



## طراحی یک روش کنترل مقاوم نوین برای ربات دوپای سه‌لینکی زیرفعال صفحه‌ای

محمد مهدی کاکایی<sup>1</sup>، حسن سالاریه<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 11155-9567، salarieh@sharif.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 07 مرداد 1396  
پذیرش: 19 شهریور 1396  
ارائه در سایت: 11 آبان 1396  
کلید واژگان:  
کنترل مقاوم  
پایداری نمایی  
ربات دوپای سه‌لینکی  
ربات زیرفعال  
حرکات ریتمیک

### چکیده

در این مقاله، طراحی روش کنترل مقاوم برای ربات دوپای زیرفعال سه‌لینکی ارائه شده است تا قیود در نظر گرفته شده جهت ایجاد حرکت ریتمیک در گام‌برداری را ارضا کند و منجر به یک گام‌برداری پایدار گردد. با توجه به استفاده از سنسورها و وجود نویز در آن‌ها، وجود عدم قطعیت در اجزاء سیستم، خطای حاصل از دینامیک مدل نشده در سیستم دینامیکی و همچنین اعمال اغتشاشات ناخواسته به مکانیزم‌ها، استفاده از یک روش کنترلی مقاوم ضروری است. برای طراحی این روش کنترلی، جهت ارضاء قیود گام‌برداری در سیستم دینامیکی از روش پسخوراند خطی‌ساز استفاده شده است. این روش با روش مود لغزشی تلفیق داده شده تا روش کنترلی مقاوم حاصل گردد. همچنین، روشی جهت حذف کامل پدیده چترینگ نیز، ارائه شده است. برای این منظور، روش کنترلی با روش پس‌گام زنی ترکیب کرده تا در نهایت منجر به حذف چترینگ در سیستم، بشود. در انتها پایداری نمایی این روش کنترلی که FLBS نام‌گذاری شده، اثبات شده است، و پایداری سیکل راه‌روی به دست آمده نیز به کمک نگاشت پوانکاره نشان داده شده است. در فرایند مدل‌سازی ربات، برخورد بین پای چرخان و زمین به صورت صلب و نیز به صورت هم‌زمانی در نظر گرفته شده است. همین‌طور، در این طراحی به زیرفعال بودن ربات و اهمیت نقش برخورد در پایداری‌سازی حرکت ربات‌های زیرفعال، توجه شده است. در نهایت، شبیه‌سازی‌هایی از این روش کنترلی روی ربات دوپای زیرفعال صورت گرفته که پایداری نمایی حرکت، نداشتن پدیده‌ی چترینگ، مقاوم بودن چه در برابر اغتشاشات و چه در برابر عدم قطعیت‌ها نشان داده شده است.

## A Novel robust control method for three-link underactuated planar biped robot

Mohammad Mehdi Kakaei, Hassan Salarieh\*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 11155-9567, Tehran, Iran, salarieh@sharif.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 29 July 2017  
Accepted 10 September 2017  
Available Online 02 November 2017

#### Keywords:

Robust control  
Exponential Stability  
Three-link biped robot  
Underactuated robot  
Rhythmic motions

### ABSTRACT

In this study, design of a novel robust control method for three-link underactuated biped robot which can satisfy appropriate constraints on the robot and cause the stability and rhythmic movement of the robot, is presented. Due to the wide use of sensors and actuators in mechanisms and robots, and existence of noise and also uncertainty in the system components or other error stemming from unmodeled dynamics in the system or unwanted disturbances acting on them, there is an essential need for employment of robust control methods. In order to apply locomotion's constraints to the system, the feedback linearization method is used. Additionally this method is combined with the sliding mode method to obtain a robust control method. The other purpose of the study is the complete elimination of chattering phenomenon. To this end, the control method is combined with the backstepping method. Finally, the exponential stability of the method, which is called FLBS, is proved, and the stability of the obtained walking cycle is shown using the Poincare map. In the robot modeling procedure, the contact between the swing leg and the ground is considered to be rigid and instantaneous. The underactuated nature of the robot and the importance of the role of contact in stabilizing the robot movement are taken into account in this study. Finally, simulations based on this control method are performed which show the exponential stability of robot movement, elimination of chattering and robustness against either disturbances or uncertainties.

### 1- مقدمه

حرکت ربات و غیره بوده است. ربات‌های دوپای برای پایداری در راه رفتن، جهیدن و دویدن با توجه به زیرفعال<sup>2</sup> بودنشان نیاز به روش کنترلی مناسبی دارند. در این ربات‌ها برخورد نقش مهمی در پایداری حرکت ربات دارد و سعی می‌شود که با تعریف قیود مناسب، مسیر مناسبی جهت حرکت ربات شکل داده شود تا برخورد در مکان مناسبی اتفاق افتد. در گذشته برای نشان

ربات‌های دوپای<sup>1</sup> دسته‌ای از ربات‌ها هستند که قادرند به‌وسیله‌ی پاهای خود راه بروند. مطالعه روی آن‌ها حدود 50 سال است که صورت گرفته شده است. این مطالعه بیشتر در زمینه‌های مدل‌سازی ربات، محاسبه معادلات دینامیکی حاکم بر ربات، ارتباط بین راه رفتن ربات دوپای و راه رفتن بیولوژیکی، کنترل

<sup>2</sup> Underactuated

<sup>1</sup> Biped robot

#### Please cite this article using:

M. M. Kakaei, H. Salarieh, A Novel robust control method for three-link underactuated planar biped robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 47-58, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

دادن پایداری ربات توسط قانون کنترلی بنا شده نیاز به هزینه‌های زیادی برای شبیه‌سازی‌ها یا ساخت ربات و اعمال آن روش کنترلی روی ربات بوده است [2, 1]

پلستان و همکارانشان روی پایدار کردن حرکت ربات دوپای زیرفعال که به صورت سه و پنج لینکی مدل شده کار کردند. آن‌ها حرکت ربات را به دو فاز تک‌تکیه‌گاهی<sup>1</sup> و دو تکیه‌گاهی<sup>2</sup> تقسیم کردند. برای ربات دوپا، فاز تک‌تکیه‌گاهی زمانی صورت می‌گیرد که فقط یک پا روی زمین قرار داشته باشد و به آن پا، پای ایستاده<sup>3</sup> می‌گویند و پای دیگر، پای چرخان<sup>4</sup> نام دارد. فاز دو تکیه‌گاهی، فازی هست که هر دو پا روی زمین قرار دارد که برخورد پای چرخان با زمین، آغازگر آن فاز است. آن‌ها فرضیاتی از جمله صلب و همزمان<sup>5</sup> بودن اثر برخورد در مدل‌سازی این فاز، در نظر گرفته‌اند. این فرضیات باعث ایجاد ناپیوستگی در متغیرهای دینامیکی سیستم شده تا سیستم دارای دینامیک هیبرید<sup>6</sup> شود. آن‌ها با استفاده از کنترل پسخوراند خطی‌سازی<sup>7</sup> و تعریف قیود<sup>8</sup> مناسب بر مسئله توانستند سیکل حرکتی این دو مدل از ربات را پایدار سازند و روش کلاسیک کنترلی برای ایجاد پایداری در حرکت ربات‌های دوپا را به دست آوردند [3-1].

علی‌رغم استفاده از روش کنترلی طراحی شده توسط پلستان، نیاز به روش کنترلی مقاوم برای ربات‌های دوپا ضمن ایجاد حرکت پایدار و ریتیمیک الزامی است. زیرا که در هنگام ساخت ربات‌ها یا نصب عملگر یا سنسور روی ربات‌ها، عدم قطعیت روی اجزاء ربات اجتناب ناپذیر است. همین‌طور در هنگام ارسال مقدار کمیت‌ها بین کنترل‌کننده و سنسور یا حتی در موقع اندازه‌گیری کمیت‌ها توسط سنسورها، وجود خطا بحثی انکار نشدنی است. البته در این پژوهش این خطاها، به صورت اغتشاشات در نظر گرفته شده است. علاوه بر این موضوعات، حتی ممکن است اغتشاشاتی نیز از بیرون به ربات وارد شود. به هر حال، با توجه به اینکه ربات زیرفعال است، یافتن روش‌های مقاوم مشکل است. روش کنترلی مقاوم باید حرکت ربات دوپای زیرفعال را در هنگام وجود اغتشاش یا عدم قطعیت روی اجزاء سیستم یا حتی زمانی که در سیستم دینامیکی دینامیک مدل نشده‌ای وجود دارد، پایدار سازد.

زهدی و همکارانشان روش مقاومی را برای کنترل ربات دوپا طراحی کردند. این روش بر مبنای ساخت بردار خطا که ناشی از اختلاف متغیرهای اندازه‌گیری شده نسبت به مقادیر مطلوب آن‌ها است، بنا شده است و در برابر عدم قطعیت پارامتریک در سیستم دینامیک ربات مقاوم است. آن‌ها برتری این روش را نسبت به کنترل LQR همراه با خطی‌سازی کردن دینامیک حول نقاط تعادلشان نیز نشان داده‌اند [4]. نیک‌خواه و همکارانشان روش کنترلی از جنس مود لغزشی<sup>9</sup> برای ربات دوپای زیرفعال طراحی کردند. این روش کنترلی در زمان وجود اغتشاش، روش مقاومی است. آن‌ها ربات را به صورت پنج‌لینکی مدل‌سازی کردند و در کار آن‌ها، قیود در نظر گرفته شده بر روی ربات تابعی از زمان است [5]. رایبرت و همکارانشان روی سه روش کنترل تناسبی- مشتق‌گیر<sup>10</sup> و کنترل مود لغزشی و کنترل با استفاده از پسخوراند خطی‌سازی روی ربات دوپا مطالعه کردند. آن‌ها سه روش مذکور را روی رباتی که به صورت پنج‌لینکی مدل شده اعمال کردند و آن‌ها را با هم

