



## مدل سازی و مطالعه تحلیلی فروریزش پیشرونده فوم آلومینیوم

احسان زمانی<sup>1\*</sup>، غلامحسین لیاقت<sup>2</sup>، محمدحسین پل<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تفرش، تفرش

\* شهرکرد، صندوق پستی 115، zamani.ehsan@eng.sku.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 آبان 1392

پذیرش: 30 دی 1392

ارائه در سایت: 01 مهر 1393

کلید واژگان:

فوم آلومینیوم

مدل یک بعدی فروریزش پیشرونده

موج شوک

موج الاستیک - پلاستیک

موج الاستیک پیشرو

### چکیده

فروریزش محوری مواد فومی به دو صورت قابل رخداد است: تخریب نواری گسسته و فروریزش پیشرونده. در این مقاله، یک مدل ریاضی کاملاً جدید برای تخمین مقاومت و توصیف کیفی و کمی فروریزش پیشرونده یک بعدی فوم آلومینیومی در برابر بارگذاری ضربه‌ای معرفی شده و بر توانایی آن در تفکیک این الگوی فروریزش به دو رژیم مجزای انتشار موج شوک و موج الاستیک-پلاستیک، با استفاده از معیارهای صحیح تأکید شده است. سپس با استفاده از روابط بقا و بکارگیری این مدل جدید، حل تحلیلی تغییر شکل دینامیکی فوم‌های آلومینیومی در دو رژیم مذکور ارائه شده است. ویژگی بارز رژیم دوم، افزایش دو مرحله‌ای سطح تنش در خلال عبور موج از میان ماده است؛ بنحوی که تنش در ابتدا و با عبور بخش الاستیک موج تا آستانه تسلیم ارتقا یافته و آنگاه با عبور بخش پلاستیک آن، تا سطوح بسیار بالاتر پرش می‌نماید. حال آنکه در رژیم نخست، موج تنش تنها دارای یک بخش پلاستیک است که با جبهه‌ای عمودی و تیز و سرعتی کاملاً فراصوتی، در محیطی اساساً آرام و دست نخورده منتشر شده و به همین جهت موج شوک نامیده می‌شود. مدل سازی تحلیلی ارائه شده با استفاده از شبیه‌سازی المان محدود درستی آزمایی و اعتبارسنجی شده است. نزدیکی بسیار مطلوب پیش‌بینی‌های تئوری به نتایج عددی، حاکی از دقت بالای مدل و معادلات توصیفگر آن است.

## Modeling and analytical study of progressive collapse of aluminum foam

Ehsan Zamani<sup>1\*</sup>, Gholam Hossein Liaghat<sup>2</sup>, Mohammad Hossein Pol<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, TarbiatModares University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran

\* P.O.B. 115, Shahrekord, Iran, zamani.ehsan@eng.sku.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 November 2013  
Accepted 20 January 2014  
Available Online 23 September 2014

### Keywords:

Aluminum foam  
1D progressive collapse model  
Shock wave  
Elastic-Plastic wave  
Precursor elastic wave

### ABSTRACT

Axial compression behavior of foam materials can be explained by two ideal deformation scenarios: discrete crush band process and progressive collapse. In this paper, a perfectly new model for strength assessment and quantitative/qualitative description of one-dimensional progressive collapse of aluminum foams under impulsive loadings is presented and its capability to split this way of crushing into two distinct regimes of shock wave and elastic-plastic wave propagation is highlighted. Then, using conservation relations and the new introduced model, the analytical solution of dynamic deformation of aluminum foams in the two mentioned regimes is developed. Regime 2 considers the case when the crushing front velocity is lower than the linear sound velocity of the foam; but remains higher than the effective sound velocity for a perturbation in which the amplitude lies in the so-called "plateau region" of the static stress-strain diagram. The physical difference between this regime and the first one entails not only the creation a shock front associated with the collapsing foam, but also an acoustic precursor in the case of second regime. Finite element simulation is also performed to validate the analytical procedure. The numerical prediction is found to be in very good agreement with the analytical results.

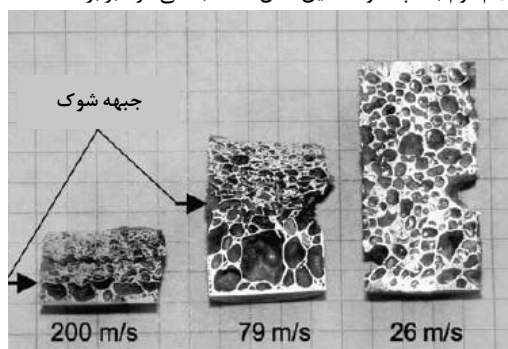
### 1- مقدمه

خود را به این مجموعه افزوده است که لانه‌زنبوری، فوم‌های پلیمری و فوم‌های فلزی از آن دسته‌اند. فوم‌های فلزی، جدیدترین نسل فوم‌ها محسوب شده و هم‌اکنون بیشتر آنها بر پایه آلیاژهای آلومینیوم و نیکل ساخته می‌شوند [1]. جذب بالای انرژی ضربه در خلال فروریزش دینامیکی ساختار متخلخل و سلولی این فوم‌ها باعث شده که از آنها و یا سازه‌هایی که در

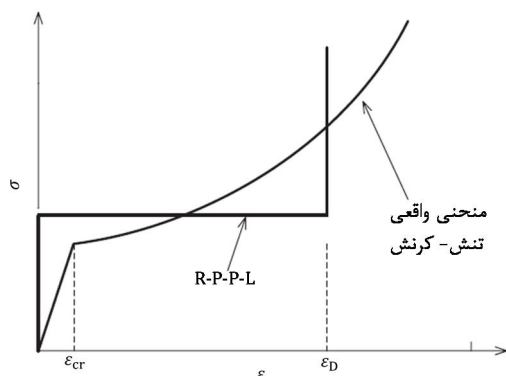
یک ماده سلولی، از شبکه به هم پیوسته میله‌ها و صفحات جامد که به ترتیب، لبه‌ها و وجوه سلول‌ها را می‌سازند تشکیل یافته است. چنین موادی در طبیعت فراوانند: چوب، استخوان، چوب‌پنبه و سنگ‌های آذرین قدمتی به درازای آفرینش دارند. انسان نیز در دهه‌های اخیر نمونه‌های حاصل از ابتکار

اولین مدل را تان<sup>5</sup> [8] معرفی کرده و آنرا به اختصار (R-P-P-L)<sup>6</sup> نامیده است (شکل 3). مطابق با این مدل، در لحظه برخورد یا اعمال ایمپالس، سطح تنش در ابتدا و بلادرنگ، در کل توده فوم تا  $\sigma^{qs}$  (تنش پایدار فروریزش استاتیکی) افزایش یافته و سپس با عبور موج شوک، به  $\sigma^d$  (تنش دینامیکی ناشی از عبور شوک) پرش می‌نماید. با این تغییر ناگهانی، ماده در  $\epsilon_D$  (کرنش قفل شونده فوم) در برابر کرنشهای بیشتر قفل و به ماده‌ای صلب با چگالی  $\rho_D$  مبدل می‌شود.

