



## بررسی تجربی و عددی مقاومت در برابر فرورفتگی در پلیمرها

علی شقاقی مقدم<sup>1\*</sup>، نریمان نضافتی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد تاکستان، تاکستان  
2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد تاکستان، تاکستان  
\* تاکستان، صندوق پستی 3481949479، a.shaghghi@tiau.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 26 خرداد 1394  
پذیرش: 02 مرداد 1394  
ارائه در سایت: 24 مرداد 1394

### چکیده

هدف از این پژوهش بررسی سختی یا مقاومت ماده در برابر نفوذ جسم خارجی، در پلیمرها و مواد هایپرلاستیک است. به منظور دستیابی به این هدف، بررسی‌های انجام گرفته به دو دسته تجربی و عددی تقسیم بندی شده است. در این تحقیق، از کفپوش‌های تک لایه لاستیکی و دو لایه پلی اورتان/ پلی وینیل کلراید مورد استفاده در سالن‌های ورزشی، به عنوان دو نمونه مورد آزمایش استفاده شده است. آزمون تجربی، طبق آزمون استاندارد ارزیابی کیفیت کفپوش‌های ورزشی انجام گرفته است. بررسی عددی نیز به کمک نرم‌افزار آباکوس، با شبیه‌سازی شرایط آزمون تجربی، انتخاب بهترین مدل هایپرلاستیک و قیاس نتایج با آزمون تجربی به منظور ارزیابی دقت و کارایی مراحل مختلف شبیه‌سازی انجام شده است. بر اساس نتایج بدست آمده از این تحقیق مشاهده می‌شود که نتایج حل عددی و نتایج تجربی همخوانی مناسبی با هم دارند. به عنوان مثال، نمونه اول با فرورفتگی 0/575 میلی‌متر در آزمون تجربی و با انتخاب مدل یئو، با درصد خطای 4/3% شبیه‌سازی شد. این درصد خطا برای نمونه دوم با فرورفتگی 0/425 میلی‌متر و انتخاب مدل چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دوم برای هر دو لایه، برابر با 0/94% بود. همچنین با افزایش ضخامت کفپوش لاستیکی از 2/5 به 5 میلی‌متر، سختی از مقدار 78/1 به 75/3 کاهش پیدا کرد. در مجموع، می‌توان گفت که میزان سختی پلیمرها وابسته به میزان ضخامت آن‌ها بوده و شکل هندسی فرورونده نیز، بر عمق فرورفتگی فرورونده و شکل نمودار نیرو-جابجایی مؤثر است.

کلید واژگان:  
هایپرلاستیک  
سختی  
فرورفتگی  
بررسی عددی  
کفپوش ورزشی

## Experimental and Numerical Study of Indentation Resistance in Polymers

Ali Shaghghi Moghaddam\*, Nariman Nezafati

Department of Mechanical Engineering, Takestan Branch, Islamic Azad University, Takestan, Iran  
\*P.O.B. 3481949479, Takestan, Iran, a.shaghghi@tiau.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 June 2015  
Accepted 24 July 2015  
Available Online 15 August 2015

**Keywords:**  
Hyperelastic  
Hardness  
Indentation  
Numerical analysis  
Sports flooring

### ABSTRACT

The objective of the present work is to investigate indentation in polymers and hyperelastic materials. Both experiments and numerical analysis have been carried out. Two different sports floorings were selected to test, monolayer rubber and two layer polyurethane (PU)/polyvinylchloride (PVC). To determine the value of hardness and indentation depth of indenter in the materials, experimental study was carried out according to quality standard test for sports flooring. The numerical analysis was also conducted by Abaqus software using simulation of experimental testing conditions, selection of the best hyperelastic model and comparison of the results to experimental test in order to ascertain the efficiency and accuracy of each simulation step. The accuracy of the results has been shown by comparison of experiments with numerical results. For the first sample, indentation depth was 0.575 mm (based on experimental result) and Yeoh's model was employed to simulate with the error of 4.3%. The indentation depth and error (by selection of reduced polynomial form of order two models) were 0.425 mm and 0.94% for the second sample (PU/PVC), respectively. In addition, hardness was decreased from 78.1 to 75.3 when the thickness of rubber sports flooring was increased from 2.5 to 5 mm. In general, it can be concluded that the hardness values of polymers depend on their thickness, and on the other hand the indenter shape has an influence on indentation depth and force-displacement curves as well.

### 1- مقدمه

مشابه روش‌های به کار گرفته شده در فلزات است که از آن جمله می‌توان به انجام آزمون کشش، به منظور دستیابی به مدول کشسان و استحکام کششی اشاره نمود [2]. یکی دیگر از خصوصیات مکانیکی مورد توجه در پلیمرها، سختی<sup>1</sup> و مقاومت آن‌ها در برابر نفوذ جسم خارجی است. پژوهش‌هایی در این رابطه انجام گرفته است. به عنوان مثال، پانیچ و همکاران [3] به بررسی عددی فرورفتگی در اندازه نانو در پلیمر پرداختند. در این مقاله پلیمر از

پلیمرها دسته‌ای از مواد هستند که به دلیل دارا بودن خواص منحصر بفردی همچون انعطاف و شکل‌پذیری مناسب، سبکی و قیمت ارزان امروزه کاربردهای فراوانی در صنایع گوناگونی چون هوایی، نظامی، پزشکی و ورزشی از جمله کفپوش‌های ورزشی دارند [1]. به دلیل استفاده بسیار زیاد از پلیمرها در صنعت و مهندسی، پیش‌بینی رفتار پلیمرها از اهمیت بالایی برخوردار است. روش‌های مورد استفاده به منظور دستیابی به خواص مکانیکی پلیمرها

1- Hardness

Please cite this article using:

A. Shaghghi Moghaddam, N. Nezafati, Experimental and Numerical Study of Indentation Resistance in Polymers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 305-312, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