مقایسه کردند و برتری روش کنترلی مود لغزشی را نتیجه گرفتند [6]. لی و همکارانشان روش کنترلی تطبیقی و مقاومی را روی ربات هفت لینکی پیاده‌سازی کردند و مقاوم بودن این روش را برای وجود عدم قطعیت در مدل بررسی نمودند. در روش کنترلی آن‌ها، مقدار نیروی عکس‌العملی زمین برای پایدار کردن وضعیت ربات با توجه به دینامیک همراه با عدم قطعیت مرکز جرم محاسبه می‌شود و آن‌ها این نیرو را با ماتریس انتقال به گشتاور روی مفاصل ربات تبدیل می‌کردند. آن‌ها نشان دادند که این روش کنترلی حتی در حضور اغتشاشات نیز پایدار هست [7]. موسویان و همکارانشان نیز روش کنترلی مقاومی از جنس مود لغزشی روی ربات هفت‌لینکی طراحی کردند. آن‌ها در روش کنترلی از معیار نقطه ممان صفر<sup>11</sup> استفاده کردند و روشی را نیز برای کم کردن اثر مخرب چترینگ پیشنهاد دادند [8]. ترفاستاس و همکارانشان یک مدل نه لینکی تهیه کردند و معادلات دینامیکی فازهای مختلف ربات را به دست آوردند و روش کنترلی مقاوم از جنس مود لغزشی برای وجود عدم قطعیت‌ها ارائه دادند [9]. طاهرخوردی و همکارانشان روش کنترلی تطبیقی و مقاوم هیبریدی از جنس کنترل تناسبی- انتگرالی- مشتقی<sup>12</sup> برای کنترل کردن ربات دوپا روی سطح شیب‌دار طراحی کرده‌اند و با استفاده از الگوریتم ژنتیک آن را بهینه‌سازی کرده‌اند. همین‌طور از مکانیزم تطبیقی برای به‌روز کردن بهره‌های این کنترل تناسبی- انتگرالی- مشتقی استفاده کردند. آن‌ها برتری عملکرد روش کنترلی خود را نیز از دو جنبه‌ی خطای ردگیری کوچکتر و مقدار سیگنال ورودی بهینه نشان داده‌اند [10]. نگوین و همکارانشان یک روش کنترلی مقاومی برای ربات دوپای زیرفعال ارائه داده‌اند که این روش کنترلی به صورت نمایی پایدار است. در کار آن‌ها مدل ربات در نظر گرفته شده به صورت پنج لینکی است و روش کنترلی آن‌ها توانایی ردیابی مسیر مناسب، حتی با وجود عدم قطعیت‌های بالا را دارد [11]. چن و همکارانشان یک روش کنترلی بیولوژیکی برای تحقق بخشیدن پایداری ربات پیشنهاد دادند. مدل راه رفتن در نظر گرفته شده توسط آن‌ها با فرض این است که برخورد پای چرخان با زمین، با پاشنه‌ی آن پا صورت گیرد و این در حالی است که ربات حول انگشتان پای ایستاده چرخیده است. در روش کنترلی آن‌ها، کنترل‌کننده شتاب کمر را تنظیم می‌کند و این کار در روش آن‌ها باعث مقاوم شدن در مقابل اغتشاشات می‌شود [12]. لی و همکارانشان هم روش کنترلی مقاومی برای حرکت پایدار ربات ارائه کردند. در کار آن‌ها قانون کنترلی با توجه به پاسخ به حرکت کف پا به صورت پیوسته تنظیم می‌شود. آن‌ها این روش کنترلی را روی ربات چهار پا اعمال کردند. این روش کنترلی از نظر خطای حاصل از عدم قطعیت‌ها مقاوم خواهد بود [13]. حیدری و همکارانشان روش کنترلی آنالینی را روی بالا و پایین آمدن یک ربات دوپا از روی پله پیشنهاد دادند. آن‌ها این روش کنترلی را روی ربات پنج‌لینکی اعمال کردند و پایداری ربات را هم با استفاده از نگاشت پوانکاره و هم به‌وسیله تابع لیاپانوف نشان دادند. در روش آن‌ها ربات قادر به بالا و پایین رفتن از پله بدون دانستن ارتفاع پله‌ها است [14].

در کلیت، برتری یک روش کنترلی مقاوم در (1) توانایی روش کنترلی در پایدارسازی حرکت ربات بر اثر اغتشاشات بزرگتر (2) کوچک بودن سیگنال‌های کنترلی در یک اغتشاش معین (3) نداشتن پدیده‌های نامطلوب چترینگ، یکنواختی در اعمال سیگنال کنترلی و زمان پاسخ سریع و غیره می‌باشد. با وجود کارهای انجام شده به همراه معایب و مزایایشان هنوز به وجود روش کنترلی مقاومی که همه‌ی ویژگی‌های بالا را داشته باشد نیاز

<sup>11</sup> Zero Moment Point (ZMP)

<sup>12</sup> Proportional-Integral-Derivative control (PID control)

<sup>1</sup> Single Support phase

<sup>2</sup> Double support phase

<sup>3</sup> Stance leg

<sup>4</sup> Swing leg

<sup>5</sup> Instantaneous

<sup>6</sup> Hybrid dynamics

<sup>7</sup> Feedback linearization

<sup>8</sup> constraint

<sup>9</sup> Sliding mode

<sup>10</sup> Proportional-Derivative control (PD control)

است که در این پژوهش سعی در طراحی چنین روشی شده است. در این مقاله تحلیل ربات به صورت دو بعدی و حرکت در صفحه ساجیتال<sup>1</sup> روی یک سطح صاف است. ربات دوپا به صورت سه‌لینکی مدل شده است و در فرایند مدل‌سازی ربات، برخورد بین پای چرخان و زمین به صورت صلب و نیز به صورت هم‌زمانی در نظر گرفته شده است. این بدان معناست که در هنگام برخورد پای چرخان با زمین درست در یک لحظه پای ایستا و چرخان روی زمین به صورت دوتکیه‌گامی قرار می‌گیرند و بلافاصله با توجه به فرض ضربه‌ای بودن برخورد پای دیگر از زمین بلند می‌شود. اتصال پا به زمین نقطه ای است، همچنین فرض می‌شود که پای ایستا روی زمین در طول گام برداری لغزشی ندارد. در کنترل ربات دوپای زیرفعال، از قیده‌های زمان-ناوردا مناسبی بر روی ربات استفاده می‌شود. این قیده‌ها باعث می‌شود که حرکت ربات در مسیر مطلوب و در نظر گرفته شده، قرار بگیرند. قیده‌های در نظر گرفته شده روی ربات دوپا به صورت هولونومیک<sup>2</sup> هستند و سعی در استفاده از روش دینامیکی برای پایدارسازی حرکت ربات که توسط مراجع [1-3] معرفی شده است، می‌شود. برای اعمال قیده‌ها روی سیستم دینامیک ربات دوپای زیرفعال از کنترل پس‌خوراند خطی‌ساز استفاده می‌شود. برای پایدارکردن قیود بعد از اعمال، از روش جدید طراحی شده‌ی مود لغزشی همراه با پس‌گام‌زنی<sup>3</sup> نیز استفاده می‌شود که روش مقاومی چه در برابر اغتشاشات و چه در برابر عدم قطعیت‌ها است. در کل، دو روش کنترلی مختلف طراحی می‌شود که یکی از این روش‌های کنترلی که در مقالات [5,6,8] نیز از آن استفاده شده است، به روش کنترلی مود لغزشی معروف است و برای مقایسه با روش کنترلی جدیدی که در این پژوهش طراحی شده است و  $FLBS^f$  نام‌گذاری شده است، به کار برده شده است تا برتری و مزایای این روش کنترلی طراحی شده (FLBS) نشان داده شود. همان‌طور که ذکر شد روش کنترلی طراحی شده ترکیبی از سه روش پس‌خوراند خطی‌ساز و پس‌گام‌زنی و مود لغزشی است. طراحی جدید روش کنترلی FLBS علاوه بر پایدارسازی حرکت ربات، به ربات مقاومت بیشتری نسبت به اغتشاشات وارده و یا وجود عدم قطعیت در اجزاء سیستم می‌دهد. همین‌طور این روش کنترلی قابلیت حذف کامل چتری‌نگ را دارد که ارجحیت قابل توجهی نسبت به روش کنترلی مود لغزشی دارد. برای مقایسه‌ی دو روش نام برده، کران بالایی برای اندازه‌ی سیگنال‌های کنترلی در نظر گرفته می‌شود و اغتشاش ثابتی در زمان معین و در تعداد سیکل حرکتی مشخص به ربات اعمال می‌شود. سپس، میزان بیشینه‌ی اغتشاشی که هر یک از روش‌ها توانایی پایدار کردن مسیر حرکت ربات را در برابر آن‌ها دارند، محاسبه می‌شود. همچنین، توانایی پایدارسازی اغتشاشات و شکل‌های حاصل از شبیه‌سازی با یک‌دیگر مقایسه می‌شوند. برای مقاوم بودن روش کنترلی در پایدارسازی حرکت ربات بر اثر وجود عدم قطعیت نیز، کران بالایی برای اندازه‌ی سیگنال کنترلی در نظر گرفته می‌شود و حداکثر میزان عدم قطعیت که این روش کنترلی (FLBS) توانایی پایدارسازی حرکت ربات را دارد محاسبه می‌گردد. توجه شود که عدم قطعیت در نظر گرفته شده به صورت کران بالا و پایین روی سیستم اعمال می‌شود. یکی از روش‌های نشان دادن پایداری حرکت ربات‌های دوپای زیرفعال استفاده از نگاشت بازگشتی پوانکاره است [1-15,3]. برای استفاده از این روش، باید شرایط مختلفی وجود داشته باشد که یکی از آن‌ها پایداری مجانبی روش کنترلی مورد استفاده است. البته، این بحث در بخش

کنترل‌کننده به صورت کامل بررسی می‌شود. در این مقاله ضمن نشان دادن پایداری روش کنترلی FLBS، تأکید خواهد شد که پایداری این روش کنترلی جدید به شکل نمایی است. بخش 2 به مدل‌سازی ربات دوپای سه‌لینکی زیرفعال اختصاص داده می‌شود که به استخراج معادلات دینامیکی در دو فاز حرکت ربات، فاز تک‌تکیه‌گامی و فاز دوتکیه‌گامی پرداخته می‌شود. در بخش 3 به معرفی قیود گذاشته شده روی حرکت ربات و در بخش 4 به طراحی دو روش کنترلی شرح داده شده، پرداخته می‌شود و همین‌طور در مورد پایداری این روش‌های کنترلی بحث می‌شود. در بخش 5 با انجام شبیه‌سازی‌ها، نشان داده می‌شود که این روش‌های کنترلی قابلیت پایدارسازی حرکت ربات را دارند و همچنین مقاوم هستند. با استفاده از این روش‌های کنترلی، ربات دارای حرکت پایدار و ریتیمیک با توجه به شکل حرکتی موردنظر است و در ادامه‌ی این بخش، نتایجی از شکل‌های حاصل از شبیه‌سازی‌ها گرفته می‌شود. در نهایت، در بخش آخر خلاصه‌ای از مطالب موجود ارائه می‌شود و ضمن مقایسه‌ی روش FLBS نسبت به روش مود لغزشی، برتری روش FLBS نشان داده می‌شود.

## 2- مدل‌سازی ربات

همان‌طور که بیان شد، در این مقاله تحلیل ربات به صورت دو بعدی و حرکت، در صفحه ساجیتال<sup>5</sup> روی یک سطح صاف است. تمام لینک‌های ربات صلب هستند. اتصال هر دو لینک، یک مفصل را شکل می‌دهد و در هر مفصل یک عملگر وجود دارد. در کل ربات دارای دو مفصل و دو عملگر است. همچنین الاستیسیته‌ای بین مفاصل و عملگرهای موجود در آن‌ها وجود ندارد. در حالت کلی، مدل‌سازی ربات بنابر آنچه که در بخش مقدمه ذکر شده است، به دو بخش فاز تک‌تکیه‌گامی و فاز دوتکیه‌گامی تقسیم می‌شود. معادلات حاکم به همراه فرضیات در نظر گرفته شده در هر فاز، برای ربات سه‌لینکی به دست آورده شده است. مدل‌سازی ربات به فرم سه‌لینکی شامل در نظر گرفتن یک لینک برای تنه و یک لینک برای هر پا است و همچنین کف پای ربات، نقطه‌ای در نظر گرفته شده است. در هر یک از مفاصل ربات (بین هر کدام از پاها و تنه) یک عملگر مستقل قرار داشته که به صورت گشتاور به سیستم انرژی تزریق می‌کند. ربات مدل‌شده براساس مدلی است که گریزل در سال 2001 در [1] در نظر گرفته بوده است که "شکل 1" آن مدل را نشان می‌دهد.