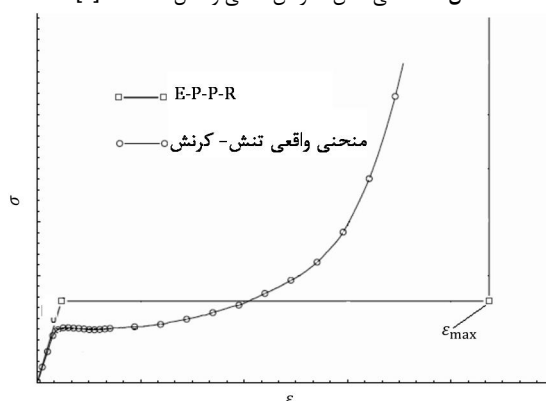
مدل دوم که به نام (E-P-P-R)<sup>7</sup> شناخته می‌شود، بوسیله لوپاتنیکوف<sup>8</sup> و همکاران او [7] و بر مبنای پایستار ماندن انرژی جذب شده توسط فوم ارائه گردیده است (شکل 4). بر این اساس، چگالی انرژی واقعی جذب شده بر واحد حجم فوم با آنچه توسط این مدل محاسبه می‌شود برابر است.



شکل 2 فروریزش پیش‌رونده سلول‌ها در بارگذاری ضربه‌ای، جبهه شوک در سرعت‌های ضربه بالای 79 m/s شکل گرفته است [7]



شکل 3 منحنی تنش - کرنش اسمی و مدل R-P-P-L [6]



شکل 4 منحنی تنش - کرنش اسمی و مدل E-P-P-R [7]

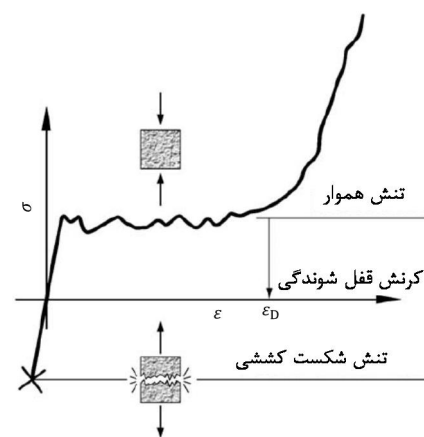
ساختمان آنها از فوم استفاده شده است، به شکل وسیعی بعنوان سپرهای حفاظتی در برابر برخورد مستقیم اجسام متضاد و نیز امواج بلاست ناشی از انفجار استفاده شود.

فروریزش فوم‌های آلومینیومی در فشارش استاتیکی مشتمل بر سه مرحله کاملاً مجزاست (شکل 1). خمش الاستیک دیواره سلول‌ها، باعث ظهور یک منطقه الاستیک خطی در ابتدای منحنی تنش - کرنش مهندسی ماده می‌گردد. کرنش‌های بیشتر باعث می‌شود که تغییر شکل‌های محلی پلاستیکی که قبلاً به دور عیوب ساختاری فوم بوجود آمده بوده‌اند، گسترش یافته و در نهایت برای شکل‌دهی نوارها یا لایه‌هایی از سلول‌های فروریخته که در کل مقطع نمونه منتشر می‌شوند، مجتمع گردند [1-3].

هنگامی که دیواره‌های مقابل سلول‌ها در اولین نوار فروریزش پلاستیک به همدیگر می‌رسند، نمونه به صورت موضعی سفت‌تر شده و فروریزش در یک نوار غیر مجاور دیگر رخ خواهد داد [5]. پس از پایان مرحله فروریزش پلاستیک، ناحیه موسوم به چگالش<sup>1</sup> فوم آغاز می‌شود که در آن، نزدیک‌تر شدن چگالی فوم ( $\rho_f$ ) به چگالی ماده سازنده آن ( $\rho_a$ ) باعث افزایش ناگهانی سطح تنش در نمونه می‌گردد.

برخلاف بارگذاری استاتیکی و ضربه‌ای کم‌سرعت، الگوی فروریزش فوم -ها در بارگذاری‌های ضربه‌ای پرسرعت پیچیده‌تر بوده و رفتار کاملاً متفاوتی از خود بروز می‌دهند (شکل 2)؛ به نحوی که در سرعت‌های (با فشارهای) فرابحرانی، سلول‌هایی از فوم که درست بر روی سطح برخورد قرار دارند به سرعت فروریزش کرده و متراکم می‌شوند. با ورود تکانه<sup>2</sup> به لایه مجاور، این لایه نیز همانند لایه اول با جذب قسمتی از انرژی برخورد، باقیمانده آن را به لایه مجاور منتقل کرده و این فرآیند تکراری و پی‌درپی که از سطح برخورد آغاز شده است، در امتداد محور نمونه پیشروی می‌نماید (همانند بازی دومینو). لذا برخلاف بارگذاری استاتیکی با الگوی فروریزش نواری گسسته، فروریزش پلاستیک در بارگذاری ضربه‌ای با سرعت‌های برخورد فرابحرانی در محل «جبهه شوک<sup>3</sup>» و به صورت پیوسته رخ داده و با سرعت انتشار «موج شوک<sup>4</sup>» پیشروی می‌نماید [6].

جهت توصیف ریاضی فرآیندهای فروریزش پیش‌رونده در مواد متخلخل و مدل‌سازی انتشار موج شوک در آنها، تا کنون دو مدل مهم ارائه شده است.



شکل 1 منحنی تنش - کرنش فوم آلومینیومی در فشار و کشش [4]

5- Tan  
6- Rigid, Perfectly-Plastic, Locking  
7- Elastic, Perfectly-Plastic, Rigid  
8- Lopatnikov

1- Densification  
2- Momentum  
3- Shock Front  
4- Shock Wave

در رژیم نخست، امواج سهمگین شوک با سرعتی فراصوتی در ماده منتشر شده و هیچ اغتشاشی را توان پیشی گرفتن از آنها نیست. به همین دلیل کلیه تغییرات (پرش‌های) کمیت‌های ترمودینامیکی و فیزیکی ماده در محل موج شوک رخ می‌دهد. برعکس رژیم اول، تغییرات کمیت‌های ترمودینامیکی و فیزیکی ماده در اثر انتشار امواج الاستیک-پلاستیک در طی دو مرحله رخ می‌دهد. در ابتدا انتشار یک «موج الاستیک پیشرو»<sup>5</sup> سطح تنش ماده را تا تنش بحرانی فروریزش استاتیکی ( $\sigma_{cr}^{qs}$ ) افزایش داده و سپس، عبور موج پلاستیک که با سرعتی کمتر از سرعت موج پیشرو منتشر می‌شود، سطح تنش ماده را تا مقادیر بسیار بالاتر ارتقا می‌دهد.

