T \left( \frac{d}{dt} \left( \Lambda_{0,m}^T(q) M_c(\chi_o) \right) - 2\Lambda_{0,m}^T(q) C_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) \right) \delta = 0 \quad (24)$$

$\forall \delta, \chi_o \in R^n$

#### 4- روش کنترل پسگام

در این بخش یک کنترل کننده پسگام برای سیستم ربات همکار بیان شده در رابطه (8)، بر اساس فرضیات (1-5) طراحی می‌شود. بدین منظور یک سیستم جدید ایجاد می‌شود که متغیرهای حالت آن خطاهای موقعیت و جهت شی مورد حمل هستند. سپس به منظور حل مسئله ردیابی، روش پسگام به این سیستم جدید و مبتنی بر خطا اعمال شده تا همگرایی کل سیستم حلقه بسته تضمین گردد.

خطاهای موقعیت و جهت‌گیری  $e_{x_o}$  و خطاهای نیروهای داخلی  $e_{F_i}$  به صورت روابط (25) و (26) تعریف می‌شود.

$$e_{x_o} = \chi_{o,r} - \chi_o \quad (25)$$

$$e_{F_i} = F_{i,r} - F_i \quad (26)$$

که در آن  $\chi_{o,r} \in R^n$  موقعیت و جهت مرجع و  $F_{i,r} \in R^{kn}$  نیروهای داخلی مرجع می‌باشند. به دلیل بی‌تاثیر بودن نیروهای داخلی در حرکت شی، متغیرهای حالت جدید تنها براساس خطای موقعیت و جهت به صورت زیر تعریف می‌شوند [20,19]:

$$x_1 = k_{x_o} \int_0^t e_{x_o} dt \quad (27)$$

$$x_2 = e_{x_o} \quad (28)$$

$$x_3 = \dot{e}_{x_o} \quad (29)$$

که در آن اسکالر  $k_{x_o}$  مثبت است و به عنوان پارامتر طراحی کاربرد دارد. با توجه به روابط (27)، (28) و (29) دینامیک‌های سیستم ربات همکار (16)، معادلات حالت سیستم ربات به صورت رابطه (30) به دست می‌آید.

$$\dot{x}_1 = k_{x_o} x_2 \quad (30)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (31)$$

$$M_c(\chi_{o,r} - x_2) \dot{x}_3 = M_c(\chi_{o,r} - x_2) \ddot{\chi}_{o,r} + C_c(\chi_{o,r} - x_2, \dot{\chi}_{o,r} - x_3) \dot{\chi}_{o,r} + G_c(\dot{\chi}_{o,r} - x_3) - C_c(\chi_{o,r} - x_2, \dot{\chi}_{o,r} - x_3) x_3 + B_c(\chi_{o,r} - x_2, \dot{\chi}_{o,r} - x_3) - \tau + J_c^T(\chi_{o,r} - x_2) F_i - \tau_d(\chi_{o,r} - x_2, \dot{\chi}_{o,r} - x_3) \quad (32)$$

با توجه به تکنیک بازگشتی پسگام، یک تبدیل مختصات برای سیستم جدید بیان شده شده در روابط (30)-(32)، به صورت زیر قابل بیان است:

$$z_1 = x_1 \quad (33)$$

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (34)$$

$$z_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (35)$$

که در آن  $z_i$  نشان‌دهنده سطح خطا و  $(1 \leq i \leq 3)$  برای کنترل مجازی به کار می‌رود.

با توجه به تبدیل مختصات‌های تعریف شده در روابط (33)-(35)، طراحی کنترل کننده پسگام در سه مرحله انجام خواهد گرفت. لذا سه تابع لیاپانوف جهت طراحی سیگنال‌های کنترل مجازی  $\alpha_i$  و گشتاورهای (نیروهای) راه‌انداز  $\tau_i$  و نیز تضمین پایداری سیستم به صورت رابطه‌های زیر تعریف می‌گردند [20]:

$$V_1 = \frac{1}{2k_{x_o}} z_1^T z_1 \quad (36)$$

$$\bar{V}_2 = V_1 + V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 \quad (37)$$

مشتق‌گیری از رابطه (10)، رابطه‌ی ژاکوبین زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\chi}_o = J_{o,m_i}(q_i) \dot{q}_i \quad (11)$$

به طوری که  $J_{o,m_i}(q_i) \in R^n$  ماتریس ژاکوبین متغیرهای فضای مفصلی  $q_i$  ربات نام نسبت به متغیرهای فضای کارترین  $\chi_o$  بیان شده در دستگاه مختصات پایه  $\{B\}$  می‌باشد. با توجه به رابطه (11) فرض 4، بردار فضای مفصلی  $\dot{q}$  برای  $k$  ربات همکار را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\dot{q} = \Lambda_{o,m}(q) \dot{\chi}_o \quad (12)$$

به طوری که

$$\Lambda_{o,m}(q) = [J_{o,m_1}^{-T}(q_1), J_{o,m_2}^{-T}(q_2), \dots, J_{o,m_k}^{-T}(q_k)]^T \in R^{kn \times n}$$

با مشتق‌گیری از رابطه (12)، بردار  $\ddot{q}$  به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\ddot{q} = \Lambda_{o,m}(q) \ddot{\chi}_o - \Lambda_{o,m}(q) \dot{\chi}_o \quad (13)$$

به طوری که

$$\Delta_{o,m}(q) = [(J_{o,m_1}^{-1}(q_1) J_{o,m_1}^T(q_1) J_{o,m_1}^{-1}(q_1))^T, \dots, (J_{o,m_k}^{-1}(q_k) J_{o,m_k}^T(q_k) J_{o,m_k}^{-1}(q_k))^T]^T$$

اکنون رابطه‌ی بین بردار نیروها (گشتاورها)  $F$  و دینامیک‌های شی با استفاده از روابط (6) و (8) تعیین می‌شود. به دلیل آنکه ماتریس ژاکوبین  $J_{o,e}(\chi_o)$  مربعی نیست، لذا برای محاسبه  $F$  در رابطه (8) از شبه معکوس به صورت زیر استفاده می‌گردد:

$$F = (J_{o,e}^T(\chi_o))^+ F_o + F_i \quad (14)$$

که در آن

$$(J_{o,e}^T(\chi_o))^+ = J_{o,e}(\chi_o) (J_{o,e}^T(\chi_o) J_{o,e}(\chi_o))^{-1} \in R^{kn \times n}$$

ماتریس شبه‌معکوس  $J_{o,e}(\chi_o)$  می‌باشد. بردار  $F_i \in R^{kn}$  بردار دلخواهی از فضای پوچی  $J_{o,e}^T(\chi_o)$  می‌باشد به عبارتی داریم  $J_{o,e}^T(\chi_o) F_i = 0$  علاوه بر این  $J_{o,e}^T(\chi_o) F_i = [F_{int,1}^T, F_{int,2}^T, \dots, F_{int,k}^T]^T$  بردار نیروهای (گشتاورهای) داخلی نیز می‌باشد که در آن  $F_{int,i} \in R^n$  ( $1 \leq i \leq k$ ) بردار نیروهای (گشتاورهای) داخلی آمین بازوی ربات است.