## 2-1- دینامیک ربات در فاز تک‌تکیه‌گامی

در این فاز فقط یک پای ربات روی زمین قرار دارد و در این‌جا فرض می‌شود که ربات روی زمین نمی‌لغزد. این جمله به صورت فیزیکی به این معنا است که بیشینه نسبت دو نیروی افقی و عمودی وارد بر پای ایستاده، کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی  $\mu_s$  مسیر باشد (از این مفهوم در مراجع [1-14,11,5,3] نیز استفاده شده است). حرکت پا در این فاز، مانند پاندول معکوسی است که بین پا و زمین هیچ عملگری وجود ندارد. پس ربات دارای یک درجه زیرفعالی است. با در نظر گرفتن ربات به "شکل 1"، تعداد درجات آزادی در فاز تک‌تکیه‌گامی با توجه به نداشتن عملگر بین پای ایستاده با زمین، عدد سه (همان زاویه‌های نشان داده شده در شکل 1) است. در این فاز با استفاده از روش لاگرانژ دینامیک ربات، به دست آورده می‌شود؛

$$L := Ke - Ue \quad , \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{d\dot{\theta}_i} \right) - \frac{dL}{d\theta_i} = Q_i \quad , \quad i = 1, \dots, 3 \quad (1)$$

<sup>5</sup> Sagittal

<sup>1</sup> Sagittal

<sup>2</sup> Holonomic

<sup>3</sup> backstepping

<sup>4</sup> Feedback linearization backstepping sliding mode

کند و این فاز، فاز برخورد نیز نام دارد. در این فاز چون هر دو پا روی زمین قرار دارد سیستم تمام‌فعال<sup>۲</sup> می‌شود. در مدل‌سازی این فاز، برخورد پای چرخان با زمین به صورت صلب در نظر گرفته شده است [14,11,5,3-1]. البته این برخورد می‌تواند به صورت غیرصلب نیز مدل شود و مراجع [17,16] از این مفهوم استفاده کرده‌اند و نیروهای بین انتهای پا و زمین را غیرخطی و به صورت فنر و دمپر مدل کرده‌اند. در حرکت روی سطح کاشی کاری شده یا هر سطح صلب دیگر، برای درگیر نشدن با حل‌های عددی پیچیده و همچنین به دلیل کوتاه بودن زمان برخورد بین پای چرخان و زمین، معمولاً این فاز را به صورت صلب و همزمانی<sup>۳</sup> (در یک لحظه اتفاق می‌افتد) در نظر می‌گیرند. در کل معادله لاگرانژ این فاز به صورت زیر درمی‌آید؛

$$A_1(\theta_1)\ddot{\theta}_1 + B_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) = C_1(\theta_1) \cdot U + f_{ext} \quad (7)$$

که در آن  $\theta_1 := [\theta_1, \theta_2, \theta_3, x_H, y_H]^T$  ماتریس  $A_1$ ، ماتریس اینرسی است و ماتریس  $B_1$ ، ماتریس دربردارنده ماتریس کوریولیس و بردار گرانشی است و همین‌طور ماتریس  $C_1$ ، ماتریس نگاشت عملگرهای گشتاوری به نیروهای تعمیم یافته است. اندیس  $H$  مربوط به مختصات لگن است که می‌توان به جای این مختصات، مختصات هر نقطه‌ای ثابت دیگری روی ربات نیز انتخاب کرد. این کار به این دلیل است که در فاز برخورد پای ایستاده مقید به قرار داشتن روی زمین نیست. پس دو درجه‌ی آزادی دیگر به سیستم دینامیکی اضافه می‌شود. در معادله (7)، نیروهای مجهول تعمیم یافته  $f_{ext}$  نیز اضافه شده است که در این فاز، مربوط به نیرویی است که به پای چرخان در دو راستای محورهای مختصات در هنگام برخورد این پا به زمین، وارد می‌شود. همچنین فرض شده است که در هنگام برخورد پای دیگر (همان پای ایستاده در فاز قبلی) با زمین هیچ عکس‌العمل نیرویی نداشته باشد [14,11,5,3-1]. در این مدل‌سازی نیروهای ناشی از برخورد به دلیل فرض همزمانی دانستن این فاز، به صورت ضربه‌ای است، که می‌توان ثابت کرد با این فرض تغییری در موقعیت لینک‌ها ایجاد نمی‌شود ولی در سرعت زاویه‌ای آن‌ها جهش اتفاق می‌افتد [3]. این فرض باعث هیبریدی شدن سیستم دینامیکی نیز می‌شود. با اضافه کردن فرضیات نام‌برده در بالا، معادلات دیفرانسیل (7) به معادلات تفاضلی (جبری) (8) تبدیل می‌شود؛

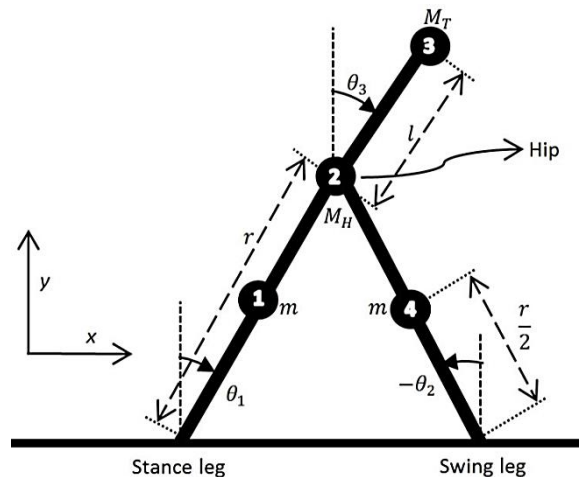
$$A_1(\theta_1) \cdot (\dot{\theta}_1^+ - \dot{\theta}_1^-) = f_{ext} \quad (8)$$

که علامت مثبت به بعد از وقوع برخورد و علامت منفی به قبل از وقوع برخورد اشاره دارد و نیروهای خارجی تعمیم یافته در معادله‌ی (7) که حاصل از برخورد است، به صورت رابطه‌ی (9) می‌باشد؛

$$f_{ext} = \left[ \frac{\partial p_{se}(\theta_1)}{\partial \theta_1} \right]^T f_{se} \quad (9)$$

که در آن  $f_{se} = (f_{seH}, f_{seV})^T$  نیروهای خارجی وارد بر انتهای پای چرخان از طرف زمین در دو راستای عمودی و افقی می‌باشد.  $p_{se} = (p_{seH}, p_{seV})^T$  نیز مکان هندسی انتهای پای چرخان را نشان می‌دهد که تابعی از زوایای سیستم است. توجه داشته باشید که رابطه بالا با استفاده از اصل کار مجازی، نیروهای خارجی وارد بر انتهای پای چرخان را به نیروهای روی متغیرهای مستقل سیستم نگاشت داده است. با توجه به دو مجهول اضافه شده  $f_{se}$ ، نیاز به وجود دو معادله اضافی برای حل معادلات جبری (8) است که این دو معادله از فرضیات زیر به دست می‌آید:

1- هنگام برخورد پای چرخان به زمین، این پا از روی زمین بلند نمی‌شود. پس سرعت بعد از برخورد نوک پای چرخان در راستای عمودی ( $y$ ) صفر است.



**Fig. 1** Schematic of three-Link underactuated biped Robot; angles are considered to be absolute. The numbers refer to the number of masses in Eq. (2-3).

شکل 1 شکل شماتیک ربات دوپای سه‌لینکی زیرفعال؛ زوایا به صورت مطلق در نظر گرفته شده‌اند. اعداد به شماره‌ی جرم‌ها در معادله (2-3) اشاره دارد.

که در آن  $Ke$  مجموع انرژی جنبشی لینک‌ها و  $Ue$  مجموع انرژی پتانسیل آن‌ها می‌باشد. همین‌طور  $Q_i$  نیروهای تعمیم یافته‌ی خارجی وارد بر سیستم دینامیکی مربوط به درجه‌ی آزادی  $i$ ام است و اندیس  $i$  مربوط به درجات آزادی سیستم است.

برای ربات سه‌لینکی "شکل 1"، انرژی جنبشی و پتانسیل به شکل زیر در می‌آیند؛

$$Ke = 0.5 m \dot{x}_1^2 + 0.5 m \dot{x}_4^2 + 0.5 M_H \dot{x}_2^2 + 0.5 M_T \dot{x}_3^2 \quad (2)$$

$$Ue = m g y_1 + m g y_4 + M_H g y_2 + M_T g y_3 \quad (3)$$

که  $x$  و  $y$  مختصه‌های دستگاه مختصات دو بعدی هستند و اندیس موجود در زیر آن‌ها، مربوط به شماره جرم‌هایی است که در "شکل 1" نشان داده شده است و  $g$  شتاب گرانش زمین است. البته فرض شده است که مفصل بین پای ایستاده و تنه، شماره‌ی 1 و مفصل دیگر شماره‌ی 2 باشد.

معادلات دینامیکی حرکت در فاز تک‌تکیه‌گاهی به صورت زیر نوشته می‌شود؛

$$A(\theta_s)\ddot{\theta}_s + B(\dot{\theta}_s, \theta_s) + C(\theta_s) \cdot U = 0 \quad (4)$$

که در آن ماتریس  $A$ ، ماتریس اینرسی نام دارد. ماتریس  $B$ ، ماتریس دربردارنده ماتریس کوریولیس و بردار گرانشی هست. ماتریس  $C$  نیز ماتریس نگاشت عملگرهای گشتاوری به نیروهای تعمیم یافته در معادلات بالا هستند. در این معادلات  $U := [u_1, u_2]^T \in R^2$  ماتریس کنترل و  $\theta_s := [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$  زوایای مفاصل هستند که به صورت مطلق اندازه‌گیری می‌شوند. این زوایا همان درجات آزادی سیستم دینامیکی هستند که به همراه سرعت زاویه‌ای آن‌ها  $\dot{\theta}_s := [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T$  به عنوان متغیرهای حالت نیز در نظر گرفته شده است.

معادله فضای حالت به فرم زیر است؛

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_s \\ A(\theta_s)^{-1}[-B(\theta_s, \dot{\theta}_s) - C(\theta_s) \cdot U] \end{bmatrix} = r(z) + p(z)U \quad (5)$$

که در آن؛

$$z := (\theta_s, \dot{\theta}_s) \quad (6)$$

## 2-2- دینامیک ربات در فاز دو تکیه‌گاهی

فاز دو تکیه‌گاهی زمانی اتفاق می‌افتد که نوک پای چرخان<sup>۱</sup>، زمین را لمس

<sup>2</sup> fully actuated

<sup>3</sup> Instantaneous

<sup>1</sup> Swing leg

## 4- کنترل کننده

ربات در هر گام از فاز تک‌تکیه‌گاهی به فاز دو‌تکیه‌گاهی (برخورد) وارد می‌شود. فرضیاتی که برای برخورد در نظر گرفته شده است باعث ناپیوستگی در سرعت‌های زاویه‌ای لینک‌ها می‌شود. پس در متغیرهای حالت، گسستگی به وجود می‌آید و باعث ایجاد شرایط اولیه جدید در هنگام ورود به فاز تک‌تکیه‌گاهی بعدی می‌شود. این روند در گذر از فازها، به‌طور مداوم تکرار می‌شود. معادله‌ی (12)، معادله‌ی حالت حاکم بر مسئله‌ی دینامیکی ربات است که هیبریدی بودن سیستم را نیز نشان می‌دهد. برای پایدار و متناوب بودن حرکت ربات دوپای، باید سیکل تناوبی وجود داشته باشد که به صورت مجانبی پایدار بوده و ربات بعد از چند گام به این سیکل همگرا شود و از آن خارج نشود. البته این سیکل با در نظر گرفتن قیود مختلف می‌تواند متفاوت باشد.

در این بخش با توجه به مفهوم ارائه شده در [15,9,8,5] یک روش کنترلی مناسب جهت پایدارسازی این قیود معرفی شده است. توضیحات جامع‌تر در مراجع نام‌برده در قالب اثبات پایداری حرکت ربات زیرفعال با استفاده از پایداری روش کنترلی برای همگرایی این قیود، بحث شده است که بعد از وجود داشتن سیکل حرکت، اثبات پایداری توسط نگاشت بازگشتی پوانکاره<sup>۳</sup> که نگاشتی با بُعد<sup>۴</sup> کمتر نسبت به نگاشت پوانکاره‌ی کلی روی دینامیک راه رفتن است، انجام می‌شود و پایدار بودن سیکل تناوبی حرکت حاصل می‌شود. به‌طور خلاصه شرط کافی برای وجود این سیکل تناوبی ذیل<sup>۵</sup> ارائه می‌گردد [5]:

1- تعریف قیود مناسب، که اولاً  $I \cap J$  هموار باشد و ثانیاً ماتریس  $L_p L_r F(z)$  که در مراجع، آن را با نام ماتریس دیکوپلینگ<sup>۶</sup> نیز می‌شناسند معکوس‌پذیر باشد.

