



## کنترل کننده‌ی مد لغزشی مرتبه دوم تطبیقی برای سیستم‌های نامعین غیرخطی دو ورودی-دو خروجی و کاربرد در هلیکوپتر دو درجه آزادی

کاظم زارع<sup>1</sup>، حمیدرضا کوفیگر<sup>2\*</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی برق کنترل، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی 8174673441، koofigar@eng.ui.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 مرداد 1394

پذیرش: 27 مهر 1394

ارائه در سایت: 07 آذر 1394

کلیدواژگان:

کنترل غیرخطی

مد لغزشی مرتبه دوم

سیستم‌های دو ورودی - دو خروجی

هلیکوپتر آزمایشگاهی

سیستم‌های مکترونیک

### چکیده

در این مقاله، کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم تطبیقی با سطح لغزشی انتگرالی، برای سیستم‌های نامعین غیرخطی دو ورودی - دو خروجی طراحی شده و مقاوم بودن سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها و اختلالات خارجی کران دار تضمین شده است. هدف طراحی کنترل کننده‌ی است که با وجود اثر کوپلینگ در سیستم، پایداری و ردیابی مسیر مطلوب را تضمین نماید. به منظور حصول این هدف، مدل سیستم به دو زیرسیستم تقسیم می‌شود و اثر کوپلینگ موجود بین دو زیر سیستم به عنوان نامعینی مدل در نظر گرفته شده است. روش مد لغزشی با سطح لغزشی تناسبی انتگرالی به کار برده شده در مقایسه با مد لغزشی کلاسیک دارای مزایای بسیاری است و برای سیستم‌هایی که آفست یا خطای حالت ماندگار زیادی دارند کارایی بهتری از خود نشان می‌دهد. برای جلوگیری از پدیده چترینگ، روش مد لغزشی مرتبه دوم پیشنهاد شده است. با استفاده از بهره سوئیچینگ تطبیقی، روش جدیدی ارائه شده که برخلاف روش‌های دیگر در این روش به کران بالای نامعینی‌ها و عدم قطعیت‌های سیستم نیازی نیست و در عین حال بهره سوئیچینگ مطابق با شرایط سیستم، افزایش و کاهش می‌یابد. خاصیت مقاوم بودن سیستم در برابر نامعینی‌ها و اختلالات خارجی اعمال شده به سیستم و پایداری سیستم با دو مرحله استفاده از تابع لیاپانف تضمین می‌گردد. در نهایت روش پیشنهادی جهت کنترل زاویه سمت و ارتفاع هلیکوپتر آزمایشگاهی با دو درجه آزادی اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مناسب الگوریتم طراحی شده را با وجود اختلالات خارجی و نامعینی‌های مدل نشان می‌دهد.

## Adaptive Second Order Sliding Mode Controller for two input-two output Uncertain Nonlinear Systems and Application to a 2-DOF Helicopter Model

Kazem Zare, Hamid Reza Koofigar\*

Department of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

\*P.O.B 8174673441, Isfahan, Iran, koofigar@eng.ui.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 August 2015  
Accepted 19 October 2015  
Available Online 28 November 2015

### Keywords:

Nonlinear Control  
SOSM  
TITO Systems  
Laboratory helicopter  
Mechatronic systems

### ABSTRACT

In this paper, the adaptive second order sliding mode (SOSM) controller is designed for two input - two output (TITO) uncertain nonlinear systems and the robustness properties are ensured in the presence of uncertainties and bounded external disturbances. The objective is to design a controller that ensures stability and path tracking despite the effects of coupling. To this end, the system model is divided into two subsystems, and the coupling effects between such subsystems are considered as uncertainties. The sliding mode approach with PI sliding surface is used to remove the offset and converge the steady state error to zero. To avoid chattering phenomenon, Second order sliding mode method is proposed. Using adaptive switching gain, a new method is presented which unlike other methods, does not require the upper bound of the system uncertainties in the design procedure. Robustness properties against system uncertainties and external disturbances are shown by the Lyapunov stability theorem. Finally, the proposed method is used to control azimuth and elevation angle of a laboratory helicopter with two degrees of freedom. Simulation results show performance of the algorithm in the presence of perturbations.

### 1- مقدمه

طراحی سیستم‌های کنترل چند متغیره ارائه شده است که برخی از این روش‌ها هم‌اکنون در حلقه‌های کنترلی فرآیندهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مسئله طراحی یک سیستم کنترل برای سیستم‌های چند متغیره‌ای که بتوانند مشخصه‌های مطلوب حلقه بسته را، همانند پایداری حلقه بسته، ردیابی ورودی‌های مرجع و حذف اغتشاش برآورده سازند، امری مشکل است.

سیستم‌های صنعتی عموماً به طور همزمان دارای چند ورودی - چند خروجی<sup>1</sup> و یا به عبارت دیگر چند متغیره می‌باشند. تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل چند متغیره در چند دهه‌ی اخیر مورد توجه جدی پژوهشگران قرار گرفته است [2,1]. تاکنون روش‌های بسیاری برای تحلیل و

1- Multi-Input Multi-Output (MIMO)

Please cite this article using:

K. Zare, H. R. Koofigar, Adaptive Second Order Sliding Mode Controller for two input-two output Uncertain Nonlinear Systems and Application to a 2-DOF Helicopter Model, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 12, pp. 189-199, 2015 (n Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

موضوع اختلالات خارجی و عدم قطعیت‌های مدل مورد توجه بیشتری قرار گرفت. در سال‌های اخیر تلاش‌های قابل ملاحظه‌ای برای کنترل سیستم‌های دو ورودی-دو خروجی به روش مد لغزشی شده است. در [16] مد لغزشی فازی را بر روی سیستم دو ورودی - دو خروجی پیاده‌سازی کردند و صحت مقاوم بودن سیستم در برابر اختلالات خارجی بررسی شده است. برای غلبه بر عیب عمده کنترل کننده‌های لغزشی طراحی شده، یعنی پدیده چترینگ، روش‌های مختلفی وجود دارد از جمله تابع اشباع، منطق فازی، سطح لغزشی مرتبه دوم و ... که جایگزین تابع علامت می‌شوند.

برجسته‌ترین ویژگی کنترل مد لغزشی خاصیت مقاومت‌پذیری بالای آن است. از هر نقطه اولیه داده شده در فضای حالت، کنترل مد لغزشی سریعاً رفتار سیستم را به سطح لغزشی حرکت می‌دهد و مشخصات مطلوب را محدود می‌کند. در مد لغزشی، سیستم کنترل حلقه بسته غیرخطی، کاملاً به دینامیک‌های نامعین غیر حساس است و اختلالات ورودی کران‌دار را کاملاً دفع می‌کند. با توجه به ویژگی‌های فوق، طرح کنترل مد لغزشی به همراه مکانیزم‌های تطبیقی برای کاربردهای غیرخطی و پاسخ سریع بسیار مناسب است. اگرچه کنترل کننده مد لغزشی مزیت‌هایی مانند خاصیت مقاومت‌پذیری بالا و پاسخ سریع دارد اما برخی مشکلات اجتناب‌ناپذیر در طراحی آن و همچنین عملکرد سیستم کنترل وجود دارد که به‌قرار زیر است.

- ✓ زمان همگرایی نامشخص: کنترل کننده مد لغزشی تنها می‌تواند همگرایی مجانبی دینامیک سیستم را فراهم کند (به‌عنوان مثال خطای ردیابی)، به این معنا که فقط اطمینان از رسیدن سیستم به حالت پایدار وقتی که زمان به سمت بی‌نهایت میل می‌کند را می‌دهد و نمی‌تواند مقدار محدود خاصی از زمان همگرایی را مشخص کند.
- ✓ طراحی پیچیده: طراح نیاز به دانش قبلی از کران نامعینی‌های سیستم، باید داشته باشد که برای سیستم‌های پیچیده محاسبه کران نامعینی بسیار سخت است. با این حال کنترل تطبیقی می‌تواند این مشکل را حل نماید.
- ✓ محاسبات سخت: نیاز به دانستن بردار حالت کامل از سیستم در طول فرآیند کنترل است. برای سیستم‌های پیچیده همیشه امکان اندازه‌گیری پارامترهای مورد نیاز نیست و تخمین به‌کاربرده شده به محاسبات بیشتر می‌انجامد و ممکن است عملکرد کنترل کاهش یابد.
- ✓ اثر چترینگ: در خلال طبیعت ناپیوسته سیگنال کنترل، سوئیچینگ سریع اطراف سطح لغزشی اجتناب‌ناپذیر است. اگر فرکانس سوئیچینگ بی‌نهایت باشد، مشکلی پیش نخواهد آمد. با این حال، عیب وسایل سوئیچینگ واقعی (به‌عنوان مثال ثابت زمانی کم) محدود کردن فرکانس سوئیچینگ در یک مقدار محدود است. این نه‌تنها باعث کاهش دقت لغزش می‌شود بلکه سطح لغزشی اطراف سیستم شدیداً نوسان می‌کند. این نوسانات را چترینگ می‌نامند که پدیده‌ای نامطلوب است، زیرا ممکن است باعث افزایش فعالیت‌های کنترلی و تحریک دینامیک‌های مدل نشده فرکانس بالای سیستم و حتی ناپایداری سیستم نیز شود [17]. یکی دیگر از دلایل اثر چترینگ، تداخل بین برخی دینامیک‌های فرکانس بالا که در طراحی (به‌عنوان مثال ساختار مدل نشده، چشم‌پوشی از تأخیر زمانی) با عملیات سوئیچینگ نادیده گرفته شده است می‌باشد. این تداخل ممکن است باعث نوساناتی با دامنه و فرکانس محدود و درنهایت منجر به ناپایداری سیستم شود. بنابراین تاکنون برای رفع این مشکلات ناخواسته مطالعات زیاد صورت

همچنین به دلیل وجود تداخل<sup>1</sup>، استفاده از شیوه‌های کنترلی تک ورودی - تک خروجی<sup>2</sup> نیز برای چنین سیستم‌هایی به‌سختی امکان‌پذیر است. در واقع می‌توان مسئله تداخل را اساسی‌ترین مسئله طراحی سیستم‌های کنترل چند متغیره دانست که به تنزل عملکرد سیستم‌ها و در شرایطی نیز به ناپایداری حلقه بسته منجر می‌گردد. در چند دهه اخیر روش‌های مختلفی برای طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های چند متغیره ارائه شده‌اند که از جمله آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

- 1- روش تنظیم مجدد<sup>3</sup> [3]
- 2- روش حلقه بستن ترتیبی<sup>4</sup> [4]
- 3- روش‌های تکراری<sup>5</sup> یا سعی و خطا [5]
- 4- روش‌های مستقل [6]

سیستم‌های دو ورودی - دو خروجی<sup>6</sup> با تداخل بین ورودی و خروجی غیرقابل چشم‌پوشی، یکی از مقوله‌های رایج در سیستم‌های چند متغیره می‌باشند [8,7]. سیستم‌هایی مانند ربات‌ها، سیستم جداسازی ارتعاش دو مرحله‌ای، هلیکوپترهای آزمایشگاهی و ... نمونه‌ای از سیستم‌های دو ورودی - دو خروجی و معیاری برای عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. با در نظر گرفتن اهمیت این سیستم‌ها تاکنون روش‌های مختلفی برای شناسایی و کنترل این سیستم‌ها پیشنهاد شده است [9,10]. در این میان کنترل پیشگوی غیرخطی برای مدل هلیکوپتر مورد بررسی طراحی شده است که نتایج حاکی از عملکرد بهتر کنترل پیشگوی غیرخطی نسبت به حالت پیشگوی عمومی، هم از لحاظ سرعت و هم از نظر فراجهدش بوده است [10]. همچنین بر روی این هلیکوپتر کنترل تطبیقی فازی پیاده‌سازی شده تا رؤیت پذیری حالت‌ها، بدون نیاز به دسترسی کامل حالت‌ها را امکان‌پذیر نمایند [11]. در [12] کنترل کننده فازی با استفاده از روش ممدانی برای کنترل زاویه ارتفاع و سمت هلیکوپتر پیاده‌سازی نمودند که نتایج این تحقیق نشان می‌دهد کنترل کننده فازی با فراجهدش خیلی کمتر و پاسخ سریع‌تر نسبت به کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی مسیر مطلوب را دنبال می‌کند. در [13,12] کنترل کننده‌های تناسبی و انتگرالی فازی را با استفاده از الگوریتم تکاملی و در حالتی که سیستم دکوپله نشده، بر روی هلیکوپتر مورد آزمایش طراحی نمودند تا فراجهدش زاویه‌های ارتفاع و سمت کاهش یابد. استفاده مستقیم کنترل فازی به علت پیچیدگی سیستم منجر به سعی و خطاهای بسیاری در یافتن قانون‌ها و افزایش تعداد قوانین می‌شود. بنابراین معمولاً طراحان به دنبال روش‌هایی برای ساده‌سازی طراحی هستند.