جنس سیلیکون بوده و شبیه‌سازی بوسیله نرم‌افزار آباکوس<sup>1</sup> انجام شد. مدل - سازی به دو صورت دو بعدی تقارن محوری و سه بعدی انجام شد و نوع فرورونده نیز صلب در نظر گرفته شد. شکل فرورونده براساس فرورونده برکوویچ در نظر گرفته شد و در نهایت، نتایج حاصل از شبیه‌سازی و حل عددی با نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی نزدیک گزارش شد. الیوچ و همکاران [4] به بررسی رفتار سایشی لایه‌های تخت پلی‌اورتان پرداختند. در این مقاله، تجزیه و تحلیل خصوصیات مکانیکی به منزله یک ابزار مناسب برای تشخیص رفتار سایشی در بارگذاری‌های اصطکاکی معرفی گردید. برای بررسی رفتار اصطکاکی، آزمایش‌هایی با استفاده از فرورونده کرووی فولادی استفاده شد و هدف، اندازه‌گیری مدول کشسانی، نیروی چسبندگی و ارزیابی رفتار ویسکوالاستیک پلی‌اورتان بود. بارگذاری نیز تناوبی و با نیروهای متفاوت انجام گرفت و تغییر شکل ناشی از بارگذاری‌های گوناگون مورد بررسی قرار گرفت. کانز و همکارش [5] به اندازه‌گیری مدول الاستیک فشاری از طریق انجام آزمون عملی سختی سنجی "شر آ"<sup>2</sup> پرداختند. آن‌ها در ابتدا به بیان رابطه ریاضی، میان میزان سختی و میزان جابجایی فرورونده در جسم پرداختند. سپس از طریق عدد به دست آمده از آزمون سختی و اعداد ثابتی مانند قطر فرورونده و نیروی اعمالی، رابطه میان سختی و مدول الاستیک فشاری را ارائه دادند. لی و همکاران [6] به بررسی فرورفتگی فوم‌های پلیمری سلول بسته اتیلن وینیل استات پرداختند. این نوع فوم کاربرد زیادی در ورزش، مهندسی و پزشکی دارد. در این مقاله از روش معکوس استفاده شد؛ به این معنی که داده‌های تجربی به‌عنوان ورودی در نرم‌افزار به کار می‌روند و سپس از نرم‌افزار بعنوان یک مرجع قابل اتکا برای سایر مدل‌ها استفاده می‌شود. فوم تحت آزمون‌های فرورفتگی، فشار و برش قرار گرفتند. همچنین آزمون فرورفتگی توسط چند فرورونده کرووی با شعاع متفاوت انجام پذیرفت. هدف از این کار، به دست آوردن پارامترهای لازم برای شبیه‌سازی فوم از طریق انواع بارگذاری‌های فرورفتگی، فشار و برش بود. پارامترهای بدست آمده از هر روش به نرم‌افزار آباکوس وارد شد و همان نوع بارگذاری در نرم‌افزار روی فوم انجام گردید و نتایج حاصل از نرم‌افزار با نتایج آزمون تجربی مقایسه گردید. در پایان نتایج حاصل از هر سه روش نزدیک به هم و قابل اعتماد بود. کارن‌بورگ و همکاران [7] به بررسی عملی و آزمایشگاهی عمق‌سنجی فرورونده در پلیمرها پرداختند. چند پلیمر مختلف را تحت آزمون سختی سنجی قرار داده و تاثیر نیرو بر جابجایی فرورونده را مورد بررسی قرار دادند. جانسون و همکارش [8] تاثیر فرورفتگی بر روی دو نوع پلیمر آکريل امید و اتر امید را مورد بررسی قرار دادند و تاثیر دو نوع فرورونده بر فوم مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج حاصل از آنالیز عددی و آزمون‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید. براساس نتایج به دست آمده، مقاومت در برابر فرورفتگی به چگالی فوم بستگی دارد. همچنین انحراف نتایج بررسی عددی از آزمون‌های آزمایشگاهی جزئی گزارش شد. تیورگارد و همکارش [9] اثر فرورفتگی بر روی پلیمر با آنالیز اجزا محدود سه بعدی مورد بررسی قرار دادند و رفتار ماده تحت دو نوع فرورونده مخروطی و هرمی، مقایسه نمودند. بارگذاری شبه استاتیکی بوده و در نهایت، نتایج حاصل از عمق فرورفتگی هر دو نوع فرورونده با هم مقایسه گردید. گالی و همکاران [10] به بررسی فرورفتگی در هیدروژل‌ها پرداختند. نوع فرورونده در این بررسی کرووی و روش آنالیز عددی به کار گرفته شده اجزا محدود وارون بود. براساس نتایج بدست آمده نتایج آزمایشگاهی و آنالیز عددی نزدیک به هم گزارش شد و مدل ارائه شده، مدلی

3- Neo-Hookean  
4- Mooney-Rivlin

1- ABAQUS  
2- Shore A

## ۲-۲- آزمون شر آ

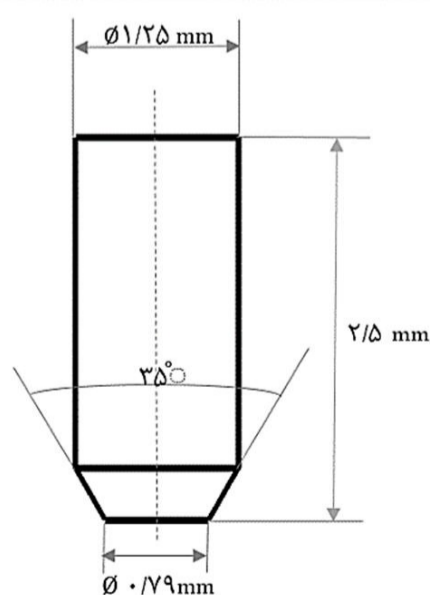
از جمله آزمون‌هایی که به منظور ارزیابی سختی بر روی پلیمرها و کفپوش‌های ورزشی انجام می‌گیرد، آزمون "شر آ" است که طبق استاندارد انجمن آزمون و مواد آمریکا به شماره "دی ۲۲۴۰" انجام می‌گیرد [۱۶]. دامنه این سختی بین ۰ تا ۱۰۰ بوده، به طوری که عدد ۰ بیانگر نرم‌ترین و عدد ۱۰۰ نشان دهنده سخت‌ترین ماده است. در واقع عدد صفر بیانگر بیشینه فرورفتگی ۲/۵ میلی‌متر و عدد ۱۰۰ فرورفتگی صفر میلی‌متر را نشان می‌دهد [۱۵]. این آزمون به منظور بررسی سختی لاستیک‌ها و به طور کلی الاستومرها و پلیمرهای نرم به کار می‌رود. وسیله انجام این آزمون، ابزاری به نام سختی سنج<sup>۳</sup> است و میزان بارگذاری ۸۲۲ گرم، معادل با نیروی ۸/۰۶ نیوتن است [۱۶]. در شکل ۳ نیز، ابعاد فرورونده فولادی دستگاه سختی سنج نشان داده شده است. رابطه میان سختی و عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه، به صورت رابطه (۱) است [۵]:

$$U = 0.025 (100 - \text{Shore A}) \quad (\text{mm}) \quad (1)$$

که  $U$  نشان دهنده عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه مورد آزمایش بر حسب میلی‌متر و شر آ نشان دهنده میزان سختی به دست آمده از دستگاه سختی سنج است. آزمون سختی سنجی، طبق استاندارد انجمن آزمون و مواد آمریکا به شماره "دی ۲۲۴۰" انجام شد. براساس استاندارد، بارگذاری باید به صورت غیرضربه‌ای و در محدود تغییر شکل الاستیک نمونه مورد آزمایش انجام شود. آزمون، در دمای محیط آزمایشگاه، معادل  $23 \pm 2$  درجه سانتی‌گراد انجام شد. نتایج حاصل از انجام آزمایش در جدول ۱ گزارش شده است. با توجه به نتایج جدول می‌توان مشاهده کرد که کفپوش تک لایه لاستیکی دارای سختی ۷۷ شر آ است در حالی که کفپوش دو لایه پلی‌اورتان/ پلی‌وینیل‌کلراید دارای سختی بیشتری نسبت به نمونه اول و برابر با ۸۳ شر آ است. همچنین با استفاده از رابطه ۱، می‌توان عمق فرورفتگی فرورونده را در نمونه‌های مورد آزمایش به دست آورد که این میزان نیز در جدول ۱ گزارش شده است. مقادیر به دست آمده در این ستون با مقادیر حاصل از حل عددی در بخش ۳، مقایسه و میزان اختلاف نتایج گزارش خواهد شد.