2- طراحی روش کنترلی مناسب جهت پایدارسازی قیود مناسب در نظر گرفته شده، که در زمان محدود قیود را به سمت صفحه‌ی لغزش همگرا کند و همین‌طور این صفحه لغزش به صورت مجانبی پایدار باشد.

با داشتن این دو ویژگی، سیکل حرکتی برای ربات دوپای وجود خواهد داشت. در نهایت با استفاده از نگاشت بازگشتی پوانکاره، بُعد نگاشت پوانکاره‌ی کلی حرکت برای محاسبه‌ی پایداری یا ناپایداری این سیکل تناوبی، کاهش داده می‌شود و پایداری حرکت مشخص می‌شود. در اینجا با توجه به استفاده از قیود ارائه شده [1] دیگر نیاز به نشان دادن شرط اول نیست (به مقاله [1] مراجعه شود). پس برای مناسب بودن روش کنترلی طراحی شده، شرط دوم نشان داده می‌شود. در این مقاله به طراحی کنترل‌کننده‌ی جدیدی از ترکیب مود لغزشی و پسگام زنی پرداخته می‌شود که با تعریف سطح لغزش پایداری، سعی در همگرایی قیود معادله (14) به عدد صفر می‌شود.

خواهید دید که طراحی روش کنترلی جدیدی FLBS با استفاده از ترکیب سه روش مود لغزشی و پسخوراند خطی ساز همراه با روش پسگام‌زنی انجام می‌گیرد. البته در بخش بعد، مزایای این روش در مقایسه با روش مود لغزشی نیز نشان داده خواهد شد. برای نشان دادن پایداری روش کنترلی FLBS از روش لیاپانوف<sup>۶</sup> استفاده شده است و نشان داده خواهد شد که پایداری این روش کنترلی به شکل نمایشی است. برای استفاده از پایداری لیاپانوف سعی در پیدا کردن تابع مثبت معینی که از متغیرهای حالت سیستم

2- هنگام برخورد پای چرخان به زمین، این پای روی زمین نمی‌لغزد. پس سرعت بعد از برخورد نوک پای چرخان در راستای افقی ( $x$ ) نیز، صفر است.

فرضیات فوق را می‌توان به شکل معادله (10) نیز نوشت؛

$$\frac{d}{dt} p_{se}(\theta_1) = \left[ \frac{\partial p_{se}(\theta_1)}{\partial \theta_1} \right] \dot{\theta}_1^+ = [0]_{2 \times 2} \quad (10)$$

در این جا صفحه برخورد یا صفحه حرکت با توجه به توضیحات بالا به صورت رابطه‌ی (11) معرفی می‌شود؛

$$I := \{(\theta_1, \dot{\theta}_1) \in Z \mid p_{se_v} = 0, p_{se_h} > 0\} \quad (11)$$

که زیرنویس  $v$  اشاره به مکان عمودی و زیرنویس  $h$  اشاره به مکان افقی دارد. پس در نهایت دینامیک هیبرید ربات به فرم رابطه‌ی (12) درمی‌آید؛

$$\begin{aligned} \dot{z} &= r(z) + p(z)U \quad z^- \notin I \\ z^+ &= \Delta(z^-) \quad z^- \in I \end{aligned} \quad (12)$$

که  $\Delta$  نگاشتی است که سرعت‌های قبل از برخورد را به سرعت‌های بعد از برخورد انتقال می‌دهد. باید به این نکته اشاره کرد که سرعت‌های زاویه‌ای قبل از برخورد از فاز تک‌تکیه‌گاهی قبلی به دست آورده می‌شود.

## 3- قیود

برای داشتن یک حرکت پایدار و ریتمیک نیاز به در نظر گرفتن قیودی مناسب بر روی ربات هست و لازم است که روش کنترلی، این قیود را قبل از برخورد پای چرخان به زمین، به مقدار مطلوب که در این جا عدد صفر می‌باشد همگرا کند. قیود تعریف شده بر روی ربات معمولاً هولونومیک هستند به این معنی که قیود توابعی از موقعیت لینک‌ها می‌باشند.

تعداد قیود در نظر گرفته شده برای ربات سه‌لینکی با توجه به وجود دو کنترل‌کننده، دو است. در این پژوهش، قیود در نظر گرفته شده با توجه به مرجع [1] انتخاب شده است که به صورت زیر تعریف شده است:

1- تنه<sup>۱</sup> (کمر) در زاویه خاصی قرار داشته باشد.

2- لگن<sup>۲</sup> همواره بین دو پا باشد.

با توجه به تعاریف زیر؛

$$\begin{aligned} x_{\text{end of stance leg}} &= 0, \quad y_{\text{end of stance leg}} = 0 \\ x_H &= r \cdot \sin(\theta_1), \quad y_H = r \cdot \cos(\theta_2) \\ x_{\text{end of swing leg}} &= r \cdot \sin(\theta_1) - r \cdot \sin(\theta_2) \\ y_{\text{end of swing leg}} &= r \cdot \cos(\theta_1) - r \cdot \cos(\theta_2) \\ d_1 &= x_{\text{end of stance leg}} - x_H \\ d_2 &= x_H - x_{\text{end of swing leg}} \end{aligned} \quad (13)$$

می‌توان قیود بالا را به فرم ریاضی زیر نوشت؛

$$F(z) = \begin{bmatrix} F_1(z) \\ F_2(z) \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} K_1(\theta_3 - \theta_{3d}) \\ K_2(d_1 - d_2) \end{bmatrix} \quad (14)$$

که  $\theta_{1d}$  زاویه مناسب کمر و  $d_1$  فاصله لگن از پای ایستاده و  $d_2$  فاصله لگن از پای چرخان هست.  $K_1$  و  $K_2$  ضریب‌های تناسبی برای تسریع در نرخ همگرایی قیود می‌باشد و با افزایش این ضرایب سرعت همگرایی بیشتر می‌شود.

مطابق با صفحه برخورد، صفحه‌ی دیگری که صفحه‌ی قیود نام دارد، به شکل زیر تعریف می‌شود؛

$$J := \left\{ (\theta_s, \dot{\theta}_s) \mid F_i(\theta_s, \dot{\theta}_s) = 0, L_r F_i(\theta_s, \dot{\theta}_s) = 0 \right\}_{i=1:2} \quad (15)$$

در ادامه نشان داده می‌شود که صفحه (15) به مفهوم همگرایی این قیود و مشتقشان نسبت به زمان، به سمت عدد صفر می‌باشد.

<sup>3</sup> Poincare' return map

<sup>4</sup> Dimension

<sup>5</sup> Decoupling matrix

<sup>6</sup> Lyapunov

<sup>1</sup> Torso

<sup>2</sup> Hip

مقاوم کردن روش کنترلی می‌شود. این سطح لغزش را با رابطه‌ی (27) تعریف می‌کنیم؛

$$S := \lambda_2 z_2 + \dot{z}_2 + z_1 \quad (27)$$

که  $\lambda_2$  نیز هر مقدار مثبتی می‌تواند داشته باشد. براساس رابطه‌ی (27) خواهیم داشت؛

$$\dot{z}_2 = S - \lambda_2 z_2 - z_1 \quad (28)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (28) در رابطه‌ی (26)، رابطه‌ی (29) شکل می‌گیرد؛

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2(S - \lambda_2 z_2 - z_1) = -\lambda_1 z_1^2 - \lambda_2 z_2^2 + z_2 S \quad (29)$$

سطح  $S$  (رابطه‌ی (27)) را برحسب متغیرهای اصلی دینامیک خطا در رابطه‌ی (17) می‌نویسیم و با ساده کردن آن خواهیم داشت؛

$$S = \lambda_2(\dot{F} + \lambda_1 F) + (\ddot{F} + \lambda_1 \dot{F}) + F \\ = \lambda_2(L_r F(z) + \lambda_1 F) + (L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U \\ + \lambda_1 L_r F(z)) + F \quad (30)$$

با مشتق‌گیری از سطح  $S$  برحسب زمان رابطه‌ی (31) شکل می‌گیرد که از آن در تابع لیاپانوف نهایی استفاده می‌شود؛

$$\dot{S} = \lambda_2(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U + \lambda_1 L_r F(z)) + L_r F(z) \\ + L_p L_r F(z)U + \frac{d}{dt} L_r^2 F(z) + \frac{d}{dt} L_p L_r F(z)U + \\ \lambda_1(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U) \quad (31)$$

تابع لیاپانوف نهایی سیستم را رابطه‌ی (32) تعریف می‌کنیم؛

$$V := V_2 + \frac{1}{2} S^2 \quad (32)$$

حال، اگر این تابع پایدار شود، همگرایی قیود و پایداری روش کنترلی اثبات می‌گردد. با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف نسبت به زمان داریم؛

$$\dot{V} = \dot{V}_2 + S\dot{S} = -\lambda_1 z_1^2 - \lambda_2 z_2^2 + S(\dot{S} + z_2) \quad (33)$$

پس همان‌طور که دیده می‌شود، برای پایداری مجانبی باید مشتق تابع بالا، یعنی رابطه‌ی (33)، منفی معین باشد. بنابراین برای منفی معین بودن (33)، کافی است که ترم  $S(\dot{S} + z_2)$  منفی معین باشد. با تعریف رابطه‌ی (34)؛

$$(\dot{S} + z_2) := -k \text{sign}(S) - \lambda_3 S \quad (34)$$

که در آن  $\lambda_3$  و  $k$  هر مقدار مثبتی می‌تواند باشد و با نوشتن رابطه‌ی (34) برحسب متغیرهای اصلی سیستم (رابطه‌ی (17))، به رابطه‌ی (35) می‌رسیم؛

$$\lambda_2(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U + \lambda_1 L_r F(z)) + \\ \frac{d}{dt} L_p L_r F(z)U + \frac{d}{dt} L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U + \\ \lambda_1(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U) + 2L_r F(z) + \lambda_1 F \\ = -k \text{sign}(S) - \lambda_3 S \quad (35)$$

با اندکی محاسبات رابطه‌ی (36) حاصل می‌شود؛

$$\dot{U} = -L_p L_r F(z)^{-1}(k \text{sign}(S) + \lambda_3 S + \frac{d}{dt} L_r^2 F(z) \\ + \frac{d}{dt} L_p L_r F(z)U + \lambda_2(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U \\ + \lambda_1 L_r F(z)) + \lambda_1(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U) \\ + 2L_r F(z) + \lambda_1 F) \quad (36)$$

چنانچه برای قانون کنترل رابطه‌ی (36) را لحاظ کنیم، مشتق زمانی تابع لیاپانوف نهایی سیستم (رابطه‌ی (37)) منفی معین خواهد شد؛

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} S^2 \quad (37)$$

$$\dot{V} = -\lambda_1 z_1^2 - \lambda_2 z_2^2 - \lambda_3 S^2 - k S \text{sign}(S) \quad (38)$$

ساخته شده است، می‌شود و با نشان دادن منفی معین بودن مشتق این تابع اثبات پایداری مجانبی روش کنترلی طراحی شده انجام خواهد گرفت. اگر مشتق این تابع منفی ضریبی از خود تابع باشد، آن‌گاه پایداری از نوع قوی‌تری است که به شکل نمایی می‌باشد [18-20].

برای طراحی روش کنترلی FLBS به صورتی که ذیلاً ارائه خواهد شد عمل می‌کنیم.