کنترل کننده مد لغزشی در اوایل دهه 1950 توسط استانیسلاف املیانوف<sup>7</sup> و سایر محققین روسی بر روی سیستم‌های تک ورودی مورد بررسی قرار گرفت و برای چنین سیستم‌های ساده‌ای، کنترل مد لغزشی به‌وسیله روش سعی و خطا انجام می‌شد. کنترل مد لغزشی تا سال 1970 به علت فقدان روشی مشخص جهت طراحی سطح لغزشی، پیشرفت چندانی نداشت و مورد استقبال قرار نگرفت. در سال 1970 توجه زیادی به این روش کنترلی به دلیل خاصیت تغییرناپذیری شده است که در نتیجه، تحقیق و توسعه روش‌های طراحی کنترل مد لغزشی در هر دو زمینه تئوری و عملی سرعت بیشتری یافته است [15,14]. در سال 1990، سیستم‌های کنترل با

1- Interaction  
2- Single-Input Single-Output (SISO)  
3- Detuning  
4- Sequential Loop Closing Method  
5- Iterative  
6- Two Input-Two Output (TITO)  
7- Emelyanov

گرفته است. پنج روش برای کاهش و یا حذف اثر چترینگ پیشنهاد شده است.

- (1) روش لایه مرزی
- (2) لایه مرزی تطبیقی
- (3) روش مبتنی بر رویترگر
- (4) روش‌های هوشمند
- (5) روش مرتبه بالا

هر چند که در روش‌های لایه مرزی و لایه مرزی تطبیقی خاصیت تغییرناپذیری سیستم کاهش می‌یابد، ولی دلیل توجه به این روش‌ها این است که در آن‌ها سوئیچینگ سیگنال کنترل ورودی کاهش یافته و یا حذف می‌شود؛ اما مشکل مهم‌تر این دو روش، استفاده از بهره بزرگ در داخل لایه مرزی است [18]. این بهره بزرگ باعث ناپایداری در داخل لایه مرزی شده که این پدیده همان چترینگ است. در روش‌های مبتنی بر رویترگر، چترینگ به‌طور کامل حذف می‌شود [19]. ولی در این روش‌ها نیز خاصیت تغییرناپذیری سیستم کاهش می‌یابد زیرا در این روش‌ها، حالت‌های تخمین زده شده بجای حالت‌های سیستم به سمت سطح لغزش سوق داده می‌شوند. به عبارت دیگر، به دلیل مجانبی بودن پایداری رویترگر، نه تنها خاصیت تغییرناپذیری از بین خواهد رفت بلکه ممکن است خاصیت مقاوم بودن سیستم حلقه بسته نیز کاهش یابد [20]. بنابراین برای پیاده‌سازی کنترل حالت لغزشی روش‌های هوشمند مورد توجه قرار گرفته‌اند [21]. به هر حال توانایی‌های روش‌های هوشمند بر هیچ محقق‌پوشیده نیست ولی این روش‌ها نیز نمی‌توانند برطرف‌کننده نیاز به یک روش تحلیلی مدون مبتنی بر روش‌های غیرخطی باشند [22].

با توجه به توضیحات بیان شده، کنترل حالت لغزشی مرتبه بالا برای حذف کامل چترینگ پیشنهاد شده است. در این روش، سوئیچینگ به مشتقات بالاتر سیگنال کنترل ورودی منتقل می‌شود. الگوریتم‌های زیادی برای پیاده‌سازی کنترل حالت لغزشی مرتبه دو پیشنهاد شده است [23]؛ اما همان‌طور که بیان شد، چترینگ فقط با حذف سوئیچینگ از سیگنال کنترل ورودی حذف نخواهد شد. به‌عنوان مثال، در مرجع [24] نشان داده شده است که امکان بروز چترینگ در الگوریتم‌هایی که از بهره کنترل‌کننده نامحدود استفاده می‌کنند، وجود دارد. بنابراین به‌وضوح دیده می‌شود برای حذف چترینگ، پارامتر دیگری که باید در پیاده‌سازی کنترل‌کننده سطح لغزشی موردنظر قرار گیرد، کاهش بهره سوئیچینگ است. یک روش برای کاهش این بهره، استفاده از روش‌های تطبیقی است. در این روش بهره سوئیچینگ مطابق با شرایط سیستم افزایش و کاهش می‌یابد. بنابراین، عواملی که باعث تحریک و نوسانی شدن دینامیک‌های مدل نشده می‌شوند، وجود نخواهد داشت.

در این مقاله روش مد لغزشی مرتبه دوم برای کنترل سیستم‌های نامعین غیرخطی دو ورودی دو خروجی طراحی شده است. ابتدا مدل ریاضی سیستم‌های دو ورودی و دو خروجی به دو زیرسیستم تقسیم می‌شود و اثر کوپلینگ بین زیرسیستم‌ها به عنوان نامعینی در نظر گرفته می‌شود. سطح لغزشی مرتبه دوم جهت حذف پدیده چترینگ و به منظور حذف آفست و تضمین پایداری نمایی، سطح لغزشی تناسبی-انتگرالی برای دو زیرسیستم پیشنهاد شده است. در نهایت روش پیشنهادی جهت کنترل زاویه سمت و ارتفاع هلیکوپتر آزمایشگاهی با دو درجه آزادی اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مناسب الگوریتم طراحی شده را با وجود اختلالات خارجی و نامعینی‌های مدل نشان می‌دهد. به‌طور کلی، روش پیشنهادی

نسبت به برخی از روش‌های کنترلی انجام شده بر روی سیستم‌های دو ورودی دو خروجی دارای مزایای زیر است.

- 1- مقاوم بودن سیستم در برابر اختلالات خارجی و نامعینی‌های مدل
- 2- زمان همگرایی محدود
- 3- حذف پدیده چترینگ
- 4- قوانین کنترلی نسبتاً ساده
- 5- عدم نیاز به دانستن کران بالای نامعینی‌ها

ساختار مقاله به شرح زیر است. در بخش دوم، مدل غیرخطی سیستم‌های دو ورودی - دو خروجی ارائه و سپس روندهای قبل از طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی، مانند خطی سازی معرفی می‌شود. در بخش سوم مقاله، جهت طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی بدون چترینگ برای سیستم‌های دو ورودی - دو خروجی، از روش سطح لغزشی مرتبه دوم استفاده شده است و با استفاده از قانون تطبیقی نحوه بدست آوردن بهره سوئیچینگ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش چهارم، کنترل‌کننده طراحی شده در بخش سوم بر روی هلیکوپتر آزمایشگاهی مورد نظر پیاده‌سازی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی‌ها در دو حالت بدون اختلال و با وجود اختلال مورد تحلیل قرار می‌گیرد. نهایتاً در بخش پنجم نتیجه‌ای کلی از کارهای صورت گرفته در مقاله ارائه می‌شود.

## 2- مدل سازی دینامیک سیستم

سیستم‌های غیرخطی کوپل شده دو ورودی - دو خروجی را به صورت زیر در نظر بگیرد:

$$\dot{X} = f(X) + g(X)U + d(t) \quad (1)$$

$$Y = CX$$

جایی که  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$  بردار حالت،  $U, Y \in R^2$  به ترتیب متناظر با ورودی کنترل و خروجی سیستم،  $f(X)$  و  $g(X)$  توابع غیرخطی و  $d(t)$  اختلال خارجی کراندار است. به‌منظور سادگی در طراحی کنترل‌کننده سیستم‌های پیچیده، رابطه (1) به دو زیرسیستم تقسیم می‌شود.

$$\dot{X}_{s1} = f_{s1}(X) + g_{s1}(X)U + d_{s1}, \quad s1 = 1, \dots, k$$

$$\dot{X}_{s2} = f_{s2}(X) + g_{s2}(X)U + d_{s2}, \quad s2 = k + 1, \dots, n$$

$$Y = [y_{s1}, y_{s2}]^T = [x_1, x_{k+1}]^T \quad (2)$$

جایی که  $X = [X_{s1}, X_{s2}]^T$  و  $y_{s1}, y_{s2}$  خروجی‌های سیستم بوده و متناظر با اولین متغیر حالت زیرسیستم‌ها می‌باشند. در واقع  $X_{s1}$  متناظر با حالت‌هایی است که در معادلات دینامیکی مربوط به ورودی و خروجی اول و  $X_{s2}$  متناظر با حالت‌هایی است که در معادلات دینامیکی مربوط به ورودی و خروجی دوم نقش دارند.

اگرچه دینامیک حاکم بر اکثر فرآیندهای صنعتی و سیستم‌های واقعی غیرخطی است، لیکن تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل برای حالت غیرخطی بسیار دشوار و پیاده‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی در بسیاری از موارد عملی و کاربردی امری غیر ضروری است. در واقع در عمل نشان داده شده است که کنترل‌کننده‌های خطی، رده بسیار وسیعی از سیستم‌های واقعی و فرآیندهای پیچیده صنعتی را به‌خوبی کنترل می‌نمایند. از این‌رو، بدست آوردن مدل‌های دقیق خطی از سیستم‌های غیرخطی از نظر مهندسی بسیار مهم و اجتناب‌ناپذیر است.

عملکرد عادی سیستم ممکن است حول یک نقطه‌ی تعادل باشد، اگر سیستم حول یک نقطه‌ی تعادل کار کند و سیگنال‌های اعمالی کوچک باشند، می‌توان سیستم غیرخطی را به‌صورت یک سیستم خطی تقریب زد. این سیستم خطی در یک گستره‌ی کاری محدود با سیستم غیرخطی هم‌ارز

با مشتق گیری مرتبه دوم از سطح لغزشی (7) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A)E + (\alpha_1 AB + \alpha_2 B)u + (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A) \\ & X_d - \alpha_2 \dot{X}_d - \alpha_1 \ddot{X}_d + (\alpha_1 A + \alpha_2)(\Delta F + d) + \\ & \alpha_1(\Delta F + \dot{d}) + \alpha_1 B \dot{u} \end{aligned} \quad (9)$$

اگر امکان صفر شدن  $\sigma$  و مشتق آن در زمان بی‌نهایت با استفاده از سیگنال کنترل  $u$  وجود داشته باشد آنگاه ورودی واقعی سیستم  $u$  با انتگرال گیری از سیگنال  $\dot{u}$  بدست خواهد آمد. جهت طراحی کنترل کننده مد لغزشی تابع لغزش چندحالته<sup>2</sup> به صورت زیر تعریف می‌گردد [25].

$$S = \dot{\sigma} + \mu \sigma \quad (10)$$

جایی که  $\mu$  ثابت مثبت است و با مشتق گیری از رابطه (10) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{S} = \dot{\sigma} + \mu \dot{\sigma} = & (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A + \mu \alpha_2)E + (\alpha_1 AB \\ & + \alpha_2 B + \mu \alpha_1 B)u + (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A)X_d - (\mu \alpha_1 + \\ & \alpha_2)\dot{X}_d - \alpha_1 \ddot{X}_d + (\alpha_1 A + \alpha_2 + \mu \alpha_1)(\Delta F + d) + \\ & \alpha_1(\Delta F + \dot{d}) + \alpha_1 B \dot{u} \end{aligned} \quad (11)$$

در گام بعد بایستی قانون کنترل  $u$  انتخاب شود تا بردار حالت را به سطح لغزشی برساند؛ بنابراین قانون کنترل بایستی طوری طراحی شود که شرط زیر (شرط رسیدن) را برآورده کند.

$$S \dot{S} < 0 \quad (12)$$

به منظور برآورده شدن شرط (12)، قانون رسیدن نمایی برای سطح لغزشی، به صورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{S} = -k_1 S - k_2 \text{sign}(S) \quad (13)$$

جاییکه  $k_1$  و  $k_2$  ثابت مثبت است. حال باید یک قانون کنترل برای پایداری مقاوم حلقه بسته انتخاب شود که حالت‌های سیستم را روی سطح لغزش قرار دهد، با استفاده از تابع لیاپانف و تضمین پایداری سیستم، ورودی کنترلی بدست می‌آید.