نیرو و گشتاورهای داخلی اثر یکدیگر را خنثی کرده و هیچ تاثیری روی حرکت شی ندارند، یعنی  $\sum_{i=1}^k F_{int,i} = 0$ .

با جایگذاری رابطه (14) در رابطه (6) داریم:

$$F = (J_{o,e}^T(\chi_o))^+ (M_o(\chi_o) \ddot{\chi}_o + C_o(\chi_o, \dot{\chi}_o) \dot{\chi}_o + G_o(\chi_o)) + F_i \quad (15)$$

و در نهایت با جایگذاری روابط (12)، (13) و (15) در رابطه (2) مدل دینامیکی ترکیبی سیستم ربات همکار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M_c(\chi_o) \ddot{\chi}_o + C_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) \dot{\chi}_o + G_c(\dot{\chi}_o) + B_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) = \tau - J_c^T(\chi_o) F_i + \tau_d(\chi_o, \dot{\chi}_o) \quad (16)$$

در رابطه (16)

$$M_c(\chi_o) = M(q) A_{o,m}(q) + J_m^T(q) (J_{o,e}^T(\chi_o))^+ M_c(\chi_o) \in R^{kn \times n} \quad (17)$$

$$C_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) = c(q, \dot{q}) A_{o,m}(q) - M(q) A_{o,m}(q) + J_m^T(q) (J_{o,e}^T(\chi_o))^+ C_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) \in R^{kn \times n} \quad (18)$$

$$B_c(\chi_o, \dot{\chi}_o) = B(q, \dot{q}) = B(q, A_{o,m}(q) \dot{\chi}_o) \in R^{kn} \quad (19)$$

$$J_c^T(\chi_o) = J_m^T(q) \in R^{kn \times kn} \quad (20)$$

$$G_c(\chi_o) = G(q) + J_m^T(q) (J_{o,e}^T(\chi_o))^+ G_o(\chi_o) \in R^{kn} \quad (21)$$

$$\tau_d(\chi_o, \dot{\chi}_o) = \tau_d(q, \dot{q}) = \tau_d(q, A_{o,m}(q) \dot{\chi}_o) \in R^{kn} \quad (22)$$

مدل دینامیکی ترکیبی سیستم ربات همکار که در رابطه (16) بیان شده دارای ویژگی‌های زیر است [2].

ویژگی 5. ماتریس  $\Lambda_{o,m}^T(q) M_c(\chi_o)$  به ازای تمامی مقادیر  $q$  و  $\chi_o$  یک ماتریس مثبت معین متقارن است.

با انتگرال گیری از (50) بازه  $[0, t]$

$$0 \leq V(t) \leq \left[ V(0) - \frac{\psi}{\varphi} \right] e^{-\varphi t} + \frac{\psi}{\varphi} \quad (51)$$

با تعریف  $\bar{V} = \max\{V(0), \frac{\psi}{\varphi}\}$ ، خواهیم داشت [21]:

$$\|z_1\| \leq \sqrt{2k_{\chi_0} \bar{V}} \quad (52)$$

$$\|z_2\| \leq \sqrt{2\bar{V}} \quad (53)$$

$$\|z_3\| \leq \sqrt{2\bar{V}} \quad (54)$$

لذا همه‌ی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته ربات همکار به طور یکنواخت کراندار بوده و با انتخاب درست پارامترهای طراحی، خطاهای ردیابی حرکت جسم به مقادیر مطلوب ناچیزی همگرا می‌شوند.

با جایگذاری قانون کنترل (47) در مدل دینامیکی کلی سیستم، (16)، خطای ردیابی نیروهای (گشتاورهای) داخلی به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} J_c^T(\chi_0) \left( F_{1,r} + \sigma_{f,d} e_{F_1} + \sigma_{f,i} \int_0^t e_{F_1} dt \right) \\ = M_c(\chi_0) \ddot{\chi}_0 + C_c(\chi_0, \dot{\chi}_0) \dot{\chi}_0 + G_c(\dot{\chi}_0) \\ + B_c(\chi_0, \dot{\chi}_0) - (\sigma_3 + 1) \Lambda_{0,m}(q) z_3 \\ - \Lambda_{0,m}(q) \left( \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) \right)^{-1} z_2 \\ - \tau_d(\chi_0, 0) \end{aligned} \quad (55)$$

از آنجا که همه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته ربات همکار به طور یکنواخت کراندار هستند و اگر  $\sigma_{f,i}$  و  $\sigma_{f,d}$  به حد کافی بزرگ انتخاب گردد، خطاهای ردیابی نیروهای (گشتاورهای) داخلی نیز به مقادیر کوچک میل خواهند نمود.

با توجه به آنچه بیان گردید، قضیه زیر قابل بیان خواهد بود:

قضیه 1. برای سیستم حلقه بسته سیستم ربات همکار با روابط (16)، بردار ورودی گشتاورهای مفصل (47)، تحت فرضیات (1-6) به صورت یکنواخت کراندار می‌باشد.

به منظور بررسی روش کنترل پسگام ارائه شده، شبیه سازی بر روی دو بازوی سه لینکی همکار که یک شی صلب را حمل می‌کنند، (شکل 2)، انجام می‌گردد.