## ۲-۳- آزمون کشش

آزمون کشش با هدف دستیابی به نمودار تنش- کرنش به عنوان ورودی لازم و اطلاعات آزمایشگاهی انجام شد. این آزمون بر روی نمونه‌های لاستیک و پلی‌وینیل‌کلراید، بر طبق استاندارد انجمن آزمون و مواد آمریکا به شماره



شکل ۳ فرورونده آزمون شر آ

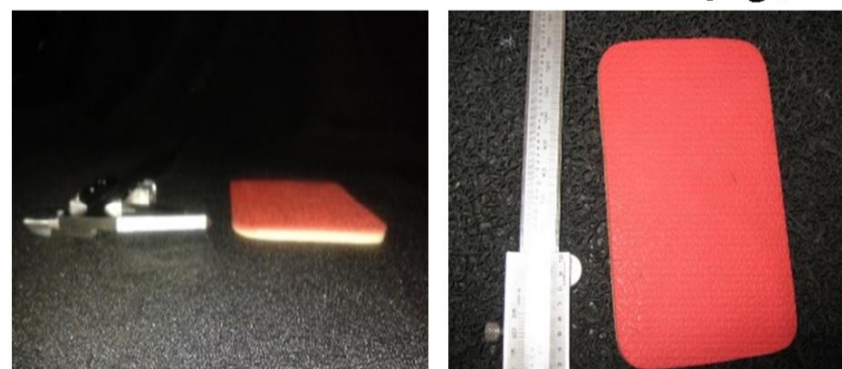
کفپوش سالن‌های ورزشی بسیار حائز اهمیت است، کاهش میزان مصرف مواد اولیه و کاستن از تعداد سعی و خطا، پیش از تولید نهایی محصول به منظور کاهش هزینه تولید است. از راه‌های کاهش چنین هزینه‌هایی، استفاده از شبیه‌سازی عددی کفپوش‌ها است. بنابراین هدف از انجام این تحقیق بررسی تأثیر تغییر ضخامت و شکل فرورونده بر میزان فرورفتگی دو نمونه کفپوش ورزشی تک لایه لاستیکی و دو لایه پلی‌اورتان/ پلی‌وینیل‌کلراید است. در این راستا آزمون تجربی استاندارد "شر آ" به منظور بررسی سختی و دستیابی به میزان عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه‌ها انجام شد. سپس، شبیه‌سازی و بررسی عددی نمونه‌های مورد آزمایش به کمک نرم افزار اجزا محدود آباکوس صورت پذیرفت و نتایج حاصل با آزمون تجربی مقایسه شد. در نهایت، میزان تفاوت نتایج حل عددی و آزمایشگاهی ارائه گردید.

## ۲- آزمون تجربی

در این بخش ابتدا خصوصیات کفپوش‌ها و نمونه‌های مورد آزمایش بیان خواهد شد، سپس آزمون‌های تجربی انجام گرفته شرح داده می‌شود. آزمون‌های تجربی به دو بخش تقسیم می‌گردد. بخش اول شامل انجام آزمون سختی سنجی "شر آ" و بخش دوم شامل انجام آزمون کشش به منظور دستیابی به نمودار تنش- کرنش مربوط به مواد پلیمری تشکیل دهنده کفپوش‌ها است. از این نمودارها در قسمت بررسی عددی و در زیر بخش خصوصیات مکانیکی<sup>۱</sup> نرم افزار آباکوس استفاده خواهد شد.

## ۲-۱- نمونه‌های مورد آزمایش

نمونه نخست مورد آزمایش، کفپوشی مخصوص سالن‌های چند منظوره ورزشی است. ضخامت این کفپوش ۴ میلی‌متر و جنس آن نیز از لاستیک است که در شکل ۱ نشان داده شده است. نمونه دوم مورد آزمایش، کفپوشی دو لایه و مخصوص سالن‌های چند منظوره ورزشی است. ضخامت این کفپوش ۴ میلی‌متر است و همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، از دو لایه تشکیل شده است که لایه بالایی، از جنس پلی‌اورتان و به ضخامت ۰/۳ میلی‌متر بوده و لایه زیرین نیز از جنس پلی‌وینیل‌کلراید و با ضخامت ۳/۷ میلی‌متر است.



شکل ۱ کفپوش تک لایه لاستیکی (نمونه ۱)



شکل ۲ کفپوش دو لایه پلی‌اورتان/ پلی‌وینیل‌کلراید (نمونه ۲)

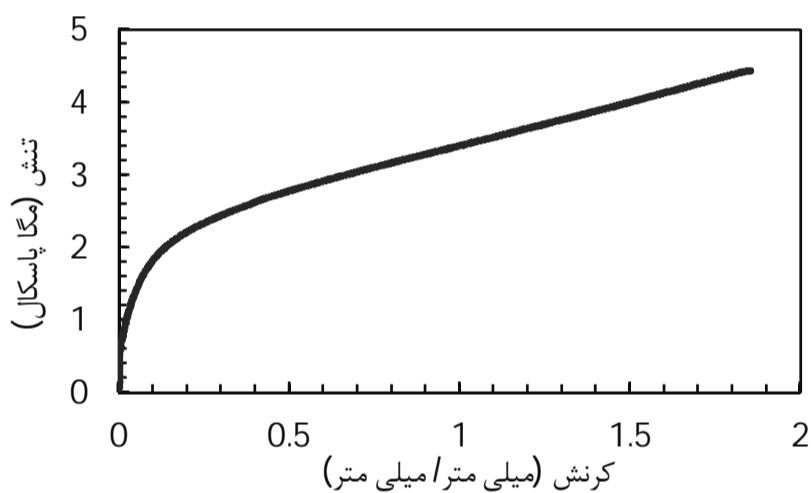
2- ASTM D2240  
3- Durometer

1- Property

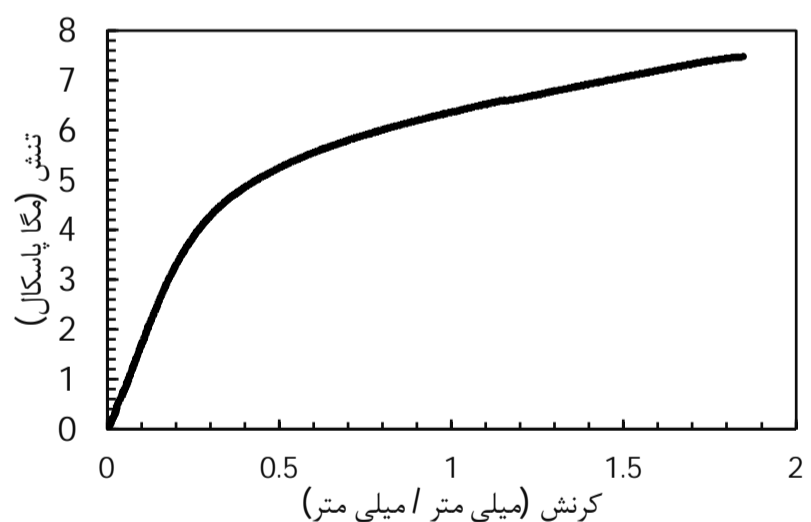


فرورونده واقعی و از نوع صلب تحلیلی<sup>4</sup> در نظر گرفته شده است. تعداد مش-ها برابر با 1495 عدد بوده و تراکم مش‌ها در نقاط نزدیک‌تر به فرورونده بیشتر است. به دلیل این‌که نمونه‌های مورد آزمایش پلیمری هستند، نوع مش نیز هیبریدی انتخاب شده است. استفاده از فضای تقارن محوری، شرایط مرزی، نوع و تراکم مش‌ها همانند فعالیت‌های انجام شده توسط پانیچ و همکاران [3] در نظر گرفته شده است. روند کلی شبیه‌سازی، حل عددی، مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با آزمون تجربی و دستیابی به نتایج حاصل از تغییر ضخامت و تغییر شکل فرورونده در شکل 7 نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، پس از ترسیم قطعه، تعیین شرایط مرزی، استفاده از نمودارهای تنش- کرنش نشان داده شده در بخش (2-3) به عنوان ورودی خصوصیات مکانیکی [13.10.6] و انتخاب یکی از مدل‌های هایپرلاستیک، حل اجزا محدود توسط نرم‌افزار آباکوس انجام می‌گیرد. سپس عمق فرورفتگی حاصل از حل نرم‌افزار با نتایج حاصل از انجام آزمون تجربی یعنی عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه مورد آزمایش (جدول 1) مقایسه می‌گردد. این چرخه تا دستیابی به کمترین میزان اختلاف میان حل عددی و آزمون تجربی ادامه دارد تا در نهایت بهترین مدل هایپرلاستیک به دست آید.