در فضای حالت دینامیک سیستم (رابطه‌ی (12))، قیود (رابطه‌ی (14)) به عنوان خروجی فضای حالت می‌باشد؛

$$y = F(z) \quad (16)$$

با توجه به معادلات قیود (14) و هولونومیک بودن آن‌ها و نحوه‌ی اعمال عملگرها که به شکل گشتاور هستند، کنترل‌کننده در مشتق دوم این خروجی نسبت به زمان ظاهر می‌شود که نشان از دو بودن مرتبه نسبی<sup>1</sup> معادلات قیود، می‌دهد. پس برای اعمال روش پسخوراند خطی‌ساز و همگرا کردن خروجی سیستم به صفر، به صورت زیر عمل می‌شود؛

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{F} \\ L_r^2 F(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_p L_r F(z) \end{bmatrix} U \quad (17)$$

که در آن؛

$$\dot{F} = L_r F(z) + L_p F(z)U \quad (18)$$

و

$$L_p F(z) = 0 \quad (19)$$

با تعریف مناسب  $U$  می‌توان قیود را پایدار ساخت. حال، سعی در مقاوم کردن روش کنترلی و حذف پدیده‌ی چترینگ می‌شود. بنابراین، به تعریف متغیرهای جدید رابطه‌ی (20)، برای رسیدن به این اهداف به علاوه‌ی هدف پایداری روش کنترلی و استفاده از روش پسگام‌زنی پرداخته می‌شود؛

$$\begin{cases} z_1 := y = F(z) \\ z_2 := \dot{y} - \alpha(z_1) = \dot{F} - \alpha(z_1) \end{cases} \quad (20)$$

با مشتق‌گیری از متغیر  $z_1$  نسبت به زمان و به کار بردن متغیر دوم ( $z_2$ )، رابطه‌ی (21) حاصل می‌شود؛

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha(z_1) \quad (21)$$

که در آن  $\alpha$  تابعی از متغیر اول ( $z_1$ ) است و آن تابع به گونه‌ای تعریف می‌شود که جملات غیرخطی موجود به جز ضرب متغیر اول در متغیر دوم را در تابع لیاپانوف ابتدایی رابطه‌ی (22) حذف نماید؛

$$V_1 := \frac{1}{2} z_1^2 \Rightarrow \dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1(z_2 + \alpha(z_1)) \quad (22)$$

تابع لیاپانوف (22) بخشی از تابع لیاپانوف نهایی است که می‌خواهیم منفی معین بودن مشتق این تابع نسبت به زمان را شکل دهیم. پارامتر  $\alpha$  به شکل رابطه‌ی (23) انتخاب می‌شود؛

$$\alpha(z_1) := -\lambda_1 z_1 \quad (23)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (23) در رابطه‌ی (22) خواهیم داشت؛

$$\dot{V}_1 = -\lambda_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (24)$$

که  $\lambda_1$  هر مقدار مثبتی می‌تواند باشد. حال، تابع لیاپانوف جدیدی که از تابع لیاپانوف  $V_1$  به اضافه‌ی اثر متغیر دوم شکل داده می‌شود، به صورت رابطه‌ی (25) نوشته می‌شود؛

$$V_2 := V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (25)$$

با مشتق‌گیری از آن نسبت به زمان داریم؛

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 = -\lambda_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 \dot{z}_2 \quad (26)$$

که با منفی معین شدن تابع (26)، قیود همگرا خواهد شد. البته، برای منفی معین کردن این تابع از سطح لغزش ( $S$ ) استفاده می‌شود که باعث

<sup>1</sup> Relative degree

نگاشتی است که این نقاط را به هم مربوط می‌سازد. زمانی که سیستم به حالت گام‌زنی متناوب می‌رسد، در مقدار کمیت‌های این بردار تغییری حاصل نمی‌شود. نقطه سکون این نگاشت که با  $X^*$  نشان داده می‌شود و بیانگر گام‌زنی متناوب است، در رابطه زیر صدق می‌کند؛

$$X^* = P(X^*) \quad (42)$$

که این نقطه سکون در مجموعه  $I \cap J$  قرار دارد که با توجه به قیود رابطه (14) و با ساده‌سازی این روابط خواهیم داشت؛

$$I \cap J = \left\{ (\theta, \dot{\theta}) \mid \theta_3 = \theta_{3d}, \theta_1 + \theta_2 = 0, \dot{\theta}_3 = 0, \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 = 0, \theta_1 = \theta_{1d}, \dot{\theta}_1 \in R \right\} \quad (43)$$

رابطه (44)، یک درجه زیرفعالی سیستم را نیز نشان می‌دهد. اگر این نقطه‌ی سکون پایدار باشد، گام برداری به‌دست آمده پایدار خواهد بود [3,1]. برای این کار کافی است که مقادیر ویژه نگاشت  $P$  در نقطه سکون، کوچکتر از یک باشد [24,23]. برای نشان دادن این شرط برای پارامترهایی از ربات که در بخش شبیه‌سازی معرفی می‌شود، از حل عددی استفاده شده است. بعد از تعیین نقطه‌ی تعادل به روش عددی، شیب نگاشت  $P$  در نقطه‌ی سکون برابر با 0.742 به دست می‌آید، که حکایت از پایداری سیکل تناوبی به دست آمده، دارد. با توجه به ارضا شدن شرایط وجود سیکل تناوبی و پایدار بودن این سیکل، حرکت ربات دوپای پایدار و ریتمیک خواهد بود. در "شکل 2" منحنی حاصل از نگاشت رابطه (42) و تقاطع آن با خط نیمساز ربع اول که نمایانگر نقطه سکون سیستم و سیکل گام‌زنی پایدار است، نشان داده شده است و میل کردن نقاط برخورد به این نقطه‌ی سکون را نشان می‌دهد.

منحنی خط تیره، نگاشت  $P$  را نشان می‌دهد و خط منقطع، تابع همانی<sup>4</sup> (نیمساز ربع اول) است. با توجه به نمودار نقاط گام‌برداری، هر شرایط اولیه‌ی فقط به یک نقطه‌ی تعادل می‌رسد که به قیودی که روی ربات در نظر گرفته شده است، بستگی دارد. برای مقادیر در نظر گرفته شده مقدار سرعت پای ایستاده‌ی ربات قبل از برخورد 2.17 (rad/s) است.

روش کنترلی دیگر که برای مقایسه با روش کنترلی FLBS به کار می‌رود، روش مود لغزشی است که برتری آن در مرجع [6] نسبت به روش‌های کنترل تناسبی- مشتق‌گیر<sup>5</sup> و کنترل با استفاده از پسخوراند خطی‌ساز نشان داده شده است.

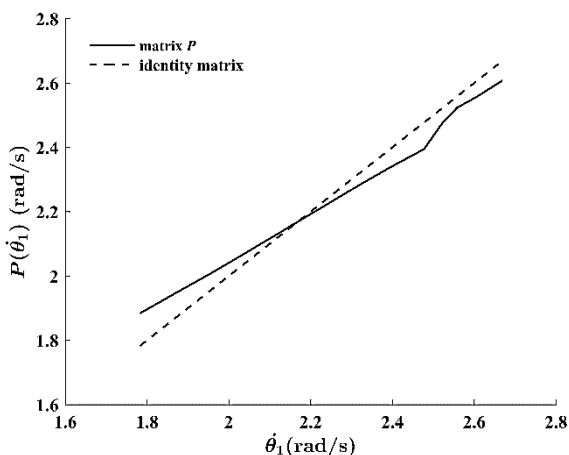


Fig. 2 Convergence of the mapping points  $P$  to its stable equilibrium point

شکل 2 همگرایی نقاط نگاشت  $P$  به نقطه‌ی تعادل پایدار آن

جمله  $k \text{Sign}(S)$  باعث می‌شود که دینامیک خطا در زمان محدود<sup>1</sup> به سطح لغزش برسد و به سمت صفر همگرا شود و افزایش ضرایب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  و  $\lambda_3$  باعث کاهش زمان نشست سیستم می‌شود [22,21,18]. لذا شرط دوم ذکر شده در خصوص وجود سیکل تناوبی نیز با وجود کنترل ارائه شده در رابطه (36) برقرار می‌شود. نکته مهمی که در خصوص کنترل ارائه شده در رابطه (36) وجود دارد، ساختار دینامیکی آن است. در حقیقت گرچه منفی شدن تابع لیاپانوف (37) طبق رابطه (38)، بعد از اعمال قانون کنترلی (36) محرز است، اما شرط این که در عمل قانون کنترلی ارائه شده در رابطه (36) منجر به اشباع عملگرهای کنترلی (در اثر ناپایداری داخلی خود دینامیک ارائه شده برای قانون کنترل) نشود، آن است که نشان دهیم بعد از رسیدن دینامیک مدار بسته به سطح لغزش و ارضاء قیود، دینامیک باقی مانده برای  $U$  منجر به یک پاسخ کراندار برای  $U$  می‌شود. برای این منظور دینامیک صفر قانون کنترلی را با صفر قرار دادن قیود و سطح لغزش بازنویسی می‌کنیم که به رابطه (39) می‌رسیم؛

$$\frac{d}{dt}(L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U) = 0 \rightarrow L_r^2 F(z) + L_p L_r F(z)U = c \quad (39)$$

از روی رابطه‌ی فوق و با توجه به این که در این شرایط روی سطح لغزش قرار داریم و به کمک رابطه (30)، رابطه (40) حاصل می‌شود؛

$$c = 0 \rightarrow U = -L_p L_r F(z)^{-1} L_r^2 F(z) \quad (40)$$

که نشان از کران‌داری کنترل‌کننده در شرایط پایا دارد. نکته‌ی دیگر وضعیت کران‌داری قانون کنترل در شرایط گذرا است که از روی رابطه (36) در حال حاضر نمی‌توان اظهارنظر نمود. زیرا تنها راه اظهارنظر در این خصوص بررسی سیستم کوپل<sup>2</sup> متشکل از معادله (36) و معادله مدار بسته سیستم (12) است. در این مقاله کران‌دار بودن قانون کنترلی در شرایط گذرا صرفاً به‌صورت عددی و در شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده است.

حال برای بررسی پایداری سیکل حد و در نتیجه گام‌برداری، روش نگاشت بازگشتی پوانکاره مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای این منظور خط برش پوانکاره<sup>3</sup> روی نقطه‌ی برخورد در نظر گرفته می‌شود. همین‌طور با توجه به این تحلیل می‌توان نشان داد که ربات در محدوده‌ای از شرایط اولیه، انرژی کافی برای حرکت پایدار و پررودیک را دارا است. اگر این انرژی اولیه کمتر از حد مجاز باشد، ربات قادر به طی مسیر مطلوب نیست و ممان‌های ایجاد شده به وسیله‌ی عملگرهای ربات قادر به خروج ربات از ناپایداری و قرار دادن آن در مسیر تناوبی نخواهند بود. همچنین اگر این انرژی اولیه بیشتر از حد مجاز باشد کنترل‌کننده قبل از این که ربات را روی مسیر مطلوب سوق دهد ربات در مسیری دیگر حرکت خود را انجام می‌دهد که باز هم به سرنوشتی ربات، می‌تواند منجر می‌شود [2,1]. با حل معادله‌ی فاز تک‌تکیه‌گاهی سیستم به ازای هر شرط اولیه مناسب، نقطه برخوردی به‌دست می‌آید ( $Z^-$ ) و با استفاده از تابع نگاشت برخورد در رابطه (12)، شرایط اولیه جدیدی برای سیستم دینامیکی ربات در فاز تک‌تکیه‌گاهی بعدی شکل می‌گیرد که دوباره با حل معادله‌ی فاز تک‌تکیه‌گاهی (رابطه 5) نقطه‌ی برخورد جدیدی به‌دست می‌آید. در نتیجه، مجموعه‌ای از نقاط برخورد حاصل می‌شود. بنابراین، تابع گسسته‌ی (41) براساس خط برش تعریف شده، برای نقاط برخورد به دست آمده، تعریف می‌شود؛

$$X_{K+1} = P(X_K) \quad (41)$$

که  $X_K$  بردار متغیرهای حالت سیستم در لحظه‌ی برخورد  $K$ ام است و  $P$

<sup>1</sup> Reachability condition

<sup>2</sup> Couple

<sup>3</sup> Poincaré' Section

را نمایش داده است. جدول 3 نیز، حداکثر اغتشاشی که روش‌های کنترلی توانایی پایداری حرکت ربات سه‌لینکی را برای زمانی که حداکثر اندازه سیگنال کنترلی (Nm) 250 در نظر گرفته شده باشد و همین‌طور میزان متوسط سیگنال‌های کنترلی اعمال شده به ربات در طی یک سیکل از حرکت پایدار ربات را نشان داده است. اغتشاش در همه‌ی مفاصل ربات، به طور یکسان وارد شود. میزان اغتشاش وارد شده به هر مفصل، با توجه به مطابقت شماره‌ی درایه‌ی ماتریس مربوط به اغتشاش که در جدول 3 نمایش داده شده با شماره‌ی آن مفصل که در متن توضیح داده شده، است. همان‌طور که در جدول 3 دیده می‌شود، اغتشاش بزرگی به سیستم اعمال شده است و روش‌های کنترلی توانایی پایداری کردن آن را دارند. البته باید توجه داشت که توانایی روش FLBS نسبت به روش مود لغزشی در پایداری حرکت ربات بر اثر بروز اغتشاش، بیشتر است. به طوری که این روش، حرکت ربات را در بروز اغتشاش حدود 10 برابر بزرگتر پایدار کرده است.