### 5- شبیه سازی

با انتخاب بردار متغیر مفصل هر بازو  $q_i = [q_{i,1}, q_{i,2}, q_{i,3}]^T \in R_n$  به عنوان زوایای مفصلی، معادلات دینامیکی هر بازوی ربات در رابطه‌ی (1) بیان شده که در آن ماتریس جرم  $M_i(q_i) \in R^{3 \times 3}$ ، ماتریس گریز از مرکز و کوریولیس  $G_i(q_i) \in R^3$ ، بردار گرانش  $G_i(q_i) \in R^3$  و ماتریس ژاکوبین  $J_{m,i}(q_i)$  را در [9] و [22] می‌توان یافت. همچنین بردار اصطکاک استاتیکی و دینامیکی  $B_i(q_i, \dot{q}_i)$  و بردار اغتشاش خارجی  $\tau_{d,i}(q_i, \dot{q}_i)$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$B_i(q_i, \dot{q}_i) = \begin{bmatrix} 0.2\dot{q}_{i,1} - q_{i,1} + 0.2\text{sign}(\dot{q}_{i,1}) \\ 0.1\dot{q}_{i,2} + q_{i,2} + 0.1\text{sign}(\dot{q}_{i,2}) \\ 0.2\dot{q}_{i,3} + q_{i,3} + 0.2\text{sign}(\dot{q}_{i,3}) \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\tau_{d,i}(q_i, \dot{q}_i) = \begin{bmatrix} 0.4\cos(2t) + 0.1\sin(t) \\ 0.1\cos(2t) \\ 0.2\sin(t) + 0.2\cos(2t) \end{bmatrix} \quad (57)$$

محور پایه در بین دو بازو و در فواصل یکسانی از آن‌ها فرض شده است و  $d_{x,1} = d_{x,2} = 1.5$  پارامترهای فیزیکی بازوها در جدول 1 آورده شده‌اند.

براساس "شکل 2"،  $\chi_0$  به صورت  $\chi_0 = [p_{x,0}, p_{y,0}, p_{\varphi,0}]^T \in R^3$  بیان می‌شود که در آن  $p_{x,0}$  و  $p_{y,0}$  موقعیت و جهت مختصات شی  $\{O\}$  نسبت به  $\{B\}$  می‌باشند. مدل دینامیکی شی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_2 + V_3 = \bar{V}_2 + \frac{1}{2} z_3^T \Lambda_{0,m}^T M_c(\chi_0) z_2 \quad (38)$$

و بنابراین تابع لیاپانوف کلی به صورت زیر خواهد بود:

$$V = \bar{V}_3 \quad (39)$$

و توابع  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$\alpha_1 = -\sigma_1 z_1 \quad (40)$$

$$\alpha_2 = -z_1 + \sigma_1 k_{\chi_0} x_2 - \sigma_2 z_2 \quad (41)$$

بنابراین مشتق تابع لیاپانوف  $V$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sigma_1 z_1^T z_1 - \sigma_2 z_2^T z_2 + z_2^T z_3 \\ + z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \{ M_c(\chi_0) (\dot{\chi}_{0,r} - \dot{\alpha}_2) \\ + C_c(\chi_0, \dot{\chi}_0) (\dot{\chi}_{0,r} - \alpha_2) + G_c(\dot{\chi}_0) \\ + B_c(\chi_0, \dot{\chi}_0) - \tau + J_c^T(\chi_0) F_1 + \tau_d(\chi_0, \dot{\chi}_0) \} \end{aligned} \quad (42)$$

که در آن ترم  $z_2^T z_3$  به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\begin{aligned} z_2^T z_3 = z_3^T z_2 = z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) \\ \left( \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) \right)^{-1} z_2 \end{aligned} \quad (43)$$

علاوه بر این با اعمال نامساوی یانگ  $a^T b \leq \frac{a^T a}{2\mu} + \frac{\mu b^T b}{2}$  ( $\mu > 0$ ) نامساوی زیر حاصل می‌شوند:

$$z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \varepsilon_c \leq \frac{1}{2} z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) z_3 + \frac{1}{2} \varepsilon_c^T \varepsilon_c \quad (44)$$

$$\begin{aligned} z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \tau_d(\chi_0, \dot{\chi}_0) \leq \frac{1}{2} z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) z_3 + \\ \frac{1}{2} \tau_d^T(\chi_0, \dot{\chi}_0) \tau_d(\chi_0, \dot{\chi}_0) \\ \leq \frac{1}{2} z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) z_3 + \frac{1}{2} \bar{\tau}_d^2 \end{aligned} \quad (45)$$

با جایگذاری (43) - (45) در (42)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \sigma_1 z_1^T z_1 - \sigma_2 z_2^T z_2 + z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \\ \left\{ \Lambda_{0,m}(q) z_3 + \Lambda_{0,m}(q) \left( \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) \right)^{-1} z_2 \right. \\ \left. - \tau + J_c^T(\chi_0) F_1 \right\} + \frac{1}{2} \varepsilon_c^T \varepsilon_c + \frac{1}{2} \bar{\tau}_d^2 \end{aligned} \quad (46)$$

بنابراین، قانون کنترل  $\tau$  به ازای پارامترهای مثبت دلخواه  $\sigma_{f,i}$ ،  $\sigma_{f,d}$ ،  $\sigma_3$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \tau = (\sigma_3 + 1) \Lambda_{0,m}(q) z_3 + \Lambda_{0,m}(q) \left( \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) \right)^{-1} z_2 \\ + J_c^T(\chi_0) \left( F_{1,r} + \sigma_{f,d} e_{F_1} + \sigma_{f,i} \int_0^t e_{F_1} dt \right) + M_c(\chi_0) (\dot{\chi}_{0,r} - \dot{\alpha}_2) \\ + C_c(\chi_0, \dot{\chi}_0) (\dot{\chi}_{0,r} - \alpha_2) + G_c(\dot{\chi}_0) + B_c(\chi_0, \dot{\chi}_0) \end{aligned} \quad (47)$$

همان‌طور که بیان شد نیروهای داخلی نقشی در حرکت شی ندارند، بنابراین خطای ناشی از آن‌ها به عنوان یک ترم اضافی در کنترل کننده پیشنهادی به صورت  $J_c^T(\chi_0) (F_{1,r} + \sigma_{f,d} e_{F_1} + \sigma_{f,i} \int_0^t e_{F_1} dt)$  لحاظ شده است. با توجه به رابطه  $J_{0,e}^T(\chi_0) F_1 = 0$  و همچنین رابطه (26) رابطه (48) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \Lambda_{0,m}^T(q) \left( J_c^T(\chi_0) F_1 - J_c^T(\chi_0) F_{1,r} - \sigma_{f,d} J_c^T(\chi_0) e_{F_1} \right. \\ \left. - \sigma_{f,i} J_c^T(\chi_0) \int_0^t e_{F_1} dt \right) = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