شکل 4 نمودار تنش- کرنش لاستیک



شکل 5 نمودار تنش- کرنش پلی‌وینیل کلراید

جدول 2 نتایج حاصل از آزمون کشش

جنس	ابعاد سطح مقطع (mm×mm)	سطح مقطع اولیه (mm <sup>2</sup> )	طول اولیه (mm)	سرعت کشش (mm/min)	نیروی کشش بیشینه (N)	ازدیاد طول نسبی (%)	استحکام کششی در نقطه پارگی (MPa)
لاستیک	3/88×6/23	24/17	25	500	107/29	185	4/44
پلی‌وینیل کلراید	4/00×6/02	24/08	25	500	180/12	184	7/48
پلی‌اورتان	0/32×25/73	8/23	25	500	111/04	197	13/49

1- ASTM D412  
2- ASTM D882  
3- Axisymmetric

4- Analyticaly Rigid

"دی 412" انجام گرفت. آزمون کشش نوار پلی‌اورتان نیز براساس استاندارد انجمن آزمون و مواد آمریکا به شماره "دی 882" انجام گرفت؛ که این آزمون مخصوص کشش نوارهای پلیمری با ضخامت کمتر از 1 میلی‌متر است. نتایج حاصل از آزمون کشش که شامل نیروی کشش بیشینه (برحسب نیوتن)، درصد ازدیاد طول نسبی و استحکام کششی در نقطه پارگی است، در جدول 2 گزارش شده است. با توجه به جدول 2 و شکل 4 که نشان دهنده نمودار تنش-کرنش قطعه لاستیکی است، می‌توان دریافت که نمونه مورد آزمایش که با طول اولیه 25 میلی‌متر در نظر گرفته شده است، تحت کشش با سرعت 500 میلی‌متر بر دقیقه قرار گرفته است. ابعاد اولیه سطح مقطع نمونه 6/23 میلی‌متر در ضخامت 3/88 میلی‌متر و به مساحت 24/17 میلی‌متر مربع بوده است. نیروی بیشینه وارد شده 107/29 نیوتن و حداکثر ازدیاد طول 185% است به این معنی که کرنش در نقطه پارگی برابر با 1/85 است. استحکام کششی در نقطه پارگی که حداکثر نیروی وارده نیز در همین نقطه وارد شده است برابر 4/44 مگاپاسکال است. همچنین با توجه به نتایج جدول 2 و نمودار تنش- کرنش پلی‌وینیل کلراید با سطح مقطع اولیه 24/08 میلی‌متر مربع و طول ابتدایی 25 میلی‌متر در شکل 5، می‌توان مشاهده نمود که حداکثر نیرو برابر با 180/12 نیوتن بوده و در این نقطه، بیشینه تنش برابر با 7/48 مگاپاسکال است و نمونه 184% طول اولیه خود کشیده شده است. در نهایت نمودار تنش- کرنش مربوط به نوار پلی‌اورتان در شکل 6 نشان داده شده است. نتایج حاصل از این آزمون در جدول 2 بیان می‌کند که قطعه با پهنای اولیه 25/73 میلی‌متر و ضخامت 0/32 میلی‌متر پس از تحمل نیروی برابر با 111/04 نیوتن و ازدیاد طول 197% طول اولیه دچار پارگی در نقطه-ای با استحکام کششی 13/49 مگاپاسکال می‌شود.

### 3- بررسی عددی

در این تحقیق از نرم‌افزار آباکوس برای مدل‌سازی و تحلیل نمونه‌های مورد نظر استفاده شده است. واحد کمیت‌ها برحسب میلی‌متر، نیوتن و مگاپاسکال است. در تمامی مدل‌سازی‌ها بارگذاری در محدوده الاستیک، به صورت مکانیکی- استاتیکی (برابر با 8/06 نیوتن) و طبق شرایط موجود در آزمون تجربی انجام پذیرفته است. به منظور حل عددی، از فضای تقارن محوری<sup>3</sup> دو بعدی استفاده شده است. ضخامت (عرض) مدل‌ها برابر با 4 میلی‌متر و طول آن‌ها (با توجه به شرایط تقارن محوری) 25 میلی‌متر بوده است. برای تعیین شرایط مرزی، لبه پایینی مدل در هر دو بعد ثابت و لبه جانبی نیز در راستای ضخامت مدل، محدود شده است. ابعاد فرورونده نیز مطابق با اندازه‌های

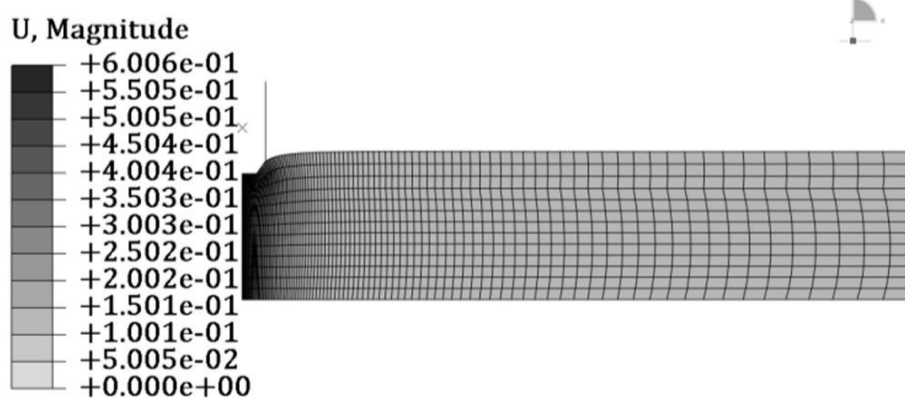
جدول 3 مدل‌های مختلف هایپیرالاستیک و درصدهای خطا نمونه 1

ردیف	مدل هایپیرالاستیک	عمق فرورفتگی فرورونده (mm)	درصد خطا (%)
1	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	0/696	21/0
2	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه	0/600	4/3
3	چند جمله‌ای درجه دو	0/143	75/1
4	آگدن <sup>1</sup> مرتبه 1	0/417	27/4

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به دلیل کمترین میزان خطا برابر با 4/3%، بهترین مدل هایپیرالاستیک برای کفپوش لاستیکی، مدل چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سوم (مدل یئو<sup>2</sup>) با فرورفتگی معادل 0/6 میلی‌متر است. به این ترتیب می‌توان با استفاده از این مدل هایپیرالاستیک و شبیه‌سازی انجام گرفته، سایر آزمون‌های ارزیابی کیفیت کفپوش‌های ورزشی را بر روی این مدل انجام داد. عمق فرورفتگی 0/6 میلی‌متری حاصل از حل عددی در نرم‌افزار آباکوس در شکل 8 نشان داده شده است. همچنین مقادیر ثابت‌های ماده که در فرمول چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سوم نیاز است، پس از ارزیابی نمودار تنش- کرنش مربوط به لاستیک توسط نرم‌افزار آباکوس، به دست آمده‌اند که در جدول 4 گزارش شده است. می‌توان این ضرایب را به عنوان ورودی خصوصیات مکانیکی، جایگزین داده‌های نمودار تنش - کرنش، نمود.