با تجزیه و تحلیل شکل‌های حاصل از شبیه‌سازی می‌توان به نتایج زیر دست یافت.

در "شکل‌های 3 و 4"، سیکل بسته زاویه‌ی هر مفصل نسبت به سرعت زاویه‌ای آن مفصل در طی سیکل‌های پایدار از حرکت ربات نمایش داده

**جدول 1** مقدار پارامترهای سیستم و قیود برای ربات دوپای زیرفعال سه‌لینکی

**Table 1** The values of system parameters and constraint parameters for three link underactuated biped robot

مقدار	پارامترهای قیود در نظر گرفته شده	مقدار	پارامترهای سیستم دینامیکی
$\frac{\pi}{6}$	$\theta_{1d}$ (rad)	1 (m)	$r$
100	$K_1$	0.5 (m)	$l$
500	$K_2$	5 (kg)	$m$
		10 (kg)	$M_H$
		15 (kg)	$M_T$

**جدول 2** مقدار پارامترهای دو روش کنترلی به کار برده شده برای وجود اغتشاش

**Table 2** The values of two control method's parameters when disturbances act on the system

مقدار	پارامترهای روش کنترلی مود لغزشی	مقدار	پارامترهای روش کنترلی FLBS
$\begin{bmatrix} 1000 \\ 10000 \end{bmatrix}$	$k$	$\begin{bmatrix} 6.67 \\ 6.67 \end{bmatrix}$	$k$
$\begin{bmatrix} 14.5 \\ 14.5 \end{bmatrix}$	$\lambda$	$\begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix}$	$\lambda_1$
0.1	$\phi$	$\begin{bmatrix} 80 \\ 120 \end{bmatrix}$	$\lambda_2$
		$\begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix}$	$\lambda_3$

**جدول 3** حداکثر اغتشاش وارده به هر مفصل که هر کدام از روش‌های کنترلی توانایی

پایداری حرکت ربات دوپای زیرفعال سه‌لینکی را دارند و میانگین سیگنال‌های

اعمال شده توسط روش‌های کنترلی در طول یک سیکل از حرکت پایدار ربات

**Table 3** the amount of the disturbances which can be stabilize by each control methods and the average value of each control signals in the stable periodic movement of this robot.

روش‌های کنترلی	میزان متوسط اندازه سیگنال کنترلی طی حرکت پایدار ربات (Nm)	میزان اندازه سیگنال اغتشاش (Nm)
روش کنترلی مود لغزشی	$\begin{bmatrix} 61.5775 \\ 28.7274 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix}$
روش کنترلی FLBS	$\begin{bmatrix} 55.4909 \\ 14.5066 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 197 \\ 197 \end{bmatrix}$

در این روش، صفحه پایدار زیر تعریف می‌شود [5]:

$$S = \dot{y} + \lambda y \quad (44)$$

برای پایدار کردن این روش کنترلی معمولاً از شرط لغزش<sup>1</sup> استفاده می‌شود که این شرط به صورت زیر تعریف می‌شود [5, 8-10, 21]:

$$S\dot{S} \leq -\eta S \text{sign}(S) \quad , \quad \eta > 0 \quad (45)$$

با ساده‌نویسی رابطه‌ی (45) داریم؛

$$\dot{S} \leq -\eta \text{sign}(S) \quad (46)$$

با جایگذاری مشتق رابطه (44) در رابطه (46) خواهیم داشت؛

$$\ddot{F} + \lambda \dot{F} \leq -\eta \text{sign}(S) \quad (47)$$

با نوشتن رابطه (47) برحسب متغیرهای اصلی سیستم، رابطه‌ی (48)

$$\text{شکل می‌گیرد؛}$$

$$(L_r^2 F(x) + L_p L_r F(x)U) + \lambda L_r F(z) \leq -\eta \text{sign}(S) \quad (48)$$

از رابطه (48) کنترل‌کننده به شکل زیر تعریف می‌شود؛

$$U := -L_p L_r F(x)^{-1} (\lambda L_r F(z) + L_r^2 F(x) + k \text{sign}(S)) \quad (49)$$

که  $k \geq \eta$  می‌باشد. پس با تعریف بالا، شرط لغزش تعریف شده در زمان

محدود جاذب مسیرهای حل سیستم است. همان‌طور که در کنترل‌کننده دیده می‌شود به دلیل وجود تابع علامت، پدیده چترینگ<sup>2</sup> رخ می‌دهد؛

$$\text{sat}(s/\phi) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} & |s| < \phi \\ \text{sign}(s) & \text{و غیره} \end{cases} \quad (50)$$

که با استفاده از تابع اشباع<sup>3</sup> (معادله (50)) می‌توان اثرات

نامطلوب ناشی از این پدیده را کاهش داد و در آن  $\phi$  ضخامت لایه

مرزی می‌باشد. تأثیر  $\phi$  در اندازه‌ی خطای  $e$  (اختلاف مقدار قیود

نسبت به مقدار مطلوب آن‌ها که صفر می‌باشد) هست و باعث می‌شود

برای خطا یک کران به شکل  $|e| < \phi/\lambda^{n-1}$  باقی ایجاد شود.

## 5- شبیه‌سازی‌ها و بحث روی نتایج

در بخش قبل پایداری روش کنترلی طراحی شده، اثبات شد. در این بخش

این روش (FLBS) به همراه روش کنترلی مود لغزشی بر روی مدل ربات

دوپای سه‌لینکی زیرفعال اعمال می‌گردد و به بررسی مقاوم بودن این روش‌ها

نسبت به وجود اغتشاش خارجی پرداخته می‌شود و برتری روش کنترلی

FLBS نسبت به روش کنترلی مود لغزشی نشان داده می‌شود. همچنین، با

نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها به تحلیل و بررسی روش کنترلی FLBS

پرداخته می‌شود. علاوه بر این‌ها، مقاوم بودن این روش کنترلی طراحی شده

(FLBS)، نسبت به عدم قطعیت روی اجزاء سیستم نیز نشان داده می‌شود.