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2 \quad (14)$$

با گرفتن مشتق از رابطه (14) و با جایگذاری رابطه (11) در آن، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} = S \dot{S} = & S[(\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A + \mu \alpha_2)E + (\alpha_1 AB \\ & + \alpha_2 B + \mu \alpha_1 B)u + (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A)X_d - \\ & (\mu \alpha_1 + \alpha_2)\dot{X}_d - \alpha_1 \ddot{X}_d + (\alpha_1 A + \alpha_2 + \mu \alpha_1) \\ & (\Delta F + d) + \alpha_1(\Delta F + \dot{d}) + \alpha_1 B \dot{u}] \end{aligned} \quad (15)$$

برای اطمینان از پایداری، بر اساس قضیه پایداری لیاپانف بایستی ورودی کنترلی انتخاب گردد تا  $\dot{V}$  منفی معین شود. با برابر قرار دادن رابطه (11) با (13) و درحالی‌که نامعینی‌ها و اختلالات خارجی و مشتقات بردار مرجع

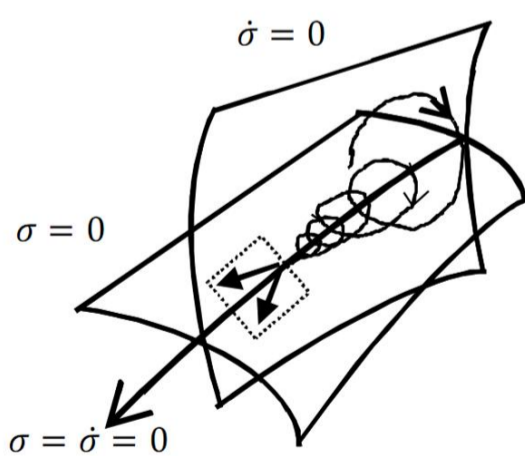


Fig. 1 Second Order Sliding Mode [26]

شکل 1 مد لغزشی مرتبه دوم [26]

است. یک روش کاربردی و موفق در خطی سازی معادلات غیرخطی سیستم، استفاده از جاکوبین<sup>1</sup> است. با استفاده از روش خطی سازی جاکوبین رابطه (2) خطی سازی می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{X}_{s1} = & A_{s1} X_{s1} + B_{s1} u_1 + \Delta F_{s1} + d_1 \\ \dot{X}_{s2} = & A_{s2} X_{s2} + B_{s2} u_2 + \Delta F_{s2} + d_2 \end{aligned} \quad (3)$$

که  $\Delta F_{s2}, \Delta F_{s1}$  متناظر با بخش نامعین مدل و  $d_2$  و  $d_1$  اختلالات کراندار خارجی و ماتریس‌های حالت و ورودی زیرسیستم‌ها به صورت

$$\begin{aligned} A_{s1} = & \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial x_k} \end{bmatrix}, & B_{s1} = & \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial g_k}{\partial u_1} \end{bmatrix}, \\ A_{s2} = & \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{k+1}}{\partial x_{k+1}} & \dots & \frac{\partial f_{k+1}}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_{k+1}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}, & B_{s2} = & \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{k+1}}{\partial u_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial u_2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

می‌باشند. با انتخاب بردار مرجع مطلوب  $X_{ds1}$  و  $X_{ds2}$  بردار خطای حالت‌ها به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} E_{s1} = & X_{s1} - X_{ds1} \\ E_{s2} = & X_{s2} - X_{ds2} \end{aligned} \quad (4)$$

با جایگزینی رابطه (3) در رابطه (4)، رابطه خطای حالت‌ها بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{E}_{s1} = & A_{s1} E_{s1} + B_{s1} u_1 - \dot{X}_{ds1} + A_{s1} X_{ds1} + \Delta F_{s1} + d_1, \\ \dot{E}_{s2} = & A_{s2} E_{s2} + B_{s2} u_2 - \dot{X}_{ds2} + A_{s2} X_{ds2} + \Delta F_{s2} + d_2 \end{aligned} \quad (5)$$

حال با داشتن رابطه (5) به طراحی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم تطبیقی پرداخته می‌شود تا خطای ردیابی به صفر همگرا شود.

### 3- طراحی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم تطبیقی

هر دو زیر سیستم رابطه (5) را می‌توان به صورت زیر توصیف نمود.

$$\dot{E} = AE + Bu - \dot{X}_d + AX_d + \Delta F + d \quad (6)$$

### 3-1- کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم

استفاده از سطح لغزشی مرتبه بالا یکی از روش‌های حذف پدیده‌ی چترینگ در کنترل مد لغزشی است. این روش با حفظ مزیت اصلی روش استاندارد (مقاوم بودن)، اثر چترینگ را نیز حذف می‌کند. مشکل اصلی در اجرای مد لغزشی مرتبه بالا، افزایش تقاضای اطلاعات است. به منظور حذف خطای ردیابی حالت ماندگار سیستم، سطح لغزش تناسبی-انتگرالی برای هر زیر سیستم به صورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\sigma = \alpha_1 E + \alpha_2 \int_0^t E dt \quad (7)$$

جاییکه  $\alpha_1, \alpha_2$  بردارهای ثابت هستند. با مشتق گیری زمانی از سطح لغزش (7) خواهیم داشت:

$$\dot{\sigma} = \alpha_1 (AE + Bu - \dot{X}_d + AX_d + \Delta F + d) + \alpha_2 E \quad (8)$$

ایده کنترل لغزشی به این ترتیب است که ابتدا سطح لغزش  $\sigma$  برحسب خطای ردیابی سیستم تعریف می‌گردد و ورودی کنترل را طوری طراحی می‌کنند که  $\sigma = 0$  شود. ایده‌ی اصلی در کنترل مد لغزشی مرتبه دوم رساندن  $\sigma$  و  $\dot{\sigma}$  به صفر است، یعنی علاوه بر صفر شدن سطح لغزش، تغییرات سطح لغزش نیز باید صفر شود. به عبارت دیگر مسیرهای سیستم در صفحه‌ی  $\sigma = \dot{\sigma} = 0$  به نقطه تعادل  $\sigma = \dot{\sigma} = 0$  همگرا شوند که در شکل 1 نمایش داده شده است.

روش ناحیه مرده به صورت

$$\hat{k}_2 = \begin{cases} \frac{1}{\gamma}|S| & |S| > \varepsilon \\ 0 & |S| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (25)$$

است که  $\varepsilon$  یک عدد ثابت مثبت می‌باشد. علاوه بر این پارامتر بهره تطبیقی  $\gamma$  کمتر از کران نامعینی سیستم انتخاب می‌شود با این حال هیچ محدودیتی برای تعیین مقدار آن وجود ندارد.

#### 4- کاربرد کنترل کننده پیشنهادی بر روی هلیکوپتر آزمایشگاهی CE150

دستگاه هلیکوپتر آزمایشگاهی CE150، یک وسیله‌ی آزمایشگاهی است که برای طیف گسترده‌ای از آزمایش‌های شناسایی و کنترل توسط شرکت هیوم سافت<sup>1</sup> ساخته شده است [27]. این دستگاه در ارتباط با یک کامپیوتر، یک سیستم پرواز ایستایی (بدون جابجایی انتقالی) را شبیه‌سازی می‌کند. سیستم شامل یک بدنه است و ملخ‌هایی که توسط موتور جریان مستقیم به حرکت در می‌آیند را حمل می‌کند.

هلیکوپتر به یک میله‌ی ثابت متصل شده و حرکت را در دو جهت، زاویه ارتفاع<sup>2</sup> و سمت<sup>3</sup> محدود می‌کند. چرخش بدنه هلیکوپتر نسبت به محور افقی و گردش حول محور عمودی توسط دو حس‌گر اندازه‌گیری می‌شود. امکان تغییر مرکز ثقل توسط حرکت دادن وزنه سبکی که در طول محور افقی اصلی هلیکوپتر که توسط سرو موتور ایجاد می‌گردد وجود دارد. سیستم اصلی یک سیستم غیرخطی دو ورودی-دو خروجی با دو درجه آزادی<sup>4</sup> است که ورودی و خروجی‌ها با هم در ارتباط بوده که نشان‌دهنده متداخل بودن سیستم است. در شکل 2 نمایی از هلیکوپتر مورد آزمایش و نحوه حرکت آن نشان داده شده است.

ورودی‌های مدل مورد نظر ولتاژ  $U_1$  و  $U_2$  است که به ترتیب دور ملخ اصلی و ملخ دم را کنترل می‌کنند. این ورودی‌ها مقید بوده و برای ملخ اصلی بین صفر تا یک ولت و برای ملخ دم بین  $\pm 1$  ولت محدود می‌گردد. ورودی و خروجی‌های سیستم به صورت

$$\begin{aligned} Y &= [\psi, \varphi]^T \\ U &= [u_1, u_2]^T \end{aligned} \quad (26)$$

است و  $\psi$  زاویه ارتفاع (زاویه پیچ<sup>5</sup>) و  $\varphi$  زاویه سمت (زاویه یاو<sup>6</sup>) را نشان می‌دهند.