اولین مدل معرفی شده در بخش قبل، با استفاده از فرض (R-P-P-L)، از قسمت الاستیک خطی ابتدایی منحنی بارگذاری صرف‌نظر می‌نماید (شکل 3). بخاطر همین فرض صلبیت ابتدایی منحنی، سرعت موج الاستیک پیشرو بینهایت فرض شده و دقیقاً به دلیل همین فرض به دور از واقع، این مدل از پیش‌بینی، توصیف و فرمولبندی رژیم انتشار امواج قوی شوک ناتوان است؛ چرا که اساساً این امواج در محیطی کاملاً دست‌نخورده منتشر می‌شوند. مدل دوم نیز بر این فرض استوار است که چگالی فوم پس از عبور موج شوک تا چگالی فلز سازنده آن بالا رفته و حداکثر کرنش ممکن  $\varepsilon_{max} = (1 - \rho_0/\rho_a)$  حاصل می‌گردد (شکل 4). هرچند برخلاف مدل اول، این مدل قسمت الاستیک خطی منحنی بارگذاری را نیز در نظر گرفته و بنابراین امکان مدل‌سازی هردو رژیم انتشار موج را فراهم می‌آورد، اما فرض کرنش حداکثر و رسیدن چگالی فوم به چگالی ماده سازنده آن، غلوآمیز و به دور از واقعیت است.

افزون بر نارسائی‌های بیان شده، هر دو مدل بدون توجه به آنکه منطقه هموار دیگرام‌های بارگذاری مواد سلولی می‌تواند کاملاً پلاستیک ( $c_2 = 0$ ) و یا سخت‌شونده کرنشی ( $c_2 > 0$ ) باشد، براساس رفتار کاملاً پلاستیک در منطقه فروریزش طراحی شده‌اند و بنابراین، درک شهودی و انطباق  $c_2$  های بزرگتر از صفر بر روی هیچ یک از آنها میسر نیست. فهم این نکته نیز ضروری است که هرچه کرنش سختی فوم بیشتر باشد، امواج پلاستیک در سرعت‌های بالاتری قدرت تخریب خود را از دست می‌دهند و این نکته مغفول هردو مدل است. به بیان دیگر طبق پیش‌بینی هر دو مدل، حتی برای کرنش سختی‌های بزرگ نیز قدرت تخریب موج پلاستیک تا رسیدن سرعت آن به صفر حفظ خواهد شد. در حالی که گذر (کاهش) سرعت موج پلاستیک از  $c_2$  به معنی زیرصوتی شدن آن نسبت به هر دو ناحیه الاستیک و پلاستیک و پایان تخریب و تغییرشکل پلاستیک فوم است.

### 3- اصلاح مدل‌های موجود و ارائه مدل جدید

مدل جدید، با بهینه‌سازی و تلفیق نقاط قوت دو مدل بررسی شده در قسمت قبل طراحی شده است و مزایا و ویژگی‌های آن را می‌توان به شرح زیر برشمرد:

- پوشش دادن بخش الاستیک خطی منحنی بارگذاری فوم و در نتیجه توانائی توصیف و فرمولبندی رژیم انتشار امواج قوی شوک
- در نظر گرفتن اثرات کرنش سختی فوم و میسر شدن امکان درک شهودی و توصیف دقیق سرعت مؤثر صوت در ناحیه فروریزش پلاستیک  $c_2$

در مقاله پیش‌رو، این دو مدل معروف به دقت مورد مطالعه قرار گرفته و نقاط ضعف و قوت آنها شناسایی و بیان شده است. سپس با تلفیق نقاط قوت و پرهمیز از کاستی‌های دو مدل مذکور، مدل جدیدی ارائه و ابداع شده است. آنچه تحقیق حاضر را به وضوح از دیگر مطالعات مشابه متمایز می‌نماید، تشریح موشکافانه پدیده انتشار موج شوک و تنزل آن به یک موج الاستیک-پلاستیک با استفاده از این مدل جدید است. همچنین معیارهای لازم برای تبدیل متوالی رژیم انتشار شوک، به موج الاستوپلاستیک، به موج الاستیک به درستی ارائه شده‌اند.

### 2- تحلیل مدل‌های موجود انتشار یک‌بعدی شوک

همان‌گونه که شرح داده شد، فروریزش دینامیکی ساختار فوم‌های فلزی در بارگذاری‌های سنگین ضربه‌ای در محل جبهه شوک رخ داده و به همراه آن پیشروی می‌نماید. به تعبیر دیگر، الگوی «فروریزش پیش‌رونده»<sup>1</sup> به عنوان اصلی‌ترین نشان شکل‌گیری و انتشار موج شوک در ماده قلمداد می‌شود [3, 4, 7]. آشکار است که عبور این موج از درون فوم منجر به بروز تغییر، یا به تعبیر دقیق‌تر «پرش»<sup>2</sup> در کمیت‌های محلی تنش، کرنش و چگالی خواهد شد. پدیده شوک هنگامی رخ می‌دهد که سرعت این پرش از «سرعت مؤثر صوت»<sup>3</sup> در ماده،  $c_s$ ، بیشتر باشد [9]:

$$c_s = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]}} \quad (1)$$

که [کمیت]، معرف پرش در مقدار آن کمیت در عرض موج شوک و  $\rho_0$  نیز چگالی ابتدایی فوم است. با توجه به شکل کردار بارگذاری فوم‌های فلزی (شکل 1)، این سرعت را می‌توان به دو صورت تصویر کرد:

1- سرعت مؤثر صوت در قسمت خطی ابتدایی منحنی ( $\sigma - \varepsilon$ ) که «سرعت صوت خطی»<sup>4</sup>،  $c_1$ ، نامیده شده و بصورت رابطه (2) ساده می‌شود:

$$c_1 = \sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}} \quad (2)$$

2- سرعت مؤثر صوت در ناحیه تغییرشکل پلاستیک تا آغاز منطقه چگالش فوم که  $c_2$  نامیده می‌شود [9]:

$$c_2 = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{(\sigma_d - \sigma_{cr}^{qs})}{(\varepsilon_d - \varepsilon_{cr})}} = \sqrt{\frac{E_p}{\rho_0}} \quad (3)$$

که  $E_0$  و  $E_p$  به ترتیب برابر با مدول الاستیک فوم در قسمت خطی و ناحیه هموار منحنی بارگذاری استاتیکی ماده بوده و از آزمایش فشارش استاتیکی بدست می‌آیند. اندیس‌های  $d$  و  $cr$  نیز به ترتیب معرف نقاط آغاز ناحیه چگالش و فروریزش می‌باشند.

براساس توضیحات فوق، در یک جامد سلولی، دو رژیم مستقل انتشار موج منجر به پیدایش فروریزش پیش‌رونده قابل تصور است:

1- امواج شوک که در آن:

$$c_2 \gg c_1 \geq \text{سرعت پیشروی فروریزش}$$

2- امواج الاستیک-پلاستیک (الستوپلاستیک) که در آن:

$$c_1 < \text{سرعت پیشروی فروریزش} \leq c_2$$

1- Progressive Collapse  
2- Jump  
3- Effective Velocity of Sound  
4- Linear Sound Velocity

- انتخاب کرنش قفل شوندهگی ( $\epsilon_D$ ) نزدیک به واقعیت با استفاده از روش بازدهی جذب انرژی
- توانایی تمییز دقیق بین دو رژیم انتقال موج و امکان توصیف کیفی معیارهای تنزل یک موج شوک به موج الاستیک- پلاستیک و سپس به یک موج الاستیک