### 3-1-1- تغییر ضخامت

با توجه به جدول 5 می‌توان وابستگی سختی پلیمرها به ضخامت را مشاهده کرد. بررسی عددی انجام شده در این تحقیق، تطابق خوبی با فعالیت عملی انجام شده توسط کانز و همکارش [5] دارد. یکی از نتایج، این پژوهش آزمایشگاهی نیز، تاثیر تغییر ضخامت پلیمرها، بر سختی آن‌ها بود. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت این کفپوش لاستیکی، سختی آن کاهش پیدا می‌کند. البته این وابستگی به صورتی نیست که با افزایش ضخامت از 2/5 میلی‌متر به 5 میلی‌متر، سختی به نصف کاهش یابد. چنان‌که سختی کفپوش 5 میلی‌متری برابر با 75/3 شراً است، اما با کاهش ضخامت به میزان 2/5 میلی‌متر، سختی برابر با 78/1 شراً خواهد شد. شکل 9 نیز نشان دهنده نمودار نیرو- جابجایی مربوط به کفپوش لاستیکی با ضخامت- های 5 و 2/5 میلی‌متر است. با مقایسه هر دو منحنی، مشاهده می‌شود که با

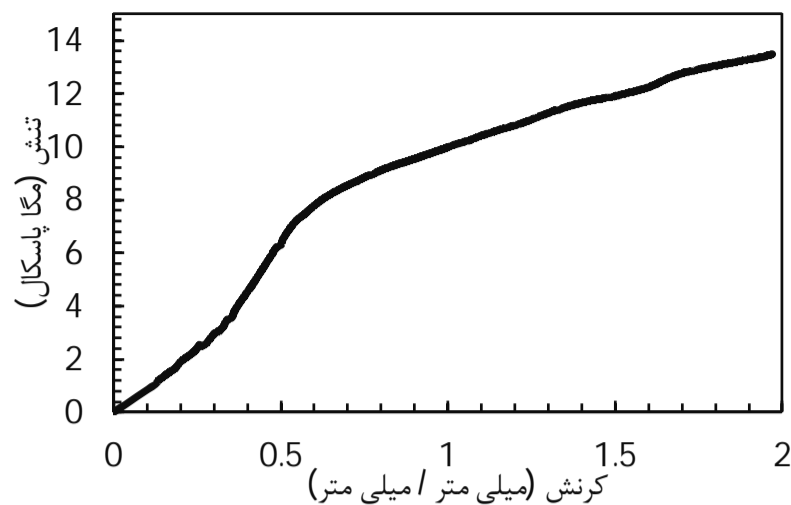


شکل 8 میزان فرورفتگی نشان داده شده در نرم‌افزار آباکوس (نمونه 1)

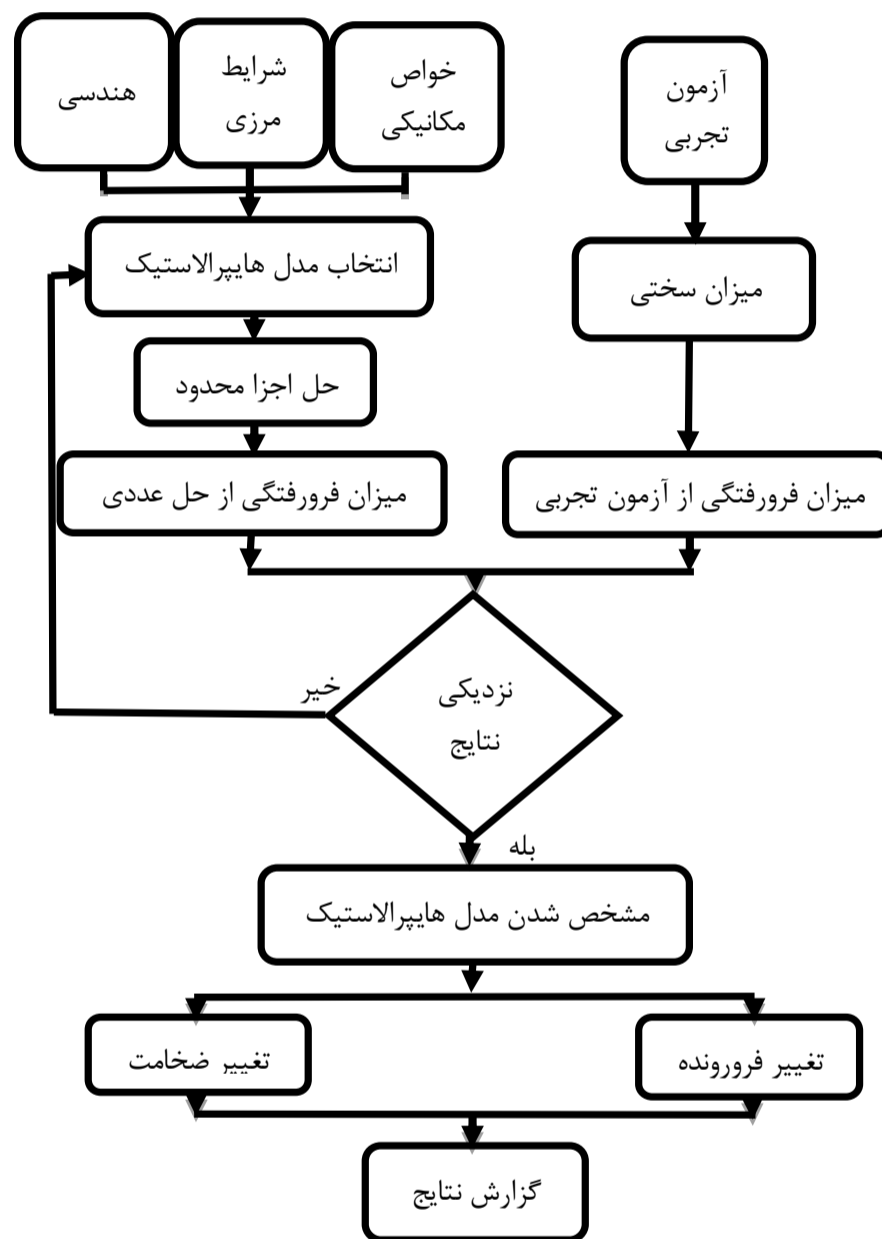
جدول 4 ثابت‌های لاستیک در فرمول چندجمله‌ای کاهش یافته درجه سوم

مدل هایپیرالاستیک	C30 (MPa)	C20 (MPa)	C10 (MPa)	یئو
	0/01976791095	-0/239454756	0/74180115	

1- Ogden  
2- Yeoh



شکل 6 نمودار تنش - کرنش پلی‌اورتان



شکل 7 روند بررسی عددی مساله فرورفتگی و گزارش نتایج

این چرخه سعی و خطا برای دستیابی به بهترین مدل هایپیرالاستیک برگرفته از روند کار پالیکوفسکی [15] است. پس از شناسایی بهترین مدل هایپیرالاستیک و به دست آوردن ثابت‌های ماده، اثرات تغییر ضخامت و تغییر شکل هندسی فرورونده بررسی می‌گردد و نتایج گزارش می‌شود.