#### 4-1- مدل‌سازی دینامیک هلیکوپتر آزمایشگاهی CE150 [28]

همان‌طور که از شکل 3 مشخص است توازن گشتاورهای متناظر با دینامیک

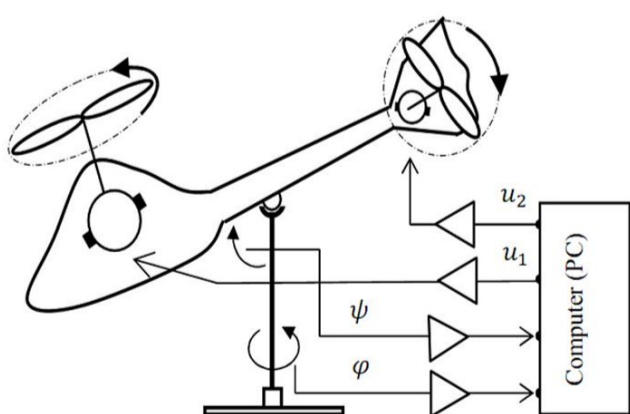


Fig. 2 CE150 laboratory helicopter [12]

شکل 2 هلیکوپتر آزمایشگاهی CE150 [12]

- 1- HUMUSOFT
- 2- Elevation
- 3- Azimuth
- 4- Degrees of Freedom (DOF)
- 5- Pitch
- 6- Yaw

مطلوب برابر صفر هستند، قانون کنترل به صورت

$$\dot{u} = -(\alpha_1 B)^{-1} [(\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A + \mu \alpha_2)E + (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A)X_d + (\alpha_1 AB + \alpha_2 B + \mu \alpha_1 B)u + k_1 S + k_2 \text{sign}(S)] \quad (16)$$

بدست می‌آید که  $\alpha_1 B$  مخالف صفر (ناویژه) است. در واقع، ضریب سطح لغزشی  $\alpha_1$  توسط طراح به نحوی انتخاب می‌گردد تا  $\alpha_1 B$  ناویژه شود. با جایگزینی ورودی کنترل (16) در رابطه (15) خواهیم داشت

$$\dot{V} = S[-k_1 S - k_2 \text{sign}(S) + (\alpha_1 A + \alpha_2 + \mu \alpha_1)(\Delta F + d) + \alpha_1(\Delta F + d) - (\mu \alpha_1 + \alpha_2)\dot{X}_d - \alpha_1 \ddot{X}_d] = -k_1 S^2 - k_2 |S| + QS \quad (17)$$

برای اطمینان از منفی بودن رابطه (17)، مقدار مجهول  $k_1$  و  $k_2$  به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$\begin{aligned} k_1 &\geq 0, \\ k_2 &> [(\alpha_1 A + \alpha_2 + \mu \alpha_1)(\Delta F + d) + \alpha_1(\Delta F + d) - (\mu \alpha_1 + \alpha_2)\dot{X}_d - \alpha_1 \ddot{X}_d] \text{sign}(S) - k_1 |S| = \\ &Q \cdot \text{sign}(S) - k_1 |S| \end{aligned} \quad (18)$$

با انتگرال‌گیری از ورودی کنترل (16)، قانون کنترل پیوسته بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} u &= -(\alpha_1 B)^{-1} \int_0^t [(\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A + \mu \alpha_2)E \\ &+ (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A)X_d + k_1 S + k_2 \text{sign}(S) + \\ &(\alpha_1 AB + \alpha_2 B + \mu \alpha_1 B)u] d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

#### 3-2- طراحی بهره سوئیچینگ تطبیقی

با توجه به اینکه در برخی از سیستم‌های کنترل امکان تعیین کران بالای نامعینی‌ها وجود ندارد و یا اینکه بسیار مشکل است، در این مواقع روش کنترل تطبیقی کمک می‌کند بدون دانستن کران بالای نامعینی کنترل‌کننده طراحی گردد، بنابراین قانون تطبیقی برای تعیین  $k_2$  طراحی می‌شود، پس رابطه (19) به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$\begin{aligned} u &= -(\alpha_1 B)^{-1} \int_0^t [(\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A + \mu \alpha_2)E \\ &+ (\alpha_1 A^2 + \alpha_2 A + \mu \alpha_1 A)X_d + k_1 S + \widehat{k}_2 \text{sign}(S) + \\ &(\alpha_1 AB + \alpha_2 B + \mu \alpha_1 B)u] d\tau \end{aligned} \quad (20)$$

جاییکه  $\widehat{k}_2$  کران نامعینی است که بایستی به‌طور تطبیقی تخمین زده شود. بنابراین خطای تطبیقی به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\widehat{k}_2 = \widehat{k}_2 - k_2 \quad (21)$$

جاییکه  $k_2$  بهره واقعی و  $\widehat{k}_2$  خطای تخمین است که توسط قوانین تطبیقی زیر بدست می‌آید.

$$\dot{\widehat{k}}_2 = \frac{1}{\gamma}|S| \quad (22)$$

که  $\gamma > 0$  یک ثابت مثبت و  $k_2(0)$  شرایط اولیه است. با توجه به اینکه در زمان بی‌نهایت  $\sigma$  و در نتیجه تابع لغزش  $S$  به سمت صفر میل می‌نماید، بهره خطای تخمین  $\widehat{k}_2$  کران‌دار خواهد بود. جهت تحلیل پایداری قانون تطبیقی، تابع لیپانوف به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$V = \frac{1}{2}S^2 + \frac{1}{2}\gamma \widehat{k}_2^2 \quad (23)$$

با گرفتن مشتق زمانی از رابطه (23) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S\dot{S} + \gamma \widehat{k}_2 \dot{\widehat{k}}_2 \leq S[Q - k_1 S - \widehat{k}_2 \text{sign}(S)] + \gamma(\widehat{k}_2 - k_2) \\ \widehat{k}_2 &\leq QS - k_1 S^2 - k_2 |S| \leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

نامعادله (24) در صورتی جواب می‌دهد که  $k_2 > Q \text{sign}(S) - k_1 |S|$  در نظر گرفته شود. با توجه به اینکه در زمان بی‌نهایت  $\sigma$  کاملاً صفر نیست، پس پارامتر تطبیقی  $\widehat{k}_2$  حتی اگر مقدار  $S$  خیلی کوچکی داشته باشد می‌تواند با گذشت زمان افزایش یابد. یک روش ساده برای حل این عیب، استفاده از

میرایی نوسان بدنه در ارتفاع قابل توجه است. توازن گشتاورهای متناظر با دینامیک سمت به قرار زیر است.

$$\tau_2 - \tau_{f_2} - \tau_r = I_\phi \ddot{\phi} \quad (33)$$

با توجه به شکل 3 روابط گشتاورهای (33) به قرار زیر است.

$$I_\phi = I \sin \psi \quad (34)$$

$$\tau_2 = K_{\omega_2} I_2 \omega_2^2 \text{sign}(\omega_2) \quad (35)$$

$$\tau_{f_2} = C_\phi \text{sign} \dot{\phi} + B_\phi \dot{\phi} \quad (36)$$

توصیف هر یک از متغیرهای مدل دینامیکی (33) تا (36) در جدول 2 آورده شده است.

همانند دینامیک بدنه‌ی ارتفاع، هیچ ارتباطی بین سرعت پروانه جانبی و گشتاور اصطکاک در اطراف محور چرخش عمودی معرفی شده در مدل تحلیلی دینامیک هلیکوپتر نیست. سیستم نیروی محرکه شامل دو موتور الکتریکی جریان مستقیم است که به طور مستقل کار می‌کنند. مدل دینامیک موتور جریان مستقیم بر اساس پیش فرض‌های زیر بدست می‌آید:

اندوکتانس آرمیچر بسیار کم است، اصطکاک کولمب و گشتاور مقاومتی تولید شده توسط چرخش پروانه در هوا قابل توجه است و گشتاور مقاومتی تولید شده توسط چرخش پروانه بستگی به  $\omega$  در سرعت کم و  $\omega_2$  در سرعت زیاد دارد.

$$I_j \dot{\omega}_j = \tau_j - \tau_{c_j} - B_j \omega_j - \tau_{p_j} \quad (37)$$

جایی که

$$i_j = \frac{1}{R_j} (u_j - K_{b_j} \omega_j) \quad (38)$$

$$\tau_j = K_{i_j} i_j \quad (39)$$

$$\tau_{c_j} = C_j \text{sign}(\omega_j) \quad (40)$$

$$\tau_{p_j} = B_{p_j} \omega_j + D_{p_j} \omega_j^2 \quad (41)$$

توصیف هر یک از متغیرهای مدل دینامیکی (37) تا (41) در جدول 3 آورده شده است و مدل شبیه‌ساز هلیکوپتر در شکل 4 نشان داده شده است. با نوشتن معادلات گشتاور و با استفاده از روش اولر-لاگرانژ می‌توان نشان داد که توصیف فضای حالت این سیستم به صورت رابطه زیر است.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{I} (-\sin x_1 \tau_g - x_2 b_\psi + a_1 (x_3)^2 + b_1 x_3 - k_{gyro} \cos x_1 x_6 u_1) \\ \dot{x}_3 &= -\frac{1}{T_1} x_3 + \frac{1}{T_1} x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{1}{T_1} x_4 + \frac{1}{T_1} u_1 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{I_\phi} \left( -x_6 b_\phi + a_2 (x_7)^2 + b_2 x_7 - x_9 - \frac{k_r t_{or}}{t_{pr}} u_1 \right) \\ \dot{x}_7 &= -\frac{1}{T_2} x_7 + \frac{1}{T_2} x_8 \\ \dot{x}_8 &= -\frac{1}{T_2} x_8 + \frac{1}{T_2} u_2 \\ \dot{x}_9 &= -\frac{1}{t_{pr}} x_9 + \left( \frac{k_r}{t_{pr}} - \frac{k_r t_{or}}{t_{pr}^2} \right) u_1 \end{aligned} \quad (42)$$

که در رابطه (42)،  $x_1 = \psi$ ،  $x_2 = \frac{d\psi}{dt}$ ،  $x_3 = \omega_\phi$ ،  $x_4 = \omega_\phi$ ،  $x_5 = \phi$ ،  $x_6 = \frac{d\phi}{dt}$ ،  $x_7 = \omega_\psi$ ،  $x_8 = \omega_\psi$  و  $x_9 = \phi$  متغیرهای حالت توصیف کننده مدل دینامیکی موتور DC و اثرات کوپلینگ و  $T_1$  و  $T_2$  به ترتیب ثابت زمانی موتورهای DC اصلی و دم،  $y_{s1} = x_1$  و  $y_{s2} = x_5$  است. مقدار پارامترهای معادله حالت (42) در جدول 4 آورده شده است.

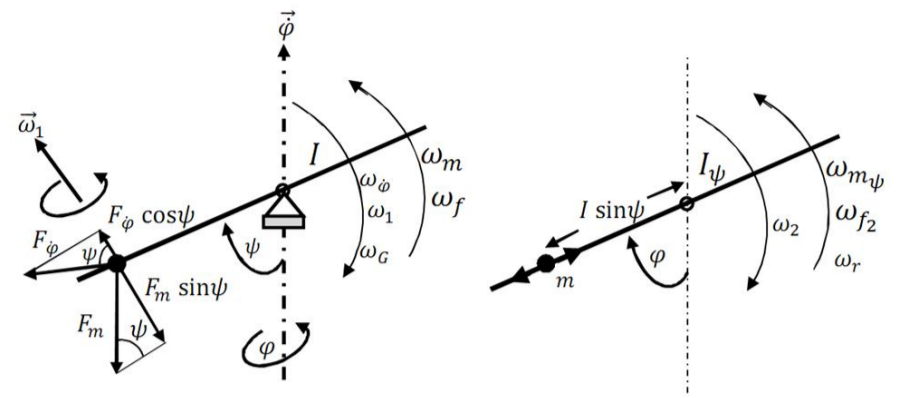


Fig. 3 Torques action on the body in the vertical and horizontal planes [27]

شکل 3 نحوه عملکرد گشتاورها بر روی بدنه در صفحه عمودی و افقی [27]

ارتفاع به قرار زیر است.

$$\tau_1 + \tau_\phi - \tau_{f_1} - \tau_m + \tau_G = I \ddot{\psi} \quad (27)$$

با توجه به شکل 3 روابط گشتاورهای (27) به قرار زیر است.

$$\tau_m = F_m I \sin \psi = mg I \sin \psi = \tau_g \sin \psi \quad (28)$$

$$\tau_\phi = m I \dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi = \frac{1}{2} m I \dot{\phi}^2 \sin 2\psi \quad (29)$$

$$\tau_1 = K_{\omega_1} \omega_1^2 \quad (30)$$

$$\tau_{f_1} = C_\psi \text{sign} \dot{\psi} + B_\psi \dot{\psi} \quad (31)$$

$$\tau_G = K_G \dot{\phi} \omega_1 \cos \psi \quad \text{برای } \dot{\phi} \ll \omega_1 \quad (32)$$

توصیف هر یک از متغیرهای مدل دینامیکی (27) تا (32) در جدول 1 آورده شده است.