با توجه به این ویژگی‌ها، نامگذاری  $(E-P-L)$  مناسب به نظر می‌رسد. مدل جدید انتشار یک‌بعدی شوک در فوم‌های فلزی که بر مبنای پایداری چگالی حجمی انرژی کرنشی طراحی شده است، با چهار پارامتر  $\epsilon_{cr}^{EPL}$ ،  $\sigma_{cr}^{EPL}$ ،  $E_P$  و  $\epsilon_D$  تعریف می‌شود (شکل 5). دو پارامتر نخست بصورت خطی  $\sigma_{cr}^{EPL} = E_0 \epsilon_{cr}^{EPL}$  با هم مرتبط بوده و پارامتر آخر نیز با استفاده از روش بازدهی جذب انرژی قابل محاسبه است [3]. براساس این روش، برای فومی که تا کرنش دلخواه  $\epsilon_a$  متراکم شده است، بازده جذب انرژی ( $E$ ) بصورت رابطه 4 تعریف

$$E(\epsilon_a) = \frac{\int_0^{\epsilon_a} \sigma(\epsilon) d\epsilon}{\sigma_a} \quad 0 < \epsilon_a \leq 1 \quad (4)$$

و با استفاده از آن، کرنش قفل شوندهگی از رابطه 5 محاسبه می‌گردد:

$$\left( \frac{dE(\epsilon)}{d\epsilon} \right)_{\epsilon=\epsilon_D} = 0 \quad (5)$$

همان‌طور که پیداست، بازده جذب انرژی در این کرنش به حداکثر مقدار خود خواهد رسید.

### 3-1- مدل E-P-L

انرژی جذب شده بر واحد حجم فوم در خلال فشارش استاتیکی را می‌توان بصورت رابطه 6 محاسبه کرد:

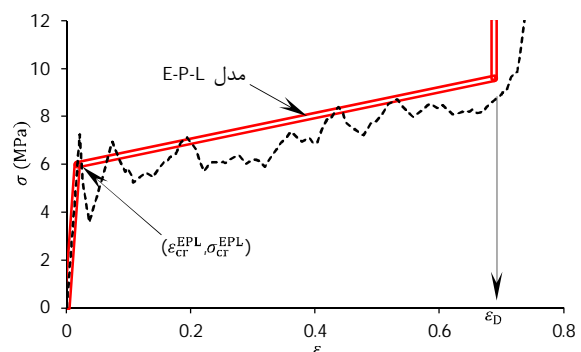
$$U_{max}^{Q-S} = \int_0^{\epsilon_{max}^{Q-S}} \sigma d\epsilon \quad (6)$$

که  $\epsilon_{max}^{Q-S}$  بیانگر حداکثر کرنش قابل حصول در فرآیند فشارش است. بر اساس اصل پایداری انرژی، این انرژی باید با سطح زیر مدل  $(E-P-L)$  برابر باشد، یعنی

$$U_{max}^{Q-S} = \frac{(\sigma_{cr}^{EPL})^2}{2E_0} + \frac{1}{2}(\sigma_{cr}^{EPL} + \sigma_D)(\epsilon_D - \epsilon_{cr}^{EPL}) \quad (7)$$

که  $\sigma_D$  تنش متناظر با  $\epsilon_D$  است. ناگفته پیداست که

$$\sigma_D = \sigma_{cr}^{EPL} + E_P \left( \epsilon_D - \frac{\sigma_{cr}^{EPL}}{E_0} \right) \quad (8)$$



شکل 5 نمایش مدل جدید E-P-L بر روی یک نمودار واقعی بارگذاری فوم

پس

$$U_{max}^{Q-S} = \frac{(\sigma_{cr}^{EPL})^2}{2E_0} + \frac{1}{2} \left( 2\sigma_{cr}^{EPL} + E_P \epsilon_D - \frac{E_P}{E_0} \sigma_{cr}^{EPL} \right) \left( \epsilon_D - \frac{\sigma_{cr}^{EPL}}{E_0} \right) \quad (9)$$

و پس از ساده‌شدن بدست می‌دهد:

$$\frac{(\sigma_{cr}^{EPL})^2}{2E_0} \left( 1 + \frac{E_P}{E_0} \right) - \sigma_{cr}^{EPL} \epsilon_D \left( 1 - \frac{E_P}{E_0} \right) - \frac{1}{2} E_P \epsilon_D^2 + U_{max}^{Q-S} = 0 \quad (10)$$

که همان مدل  $(E-P-L)$  است.

همان‌طور که پیداست، متناسب با افزایش یا کاهش (از صفر تا هر مقدار  $E_P$ ) کرنش سختی فوم، شیب قسمت پلاستیک میانی مدل نیز افزایش یا کاهش می‌یابد<sup>2</sup> که بعنوان مهمترین مزیت مدل جدید نسبت به دو مدل قبلی قلمداد می‌گردد.

### 4- مدل هیدرودینامیکی فروریزش

نویسندگان [10] فروریزش پیشرونده فوم‌های آلومینیوم در برابر ضربه صفحه‌ای سرعت بالا را مورد مطالعه قرار داده و معادلات حاکم بر فرآیند را با استفاده از معادلات بقای جرم و تکانه و به روش «تحلیل کلاسیک یک-بعدی موج شوک»<sup>3</sup> [11] بدقت استخراج کرده‌اند. در تحقیق حاضر، از این روش برای حل مجدد مسئله، منتهای این‌بار با بکارگیری مدل جدید  $(E-P-L)$  استفاده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، با پیشرفت حرکت صفحه ضربه‌زن رویی، فوم فروریزش کرده و با این عمل انرژی جنبشی برخورد را مستهلک و در نهایت حرکت صفحه را متوقف می‌نماید. برای سادگی، یک برش یک بعدی از ضخامت یک سازه مرکب از پوسته<sup>4</sup> با جرم واحد سطح  $m_f$  و لایه فوم با ضخامت اولیه  $H_c$  و چگالی نسبی  $\rho_c (= \rho_0/\rho_a)$  در نظر گرفته شده است. حل کلی مسئله، مستلزم محاسبه  $(V, h, t)$  است. در خلال عبور موج شوک با سرعت  $V_0$  از هر مقطع فوم، حالات ترمودینامیکی اولیه ذرات ماده که عبارتند از چگالی  $\rho_2$ ، انرژی داخلی  $E_2$ ، فشار  $\sigma_2$  و سرعت ذره  $V_2$ <sup>5</sup> بطور ناگهانی به حالات ثانویه  $\rho_1, E_1, \sigma_1, V_1$  تغییر یافته و یا به عبارت دقیقتر، پرش می‌کنند. پوسته رویی دارای سرعت اولیه  $v_1$  است و تنش‌های فشاری، مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

### 4-1- رژیم انتشار موج شوک

برای این رژیم که در آن امواج قوی شوک در محیطی کاملاً دست‌نخورده منتشر می‌شوند (شکل 6)، سلسله مجهولات سینماتیکی مسأله با استفاده از روابط 11 تا 15 محاسبه می‌شوند [10]:

$$x(t) = L(\sqrt{1 + 2v_1 t/L} - 1) \quad (11)$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = \frac{v_1}{\sqrt{1 + 2v_1 t/L}} \quad (12)$$

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -\frac{v_1^2}{L\sqrt{(1 + 2v_1 t/L)^3}} \quad (13)$$

2- Variable Slope Plateau Region  
3- One Dimensional Shock Wave Analysis  
4- Skin  
5- Particle Velocity

1- Elastic, Plastic, Locking

موازنه تکانه کل و استفاده مجدد از مدل (E-P-L)، معادله حاکم را بصورت رابطه 17 بدست خواهد داد [10]:

$$\left(\frac{\rho_D h(t)}{m_f} + 1 + \frac{X}{L}\right) \dot{X} - \frac{\varepsilon_{cr}^{EPL} c_1}{L} X + \frac{\varepsilon_{cr}^{EPL}}{m_f} \tau = \left(1 + \frac{\rho_D h(t)}{m_f}\right) v(t) \quad (17)$$

که یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول با شرط اولیه  $(\tau = 0 : X = 0)$  می‌باشد.