### 3-1-1- کفپوش تک لایه لاستیکی

بر اساس روند حل نشان داده شده در شکل 7، پس از انتخاب مدل‌های گوناگون هایپیرالاستیک، مقادیر متفاوتی از عمق فرورفتگی فرورونده به دست می‌آید که نمایانگر تأثیر انتخاب مدل‌های هایپیرالاستیک، در اختلاف پاسخ- های حل عددی و آزمون تجربی است. تعدادی از نتایج حل عددی به همراه درصد میزان اختلاف با نتایج آزمون تجربی، در جدول 3 نشان داده شده است. میزان فرورفتگی در آزمون تجربی برابر با 0/575 میلی‌متر است،

شود. زیرا که با کاهش ضخامت لایه پلی‌اورتان از 0/3 به 0/1 میلی‌متر و افزایش ضخامت لایه پلی‌وینیل کلراید به 3/9 میلی‌متر، میزان فرورفتگی از 0/421 به 0/419 میلی‌متر کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، با افزایش ضخامت لایه پلی‌اورتان به 3 میلی‌متر و کاهش ضخامت لایه پلی‌وینیل کلراید به 1 میلی‌متر، فرورفتگی افزایش یافته و برابر با 0/425 میلی‌متر می‌گردد؛ به این معنی که سختی کاهش می‌یابد. همچنین با کاهش ضخامت کفپوش از 4 به 3 میلی‌متر و در نظر گرفتن ضخامت‌های 0/1 و 2/9 میلی‌متری برای لایه‌های پلی‌اورتان و پلی‌وینیل کلراید فرورفتگی فرورونده برابر با 0/400 میلی‌متر خواهد شد، که نشان دهنده سختی 84 شُر آ است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ضخامت لایه پلی‌اورتان از سختی ماده کاسته می‌شود، در حالیکه پلی‌اورتان دارای استحکام کششی بیشتری از پلی‌وینیل کلراید است. در توجیه این رفتار می‌توان به تفاوت خواص مکانیکی پلیمرها، در کشش و فشار اشاره کرد. با این‌که پلی‌اورتان دارای استحکام کششی بالاتری نسبت به پلی‌وینیل کلراید است، اما مقاومت پلی‌وینیل کلراید در برابر نفوذ جسم خارجی از پلی‌اورتان بیشتر است. بنابراین با افزایش ضخامت لایه‌ای که سختی کمتری دارد، به‌رغم دارا بودن استحکام نهایی بیشتری در کشش، سختی ماده کاهش می‌یابد؛ دلیل استفاده گسترده از پلی‌وینیل کلراید در صنایع کفپوش سازی نیز، همین مقاومت بالا و مطلوب این ماده نسبت به سایر پلیمرها، در برابر نفوذ جسم خارجی است [17].

جدول 6 مدل‌های مختلف هایپرالاستیک و درصد‌های خطا نمونه 2

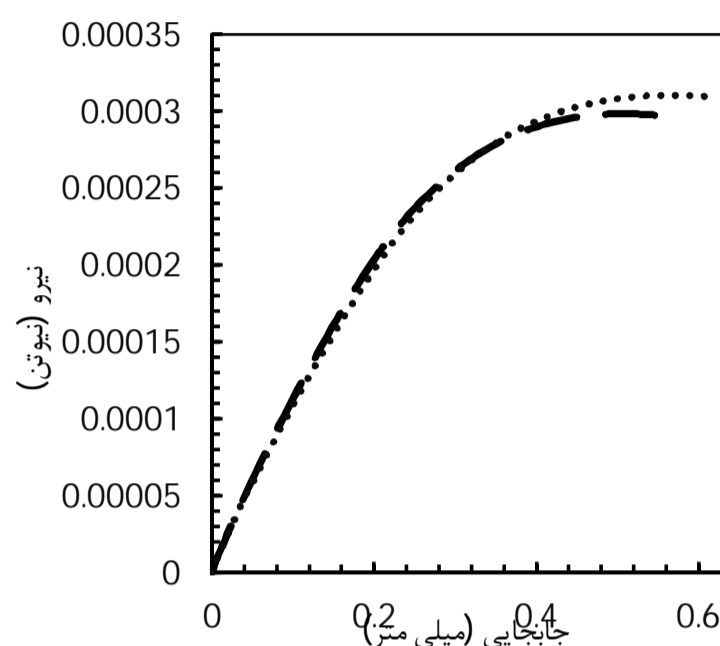
ردیف	لایه‌ها	مدل هایپرالاستیک	عمق فرورفتگی فرورونده (mm)	درصد خطا (%)
1	لایه پلی‌اورتان	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه	0/393	7/5
	لایه پلی‌وینیل - کلراید	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه		
2	لایه پلی‌اورتان	چند جمله‌ای درجه دو	0/286	32/7
	لایه پلی‌وینیل - کلراید	چند جمله‌ای درجه دو		
3	لایه پلی‌اورتان	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	0/421	0/94
	لایه پلی‌وینیل - کلراید	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو		
4	لایه پلی‌اورتان	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	0/390	8/2
	لایه پلی‌وینیل - کلراید	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه		

جدول 7 ثابت‌های پلی‌اورتان / پی‌وی‌سی در فرمول چندجمله‌ای کاهش یافته درجه دو

لایه	مدل هایپرالاستیک	C10 (MPa)	C20 (MPa)
پلی‌اورتان	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	2/48599038	0/01380949537
پلی‌وینیل - کلراید	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	2/55978836	-0/124276525

جدول 5 تغییر ضخامت نمونه 1

ضخامت (mm)	عمق فرورفتگی فرورونده (mm)	سختی (A)
5	0/618	75/3
4/6	0/612	75/5
4	0/600	76
3	0/571	77/2
2/5	0/547	78/1



شکل 9 نمودار نیرو - جابجایی ضخامت‌های 2/5 و 5 میلی‌متر (خط چین: ضخامت 2/5 میلی‌متر، نقطه چین: ضخامت 5 میلی‌متر)

کاهش ضخامت، شیب نمودار افزایش می‌یابد. عمق فرورفتگی فرورونده نیز از 0/574 میلی‌متر در ضخامت 2/5 میلی‌متر، به 0/618 میلی‌متر در ضخامت 5 میلی‌متر افزایش می‌یابد؛ که نمایانگر وابستگی سختی پلیمرها به ضخامت، حتی در تغییرات اندک است.

### 3-2- کفپوش دو لایه پلی‌اورتان / پلی‌وینیل کلراید

مراحل انجام کار در مورد این کفپوش نیز شبیه نمونه قبلی است، با این تفاوت که در مرحله مدل‌سازی قطعه در نرم‌افزار، هندسه قطعه به دو بخش تقسیم‌بندی می‌شود که از طول بالایی مستطیل، 0/3 میلی‌متر فاصله دارد. به قسمت بالایی با ضخامت 0/3 میلی‌متر، خصوصیات مکانیکی پلی‌اورتان و به قسمت پایینی با ضخامت 3/7 میلی‌متر، خصوصیات مکانیکی پلی‌وینیل - کلراید اختصاص داده می‌شود. همچنین انتخاب مدل‌های مختلف هایپرالاستیک به‌منظور دستیابی به بهترین مدل، برای هر دو لایه کفپوش انجام می‌گیرد. تعدادی از مقادیر فرورفتگی پس از انتخاب مدل‌های مختلف هایپرالاستیک، در جدول 6 گزارش شده است. میزان فرورفتگی در آزمون تجربی برابر با 0/425 میلی‌متر است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بدلیل کمترین میزان خطا برابر با مقدار 0/94٪، بهترین مدل هایپرالاستیک برای هر دو لایه این کفپوش، مدل چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دوم با فرورفتگی معادل 0/421 میلی‌متر است. همچنین مقادیر ثابت‌های ماده که در فرمول چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دوم نیاز است، پس از ارزیابی نمودار تنش - کرنش مربوط به هر دو لایه توسط نرم‌افزار آباکوس، به‌دست آمده‌اند که در جدول 7 گزارش شده است.