برخی اثرات مانند پایداری گشتاور عملکرد موتور و تغییرات مقاومت در برابر هوا، بسته به چرخش دوران پروانه اصلی قابل چشم‌پوشی هستند. این در حالی است که اثر موتور جانبی در زاویه ارتفاع تقریباً ناچیز است، متغیر

جدول 1 پارامترهای فیزیکی زاویه ارتفاع

پارامترها	توصیف	واحد
$I$	گشتاور اینرسی <sup>1</sup>	kg · m <sup>2</sup>
$\psi$	زاویه ارتفاع (پیچ)	rad
$\tau_1$	گشتاور حرکتی موتور اصلی	N.m
$\tau_\phi$	گشتاور گریز از مرکز <sup>2</sup>	N.m
$\tau_{f_1}$	گشتاور اصطکاک <sup>3</sup>	N.m
$\tau_m$	گشتاور گرانشی <sup>4</sup>	N.m
$\tau_G$	گشتاور ژيروسکوپی <sup>5</sup>	N.m
$\omega_1$	سرعت زاویه‌ای ملخ اصلی	rad/s
$m$	جرم	kg
$g$	گرانش	m/s <sup>2</sup>
$l$	فاصله از محور Z به روتور اصلی	m
$K_{\omega_1}$	ثابت روتور اصلی	---
$K_G$	ضریب ژيروسکوپی	---
$B_\psi$	ضریب اصطکاک چسبناک (در اطراف محور $y$ )	N.m.s
$C_\phi$	ضریب اصطکاک کولمب <sup>6</sup> (در اطراف محور $y$ )	N.m

1- Moment of Inertia  
2- Centrifugal Torque  
3- Friction Torque  
4- Gravitational Torque  
5- Gyroscopic Torque  
6- Coulomb

جدول 2 پارامترهای فیزیکی زاویه سمت

پارامترها	توصیف	واحد
$I_\psi$	گشتاور اینرسی (وابسته به تغییر ارتفاع)	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$\varphi$	زاویه سمت (یابو)	Rad
$\tau_2$	گشتاور حرکتی موتور پایدارکننده	N.m
$\tau_{f_2}$	گشتاور اصطکاک	N.m
$\tau_r$	گشتاور عکس‌العمل موتور اصلی <sup>1</sup>	N.m
$K_{\omega_2}$	ثابت روتور دم	---
$\omega_2$	سرعت زاویه‌ای ملخ دم	rad/s
$B_\phi$	ضریب اصطکاک چسبناک (در اطراف محور z)	N.m.s
$C_\phi$	ضریب اصطکاک کولمب (در اطراف محور z)	N.m

جدول 3 پارامترهای فیزیکی موتورهای هلیکوپتر

پارامترها	توصیف	واحد
$j$	شماره موتور (1- اصلی 2- دم)	---
$I_j$	گشتاور اینرسی روتور و ملخ	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$\tau_j$	گشتاور موتور	N.m
$\tau_{c_j}$	گشتاور کولن بار اصطکاک‌ها	N.m
$\tau_{p_j}$	گشتاور بار مقاومت هوا	N.m
$B_j$	ضریب اصطکاک چسبناک	N.m.s
$K_{ij}$	ثابت گشتاور	N.m/A
$i_j$	جریان آرمیچر	A
$R_j$	مقاومت آرمیچر	$\Omega$
$u_j$	ولتاژ ورودی کنترل	V
$K_{b_j}$	ثابت پشت نیروی الکترومغناطیسی	V.s
$C_j$	ضریب اصطکاک کولمب	N.m
$B_{p_j}$	ضریب مقاومت هوا (جریان آرام)	---
$D_{p_j}$	ضریب مقاومت هوا (جریان آشفته)	---

جدول 4 پارامترهای فیزیکی معادله (42) [29]

پارامترها	مقدار	واحد
$\tau_g$	0.0383	[N.m]
$a_1$	0.105	[N.m/MU <sup>2</sup> ]
$b_1$	0.00936	[N.m/MU]
$a_2$	0.033	[N.m/MU <sup>2</sup> ]
$b_2$	0.0294	[N.m/MU]
$b_\phi$	0.00184	[kg.m <sup>2</sup> /s]
$I_\phi$	0.00437	[kg.m <sup>2</sup> ]
$b_\psi$	0.00869	[kg.m <sup>2</sup> /s]
$I_\psi$	0.00414	[kg.m <sup>2</sup> ]
$T_1$	0.3	[s]
$T_2$	0.25	[s]
$k_r$	0.00162	[N.m/MU]
$t_{or}$	2.7	[s]
$t_{pr}$	0.75	[s]
$k_{gyro}$	0.015	[N.m/s]

$$A_{s1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\tau_g}{I} & -\frac{b_\psi}{I} & \frac{b_1}{I} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & \frac{1}{T_1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix}, \quad B_{s1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ T_1 \end{bmatrix}$$

$$A_{s2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_\phi}{I_\phi} & \frac{b_2}{I_\phi} & 0 & -\frac{1}{I_\phi} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} & \frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{t_{pr}} \end{bmatrix}, \quad B_{s2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ T_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

و مدل نامعینی به صورت زیر می‌باشد.

$$\Delta F_{s1} = [0 \quad \Delta f_1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\Delta F_{s2} = [0 \quad \Delta f_2 \quad 0 \quad 0 \quad \Delta f_3]^T \quad (44)$$

جاییکه  $\Delta f_1 = \frac{1}{I}(-(\sin x_1 - x_1) \cdot \tau_g + a_1(x_3)^2 - k_{gyro} \cdot \cos x_1 \cdot x_6 \cdot u_1)$  و  $\Delta f_2 = \frac{1}{I_\phi}(a_2(x_7)^2 - \frac{k_r t_{or}}{t_{pr}} u_1)$ ،  $\Delta f_3 = (\frac{k_r}{t_{pr}} - \frac{k_r t_{or}}{t_{pr}^2}) u_1$  می‌باشد.

#### 4-2- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم تطبیقی طراحی شده بر روی هلیکوپتر، پیاده‌سازی شده است تا کارایی آن نشان داده شود. شبیه‌سازی این بخش با نرم‌افزار متلب و در حالت ODE4 با ثابت زمانی 0.1 ثانیه انجام شده است. سطح لغزشی تناسبی انتگرالی، جهت حذف آفست زیر سیستم‌ها که به علت اثر گرانش جاذبه زمین بر روی هلیکوپتر به وجود آمده است، مورد استفاده قرار می‌گیرد. بردار ورودی مطلوب را به صورت

$$X_{ds1} = [x_{1d} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$X_{ds2} = [x_{2d} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (45)$$

در نظر گرفته و بردار خطا برای هر دو زیرسیستم به صورت زیر بدست می‌آید.

$$E_{s1} = X_{s1} - X_{ds1} = [e_{1s1} \quad e_{2s1} \quad e_{3s1} \quad e_{4s1}]^T$$

$$E_{s2} = X_{s2} - X_{ds2} = [e_{1s2} \quad e_{2s2} \quad e_{3s2} \quad e_{4s2} \quad e_{5s2}]^T \quad (46)$$

پارامترهای انتخاب شده برای طراحی کنترل کننده پیشنهادی به قرار زیر

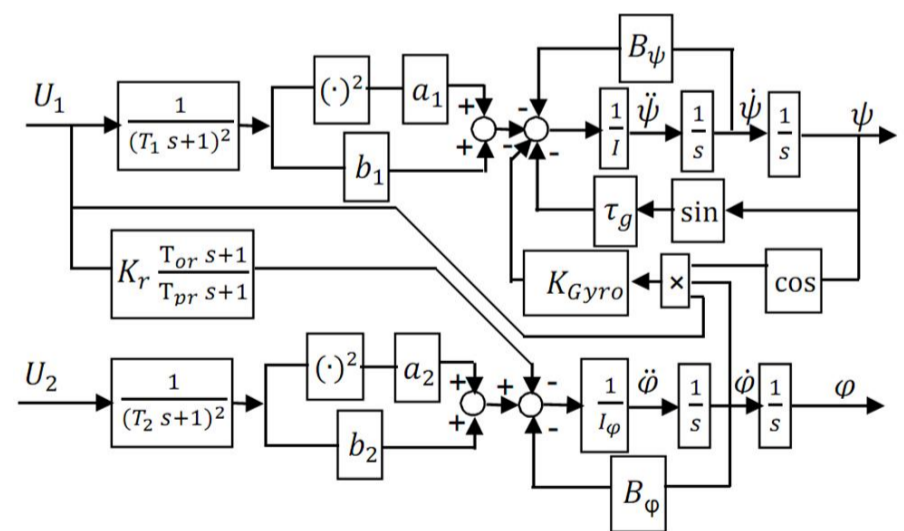
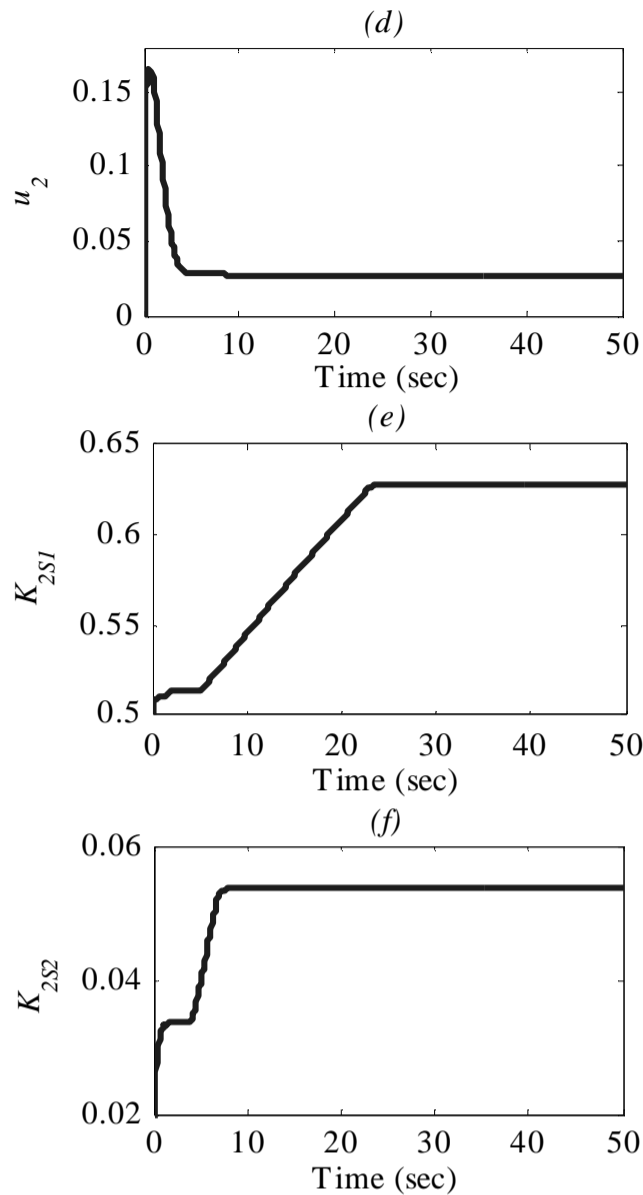


Fig. 4 The complete block diagram of the helicopter system [27]

شکل 4 بلوک دیاگرام کامل سیستم هلیکوپتر [27]