با اتلاف بیشتر انرژی ضربه، دیری نمی‌پاید که موج الاستیک-پلاستیک نیز به یک موج الاستیک تنزل یافته و قدرت تخریبی خود را بطور کامل از دست می‌دهد. بعبارت بهتر، مطابق با پیش‌بینی مدل (E-P-L)، موج الاستیک-پلاستیک تا جایی منتشر می‌شود که سرعت انتشار بخش پلاستیک آن  $(V_p)$ ، شرط  $V_p(\tau) > c_2$  را ارضاء نماید.

### 5- شبیه‌سازی المان محدود

شبیه‌سازی عددی ضربه صفحه‌ای بر روی فوم‌های آلومینیوم در محیط نرم-افزار «آلاس دینا 971» که از قابلیت‌های برجسته‌ای در مدل‌سازی دینامیکی برخوردار می‌باشد، به انجام رسیده است. مدل هندسی تولید شده مشتمل بر یک بلوک فومی با پوشش ورق آلومینیوم است که شرط تماسی سطح به سطح بین آنها برقرار و سرعت ضربه صفحه آلومینیومی بعنوان شرط اولیه تعریف شده است. نوع مدل ماده استفاده شده برای هردو جزء و مقدار عددی پارامترهای آنها در جدول 1 ارائه شده است.

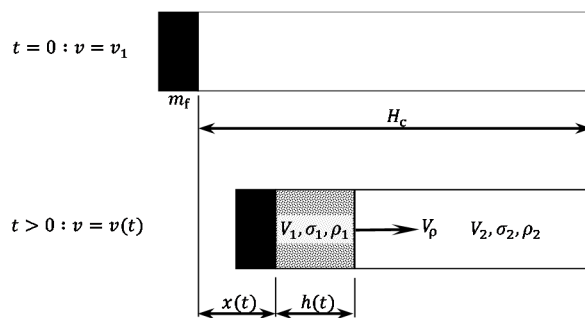
مدل ماده لانه‌زنبوری بهینه شده<sup>2</sup> توانایی مدل‌سازی رفتار فوم بصورت ایزوتروپ و یا اورتوتروپ را داراست؛ اما پس از فشارش فوم تا حجم نسبی نهایی خود که برابر با نسبت حجم نهایی به حجم اولیه آن است، فوم بصورت ماده چگالی با رفتار الاستیک-کاملاً پلاستیک در نظر گرفته شده و از پارامترهای مدول الاستیک، نسبت پواسون و تنش تسلیم ورق آلومینیوم در ادامه محاسبات استفاده می‌شود.

### 6- نتایج و بحث

برخورد یک ورق آلومینیومی به ضخامت 1.5mm، چگالی سطحی  $m_f = 4/05 \text{ kg/m}^2$  و سرعت اولیه  $v_1 = 900 \text{ m/s}$  به بلوک فوم با خواص  $\rho_0 = 540 \text{ kg/m}^3$ ،  $E_0 = 349/2 \text{ MPa}$ ،  $\sigma_{cr}^{qs} = 5/1 \text{ MPa}$ ،  $\varepsilon_{cr} = 0/015$ ،  $E_p = 5/35 \text{ MPa}$  و  $\varepsilon_{max}^{Q-S} = 1/4$  و ضخامت اولیه 7/5cm در نظر گرفته می‌شود که این داده‌ها از منحنی بارگذاری یک نمونه واقعی استخراج شده‌اند (شکل 5). برای این فوم، سرعت صوت خطی و سرعت مؤثر صوت در ناحیه

جدول 1 پارامترهای مدل مواد استفاده شده در شبیه‌سازی عددی

ورق آلومینیوم	فوم آلومینیوم	مدل ماده
الاستیک	لانه‌زنبوری بهینه شده	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
2700	540	$E$ (GPa)
72	72	$\nu$
0/33	0/33	$\sigma_y$ (MPa)
---	145	$E_{xxu} = E_{yyu} = E_{zzu}$ (MPa)
---	349	$G_{xyu} = G_{yzu} = G_{z xu}$ (MPa)
---	1000	



شکل 6 انتشار موج شوک در برشی با سطح مقطع واحد از ضربه صفحه‌ای فوم آلومینیوم [10]

$$h(t) = \frac{\rho_0 L}{\rho_D - \rho_0} (\sqrt{1 + 2v_1 t/L} - 1) \quad (14)$$

$$V_p = \frac{\rho_D v(t)}{\rho_D - \rho_0} \quad (15)$$

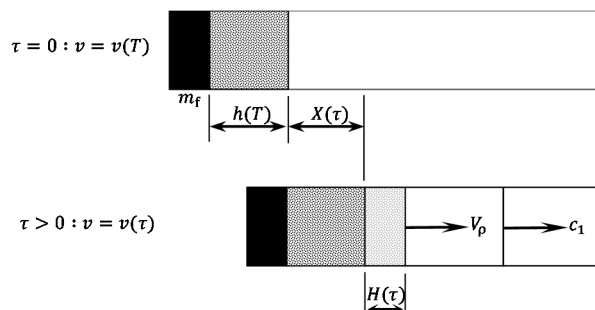
که L با رابطه 16 تعریف و طول مشخصه نامیده می‌شود [10]:

$$L = \frac{(\rho_D - \rho_0) m_f}{\rho_D \rho_0} \quad (16)$$

با استهلاک انرژی ضربه، موج شوک به تدریج جنبه «تیز<sup>1</sup>» خود را از دست داده و با کاهش قله فشار، به یک موج الاستیک-پلاستیک تبدیل می‌شود. همان‌طور که شرح داده شد، مطابق با پیش‌بینی مدل (E-P-L)، گذر از سرعت  $c_1$  شرط لازم و بحرانی این تنزل محسوب می‌شود.

### 2-4- رژیم انتشار موج الاستیک-پلاستیک

جهت تفکیک دو رژیم انتشار موج شوک و موج الاستیک-پلاستیک، آغاز انتشار موج دوم از مبدأ زمانی و مکانی جدیدی سنجیده می‌شود (شکل 7). به این منظور لحظه تبدیل رژیم اول به دوم با  $t = T$  مشخص شده و پس از آن زمان  $\tau$  نشان داده می‌شود. همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، با گذر موج الاستیک-پلاستیک، تنش تنها با گذر موج پلاستیک تا سطوح بالاتر از تنش فروریزش افزایش می‌یابد؛ با این توضیح که سرعت آن از سرعت صوت خطی فوم ( $c_1$ ) کمتر است و بنابراین یک موج الاستیک پیشرو با سرعت  $c_1$  در جلوی موج پلاستیک منتشر شده و سطح تنش و چگالی ماده را تا قبل از درنوردیده شدن توسط آن، به ترتیب تا  $\sigma_{cr}^{qs}$  که آستانه فروریزش فوم است و  $\rho_{cr}$  افزایش می‌دهد.