با جایگذاری (47) و (48) در (46)، رابطه زیر برای  $\dot{V}$  برقرار است:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq -\sigma_1 z_1^T z_1 - \sigma_2 z_2^T z_2 + \sigma_3 z_3^T \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) z_3 \\ + \frac{1}{2} \varepsilon_c^T \varepsilon_c + \frac{1}{2} \bar{\tau}_d^2 \end{aligned} \quad (49)$$

بنابراین

$$\dot{V} = -\varphi V + \psi \quad (50)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \varphi = \min \frac{2k_{\chi_0} \sigma_1, 2\sigma_2, 2\sigma_3 \lambda_{\min} \left( \Lambda_{0,m}^T(q) \Lambda_{0,m}(q) \right)}{\lambda_{\max} \left( \Lambda_{0,m}^T(q) M_c(\chi_0) \right)} \\ \psi = \frac{1}{2} \varepsilon_c^T \varepsilon_c + \frac{1}{2} \bar{\tau}_d^2 \end{aligned}$$

$$\chi_{o,r}(t) = \begin{bmatrix} 0.2\cos(0.5\pi t) \\ 2 - 0.2\cos(0.5\pi t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

که در آن  $\chi_{o,r} = [p_{x,r}, p_{y,r}, p_{\phi,r}]^T \in R^3$  بردار موقعیت و جهت مرجع شی مورد حمل می باشد. همچنین  $F_{1,r} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  نیروهای داخلی مرجع در رابطه (19) است.

با توجه به روابط (33)–(35)، (40)، (41) و (47) انتخاب پارامترهای طراحی (براساس سعی و خطا و با توجه به نرم دو خطاهای ردیابی) به صورت  $\sigma_{f,i} = 10$ ،  $\sigma_{f,d} = 0.1$ ،  $\sigma_3 = 10$ ،  $\sigma_2 = 10$ ،  $\sigma_1 = 10$ ،  $k_{\chi_o} = 0.08$  شبیه سازی انجام شده و نتایج حاصل از آن در "شکل های 3 تا 11" آورده شده است. "شکل های 3، 4 و 5" به ترتیب خطای موقعیت  $x$ ، خطای موقعیت  $y$  و خطای جهت مختصات شی  $\{0\}$  نسبت به مختصات پایه  $\{B\}$  را برای روش پسگام ارائه شده و نیز روش مرجع [2] نشان می دهد. برای این که مقایسه کمی بین نتایج صورت بگیرد، نرم دو خطاهای موقعیت و جهت شی برای روش ارائه شده در این مقاله و مرجع [2] محاسبه و در جدول 2 آورده شده است. با توجه به جدول 2 و نتایج شبیه سازی، هر چند با توجه به "شکل های 3 تا 5" رفتار حالت گذرا در ردیابی خط مستقیم برای مرجع [2] از روش پیشنهادی مناسب تر است، اما عملکرد روش پسگام پیشنهادی در رسیدن به موقعیت و جهت مطلوب در حالت دائمی بسیار مناسب تر از روش مرجع [2] است.

"شکل های 6 و 7" مسیر مرجع و مسیر حرکت مرکز جرم شی را در محور XY برای  $t \in [0,5]$  و  $t \in [5,10]$  نشان می دهد. با توجه به "شکل های 6 و 7"، عملکرد کنترل کننده پسگام پیشنهادی در ردیابی مسیر مطلوب از دقت و سرعت قابل قبولی برخوردار می باشد. "شکل های 8 و 9" به ترتیب زوایای مفصلی ربات های همکار اول و دوم را نشان می دهد. همچنین "شکل 10" رفتار نیروهای داخلی در رسیدن به مقدار مطلوب را نشان داده و در "شکل 11" گشتاورهای محرک مفاصل ربات های همکار اول و دوم آورده شده است.

جدول 2 مقایسه خطاهای ردیابی برای مسیر مستقیم

[2]	Proposed method	خطا
0.7257	0.4971	$\ p_{x,r} - p_{x,o}\ _2$
0.4409	0.3504	$\ p_{y,r} - p_{y,o}\ _2$
0.3804	0.2779	$\ p_{\phi,r} - p_{\phi,o}\ _2$

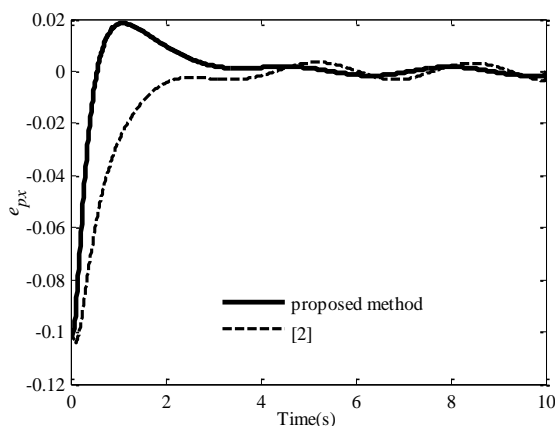


Fig. 3 error of x coordinate of the object in the straight line motion

شکل 3 خطای محور x شی در مسیر مستقیم

جدول 1 پارامترهای فیزیکی دو ربات

ربات دوم	ربات اول	پارامتر فیزیکی ربات
2.05	2.05	$l_{i,1}$
2.05	2.05	$l_{i,2}$
0.5	0.5	$l_{i,3}$
1	1	$m_{i,1}$
1	1	$m_{i,2}$
0.3	0.3	$m_{i,3}$
0.7	0.7	$l_{i,1}$
0.5	0.5	$l_{i,2}$
0.5	0.5	$l_{i,3}$

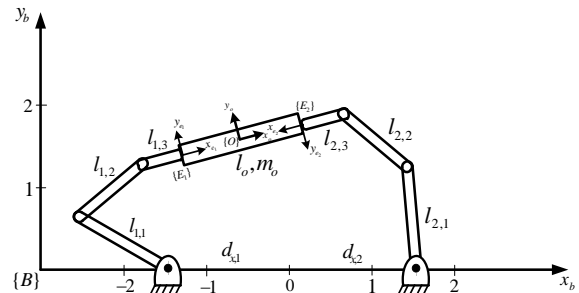


Fig. 2 Two three-link planar cooperative robot manipulators [18]

شکل 2 بازوی ربات همکار با سه درجه آزادی [18]

$$M_o(\chi_o) = \begin{bmatrix} m_o & 0 & 0 \\ 0 & m_o & 0 \\ 0 & 0 & I_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_{x,o} \\ \ddot{p}_{y,o} \\ \ddot{p}_{\phi,o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x,o} \\ f_{y,o} \\ f_{\phi,o} \end{bmatrix}$$

که در آن  $m_o = 4.0$ ،  $I_o = 0.8$  و  $l_o = 1.5$ ،  $g = 9.8$  می باشند.