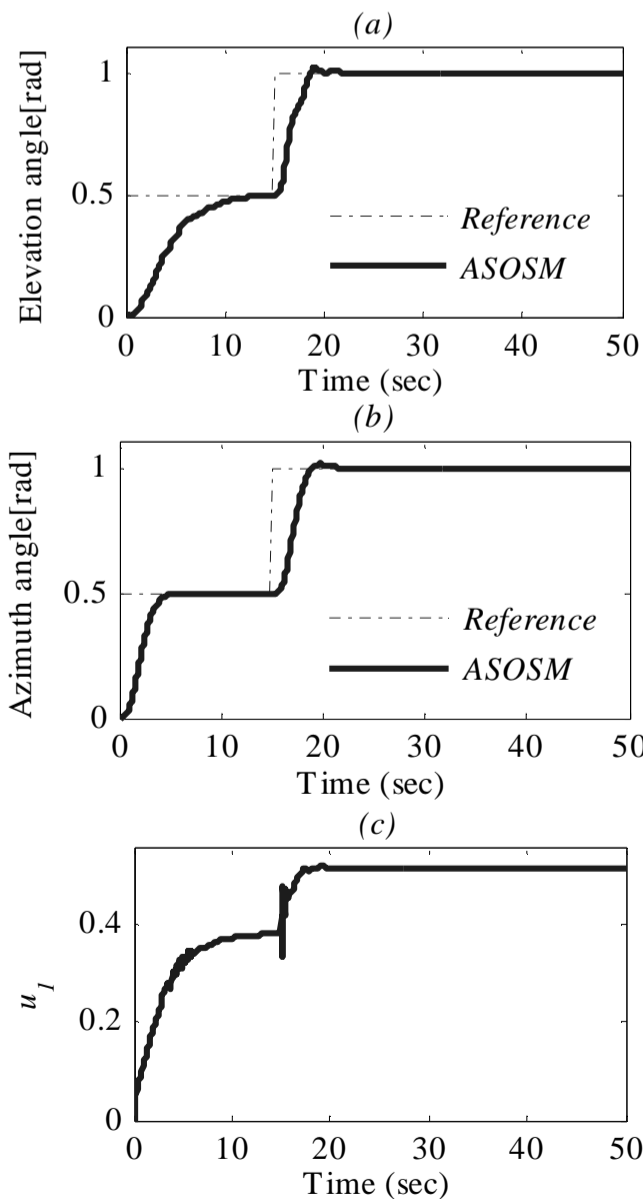
معادله حالت (42) به دو زیرسیستم  $X_{s1} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T$  و  $X_{s2} = [x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9]^T$  تقسیم می‌شود. بخش خطی سیستم با استفاده از جاکوبین، به صورت زیر بدست می‌آید.

1- Main Motor Reaction Torque



**Fig. 5** Step response of the proposed controller (a, b)- Position angle, (c, d)- Control signal (e, f)- Adaptive gain parameter

شکل 5 پاسخ پله کنترل کننده پیشنهادی (a و b) - موقعیت زاویه (c و d) - ورودی کنترل (e و f) - پارامتر بهره تطبیقی



است:

$$\alpha_{2s1} = [0.27 \ 0.1 \ 0 \ 0] \quad , \quad \alpha_{1s1} = [0.05 \ 0.085 \ 0.5 \ 1.04]$$

$$K_{1s2} = 30 \quad , \quad \mu_{s2} = 3 \quad , \quad \varepsilon_{s1} = 0.03 \quad , \quad \gamma_{s1} = 5 \quad , \quad K_{1s1} = 30 \quad , \quad \mu_{s1} = 1$$

$$\alpha_{1s2} = [0.1 \ 0.09 \ 0.5 \ 1 \ 0.1] \quad , \quad \varepsilon_{s2} = 0.01 \quad , \quad \gamma_{s2} = 1.5$$

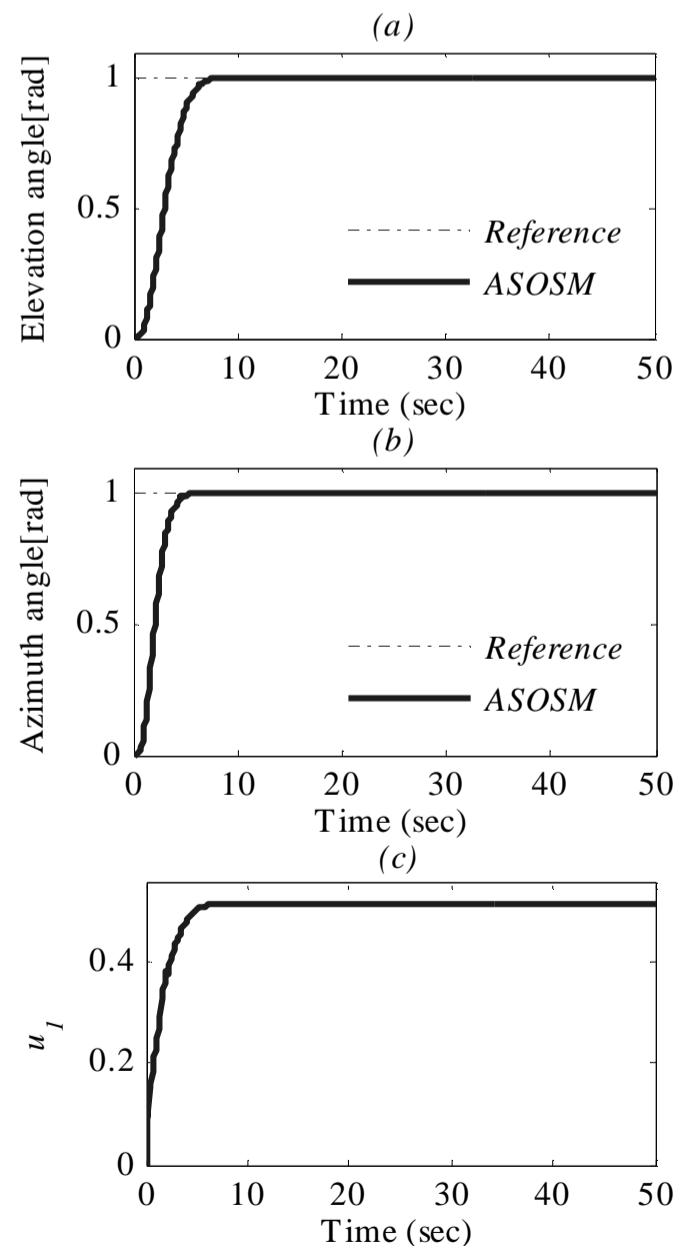
$$\alpha_{2s2} = [0.2 \ 0.4 \ 0 \ 0 \ 0]$$

با توجه به پارامترهای انتخاب شده برای طراحی کنترل کننده، نتایج شبیه سازی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم تطبیقی برای پاسخ زمانی پله و ردیابی پاسخ زمانی در شکل های 5 و 6 آورده شده است. از شکل 5 مشخص است که کنترل کننده طراحی شده در مدت زمان اندک و با فراجاهش ناچیزی مسیر مطلوب را در مقایسه با کنترل کننده های زیگلر نیکولز و فازی [13, 12] ردیابی می کند.

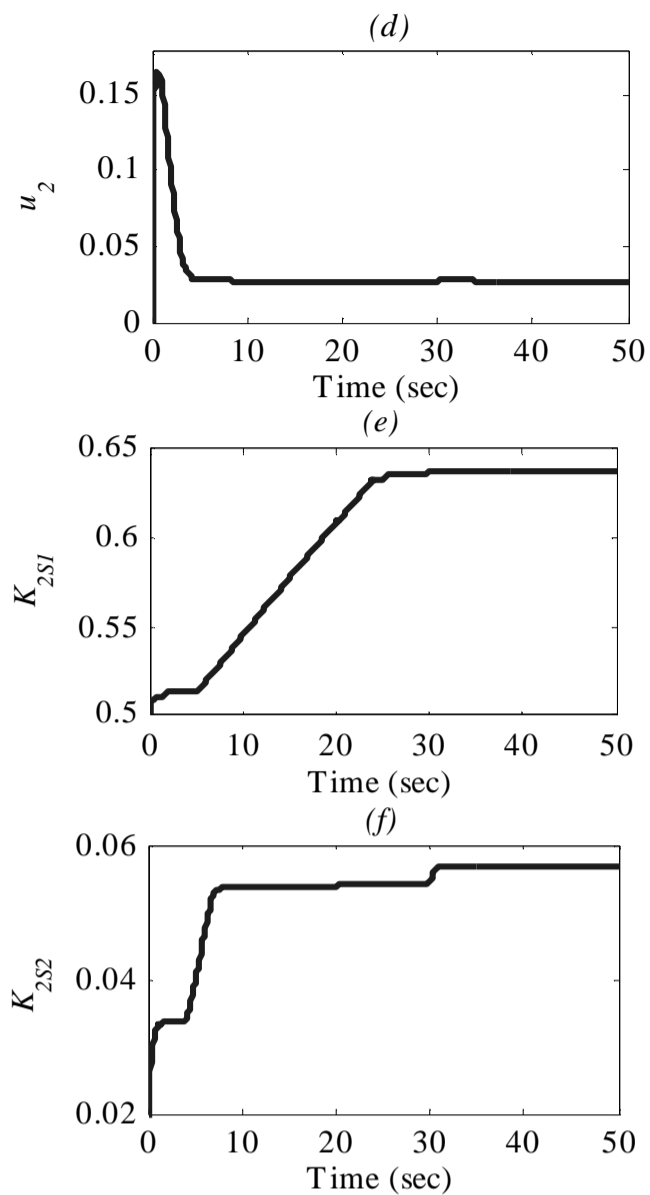
به منظور مطالعه مقاوم بودن سیستم در برابر اختلالات خارجی کران دار، اختلال با بازه‌ی زمانی محدود و غیر محدود به سیستم اعمال می گردد.

$$d_1(t) = \begin{cases} d_{s1}(t) & 20s \leq t \leq 30s \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \begin{cases} 0.4 & 20s \leq t \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

که  $d_{s1}(t) = [0.4 \sin 6t \ 0]^T$  و  $d_{s1}(t) = [0.4 \ 0]^T$  به ترتیب برای اختلال پالس و سینوسی است. نتایج شبیه سازی کنترل کننده مد لغزشی پیشنهادی در حضور اختلالات خارجی کران دار در شکل های 7 تا 9 نمایش داده شده است که نتایج نشان دهنده‌ی مقاوم بودن کنترل کننده در برابر این گونه اختلالات کران دار است. با توجه به اینکه در زمان بی نهایت  $\sigma$  و در نتیجه تابع لغزش  $S$  به سمت صفر میل می نماید، بهره خطای تخمین  $\hat{k}_2$  کران دار خواهد بود که در موارد (e) و (f) شکل های 5 تا 9 به وضوح مشخص است. در صورتی که افزایش سرعت همگرایی مد نظر باشد می توان با قبول خطای  $\varepsilon$  از قانون تطبیق (25) به جای (22) استفاده نمود.