شکل 7 انتشار موج الاستیک-پلاستیک در برشی با سطح مقطع واحد از ضربه صفحه‌ای فوم آلومینیوم [10]

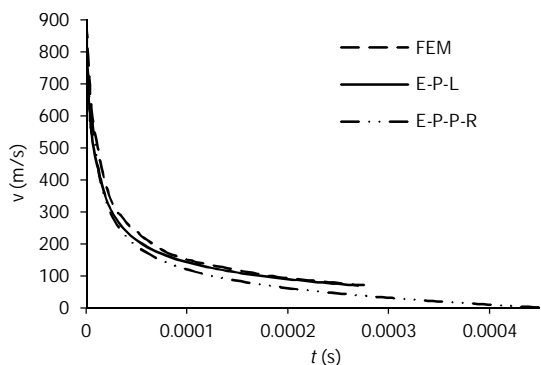
$$5 + 187.8 X(\tau)] \dot{X}(\tau) - 2386.06 X(\tau) + 1.37 \times 10^6 \tau - 886.02 = 0 \quad (20)$$

حل عددی این معادله در بازه‌های زمانی  $\Delta t = 1 \mu s$  تا آنجا ادامه می‌یابد که سرعت انتشار قسمت پلاستیک موج، شرط  $V_p > c_2$  را ارضا نماید؛ چراکه نقض این شرط به معنی توقف فروریزش پیشرونده فوم است. با این شرط، فرآیند حل در  $\tau_f = 260 \mu s$  متوقف و در آن  $X(\tau_f) = 38/5 mm$  و  $H(\tau_f) = 15/8 mm$  محاسبه می‌گردند. با توقف فروریزش پیشرونده، باقیمانده انرژی جنبشی سیستم سبب فروریزش نواری و نیز ادامه انتشار موج الاستیک در توده فوم می‌گردد. با این حساب، سرعت پوسته ضربه زن روئی در خلال فرآیند فروریزش پیشرونده را می‌توان بصورت رابطه 21 تصویر کرد:

$$v = \begin{cases} v(t) = \frac{900}{\sqrt{1 + 339622.6t}} & 0 \leq t \leq 4.34 \mu s \\ v(\tau) = \dot{X}(\tau) & 0 \leq \tau \leq 260 \mu s \end{cases} \quad (21)$$

در اینجا نیز ضخامت معادل  $C(\tau_f) = H(\tau_f) + X(\tau_f) = 54/3 mm$  درنوردیده می‌شود که با احتساب ضخامت درنوردیده شده در رژیم انتشار شوک، مجموع ضخامت مورد نیاز فوم برای جذب کامل انرژی تخریب‌گر صفحه ضربه زن برابر  $C_{tot} = C(T) + C(\tau_f) = 58/5 mm$  خواهد بود. دقت معادلات حاصل و محاسبات تحلیلی انجام شده با نتایج مدل المان محدود مقایسه شده و محک زده شده است. در شکل 9، منحنی‌های تحلیلی سرعت صفحه ضربه زن روبی همراه با منحنی حاصل از تحلیل المان محدود، با پوشش هر دو رژیم انتشار شوک و انتشار موج الاستیک-پلاستیک نمایش داده شده‌اند.

همان گونه که ملاحظه می‌شود، مدل هیدرودینامیکی توسعه داده شده بر مبنای مدل (E-P-L)، موفق به پیش‌بینی بسیار نزدیکی به خروجی مدل المان محدود شده است. بر این مبنای، در لحظه توقف فروریزش پیشرونده در زمان تقریبی  $t = 264/34 \mu s$ ، سرعت صفحه ضربه زن با استفاده از رابطه 15 و احتساب  $V_p = c_2$  برابر با  $v(\tau_f) = 71 m/s$  پیش‌بینی خواهد شد. این بدان معناست که برای سازه مرکب در دست بررسی، تنها سرعت‌های ضربه بالاتر از  $71 m/s$  قادر به ایجاد فروریزش پیشرونده‌اند. ناگفته پیداست که مدل (E-P-P-R) و نیز مدل (R-P-P-L) مطلقاً قادر به انجام این پیش‌بینی نیستند و از دیدگاه آنها، تخریب فوم تا توقف کامل صفحه ضربه زن ادامه می‌یابد! براساس این دو مدل از قبل موجود، ضخامت از فوم که برای جذب کامل انرژی تخریب‌گر اولیه و حفاظت کامل از سازه محافظت شده پستی مورد نیاز است،



شکل 9 منحنی‌های تحلیلی و عددی سرعت صفحه ضربه زن با  $v_i = 900 m/s$

فروریزش پلاستیک به ترتیب با استفاده از روابط 2 و 3 برابر با  $c_1 = 804/15 m/s$  و  $c_2 = 99/5 m/s$  محاسبه می‌شوند که به ترتیب معرف شروط تنزل شوک به موج الاستیک-پلاستیک و توقف فروریزش پیشرونده‌اند.

### 1-6- مدل E-P-L

منحنی بازدهی بر حسب کرنش فوم در شکل 8 رسم شده است. پیداست که بیشترین بازده جذب انرژی در کرنش  $0/71$  رخ می‌دهد و همین، مبین کرنش قفل‌شوندگی ماده است. چگالی انرژی جذب شده در خلال فشارش استاتیکی فوم تا حداکثر کرنش قابل حصول ( $\epsilon_{max}^{Q-S}$ ) نیز با استفاده از رابطه 6 برابر با  $U_{max}^{Q-S} = 5/24 \times 10^6 J/m^3$  محاسبه می‌گردد. اکنون همه چیز برای محاسبه  $\sigma_{cr}^{EPL}$  از رابطه 10 مهیاست:

$$\sigma_{cr}^{EPL} = 5/55 MPa$$

و بی‌درنگ

$$\epsilon_{cr}^{EPL} = \sigma_{cr}^{EPL} / E_0 = 0/0158$$

### 2-6- مدل فروریزش پیشرونده

در  $\epsilon_D = 0/71$ ، فوم تا چگالی  $\rho_D = 1862 kg/m^3$  متراکم می‌گردد. با استفاده از رابطه 16، طول مشخصه سازه مرکب تحت بررسی برابر با  $L = 0/0053 m$  محاسبه می‌شود. اکنون می‌توان معادله سرعت صفحه ضربه زن آلومینیومی را با استفاده از رابطه 12 بصورت زیر بیان کرد:

$$v(t) = \frac{900}{\sqrt{1 + 339622.6t}} \quad (18)$$

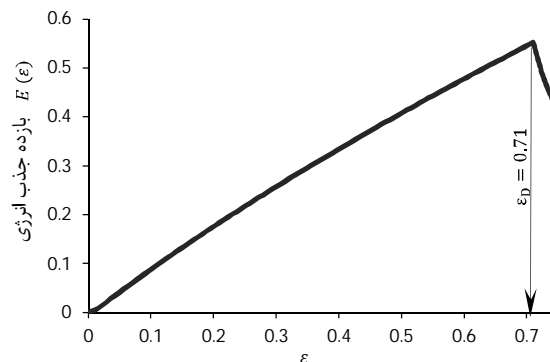
رابطه 15 نیز سرعت انتشار شوک را بصورت زیر بدست می‌دهد:

$$V_p = \frac{1267.6}{\sqrt{1 + 339622.6t}} \quad (19)$$

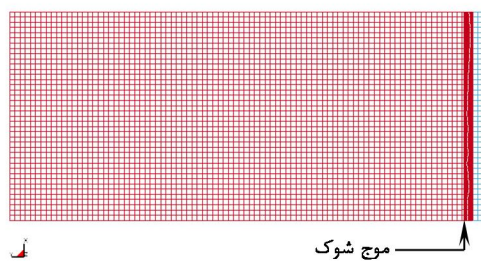
که البته تنها به شرط  $V_p > c_1$  دارای اعتبار بوده و برای سرعت‌های کمتر از آن باید از حل رژیم انتشار موج الاستیک-پلاستیک یا همان معادله 17 استفاده کرد.

از حل معادله  $V_p = c_1$ ، زمان تبدیل رژیم اول به دوم برابر با  $\mu s$   $T = 4/34$  محاسبه شده و  $x(t)$  و  $h(t)$  در آن، برابر با  $x(T) = 3 mm$  و  $h(T) = 1/2 mm$  تخمین زده می‌شوند. از شکل 6 پیداست که ضخامت درنوردیده شده فوم در رژیم نخست برابر است با  $C(T) = h(T) + x(T) = 4/2 mm$ .

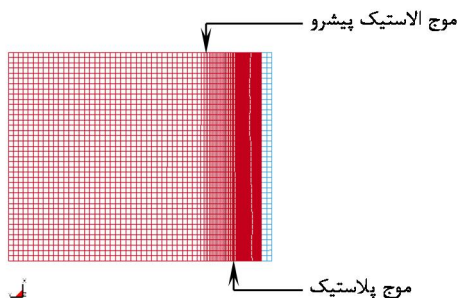
اکنون همه چیز برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر رژیم انتشار امواج الاستیک-پلاستیک آماده است:



شکل 8 منحنی بازده جذب انرژی فوم مورد استفاده بر حسب کرنش

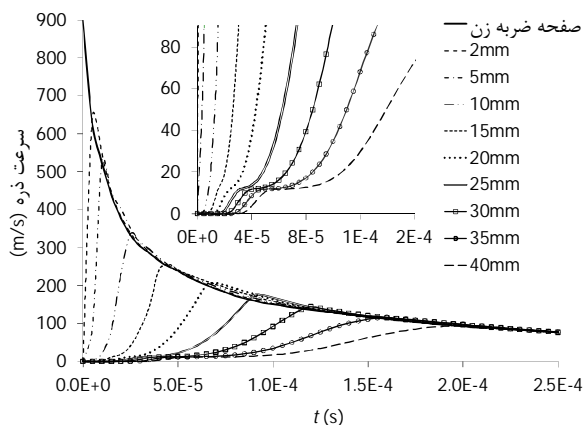


شکل 10 (الف) تشکیل موج شوک در ابتدای راه



ب

شکل 10 (ب) تبدیل تدریجی آن به موج الاستیک- پلاستیک



شکل 11 منحنی های سرعت ذرات فوم در فواصل مختلف از محل اعمال ضربه

جلو محسوب می گردد. مدل تحلیلی ارائه شده با استفاده از شبیه سازی المان محدود در محیط نرم افزار ال اس دینا درستی آزمایشی و اعتبارسنجی شد. نزدیکی مطلوب پیش بینی های تئوری به نتایج عددی، حاکی از دقت بالای مدل های تحلیلی ارائه شده است. بدیهی است که توانایی تفکیک رژیم های متفاوت انتشار موج، دقت بالاتری را در تبدیل یک پدیده پیچیده فیزیکی به مدلی ریاضی به ارمغان آورده و طراح را قادر می سازد تا متناسب با سطح تهدید موجود، سپر حفاظتی مطمئنی را طراحی نماید.

بر اساس پیش بینی های تحلیلی:

1- با افزایش چگالی سطحی ورق در هر سرعت برخورد، مدت زمان انتشار شوک ( $T$ ) و به تبع آن ضخامت فوم در نوردیده شده نیز به همان نسبت افزایش می یابد.

2- سرعت آغازین شوک از چگالی سطحی ورق مستقل بوده و تنها به سرعت برخورد ( $v_1$ ) و چگالی اولیه فوم ( $\rho_0$ ) وابسته است. نقش چگالی

به میزان قابل توجهی بزرگتر از مقدار واقعی مورد نیاز ( $C_{tot} = 58/5\text{mm}$ ) است که توسط مدل جدید (E-P-L) و شبیه سازی عددی برآورد می شود<sup>1</sup>. لذا با ارائه این مدل جدید، راهی نو به سوی بهینه سازی وزن، ابعاد و هزینه سازه های فناشونده با هسته فوم آلومینیوم گشوده خواهد شد.

مراحل شکل گیری موج شوک و تبدیل آن به یک موج الاستیک- پلاستیک نیز در شکل 10 نشان داده شده است. همان طور که پیداست، پس از برخورد اولیه و در آغازین لحظات فروریزش، یک موج شوک قوی در فوم منتشر می شود که نتیجه آن فروریزش لحظه ای و بلادرنگ المانها در محل شوک است؛ به نحوی که یک مرز به وضوح تیز بین دو ناحیه کاملاً دست- نخورده جلو و منطقه تخریب شده پشت شوک قابل تشخیص است (شکل 10-الف). با زوال شوک در زمانی اندک و با تشکیل موج الاستیکوپلاستیک، این مرز تیز نیز از بین رفته و تغییر شکلها در دو مرحله الاستیک و پلاستیک رخ خواهند داد که می توان از آن به تبدیل الگوی آنی فروریزش به الگوی تدریجی و پلکانی تعبیر کرد (شکل 10-ب).

این تبدیل الگو را می توان بخوبی در شکل 11 نیز مشاهده کرد. همان گونه که پیداست منحنی سرعت نقطه اول با فاصله اولیه 2mm از محل اعمال ضربه (و تا حدودی نقطه دوم)، آغازی بسیار تیز و ناگهانی دارد که بهترین شاهد بر گذر موج شوک از آن است. به تدریج و با فاصله گرفتن از این نقطه و پیشروی در منطقه انتشار موج الاستیک- پلاستیک، منحنی های سرعت نیز افتاده تر شده و ذرات فوم با شیب ملایم تر و در بازه زمانی بزرگتری سرعت می گیرند.