### 3-2-1- تغییر ضخامت لایه‌ها

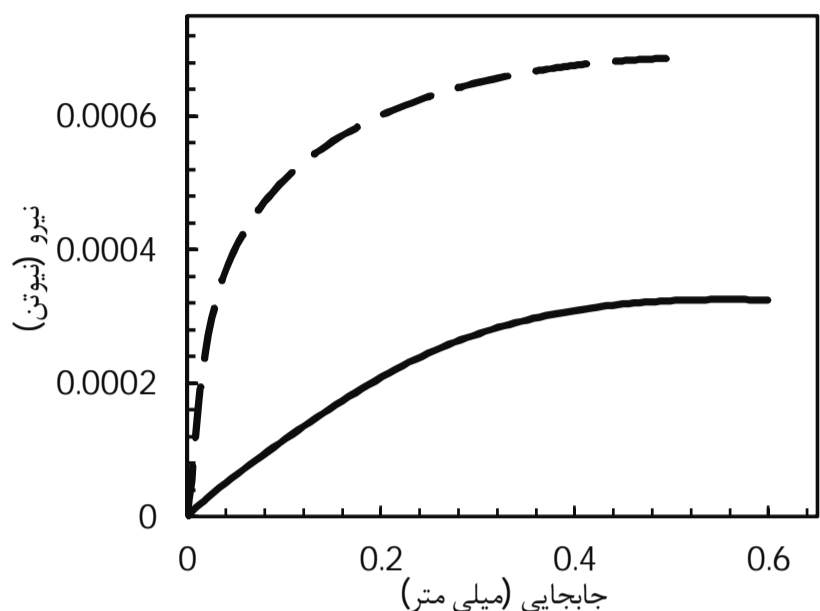
در این کفپوش دو لایه نیز، وابستگی سختی به ضخامت هر دو لایه دیده می‌-

3-3- تغییر فرورونده

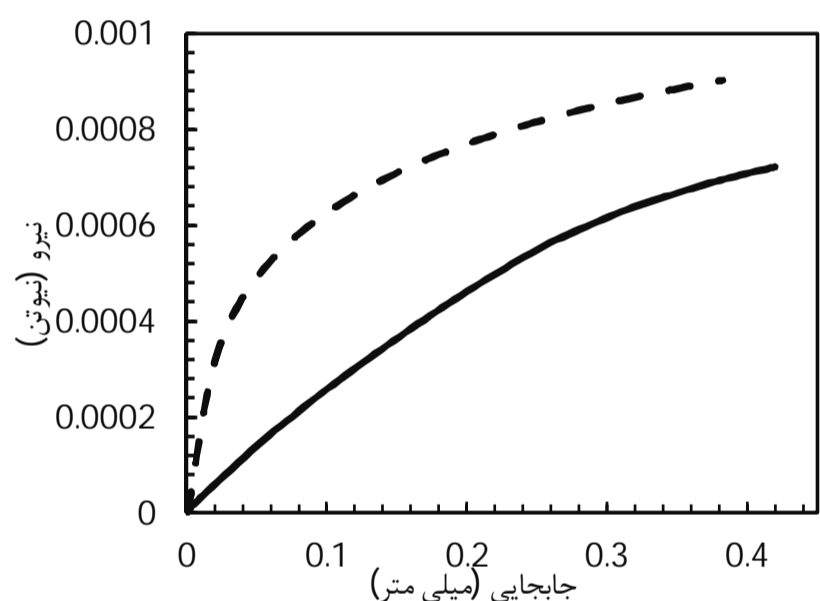
در این قسمت، فرورونده دوم که ابعاد و شکل هندسی آن در شکل 10 نشان داده شده است، جایگزین فرورونده اول گردید. نیروی اعمالی در این بخش همانند قبل، برابر با 8/06 نیوتن است. همچنین شکل و ابعاد فرورونده دوم، از فرورونده "شُر او" موجود در استاندارد انجمن آزمون و مواد آمریکا به شماره دی 2240، گرفته شده است. در جدول 8، مقادیر فرورفتگی مربوط به هر دو فرورونده نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عمق فرورفتگی فرورونده دوم نسبت به فرورونده اول، در هر دو نمونه مورد آزمایش، کاهش یافته است. این اختلاف در عمق فرورفتگی، بدلیل تفاوت در شکل هندسی فرورونده‌ها است. فرورونده اول به دلیل شکل هندسی خود، قابلیت نفوذ بیشتری در جسم دارد. فرورونده دوم نیز به دلیل شعاع بیشتر نسبت به فرورونده اول، در یک نیروی ثابت، قابلیت نفوذ کمتری دارد. شکل‌های 11 و 12 نمودار واکنش جسم به اعمال نیروی خارجی بر حسب عمق فرورفتگی فرورونده‌ها را برای دو کفپوش نشان می‌دهند. در شکل 11 که مربوط به کفپوش لاستیکی است، شیب نمودار مربوط به فرورونده دوم، افزایش داشته است. این افزایش نیز ناشی از شکل هندسی فرورونده است، زیرا که فرورونده دوم نسبت به فرورونده اول دارای شعاع بیشتری است و این افزایش شیب نیز به دلیل همین افزایش شعاع فرورونده است. با توجه به شکل 11، می‌توان دریافت که با تغییر فرورونده، ضمن کاهش عمق فرورفتگی از 0/575 به 0/495 میلی‌متر، میزان حداکثر نیروی واکنشی که جسم در برابر اعمال نیروی خارجی از خود نشان می‌دهد، از 0/00032 نیوتن در فرورونده اول، به 0/00067 نیوتن در فرورونده دوم، افزایش شیب منحنی، بدلیل افزایش شعاع فرورونده، با نتایج حاصل از کار جانسون و همکارش [8] مطابقت دارد. در این مرجع، نیز با تغییر فرورونده، شکل نمودار نیرو-جابجایی تغییر یافت، به گونه‌ای که با افزایش شعاع فرورونده، شیب منحنی افزایش پیدا کرد. این مطلب را می‌توان با توجه به شکل 12 که نشان دهنده نمودار نیرو-جابجایی مربوط به کفپوش پلی‌اورتان / پلی‌وینیل کلراید است نیز مشاهده نمود. در این مورد هم می‌توان نتیجه گرفت که یکی از عواملی که بر شکل نمودار نیرو-جابجایی موثر است، شکل هندسی فرورونده است؛ همچنان‌که در این نمونه نیز، با کاهش عمق فرورفتگی از 0/425 به 0/383 میلی‌متر، مقدار نیرو از 0/00072 نیوتن در فرورونده اول به 0/00090 نیوتن در فرورونده دوم، افزایش داشت. این نتیجه را نیز فعالیت‌های پلتیر [7] تایید می‌نماید. در این مرجع نیز، وابستگی شکل نمودار نیرو-جابجایی، به شکل فرورونده، گزارش شده است.

جدول 8 عمق فرورفتگی مربوط به دو فرورونده در دو نمونه مورد آزمایش

کفپوش	عمق فرورفتگی فرورونده اول (mm)	عمق فرورفتگی فرورونده دوم (mm)
لاستیکی	0/575	0/495
پلی‌اورتان / پلی‌وینیل کلراید	0/425	0/383



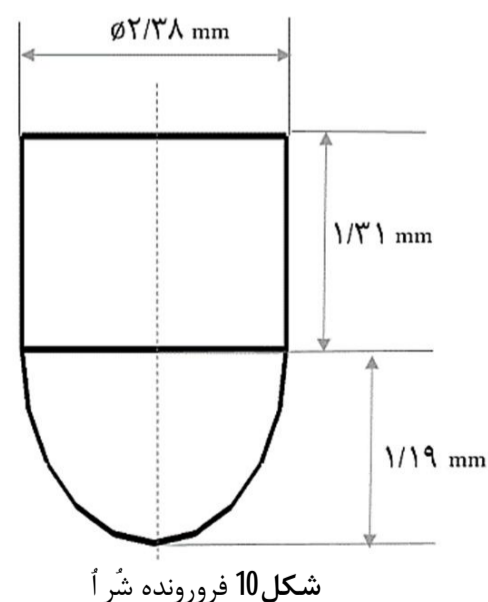
شکل 11 نمودار نیرو-جابجایی کفپوش لاستیکی با هر دو فرورونده (خط ممتد: فرورونده اول، خط چین: فرورونده دوم)