ماتریس های ژاکوبین  $J_{o,e_i}(\chi_o)$  و  $J_{o,m_i}(\chi_o)$  به صورت زیر به دست می آیند.

$$J_{o,e_i}(\chi_o) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (-1)^{i-1} \frac{l_o \sin(p_{\phi,o})}{2} \\ 0 & 1 & (-1)^{i-1} \frac{l_o \cos(p_{\phi,o})}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$J_{o,m_i}(q_i) = \begin{bmatrix} -l_{i,1} \sin(q_{i,1}) & -l_{i,2} \sin(q_{i,1} + q_{i,2}) \\ l_{i,1} \cos(q_{i,1}) & l_{i,2} \cos(q_{i,1} + q_{i,2}) \\ 0 & 0 \\ -(l_{i,3} + \frac{l_o}{2}) \sin(q_{i,1} + q_{i,2} + q_{i,3}) \\ (l_{i,3} + \frac{l_o}{2}) \cos(q_{i,1} + q_{i,2} + q_{i,3}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

مکان اولیه و سرعت اولیه شی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\chi_o(t=0) = [0.4, 1.9, -0.2]$$

$$\dot{\chi}_o(t=0) = [0, 0, 0]$$

برای بررسی بیشتر روش پسگام پیشنهاد شده، شبیه سازی یک بار برای حرکت در مسیر مستقیم و بار دیگر برای مسیر دایره ای شکل در حضور اغتشاشات خارجی به صورت رابطه (57) انجام گرفته است. ضمن آن که این روش با روش کنترلی ارائه شده در [2] با فرض معلوم بودن دینامیک های ربات مقایسه شده و نتایج مقایسه آورده شده است.

### 5-1- نتایج شبیه سازی برای ردیابی خط مستقیم

برای شبیه سازی خط مستقیم، معادله حرکت شی به صورت زیر تعریف می گردد:

پارامترهای طراحی به صورت  $k_{\chi_0} = 0.35$ ,  $\sigma_2 = 10$ ,  $\sigma_1 = 10$ ,  $\sigma_{f,i} = 10$ ,  $\sigma_{f,d} = 0.1$ ,  $\sigma_3 = 10$  شبیه‌سازی نیز در "شکل‌های 12 تا 20" نشان داده شده است. "شکل‌های 12، 13 و 14" به ترتیب به ترتیب خطای موقعیت  $x$ ، خطای موقعیت  $y$  و خطای

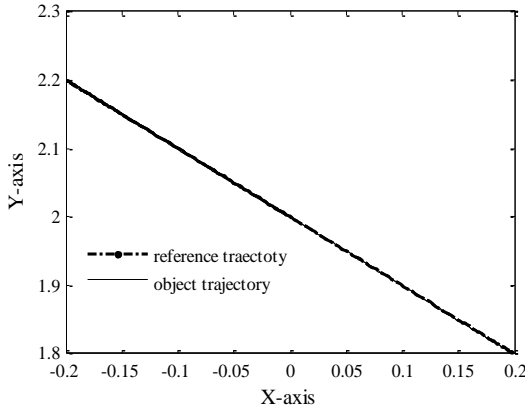


Fig.7 The trajectory of the object in the XY plane in the straight line motion ( $t \in [5,10]$ )

شکل 7 مسیر مرجع و مسیر حرکت مرکز جرم شیء در محور XY برای  $t \in [5,10]$  در مسیر مستقیم