## 5-1- اغتشاش خارجی

در شبیه‌سازی‌ها، برای ربات شرایط اولیه دلخواهی در نظر گرفته شده است تا

ربات دارای انرژی کافی برای حرکت کردن در مسیر تناوبی باشد که این

مسیر با توجه به قیود اعمال شده روی آن ساخته می‌شود. برای نشان دادن

مقاوم بودن روش‌های کنترلی، به تمام مفاصل ربات اغتشاشی از نوع گشتاور

اعمال شده است که این اغتشاش در بازه‌ی زمانی 0.1 تا 0.2 ثانیه در زمان

سپری کردن یک گام حرکت (حدود 32٪ پیرو حرکت ربات) به ربات و در

گام‌های 35 تا 45، طی 10 سیکل از حرکت، اعمال می‌شود. جدول 1 مقادیر

پارامترهای مدل ربات اعم از جرم و طول لینک‌ها و همین‌طور فاصله مرکز

جرم تا سر هر لینک به همراه مقادیر پارامترهای قیود در نظر گرفته شده برای

ربات را نشان می‌دهد جدول 2، پارامترهای دو روش کنترلی به کار برده شده

<sup>1</sup> Slip condition

<sup>2</sup> Chattering

<sup>3</sup> Saturation function



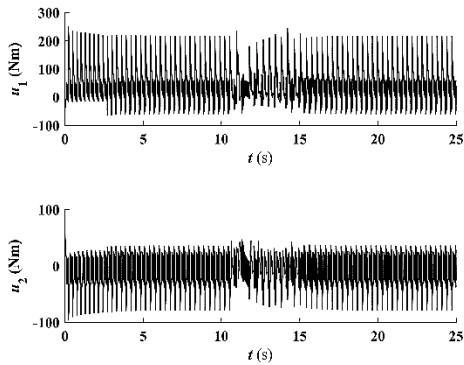


Fig. 5 control signals in the sliding mode control method

شکل 5 سیگنال‌های کنترلی روش مود لغزشی

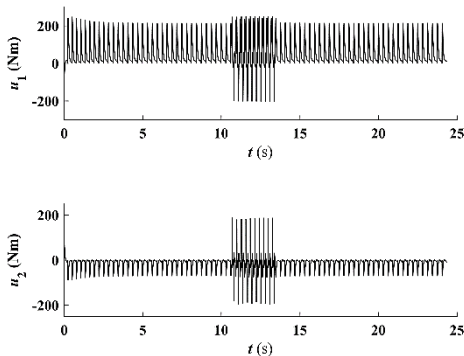


Fig. 6 control signals in the FLBS control method

شکل 6 سیگنال‌های کنترلی روش FLBS

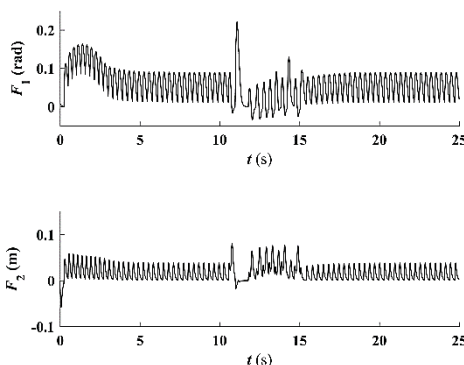


Fig. 7 constraint trajectories in the sliding mode control method

شکل 7 تغییرات زمانی قیود در روش مود لغزشی

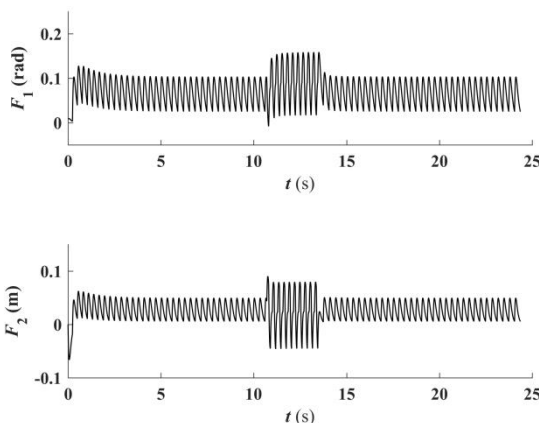


Fig. 8 constraint trajectories in the FLBS

شکل 8 تغییرات زمانی قیود در روش FLBS

می‌شود. همان‌طور که انتظار می‌رود به دلیل پایدار و ریتیمیک بودن حرکت ربات این سیکل بسته خواهد بود و این مسیر در هر گام تکرار می‌شود. ولی وجود رفتار نوسانی فرکانس بالا (چترینگ) در سیکل بسته‌ی "شکل 3" که به دلیل وجود تابع علامت در روش کنترلی مود لغزشی است، دیده می‌شود. از آنجاییکه، این پدیده برای سیستم مضر است، پس می‌توان برتری روش FLBS در حذف این پدیده را نتیجه گرفت. گرچه با استفاده از تابع اشباع (معادله 50) اثر این پدیده، در روش کنترلی مود لغزشی کاهش داده شده است. در "شکل‌های 5 و 6" اندازه و نحوه تغییر سیگنال‌های کنترلی عملگرها در طی حرکت ربات در دو روش کنترلی بالا نشان داده می‌شود. لازم به ذکر است که تغییرات ناگهانی اتفاق افتاده در زمان بین 11 تا 14 ثانیه، به دلیل اعمال اغتشاش به سیستم است. همین‌طور جهش‌های یکنواخت رخ داده در این شکل‌ها به دلیل تغییر فاز دوتکیه‌گاهی به تک‌تکیه‌گاهی است. در روش مود لغزشی به دلیل پدیده‌ی چترینگ نوسانات زیادی در سیگنال کنترلی دیده می‌شود ولی در روش FLBS سیگنال‌ها یکنواخت‌تر شده‌اند. "شکل‌های 7 و 8" نحوه ارضا شدن قیود و همگرا شدن آن‌ها به مقدار صفر نشان می‌دهد. چگونگی تغییرات قیود در روش FLBS نسبت به روش مود لغزشی چه در زمان اعمال اغتشاش و چه در زمان حرکت پایدار ربات هموارتر و منظم‌تر است. البته باید توجه داشت که این پایداری حتی در اعمال اغتشاش بزرگتر نیز برای روش FLBS برقرار است. تغییرات ناگهانی اتفاق افتاده نیز به

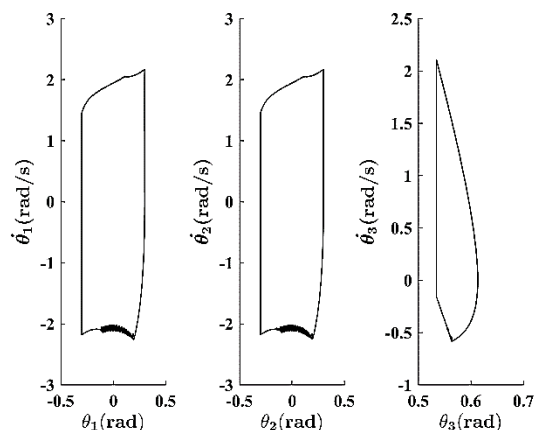


Fig. 3 periodic cycles of angles trajectory versa their velocity in the sliding mode control method

شکل 3 مسیر بسته تناوبی در روش مود لغزشی

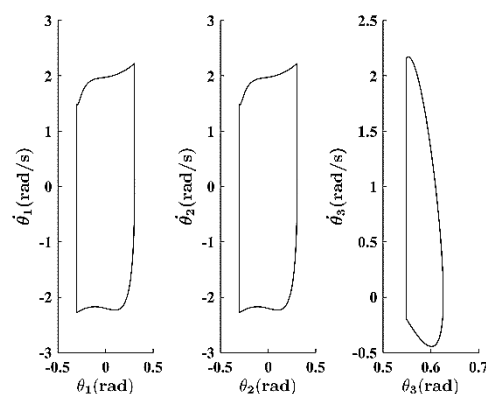


Fig. 4 periodic cycles of angles trajectory versa their velocity in the FLBS control method

شکل 4 مسیر بسته تناوبی در روش FLBS

دلیل اعمال اغتشاش به سیستم است.

می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود این روش کنترلی توانسته که حرکت ربات را در صورت وجود این میزان عدم قطعیت روی اجزاء آن، پایدار کند.

## 5-2- وجود عدم قطعیت در پارامترها

در بخش قبل، قابلیت روش کنترلی FLBS در مقایسه با روش کنترلی مود لغزشی نشان داده شد. در این بخش نوع دیگر مقاوم بودن روش کنترلی FLBS که در ازای وجود عدم قطعیت روی اجزاء سیستم است، نشان داده خواهد شد تا کارایی این روش در پایدارسازی حرکت ربات دوپای زیرفعال از دیدگاه دیگری نیز ارزیابی شود. در این بخش همان‌طور که اشاره شد روی اجزاء تشکیل‌دهنده ربات عدم قطعیتی در نظر گرفته می‌شود و میزان عدم قطعیت بسته به این است که حداکثر اندازه سیگنال کنترلی اعمال شده برای کنترل ربات (Nm) 250 باشد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، هم برای کران بالای عدم قطعیت و هم برای کران پایین آن روی اجزاء سیستم به دست آورده شده است.

در نهایت، این نتایج در روش کنترلی FLBS برای عدم قطعیت 10 درصدی (با توجه به توضیحات بالا) روی مقادیر واقعی اجزاء ربات دوپای سه لینکی به دست آورده شده است. جدول 4 مقدار عددی عدم قطعیت‌ها روی اجزاء سیستم و پارامترهای روش کنترلی FLBS برای پایدار کردن حرکت ربات دوپا را نشان می‌دهد. جدول 5 نیز، مقدار متوسط اندازه سیگنال کنترلی را در دو حالت، الف) زمانی که اجزاء سیستم کمترین مقدار خود را داشته باشند و ب) زمانی که اجزاء سیستم بیشترین مقدار خود را داشته باشند نشان می‌دهد.

"شکل‌های 9 و 10" سیکل بسته زاویه مفاصل را نسبت به سرعت زاویه‌ای آن‌ها بعد از پایدارسازی حرکت ربات، به ترتیب در حالتی که اجزاء سیستم حداکثر و حداقل مقدار را داشته باشند نشان می‌دهد.

همین‌طور "شکل‌های 11 و 12" مقدار سیگنال‌های کنترلی و "شکل‌های 13 و 14" نحوه همگرایی قیود را به ترتیب در حالتی که اجزاء سیستم حداکثر و حداقل مقدار را داشته باشند برای ربات دوپای سه‌لینکی نمایش

جدول 4 میزان عدم قطعیت روی اجزاء اصلی سیستم و پارامترهای روش کنترلی

FLBS برای پایدار کردن حرکت ربات

Table 4 Values of uncertainties on the system's parameters and parameter of FLBS control method

پارامترهای سیستم دینامیکی	مقدار همراه با عدم قطعیت	پارامترهای روش کنترلی FLBS	مقدار
$r$	$1 \pm 0.1$ (m)	$k$	$\begin{bmatrix} 6.67 \\ 6.67 \end{bmatrix}$
$l$	$0.5 \pm 0.05$ (m)	$\lambda_1$	$\begin{bmatrix} 6.67 \\ 13.33 \end{bmatrix}$
$m$	$5 \pm 0.5$ (kg)	$\lambda_2$	$\begin{bmatrix} 83.33 \\ 133.33 \end{bmatrix}$
$M_H$	$10 \pm 1$ (kg)	$\lambda_3$	$\begin{bmatrix} 10 \\ 26.67 \end{bmatrix}$
$M_T$	$15 \pm 1.5$ (kg)		

جدول 5 مقدار متوسط سیگنال کنترلی روش FLBS در حالت پایدار ربات در دو

وضعیت الف) اجزاء سیستم حداکثر مقدار. ب) اجزاء سیستم حداقل مقدار خود را داشته باشد

Table 5 the average value of control signals in two cases: a) The true parameters have the maximum values b) the true parameters have the minimum values

وضعیت	مقدار (Nm)	مقدار متوسط اندازه سیگنال کنترلی در حرکت پایدار ربات
وضعیت الف)	$\begin{bmatrix} 81.18 \\ 25.22 \end{bmatrix}$	
وضعیت ب)	$\begin{bmatrix} 58.30 \\ 15.49 \end{bmatrix}$	

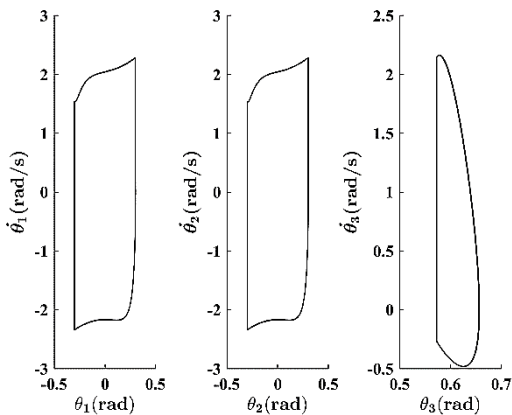


Fig. 9 closed periodic cycle in the FLBS control method with parameter uncertainty; components of the robot have their maximum values

شکل 9 مسیر بسته تناوبی در روش FLBS در شرایط وجود عدم قطعیت کنترل شده است. در شبیه سازی، اجزاء اصلی سیستم حداکثر مقدار را دارند

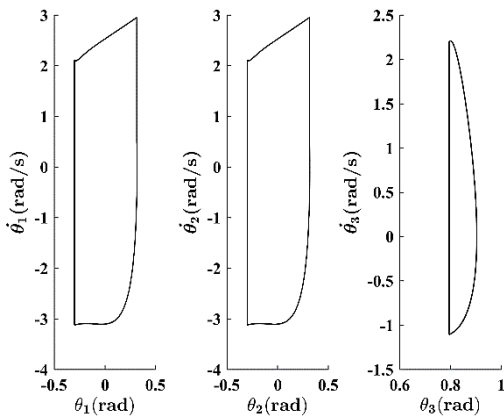


Fig. 10 closed periodic cycle in the FLBS control method with parameter uncertainty; components of the robot have their minimum values

شکل 10 مسیر بسته تناوبی در روش FLBS در شرایط وجود عدم قطعیت کنترل شده است. در شبیه سازی، اجزاء اصلی سیستم حداقل مقدار را دارند.

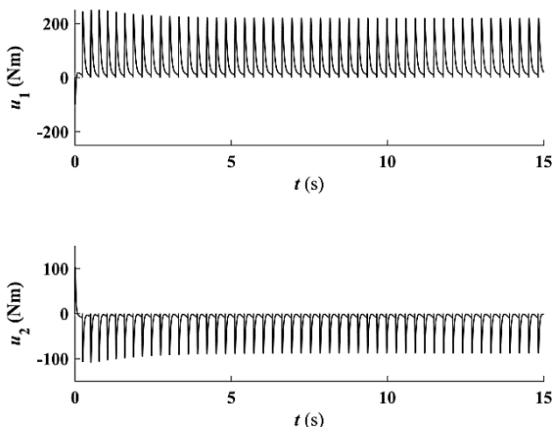


Fig. 11 control signals in the FLBS control method; components of the robot have their maximum values.

شکل 11 سیگنال‌های کنترلی روش FLBS در زمان وجود عدم قطعیت روی اجزاء ربات، در شبیه سازی، اجزاء اصلی سیستم حداکثر مقدار را دارند.