شکل 12 نمودار نیرو-جابجایی کفپوش پلی‌اورتان / پلی‌وینیل کلراید با هر دو فرورونده (خط ممتد: فرورونده اول، خط چین: فرورونده دوم)

4- نتیجه گیری

کاربردهای فراوان مواد پلیمری در صنایع گوناگون مانند صنایع ورزشی و زمینه‌های پژوهشی محدود صورت گرفته در داخل کشور، سبب شد تا این پژوهش با هدف شبیه‌سازی، تحلیل و پیش‌بینی رفتار مواد پلیمری و هایپیر الاستیک صورت گیرد. در این راستا آزمون تجربی سختی سنجی مخصوص پلیمرها و کفپوش‌های ورزشی، روی دو نمونه کفپوش ورزشی یک و دو لایه انجام گرفت. همچنین برای انجام بررسی عددی از روش اجزا محدود وارون به کمک نرم‌افزار آباکوس استفاده شد. به این منظور خصوصیات مکانیکی پلیمرهای تشکیل دهنده کفپوش‌های ورزشی به صورت نمودار تنش-کرنش حاصل از آزمون کشش به نرم‌افزار وارد شد و شرایط آزمون تجربی در نرم‌افزار شبیه‌سازی گردید. نتایج حل عددی پس از انتخاب مدل‌های مختلف هایپیرالاستیک با نتیجه آزمون تجربی، مقایسه گردید. بدین ترتیب بهترین مدل هایپیرالاستیک، با توجه به کمترین میزان اختلاف نتایج حل عددی و آزمون تجربی انتخاب شد. بهترین مدل هایپیرالاستیک برای کفپوش تک لایه لاستیکی مدل چندجمله‌ای کاهش یافته درجه سوم (مدل یئو) با



شکل 10 فرورونده شُر او

- [4] R. Elluech, K. Elluech, B. Salah, H. Zahouani, Tribological Behavior of Thermoplastic Polyurethane Elastomers, *Materials and Design*, Vol. 28, pp. 824-830, 2006.
- [5] J. Kunz, M. Studer, Determining the Modulus of Elasticity in Compression via the shore A Hardness, *Kunststoffe international*, pp. 92-94, 2006.
- [6] B. Li, Y. D. Gu, R. English, G. Rothwell, X. J. Ren, Characterisation of Nonlinear Material Parameters of Foams Based on Indentation Tests, *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 2708-2714, 2008.
- [7] J. M. Karanenburg, C. A. Tweedie, K. J. Van Vliet, U. S. Schubert, Challenges and Progress in High-Throughput Screening of Polymer Mechanical Properties by Indentation, *Advanced Materials*, Vol. 21, pp. 3551-3561, 2009.
- [8] E. Flores-Johnson, Q. M. Li, Indentation into Polymeric Foams, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, pp. 1987-1995, 2010.
- [9] V. Tvergaard, A. Needleman, Polymer Indentation: Numerical Analysis and Comparison with a Spherical Cavity Model, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 59, pp. 1669-1684, 2011.
- [10] M. Galli, E. Fornasiero, J. Cugnoni, M. L. Oyen, Poroviscoelastic Characterization of Particle-Reinforced Gelatin Gels Using Indentation and Homogenization, *Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 4, pp. 610-617, 2011.
- [11] Z. Chen, S. Diebles, Modelling and Parameter Re-Identification of Nanoindentation of Soft Polymers Taking into Account Effects of Surface Roughness, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 64, pp. 2775-2786, 2012.
- [12] F. Alisafaei, C. S. Han, S. H. R. Sanei, On the Time and Indentation Depth Dependence of Hardness, Dissipation and Stiffness in Polydimethylsiloxane, *Polymer Testing*, Vol. 32, pp. 1220-1228, 2013.
- [13] Z. Chen, S. Diebels, N. J. Peter, A. S. Schneider, Identification of Finite Viscoelasticity and Adhesion Effects in Nanoindentation of a Soft Polymer by Inverse Method, *Computational Materials Science*, Vol. 72, pp. 127-139, 2013.
- [14] J. G. Paloma, J. J. Roa, A. M. D. Pascual, A. Flores, M. Martinez, J. M. Chimenos, A. I. Fernandez, Depth-Sensing Indentation Applied to Polymers: A comparison Between Standard Methods of Analysis in Relation to the Nature of the Materials, *European Polymer Journal*, Vol. 49, pp. 4047-4053, 2013.
- [15] M. Pawlikowski, Non-linear Approach in Visco-Hyperelastic Constitutive Modeling of Polyurethane Nanocomposite, *Mech Time-Depend Mater*, Vol. 18, pp. 1-20, 2013.
- [16] ASTM D 2240-00, *Standard Test Method for Rubber Property-Durometer Hardness*.
- [17] D. T. Carter, N. Stansfield, R. J. Mantle, C. M. France, P. A. Smith, An Investigation of Epoxidised Linseed Oil as an Alternative to PVC in Flooring Applications, *Industrial Crops and Products*, Vol. 28, pp. 309-319, 2008.

خطای 4/3% از آزمون تجربی بود. مدل چندجمله‌ای کاهش یافته درجه دوم نیز برای هر دولایه کفیوش پلی‌اورتان / پلی‌وینیل کلراید به‌عنوان بهترین مدل با خطای 0/94% انتخاب گردید. با توجه به درصد خطای اندک میان نتایج آزمون تجربی و حل عددی، روش مورد استفاده در این پژوهش به منظور شبیه‌سازی پلیمرها، قابلیت اطمینان دارد. سپس تاثیر ضخامت بر سختی، پلیمرها بررسی گردید. تغییر عمق فرورفتگی فرورونده و میزان سختی پلیمرها با تغییر ضخامت نمونه‌های مورد آزمایش مشاهده گردید. در مورد کفپوش اول، با تغییر ضخامت از 2/5 به 5 میلی‌متر، سختی از 78/1 شراً به 75/3 شراً تغییر پیدا کرد. همچنین در مورد کفپوش دو لایه، علاوه بر لایه رویی، ضخامت لایه زیرین نیز بر میزان سختی، موثر بود. در مرحله بعد، تاثیر تغییر فرورونده بر میزان فرورفتگی و شکل نمودار نیرو-جابجایی مورد بررسی قرار گرفت. در مورد کفپوش اول، با تغییر فرورونده، عمق فرورفتگی از 0/575 میلی‌متر به 0/495 میلی‌متر کاهش یافت. ضمن این‌که، میزان حداکثر نیروی واکنشی که جسم در برابر اعمال نیروی خارجی از خود نشان می‌دهد، از 0/00032 نیوتن به 0/00067 نیوتن افزایش می‌یابد. همین کاهش عمق فرورفتگی، از 0/425 به 0/383 میلی‌متر و افزایش نیرو از 0/00072 به 0/00090 نیوتن را نیز، می‌توان در کفپوش دوم مشاهده نمود. بر این اساس شکل هندسی فرورونده بر عمق فرورفتگی موثر است. همچنین تغییر فرورونده بر شکل منحنی نیرو-جابجایی تاثیر گذار است. با افزایش شعاع فرورونده، شیب منحنی نیرو-جابجایی نیز افزایش پیدا می‌کند.

#### 5- فهرست مراجع

- [1] M. Chanda, S. K. Roy, *Industrial Polymers, Specialty Polymers, and Their Applications*, Fourth Edition, pp. 45-65, Boca Raton: CRC Press, 2007.
- [2] W. D. Callister, *Materials Science and Engineering*, Seventh Edition, pp. 523-576, New York: John Wiley & Sons, 2007.
- [3] N. Panich, V. Kraivivhien, S. Yong, Finite Element Simulation of Nanoindentation of Bulk Materials, *Scientific Research*, Vol. 29, pp. 145-153, 2004.