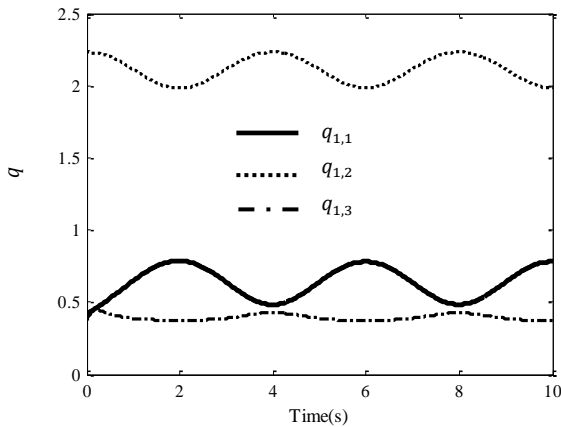


Fig. 8 The joint angles of the robot manipulator 1 in the straight line motion

شکل 8 زوایای مفصلی ربات 1 در مسیر مستقیم

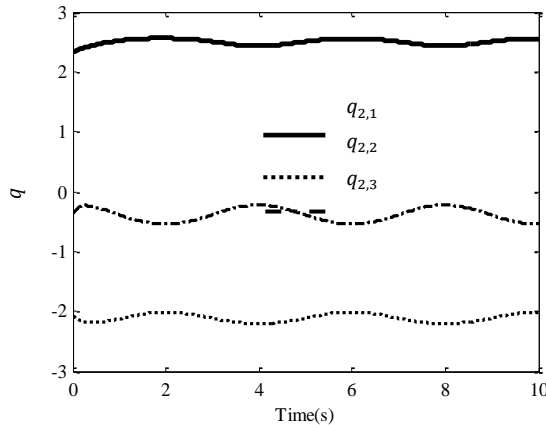


Fig. 9 The joint angles of the robot manipulator 2 in the straight line motion

شکل 9 زوایای مفصلی ربات 2 در مسیر مستقیم

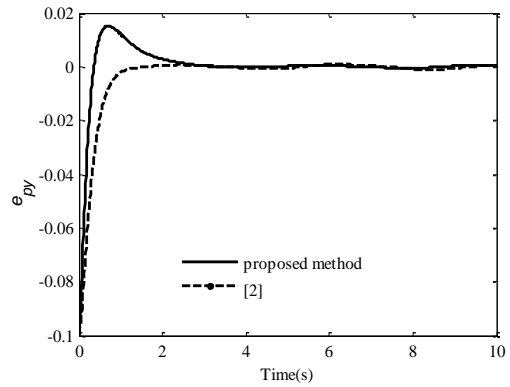


Fig. 4 error of y coordinate of the object in the straight line motion

شکل 4 خطای محور  $y$  شیء در مسیر مستقیم

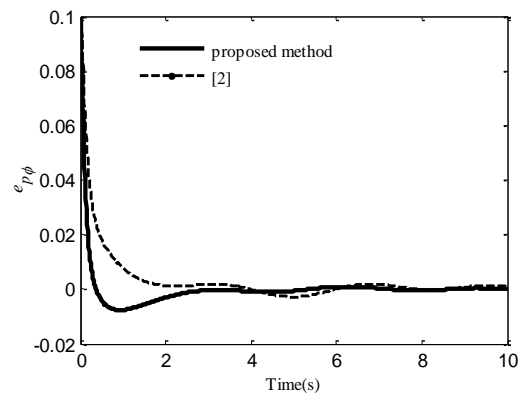


Fig. 5 error of  $\phi$  coordinate of the object in the straight line motion

شکل 5 خطای محور  $\phi$  شیء در مسیر مستقیم

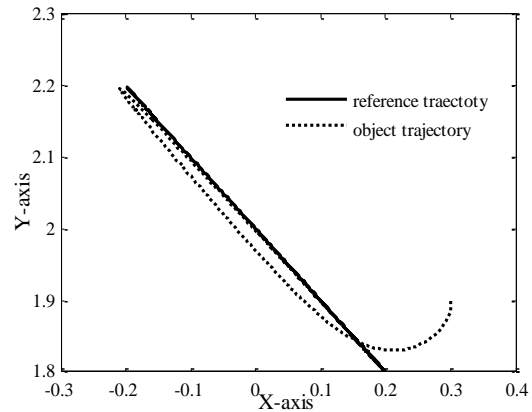


Fig. 6 The trajectory of the object in the XY plane in the straight line motion ( $t \in [0,5]$ )

شکل 6 مسیر مرجع و مسیر حرکت مرکز جرم شیء در محور XY برای  $t \in [5,10]$  در مسیر مستقیم

### 5-2- نتایج شبیه‌سازی برای ردیابی مسیر دایره‌ای

بردار موقعیت و جهت مرجع و همچنین بردار نیروهای داخلی مرجع برای مسئله ردیابی حرکت در مسیر دایره‌ای به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\chi_{o,r}(t) = \begin{bmatrix} 0.5\cos(0.5\pi t) \\ 1.5 - 0.5\sin(0.5\pi t) \\ 0.1\sin(0.5\pi t) \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$F_{I,r} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (62)$$

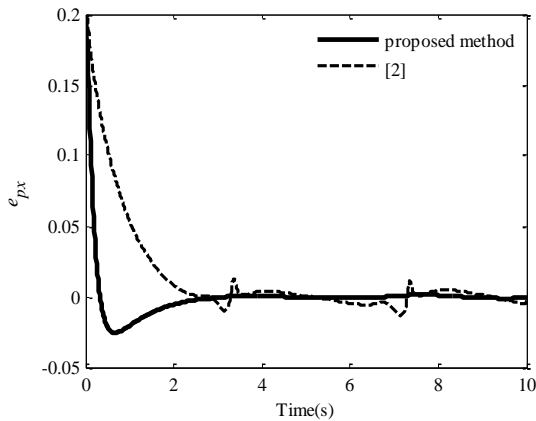


Fig. 12 error of x coordinate of the object in the circular motion

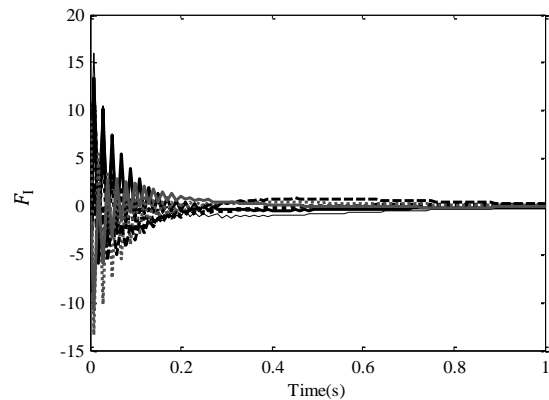
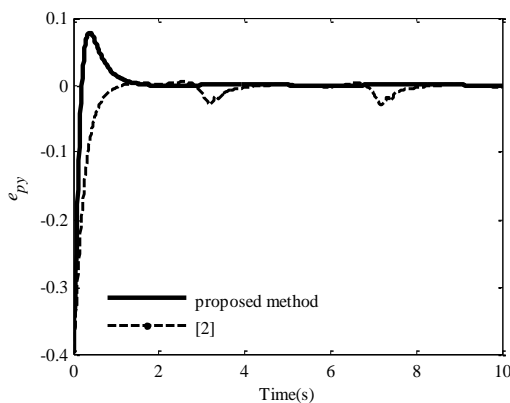
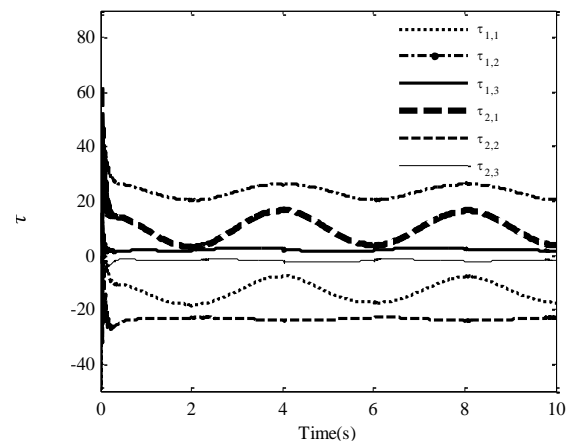
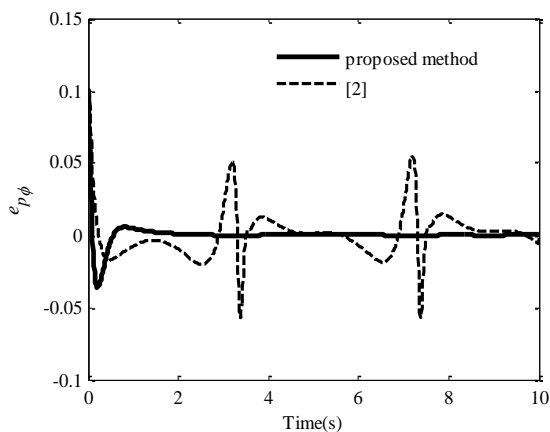
شکل 12 خطای محور  $x$  شیء در مسیر دایره‌ایFig. 10 The internal forces  $F_I$  in the straight line motionشکل 10 نیروی داخلی  $F_I$  در مسیر مستقیم

Fig. 13 error of y coordinate of the object in the circular motion

شکل 13 خطای محور  $y$  شیء در مسیر دایره‌ایFig. 11 The actuation torques  $\tau_1$  and  $\tau_2$  in the straight line motionشکل 11 گشتاورهای محرک  $\tau_1$  و  $\tau_2$  در مسیر مستقیمFig. 14 error of  $\varphi$  coordinate of the object in the circular motionشکل 14 خطای محور  $\varphi$  شیء در مسیر دایره‌ای

به‌علاوه شبیه‌سازی‌ها در مسیر دایره‌ای، برای ردیابی جهت نیز مدنظر قرار گرفت که مطابق "شکل‌های 12-14" پاسخ‌ها در روش پیشنهادی بسیار مناسب‌تر از روش پیشنهادی مرجع [2] می‌باشد.