برای وضوح بیشتر و تفکیک بهتر منحنی های شکل 11، قسمتهای آغازین منحنی ها بزرگنمایی شده و به همان شکل الصاق شده اند. افزایش دومرحله ای سرعت ذرات فوم در این شکل به خوبی نمایان است. از آنجا که در رژیم انتشار موج الاستیک- پلاستیک، سرعت موج الاستیک پیشرو از سرعت بخش پلاستیک آن بزرگتر است، بنابراین با گذر زمان فاصله بین این دو موج بیشتر و بیشتر می شود. اثر این رخداد به وضوح با بزرگتر شدن ناحیه پلکانی منحنی های متعلق به نقاط دورتر از محل اعمال ضربه خودنمایی می کند. سرعت ذره در این ناحیه برابر با  $v_p = 12/1\text{m/s}$  قرائت می شود که با پیش بینی تئوریک  $v_p = \varepsilon_{cr}^{EPL} c_1 = 12/7\text{m/s}$  نزدیکی و همخوانی بسیار بسیار مطلوبی دارد.

## 7- نتیجه گیری

در این مقاله، مدل تحلیلی جدیدی برای تخمین مقاومت و توصیف کیفی و کمی فروریزش فوم های آلومینیومی در برابر بارگذاری ضربه ای با سرعت های فرابحرانی ارائه شد. در مدل سازی مذکور که با استفاده از روابط بقا و براساس «آنالیز شوک» و استفاده از مدل جدید و اصلاح شده (E-P-L) و با تمرکز بر روی برهمکنش یک بعدی ورق و فوم و فروریزش پیشرونده آن به انجام رسیده است، سه رژیم مجزای انتشار «موج شوک»، «موج الاستیک- پلاستیک» و «موج صوتی الاستیک» کاملاً از یکدیگر تفکیک شده اند که خود از نقاط قوت این مطالعه به شمار رفته و نسبت به تحقیقات قبلی، یک گام به

1- برای نمونه های فوم در دست بررسی، پارامترهای مدل (E-P-P-R) برابرند با:

$$\sigma_{cr}^p = 6/63\text{MPa}, \quad \varepsilon_{max} = 0/8, \quad \varepsilon_{cr}^p = 0/019$$

که بر اساس آن، ضخامت فوم لازم برای جذب کامل انرژی دریافتی برابر خواهد بود با [7]:

$$C_{tot} = h(T) + X(T) + H(\tau_f) + X(\tau_f) = 0/6 + 2/4 + 13/2 + 52/8 = 70\text{mm}$$

که بیانگر نزدیکی به 20% افزایش در ضخامت لایه فوم مورد نیاز نسبت به مدل جدید است.

$\tau_f$	زمان پایان فروریزش پیشرونده در رژیم انتشار موج الاستوپلاستیک (s)
<b>بالانویس‌ها</b>	
Q-S	شبه استاتیکی
EPL	مدل جدید «الاستیک-پلاستیک- قفل شونده»
<b>زیرنویس‌ها</b>	
cr	بحرانی
D	چگالش

**9- مراجع**

- [1] M. F. Ashby, A. Evans, N. A. Fleck, L. J. Gibson, J. W. Hutchinson, N. H. Wadley, *Metal Foams- A Design Guide*, USA: Butterworth Heinemann, 2000.
- [2] L. J. Gibson, *Properties and application of metallic foams*, In: *Comprehensive Composite Materials*, Elsevier Science, Vol. 3, pp. 821-842, 2000.
- [3] P. J. Tan, S. R. Reid, J. H. Harrigan, Z. Zou, S. Li, Dynamic compressive strength properties of aluminum foams. Part I- Experimental data and observations, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, No. 10, pp. 2174-2205, 2005.
- [4] A. G. Hanssen, L. Enstock, M. Langseth, Close-range blast loading of aluminum foam panels, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 27, No. 6, pp. 593-618, 2002.
- [5] D. Ruan, G. Lu, F. L. Chen, E. Siores, Compressive behavior of aluminum foams at low and medium strain rates, *Composite and Structure*, Vol. 57, No. 1-4, pp. 331-336, 2002.
- [6] P. J. Tan, S. R. Reid, J. H. Harrigan, Z. Zou, S. Li, Dynamic compressive strength properties of aluminum foams. Part II-Shock theory and comparison with experimental data and numerical models, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, No. 10, pp. 2206-2230, 2005.
- [7] S. L. Lopatnikov, A. G. Bazle, C. Krauthauser, J. W. Gillespie, M. Gudan, I. W. Hall, Dynamics of metal foam deformation during taylor cylinder-hopkinson bar impact experiments, *Composite and Structure*, Vol. 61, No. 1-2, pp. 61-71, 2003.
- [8] P. J. Tan, J. H. Harrigan, S. R. Reid, Inertia effects in uniaxial dynamic compression of closed cell aluminum alloy foam, *Materials Science and Technology*, Vol. 18, No. 6, pp. 480-488, 2002.
- [9] Q. M. Li, S. R. Reid, About one-dimensional shock propagation in a cellular material, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 32, No. 11, pp. 1898-1906, 2006.
- [10] E. Zamani, G. H. Liaghat, H. R. Shahverdi, Analytical and numerical studies of high-velocity plate impact crushing of aluminum foam, *Journal of Energetic Materials*, Vol. 7, No. 1, pp. 55-62, 2012. (In Persian)
- [11] P. W. Cooper, *Explosive Engineering*, pp. 179-184, New York: Wiley-VCH, 1991.

سطحی ورق، در ادامه مسیر پرنگ‌تر می‌شود؛ به نحوی که هرچه ورق چگالتر باشد،  $T$  افزایش یافته و ضخامت بیشتری از فوم متراکم می‌شود.

3-  $v(T)$  مستقل از چگالی سطحی ورق و سرعت اولیه آن است؛ چراکه این سرعت برابر سرعت ذره در پشت شوک بوده و لذا تابعی از سرعت آن است.

**8- فهرست علائم**

$U$	انرژی جذب شده بر واحد حجم ( $Jm^{-3}$ )
$E$	بازده جذب انرژی
$x$	جابجایی صفحه ضربه‌زن در رژیم انتشار شوک (m)
$X$	جابجایی صفحه ضربه‌زن در رژیم انتشار موج الاستوپلاستیک (m)
$m_f$	چگالی سطحی صفحه ضربه‌زن ( $kgm^{-2}$ )
$t$	زمان در رژیم انتشار شوک (s)
$T$	زمان پایان رژیم انتشار شوک (s)
$v$	سرعت صفحه ضربه‌زن ( $ms^{-1}$ )
$C_s$	سرعت صوت مؤثر ( $ms^{-1}$ )
$C_1$	سرعت صوت خطی ( $ms^{-1}$ )
$C_2$	سرعت صوت مؤثر در ناحیه فروریزش ( $ms^{-1}$ )
$V_{\square}$	سرعت جبهه فروریزش ( $ms^{-1}$ )
$a$	شتاب صفحه ضربه‌زن ( $ms^{-2}$ )
$h$	ضخامت فوم فشرده شده توسط موج شوک (m)
$H$	ضخامت فوم فشرده شده توسط موج الاستوپلاستیک (m)
$L$	طول مشخصه (m)
$E_0$	مدول الاستیک فوم (Pa)
$E_P$	مدول فوم در ناحیه فروریزش (Pa)
<b>علائم یونانی</b>	
$\sigma$	تنش (Pa)
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\tau$	زمان در رژیم انتشار موج الاستوپلاستیک (s)