معین 3) نداشتن پدیده‌های نامطلوب چترینگ، یکنواختی در اعمال سیگنال کنترلی و زمان پاسخ سریع و غیره را داشته باشد. با توجه به استفاده از سنسورها برای فیدبک گرفتن از موقعیت یا سرعت زاویه‌ای مفاصل و همراه بودن آن‌ها با خطای اندازه‌گیری، وجود اغتشاش بر روی ربات، عدم قطعیت داشتن اجزاء سیستم، وجود دینامیک مدل نشده‌ای در سیستم و مواردی از این قبیل نیاز به روش کنترلی مقاوم احساس می‌شود. با توجه به روش‌های کنترلی موجود، سعی بر طراحی این روش جدید کنترل مقاوم صورت گرفت. این روش کنترلی که FLBS نام‌گذاری شد از ترکیب سه روش کنترلی پس‌خوراند خطی‌ساز و پسمانگ زنی و مود لغزشی به دست آمد. برای اعمال این روش کنترلی روی ربات، قیود مناسبی برای داشتن حرکت تنظیم شده‌ای در ربات تعریف شد و پایداری نمایی این روش کنترلی (FLBS) اثبات شد. در نهایت، شبیه‌سازی‌هایی برای نشان دادن مقاومت این روش برای وجود اغتشاش و یا عدم قطعیت صورت گرفت. البته برای نشان دادن برتری این روش، مقایسه‌ای با روش مود لغزشی، که در مقالات معمولاً از آن به عنوان روش کنترلی مقاوم استفاده می‌شود، روی ربات سه‌لینکی زیرفعال انجام گرفت. از مقایسه شکل‌های شبیه‌سازی این نتیجه دست یافته شد که روش کنترلی FLBS قادر به پایدارسازی حرکت ربات در برابر اغتشاش‌های بزرگتری نسبت به روش کنترلی مود لغزشی می‌باشد و سیگنال‌های کنترلی هموارتر، منظم‌تر و کوچکتری را به سیستم دینامیک ربات نسبت به روش کنترلی مود لغزشی اعمال می‌کند و پدیده‌ی نامطلوب چترینگ در آن دیده نمی‌شود. این روش دارای همگرایی سریع‌تری برای قیده‌های در نظرگرفته بر روی ربات دوپای است و همچنین سریع‌تر ربات دوپای را به سمت حرکت پایدارش سوق می‌دهد. به‌طور کلی، این روش ارائه شده در برابر اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها مقاوم است و عملکرد بهتری را نسبت به دیگر روش‌های متداول از خود نشان می‌دهد.

#### 7- فهرست علائم

$d_1$	فاصله لگن از پای ایستاده
$d_2$	فاصله لگن از پای چرخان
$e$	بردارخطا
$f$	نیرو
$F$	ماتریس قیود
$g$	شتاب گرانش زمین
$I$	صفحه‌ی برخورد
$J$	صفحه‌ی قیود
$k$	پارامتر کنترلی
$Ke$	مجموع انرژی جنبشی اجزاء ربات
$l$	طول یکی از اجزاء ربات
$m$	جرم یکی از اجزاء ربات
$M$	جرم یکی از اجزاء ربات
$P$	نگاشت گسسته‌ای که نقاط قبل از برخورد را به هم مرتبط می‌کند.
$Q_i$	نیروهای خارجی تعمیم یافته مربوط به هر درجه‌ی آزادی وارد شده به ربات
$r$	طول یکی از اجزاء ربات
$S$	صفحه‌ی لغزش
$t$	زمان

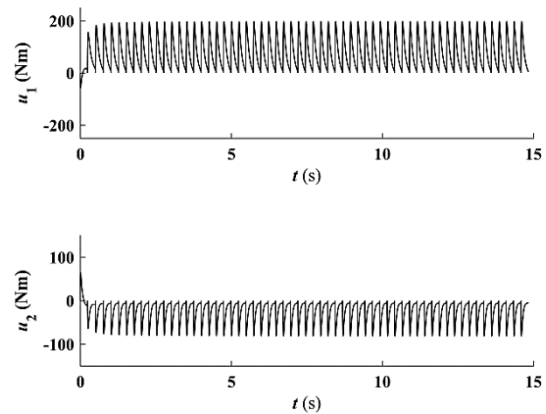


Fig. 12 control signals in the FLBS control method; components of the robot have their minimum values.

شکل 12 سیگنال‌های کنترلی روش FLBS در زمان وجود عدم قطعیت روی اجزاء ربات. در شبیه‌سازی، اجزاء اصلی سیستم حداقل مقدار را دارند.

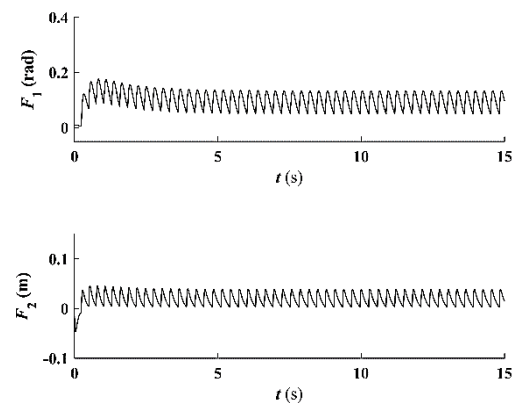


Fig. 13 constraint trajectories in the FLBS. Components of the robot have their maximum values.

شکل 13 تغییرات زمانی قیود در روش FLBS در زمان وجود عدم قطعیت. در شبیه‌سازی، اجزاء اصلی سیستم حداکثر مقدار را دارند.

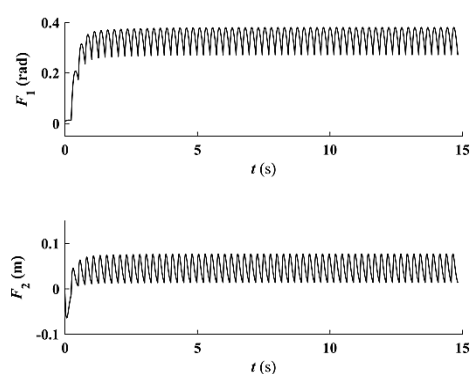


Fig. 14 constraint trajectories in the FLBS. Components of the robot have their minimum values.

شکل 14 تغییرات زمانی قیود در روش FLBS در زمان وجود عدم قطعیت. در شبیه‌سازی، اجزاء اصلی سیستم حداقل مقدار را دارند.

#### 6- نتیجه‌گیری

هدف این مقاله، توسعه روش کنترلی مقاوم برای ربات دوپای زیرفعال است که نسبت به روش‌های موجود (1) توانایی پایدارسازی حرکت ربات بر اثر اغتشاشات بزرگتر (2) کوچک بودن سیگنال‌های کنترلی در یک اغتشاش

- Automatic Control*, Vol. 46, No. 1, pp. 51-64, 2001.
- [2] F. Plestan, J. W. Grizzle, E. R. Westervelt, G. Abba, Stable walking of a 7-DOF biped robot, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 4, pp. 653-668, 2003.
- [3] E. R. Westervelt, J. W. Grizzle, C. Chevallereau, J. H. Choi, B. Morris, *Feedback Control of Dynamic Bipedal Robot Locomotion*, pp. 1, 2, 3, 4, CRC press, Taylor & Francis Group, 2007.
- [4] M. Zohdy, A. Zaher, Robust control of biped robots, *Proceeding of IEEE*, pp. 1473-1477, 2000.
- [5] M. Nikkha, H. Ashrafiun, F. Fahimi, Robust control of underactuated bipeds using sliding modes, *Robotica*, Vol. 25, No. 3, pp. 367-374, 2007.
- [6] M. Raibert, S. Tzafestas, C. Tzafestas, Comparative simulation study of three control techniques applied to a biped robot, *Proceeding of IEEE*, pp. 494-502, 1993.
- [7] Z. Li, S. S. Ge, Adaptive robust controls of biped robots, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 7, No. 2, pp. 161-175, 2013.
- [8] S. A. A. Moosavian, A. Takhmar, M. Alghooneh, Regulated sliding mode control of a biped robot, *Proceeding of IEEE*, pp. 1547-1552, 2007.
- [9] S. G. Tzafestas, T. E. Krikochoritis, C. S. Tzafestas, Robust sliding-mode control of nine-link biped robot walking, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 20, No. 2, pp. 375-402, 1997.
- [10] M. Taherkhorsandi, M. Mahmoodabadi, M. Talebipour, K. Castillo-Villar, Pareto design of an adaptive robust hybrid of PID and sliding control for a biped robot via genetic algorithm optimization, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 79, No. 1, pp. 251-263, 2015.
- [11] Q. Nguyen, K. Sreenath, Optimal robust control for bipedal robots through control Lyapunov function based quadratic programs, Rome, Italy, July 2015.
- [12] X. Chen, Y. Zhang, W. Zhang, Y. Zheng, Q. Huang, A. Ming, Bio-inspired control of walking with toe-off, heel-strike and disturbance rejection for a biped robot, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017.
- [13] K. Li, R. Wen, Robust control of a walking robot system and controller design, *Procedia Engineering*, Vol. 174, No. 1, pp. 947-955, 2017.
- [14] R. Heydari, M. Farrokh, Robust model predictive control of biped robots with adaptive on-line gait generation, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 15, No. 1, pp. 329-344, 2017.
- [15] B. Morris, J. W. Grizzle, A restricted Poincaré map for determining exponentially stable periodic orbits in systems with impulse effects: Application to bipedal robots, *Proceeding of IEEE*, pp. 4199-4206, 2005.
- [16] D. W. Marhefka, D. E. Orin, Simulation of contact using a nonlinear damping model, *Proceeding of IEEE*, pp. 1662-1668, 1996.
- [17] B. Brogliato, B. Brogliato, pp. 263-333, *Nonsmooth Mechanics*: Springer, 1999.
- [18] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, New Jersey, Vol. 2, No. 5, pp. 5.1, 1996.
- [19] S. K. Y. Nikravesh, *Nonlinear Systems Stability Analysis: Lyapunov-Based Approach*, pp. 2.1, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013.
- [20] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*, pp. 5, SIAM, prentice-Hall, 2002.
- [21] W. Perruquetti, J. P. Barbot, *Sliding Mode Control in Engineering*, pp. 1.4, CRC Press, Marcel Dekker, 2002.
- [22] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, pp. 7.1, Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [23] Y. M. R. Hairi, M. R. Sabaapour, B. B. eigzadeh, asymptotically stable walking control of a 3D biped robot via potential energy shaping approach, *Modares Mechanical Engineering*, No. 9, Vol. 15, pp. 261- 270, 2015.
- [24] M. Yosofvand, B. Beigzadeh, M. A. H. Davaie, analysis of stable period-one gait of a planner passive biped with elastic links, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 312-320, 2016.

کنترل‌کننده‌های موجود در مفاصل	$u$
ماتریس کنترل‌کننده	$U$
مجموع انرژی پتانسیل اجزاء ربات	$Ue$
تابع لیاپانوف	$V$
مولفه افقی دستگاه مختصات	$x$
مولفه عمودی دستگاه مختصات	$y$
بردار متغیر حالت	$z$

#### علائم یونانی

مکان هندسی نقاط روی ربات	$p$
زوایای مطلق لینک‌های ربات	$\theta$
سرعت زاویه‌ای لینک‌های ربات	$\dot{\theta}$
پارامتر کنترلی	$\lambda$
پارامتر کنترلی	$\eta$
ضخامت لایه مرزی	$\phi$

#### بالانویس‌ها

اندکی زمان بعد از وقوع رویداد	+
اندکی زمان قبل از وقوع رویداد	-

#### زیرنویس‌ها

مقدار مطلوب در نظر گرفته شده	$d$
مربوط به ورودی‌های خارج از سیستم	ext
مکان افقی	$h$
مربوط به لگن	$H$
مربوط به درجات آزادی سیستم	$i$
مربوط به فاز برخورد	$I$
مربوط به فاز تک‌تکیه‌گاهی	$S$
مربوط به پای چرخان	se
مربوط به کمر	$T$
مکان عمودی	$V$

#### 8- مراجع

- [1] J. W. Grizzle, G. Abba, F. Plestan, Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects, *IEEE Transactions on*