#### 6- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی مساله کنترل نیرو و موقعیت سیستم‌های ربات همکار پرداخته شده است که در حضور اغتشاشات نامعین فعالیت می‌کنند. روش پیشنهادی این مقاله کنترل پس‌خورده حالت پسگام می‌باشد که در آن،

جهت‌گیری مختصات شیء  $\{O\}$  نسبت به مختصات پایه  $\{B\}$  را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، زمانی که جهت‌گیری جسم به جای رسیدن به یک مقدار مطلوب باید یک مسیر مطلوب سینوسی را طی نماید، روش کنترل پسگام پیشنهادی عملکرد خیلی بهتری نسبت روش مرجع [2] دارد. این مطلوب به صورت کمی در جدول 3 آورده و مقایسه شده است.

مسیر مرجع و مسیر حرکت مرکز جرم شیء در صفحه  $XY$  برای  $t \in [0,5]$  و  $t \in [5,10]$  در "شکل‌های 15 و 16" آورده شده است. زوایای مفصل ربات‌های همکار اول و دوم نیز در "شکل‌های 17 و 18" نمایش داده شده است.

همان‌طور که در "شکل‌های 3 تا 18" مشاهده می‌شود، روش پسگام پیشنهادی محدود ماندن تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته ربات همکار را تضمین نموده و نیز با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی می‌توان به عملکرد مطلوبی از لحاظ دقت و سرعت در ردیابی مسیر مرجع دست یافت.

جدول 3 مقایسه خطاهای ردیابی برای مسیر دایره‌ای

Table 3 comparison of the tracking errors for the circular motion

[2]	Proposed method	خطا
1.2491	0.6485	$\ p_{x,r}-p_{x,o}\ _2$
1.5355	1.1441	$\ p_{y,r}-p_{y,o}\ _2$
0.5544	0.2541	$\ p_{\varphi,r}-p_{\varphi,o}\ _2$



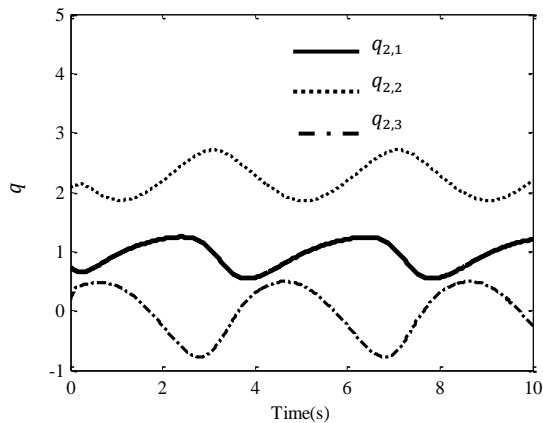


Fig. 18 The joint angles of the robot manipulator 2 in the circular motion

شکل 18 زوایای مفصلی ربات 2 در مسیر دایره‌ای

مختصات و به دست آمده‌اند. با توجه به این حقیقت که نیروهای داخلی تأثیری در حرکت شی نداشته و در فضای پوچی ماتریس ژاکوبین مجری نهایی نسبت شی قرار دارند به سیگنال کنترل طراحی شده جملاتی اضافه گردیده و با انتخاب درست پارامترهای طراحی خطاهای ردیابی به مقادیر کوچک مطلوبی همگرا می‌شوند. همچنین ثابت شده است که ساختار کنترلی پیشنهادی کرانداری یکتواخت کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته ربات همکار را تضمین می‌نماید. با توجه به بررسی‌های انجام گرفته در مقاله‌های چنین ساختار کنترلی برای سیستم ربات همکار طراحی نشده است و به منظور مقایسه و اعتبارسنجی روش پسگام پیشنهادی، شبیه‌سازی بر روی دو بازوی ربات همکار با سه درجه آزادی که در دو حالت مسیر مستقیم و مسیر دایره‌ای یک شی صلب را حمل می‌نمایند انجام گردیده است. نتایج حاصل، بیانگر عملکرد مناسب و مطلوب روش پیشنهادی می‌باشد.

#### 7- مراجع

- [1] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, Third Edition, pp. 34-60, USA: Prentice Hall, 2005.
- [2] V. Panwar, N. Kumar, N. Sukavanam, J. H. Borm, Adaptive neural controller for cooperative multiple robot manipulator system manipulating a single rigid object, *Applied Soft Computing*, Vol. 12, No. 1, pp. 216-227, 2012.
- [3] F. Sheikholeslam, M. Keshmiri, Sh. Hadian, Adaptive slippage control in a one-finger hand robot manipulation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 297-307, 2015. (in persian)
- [4] M. Veysi, M. R. Soltanpour, Task-space feedback control of robot manipulator with uncertain Jacobian matrix, via robust adaptive fuzzy sliding mode control, *Modares Journal of Electrical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 36-49, 2015.
- [5] M. R. Soltanpour, P. Otadolajam, M. Soltani, Optimal adaptive fuzzy integral sliding model control for electrically driven SCARA robot manipulator, *Modares Journal of Electrical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 31-48, 2012.
- [6] S. Fujii, S. Kuroki, Coordinated computer control of a pair of manipulators, *Proceeding of 4th IFToMM World Congress*, Newcastle upon Tyne, Kingdom, pp. 411-417, 8-12 September, 1975.
- [7] E. Nakano, S. Ozaki, T. Ishida, I. Kato, Cooperational control of the anthropomorphic manipulator *Proceeding of 4th International Symposium on Industrial Robots*, Japan, pp. 251-260, 19-21 November, 1974.
- [8] K. Takase, H. Inoue, K. Sato, S. Hagiwara, The design of an articulated manipulator with torque control ability, *Proceeding of 4th International Symposium on Industrial Robots*, Japan, pp. 261-270, 19-21 November, 1974.
- [9] H. Kawasaki, S. Ueki, S. Ito, Decentralized adaptive coordinated control of multiple robot arms without using a force sensor, *Automatica*, Vol. 42, No. 3, pp. 481-488, 2006.
- [10] B. Yao, W. B. Gao, S. P. Chan, M. Cheng, VSC coordinated control of two manipulator arms in the presence of environmental constraints, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 11, pp. 1806-1811, 1992.