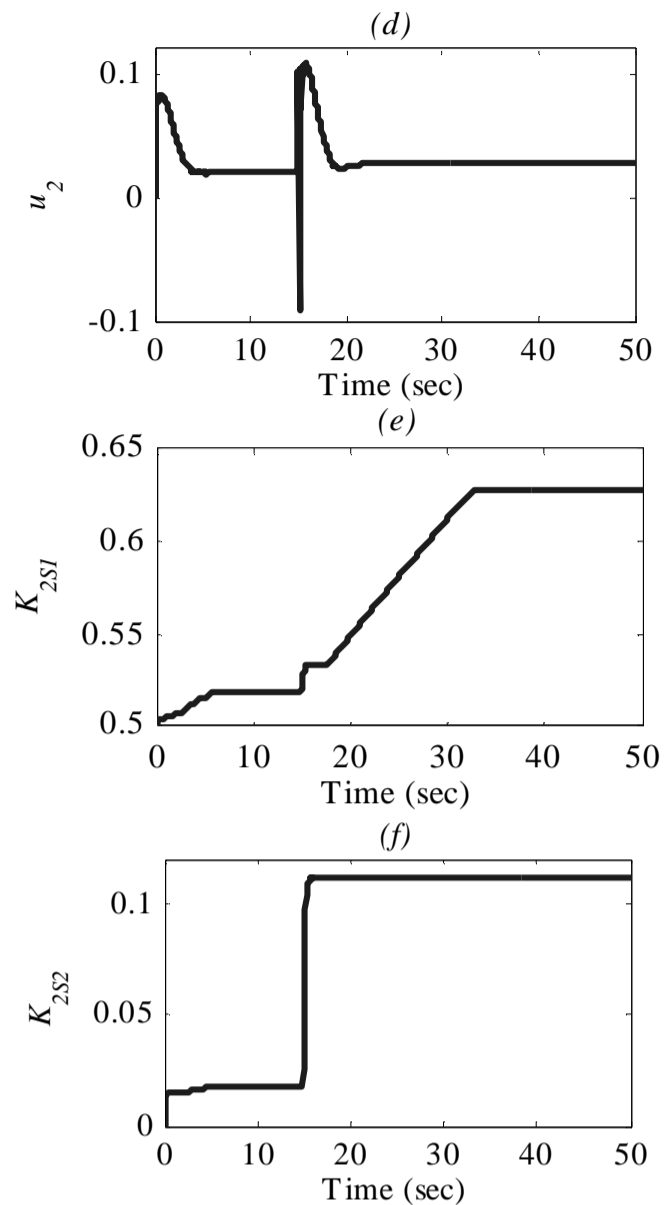
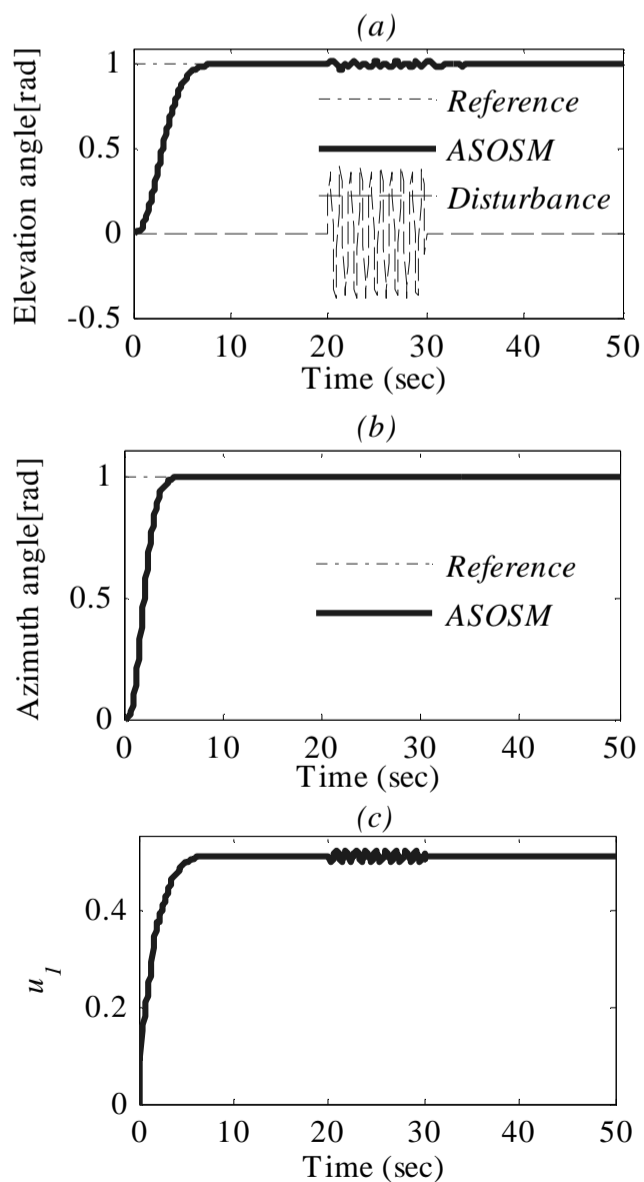






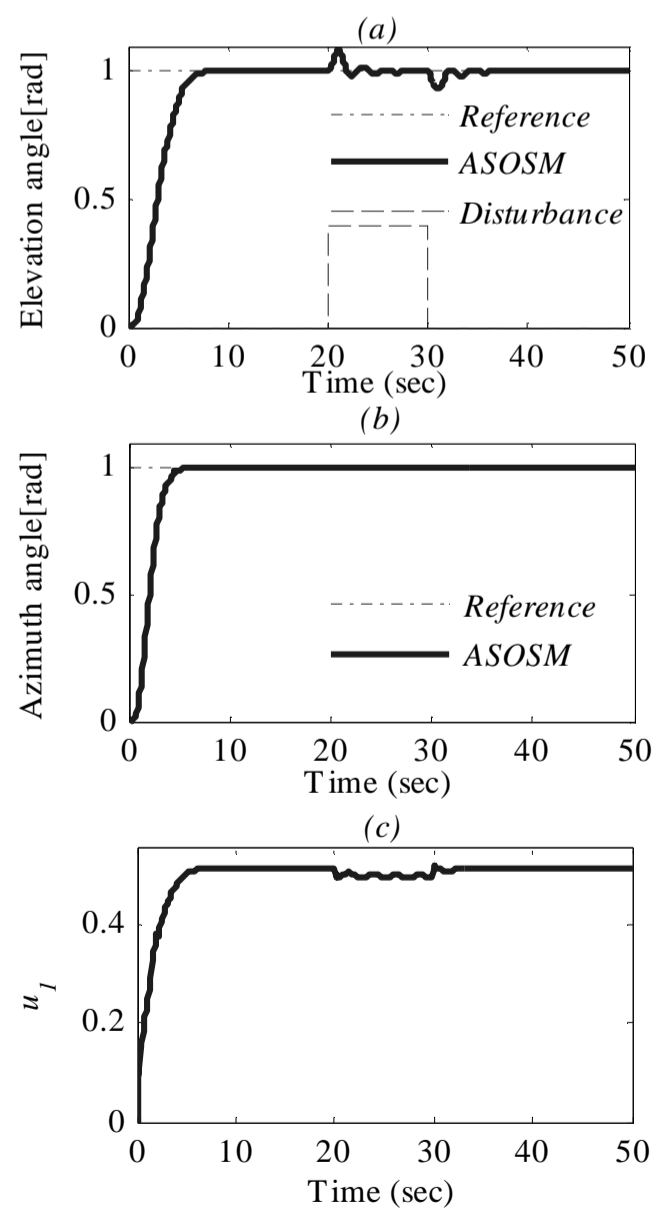
**Fig. 7** Step response of the proposed controller in the presence of pulse disturbance (a, b)- Position angle, (c, d)- Control signal (e, f)- Adaptive gain

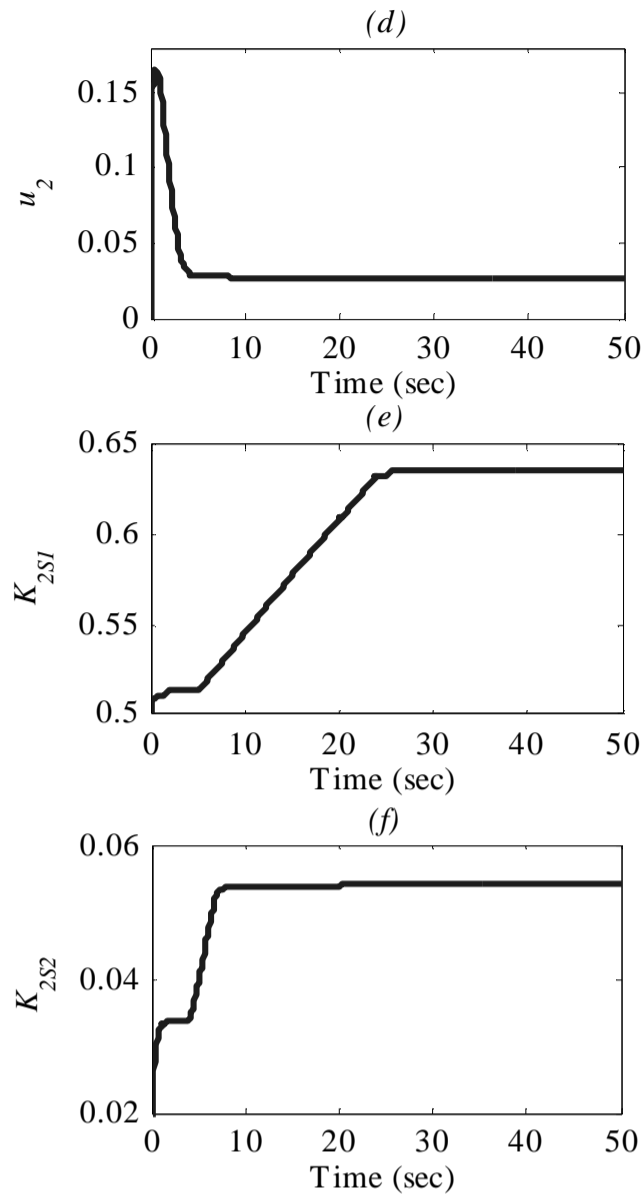
شکل 7 پاسخ پله کنترل کننده پیشنهادی در حضور اختلال پالس (a و b)- موقعیت زاویه (c و d)- ورودی کنترل (e و f)- پارامتر بهره تطبیقی



**Fig. 6** Square wave of the proposed controller (a,b)- Position angle, (c,d)- Control signal (e,f)- Adaptive gain

شکل 6 عملکرد ردیابی پاسخ زمانی کنترل کننده پیشنهادی (a و b)- موقعیت زاویه (c و d)- ورودی کنترل (e و f)- پارامتر بهره تطبیقی





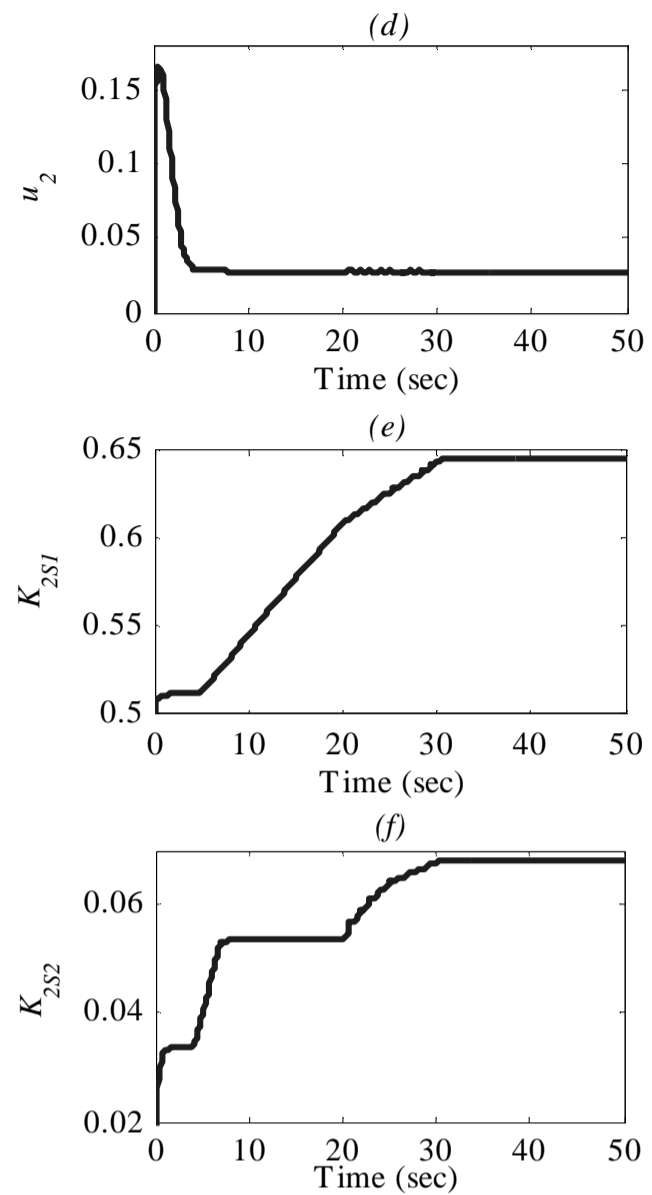
**Fig. 9** Step response of the proposed controller in the presence of step disturbance (a, b)- Position angle, (c, d)- Control signal (e, f)- Adaptive gain