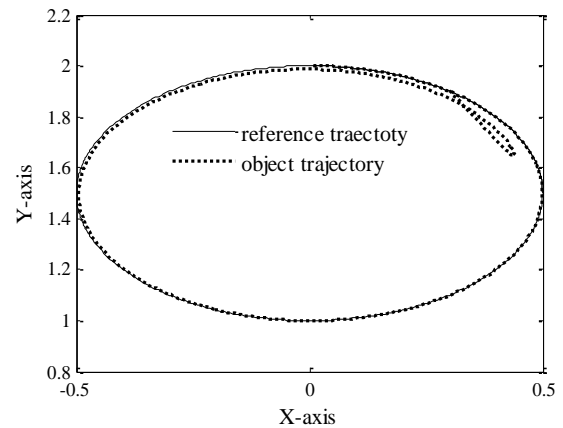


Fig. 15 The trajectory of the object in the XY plane in circular motion ( $t \in [0,5]$ )

شکل 15 مسیر مرجع و مسیر حرکت مرکز جرم شی در محور XY در مسیر دایره‌ای برای ( $t \in [5, 10]$ )

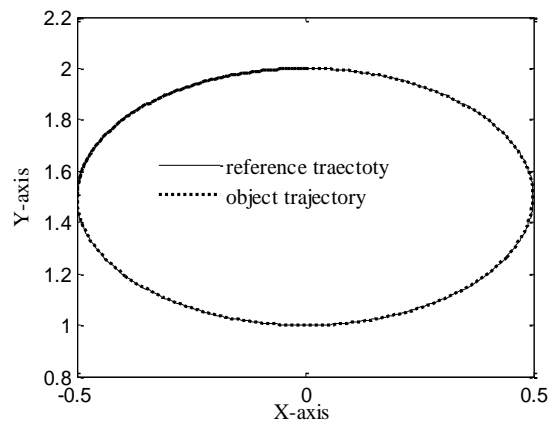


Fig. 16 The trajectory of the object in the XY plane in circular motion ( $t \in [5,10]$ )

شکل 16 مسیر مرجع و مسیر حرکت مرکز جرم شی در محور XY در مسیر دایره‌ای برای ( $t \in [5,10]$ )

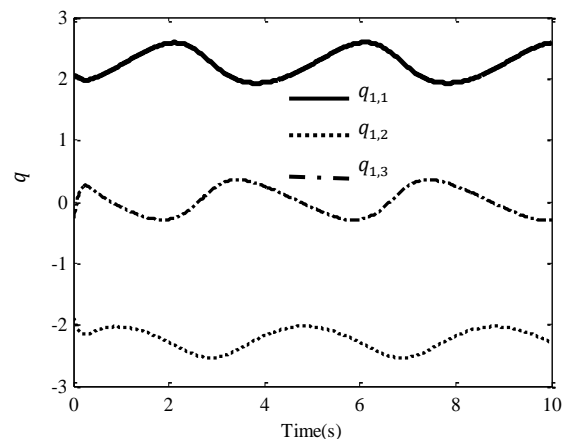


Fig. 17 The joint angles of the robot manipulator 1 in the circular motion

شکل 17 زوایای مفصلی ربات 1 در مسیر دایره‌ای

سیگنال‌های کنترلی با انتخاب درست توابع لیاپانوف حل مسئله کنترل پسگام و براساس تعریف سیستم خطای موقعیت و جهت شی، تغییر مناسب

- [17] S. Zhang, M. Lei, Y. Dong, W. He, Adaptive neural network control of coordinated robotic manipulators with output constraint, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 10, No. 17, pp. 2271-2278, 2016.
- [18] W. Gueaieb, F. Karray, S. Al-Sharhan, A robust adaptive fuzzy position/force control scheme for cooperative manipulators, *IEEE Transaction on Control System Technology*, Vol. 11, No. 4, pp. 516-528, July 2003.
- [19] N. Nikdel, M. A. Badamchizadeh, V. Azimirad, M. A. Nazari, Adaptive backstepping control for an n-degree of freedom robotic manipulator based on combined state augmentation, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 44, pp. 129-143, 2017.
- [20] B. Baigzadehnoe, Z. Rahmani, A. Khosravi, B. Rezaie, On position/force tracking control problem of cooperative robot manipulators using adaptive fuzzy backstepping approach, *ISA Transaction (Accepted)*, doi: 10.1016/j.isatra.2017.07.02.
- [21] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, first edition, pp. 125-155, USA: Wiley, 1995.
- [22] A. F. Amer, E. A. Sallam, W. M. Elawady, Adaptive fuzzy sliding mode control using supervisory fuzzy control for 3 DOF planar robot manipulators, *Applied Soft Computing*, Vol. 11, No. 8, pp. 4943-4953, 2011.
- [11] J. F. Liu, K. Abdel-Malek, Robust control of planar dual-arm cooperative manipulators, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 16, No. 2-3, pp. 109-119, 2000.
- [12] W. Gueaieb, S. Al-Sharhan, M. Bolic, Robust computationally efficient control of cooperative closed-chain manipulators with uncertain dynamics, *Automatica*, Vol. 43, No. 5, pp. 842-851, 2007.
- [13] Y. Hacıoglu, Y. Z. Arslan, N. Yagiz, MIMO fuzzy sliding mode controlled dual arm robot in load transportation, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 348, No. 8, pp. 1886-1902, 2011.
- [14] H. S. Choi, P. I. Ro, A robust and adaptive force/position control for two cooperating robot arms under uncertainty, *KSME Journal*, Vol. 9, No. (4), pp. 410-420, 1995.
- [15] I. Uzmay, R. Burkan, H. Sarikaya, Application of robust and adaptive control techniques to cooperative manipulation, *Control Engineering Practice*, Vol. 12, No. 2, pp. 139-148, 2004.
- [16] A. Ghafari, A. Khoayari, M. Tabaki, Designing a control algorithm based on semi-active suspension system for formation control of mobile robots transporting an object, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 67-78, 2017. (in persian فارسی)