شکل 9 پاسخ پله کنترل کننده پیشنهادی در حضور اختلال پله (a و b)- موقعیت زاویه (c و d)- ورودی کنترل (e و f)- پارامتر بهره تطبیقی

### 5- نتیجه گیری

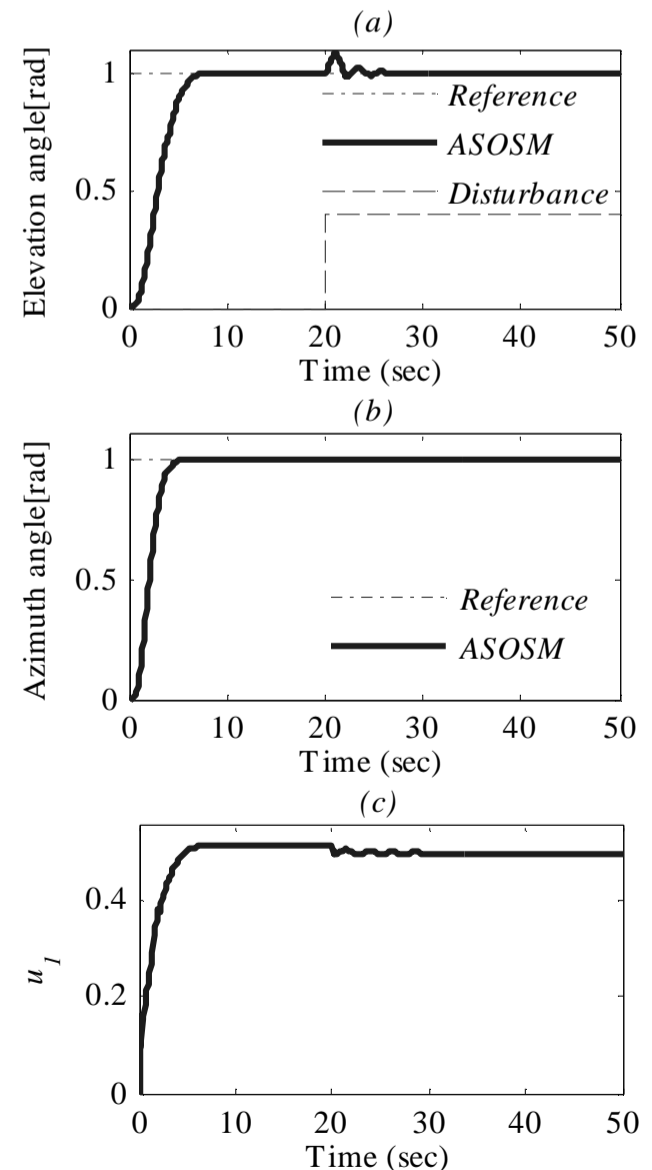
هدف از انجام این تحقیق، طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی دو ورودی-دو خروجی با وجود نامعینی در مدل و اختلالات کران دار خارجی وارد شده به سیستم است. با توجه به اینکه کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی (برای سیستم‌های غیرخطی و دارای عدم قطعیت) نمی‌تواند پایداری سیستم را تضمین نماید و همچنین کنترل کننده‌های فازی به دلیل طراحی سخت در بدست آوردن قوانین فازی، معمولاً برای سیستم مورد نظر در این مقاله استفاده نمی‌شود. روش مبتنی بر مد لغزشی، به دلیل مقاومت آن‌ها در مقابل دینامیک‌های نامعین و همچنین اختلالات خارجی و داخلی در این تحقیق مورد توجه قرار گرفته است. یکی از روش‌های کنترل مد لغزشی، سطح لغزشی تناسبی - انتگرالی است که در مقایسه با مد لغزشی کلاسیک دارای مزایای بسیاری است از جمله:

- ✓ یک پارامتر اضافی طراحی، آزادی بیشتری برای طراحی کنترل مد لغزشی تناسبی - انتگرالی می‌دهد.
  - ✓ ردیابی سیگنال‌های دلخواه با استفاده از این نوع کنترل کننده‌ها می‌تواند توسعه داده شود.
  - ✓ برای سیستم‌هایی که آفست یا خطای حالت ماندگار زیادی دارند کارایی بهتری از خود نشان می‌دهد.
- از طرف دیگر، اتخاذ راهبرد غیرمتمرکز باعث سادگی در طراحی، تنظیم ساده، تعمیر و نگهداری آسان، مقاوم بودن نسبتاً مناسب و هزینه کمتر



**Fig. 8** Step response of the proposed controller in the presence of sinusoidal disturbance (a, b)- Position angle, (c, d)- Control signal (e, f)- Adaptive gain

شکل 8 پاسخ پله کنترل کننده پیشنهادی در حضور اختلال سینوسی (a و b)- موقعیت زاویه (c و d)- ورودی کنترل (e و f)- پارامتر بهره تطبیقی



- [11] H. Ho, Y. Wong, A. Rad, Direct adaptive fuzzy control for a nonlinear helicopter system, *Aircraft engineering and aerospace technology*, Vol. 80, No. 2, pp. 124-128, 2008.
- [12] H. Boubertakh, M. Tadjine, P.-Y. Glorennec, S. Labiod, Tuning fuzzy PD and PI controllers using reinforcement learning, *ISA transactions*, Vol. 49, No. 4, pp. 543-551, 2010.
- [13] H. Boubertakh, S. Labiod, M. Tadjine, PSO to design decentralized fuzzy PI controllers application for a helicopter, *20<sup>th</sup> Mediterranean conference on control & automation*, pp. 633-637, 2012.
- [14] C. Edwards, E. F. Colet, L. Fridman, Advances in variable structure and sliding mode control, *Springer*, 2006.
- [15] A. Sabanovic, L. M. Fridman, S. K. Spurgeon, Variable structure systems: from principles to implementation, *IET digital library*, 2004.
- [16] C.-W. Tao, J. S. Taur, Y. H. Chang, C. W. Chang, A novel fuzzy-sliding and fuzzy-integral-sliding controller for the twin-rotor multi-input-multi-output system, *Fuzzy Systems, IEEE transactions on*, Vol. 18, No. 5, pp. 893-905, 2010.
- [17] G. Bartolini, A. Ferrara, E. Usai, V. I. Utkin, On multi-input chattering-free second-order sliding mode control, *IEEE transactions on automatic control*, Vol. 45, No. 9, pp. 1711-1717, 2000.
- [18] M. S. Chen, Y. R. Hwang, M. Tomizuka, A state-dependent boundary layer design for sliding mode control, *IEEE transactions on automatic control*, Vol. 47, No. 10, pp. 1677-1681, 2002.
- [19] W. Perruquetti, J. P. Barbot, Sliding mode control in engineering, *CRC Press*, 2002.
- [20] H. Lee, V. I. Utkin, Chattering suppression methods in sliding mode control systems, *Annual reviews in control*, Vol. 31, No. 2, pp. 179-188, 2007.
- [21] Y. Yildiz, A. Sabanovic, K. Abidi, Sliding-mode neuro-controller for uncertain systems, *IEEE Transactions on industrial electronics*, Vol. 54, No. 3, pp. 1676-1685, 2007.
- [22] K. Tanaka, H. O. Wang, Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach, *John Wiley & Sons*, 2004.
- [23] G. Bartolini, A. Ferrara, E. Usani, Chattering avoidance by second-order sliding mode control, *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 43, No. 2, pp. 241-246, 1998.
- [24] I. Boiko, L. Fridman, R. Iriarte, Analysis of chattering in continuous sliding mode control, *IEEE transactions on automatic control*, Vol. 50, No. 9, pp. 2439-2444, 2005.
- [25] S. Mondal, C. Mahanta, Adaptive second-order sliding mode controller for a twin rotor multi-input-multi-output system, *IET control theory & applications*, Vol. 6, No. 14, pp. 2157-2167, 2012.
- [26] A. Levant, Higher order sliding modes, differentiation and output-feedback control, *International journal of control*, Vol. 76, No. 9-10, pp. 924-941, 2003.
- [27] C. Humusoft, 150 helicopter model: User's manual, *Humusoft, Prague*, 2002.
- [28] J. Velagic, N. Osmic, Identification and control of 2DOF nonlinear helicopter model using intelligent methods, *IEEE international conference on system man and cybernetics*, pp. 2267-2275, 2010.
- [29] F. Morbidi, Analisi della stabilita robusta e controllo  $H_\infty$  dell'Helicopter Simulator CE 150, 2006/2007.

می‌شود. جهت حذف پدیده نامطلوب چترینگ در روش مد لغزشی، استفاده از سطح لغزشی مرتبه دوم مدنظر قرار گرفت. همچنین استفاده از بهره سوئیچینگ تطبیقی موجب می‌شود که دانستن کران بالای نامعینی‌ها نیاز نباشد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد، سیستم با فراجاهش خیلی کم و پاسخ زمانی سریع نسبت به کنترل‌کننده‌های کلاسیک و فازی مقدار مطلوب را ردیابی می‌کند. درنهایت با اعمال اختلال خارجی کران‌دار به سیستم، مقاوم بودن کنترل‌کننده مورد بررسی قرار گرفته است که نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که کنترل‌کننده‌ی طراحی‌شده اختلالات وارد شده به سیستم را به خوبی دفع می‌کند.

## 6- مراجع

- [1] A. Khoshnood, H. M. Maryamnegari, Dynamics modeling and active vibration control of a satellite with flexible solar panels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 57-66, 2015. (in Persian فارسی)
- [2] M. Homayounpour, M. T. Masouleh, Static Balancing of Three Parallel Planar 3-DOF Mechanisms and Static Balancing of Variable Weights, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 321-331, 2015. (in Persian فارسی)
- [3] I.-L. Chien, H. P. Huang, J. C. Yang, A simple multiloop tuning method for PID controllers with no proportional kick, *Industrial & engineering chemistry research*, Vol. 38, No. 4, pp. 1456-1468, 1999.
- [4] M. Hovd, S. Skogestad, Sequential design of decentralized controllers, *Automatica*, Vol. 30, No. 10, pp. 1601-1607, 1994.
- [5] J. Lee, W. Cho, T. F. Edgar, Multiloop PI controller tuning for interacting multivariable processes, *Computers & chemical engineering*, Vol. 22, No. 11, pp. 1711-1723, 1998.
- [6] M. Hovd, S. Skogestad, Improved independent design of robust decentralized controllers, *Journal of Process Control*, Vol. 3, No. 1, pp. 43-51, 1993.
- [7] B. T. Jevtović, M. R. Mataušek, PID controller design of TITO system based on ideal decoupler, *Journal of Process Control*, Vol. 20, No. 7, pp. 869-876, 2010.
- [8] S. Tavakoli, I. Griffin, P. J. Fleming, Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes, *Control engineering practice*, Vol. 14, No. 9, pp. 1069-1080, 2006.
- [9] K. Dolinsky, A. Jadlovska, Application of Results of Experimental Identification in Control of Laboratory Helicopter Model, *Advances in electrical and electronic engineering*, Vol. 9, No. 4, pp. 157-166, 2011.
- [10] A. S. Dutka, A. W. Ordys, M. J. Grimble, Non-linear predictive control of 2 DOF helicopter model, *42<sup>nd</sup> IEEE conference on Proceeding of decision and control*, pp. 3954-3959, 2003.