



# Modeling Bistable Behaviors in Exposure of Thermo-Viscoelastic Conditions by Link-Spring-Dashpot Structures

## ARTICLE INFO

**Article Type**  
Original Research

**Authors**  
Shahryarifard M.M.<sup>1</sup>,  
Golzar M.<sup>2</sup>,  
Tibert G.<sup>3</sup>

### How to cite this article

Shahryarifard M M, Golzar M, Tibert G. Modeling Bistable Behaviors in Exposure of Thermo-Viscoelastic Conditions by Link-Spring-Dashpot Structures. *Modares Mechanical Engineering*. 2021;21(9):589-600.

## ABSTRACT

Bistable composites have gained increased attention in the industry, especially in aerospace, due to their unique feature of shape-changing without any need for continuous energy. The advantage of using these structures is their ability to package in small size, whilst deploying in long lengths and high stiffness ratio along the length. This unique feature, along with the advantages of other fiber-reinforced composites such as high strength, lightweight, and high rigidity, has made them a good choice for applications such as deployable booms and antennas for satellites. In this paper, the bistability of shell structures at different time-temperature conditions is investigated. To explain the mechanical behavior of the Bistable Tape Springs (BiTSs) in different conditions, an analogous 2D-model consist of rigid linkages, elastic springs and viscous dampers is proposed. As a case study, four BiTSs are fabricated and subjected to a particular thermo-viscoelastic condition to verify all stability behaviors of the 2D link-spring-dashpot (LSD) model. It was also shown that the non-dimensional strain energy plot of the 2D-LSD model through the transition path is similar to the minimum strain energy path from the 3D classical-laminate-theory (CLT) shell model for a BiTS. The 2D-LSD model could simulate the elastic and viscoelastic behavior of the BiTS at three critical points of the minimum strain energy path with a negligible discrepancy. In addition, the results of the 2D-LSD model are in good agreement with the experimental results obtained from the four fabricated specimens in terms of bistability under the particular thermo-viscoelastic condition.

**Keywords** Bistable, Composite, Thermo-viscoelastic, Link-Spring-Dashpot, Non-Dimensional Strain Energy.

## CITATION LINKS

- [1] Bistable prestressed... [2] Effect of infill percentage ... [3] Evaluating the effects...[4] Viscoelastic effects... [5] Design and analysis...[6] Development of coilable...[7] Elastic memory... [8] Development of a prototype... [9] Deployable booms and antennas...[10] Analytical and experimental...[11] Design and Analysis...[12] Bi-stable composite shells [13] Effects of viscoelasticity...[14] Deployment Modeling [15] Highly compact...[16] Neutrally stable composite...[17] The fundamentals of designing ...[18] Shape memory polymers ...[19] Bistable composite slit tubes...[20] Bistable composite slit tubes...[21] Modelling and configuration...[22] Some observations...[23] On the thermally induced ...[24] The investigation of the effects...[25] Multi-stable composite twisting structure...[26] Experimental study on bistable... [27] Non-contact magnetic driving bioinspired...[28] The bistable behaviors... [29] Analytical models for bistable... [30] Highly multistable composite ...[31] Analysis of thermally...[32] Modelling and optimization of bistable...[33] Flight qualification testing... [34] Experiments and Simulations of the Deployment... [35] TRAC boom structural mechanics [36] Deployable space boom using bi-stable... [37] Deployment of Bistable Self-Deployable... [38] Toward thermal stimulation... [39] Pneumatically Actuated Soft Gripper... [40] A magneto-active soft gripper... [41] Design and analysis of laminates... [42] Zero stiffness elastic structures [43] Pseudo-bistable pre-stressed... [44] Pseudo-bistable self-actuated domes... [45] Orthotropy as a driver... [46] Shape Recovery Behavior... [47] Rate dependent finite strain ... [48] Viscoelastic bistable... [49] Pattern transformation... [50] Design and manufacturing...

### \*Correspondence

Address: Faculty of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.  
Phone:  
P.O.Box: 14115-111  
m.golzar@modares.ac.ir

### Article History

Received: October 25, 2020  
Accepted: April 28, 2021  
ePublished: July 28, 2021

(Deployable) برخوردارند، جايی که می‌توان از خاصیت دوپایداری آن‌ها برای گستراندن ساختارهای بسيار ساده استفاده کرد که با اطمینان بالا از حالت بسته‌بندی خارج شده و در شکل عملیاتی خود باز می‌شوند<sup>[۱]</sup>.

اين ساختار با قابلیت کوچک شدن و جمع شدن، اگر استحکام بالا در وضعیت باز مانند کامپوزیت‌ها داشته باشد، کاربردهای تخصصی و در عین حال راهگشا (مثل ستون برج نور سیار) و خاص (مثل صنایع فضایی) پیدا می‌کنند. ضرورت دستیابی به سازه‌هایی با حجم متغیر و سیک از آنجا به وجود آمده که حجم اولیه و وزن، عامل اصلی محدودکننده در ارسال تجهیزات و وسایل مخابراتی به فضا است.

در کنار پدیده دوپایداری، فن آوري جدید چاپ چهار بعدی نیز طرفداران بسیاری در میان پژوهشگران زمینه تغییر شکل دهنده‌ها (Shape-shiftings) پیدا کرده است. این فن آوري که از پلیمر گرمائون با فرآيند چاپگر سه بعدی کمک مي‌گيرد، با استفاده از محرك خارجي (عموماً دما) به شکل پيوسته در بعد چهارم (زمان) تغيير شکل می‌دهد تا به شکل مطلوب از قبل تعبيين شده برای آن برسد. پژوهشگران با بررسی مولفه‌های مختلف مانند درصد پر شدگی و زاویه چاپ<sup>[۲]</sup>، مولفه‌های فرآيندی شامل مولفه‌های فعال سازی، چاپ و مواد<sup>[۳]</sup>، اثرات اين مولفه ها را بر درصد بازيابي نيريوي و انحنای نمونه‌های چاپ شده به دست آوردند.

پلیمرهای تقویت شده با الیاف (Fiber reinforced polymer - FRP) در صنایع مختلف به ویژه در صنایع هوافضا کاربردهای شناخته شده‌ای دارد. آن‌ها دارای: (۱) وزن کم، (۲) سفتی بالا، و (۳) خواص مختلف در کنار هم هستند. اگر استحکام نسبت به وزن (استحکام ویژه) بالا در جهت خاص را مزیت اصلی کامپوزیت‌ها معرفی کييم، شکل هندسی ثابت و غير قابل تغيير، بزرگ‌ترین چالش پيش روی اين مواد به شمار می‌رود. کاربرد خاص FRP‌ها در صنعت فضایي، سازه‌های دوپایدار گسترش‌پذير است که به خاطر قابلیت کوچک‌سازی در بسته‌بندی کوچک و نرخ بسته‌بندی بالا است، همچنین دارای خاصیت بازشوندگی به صورت هوشمند و بدون نياز به موتور هستند<sup>[۴-۶]</sup>.

### ۱- دسته‌بندی دوپایدار

دسته‌بندی‌های مختلفی برای دوپایدارها ارائه گردیده است. در دسته بندی کلی‌تر می‌توان دوپایدارها را به دو دسته پيش‌تنش یافته (pre-stressed) و غير پيش‌تنشی (stress-free) (Dسته‌بندی کرد. نمونه‌ای از دوپایدار پيش‌تنش یافته، دوپایدارهای همسان‌گرد (Isotropic) هستند. اين نوع دوپایدارها در هیچ حالتی خالي از تنশ پسماند نمي‌باشند و در واقع اساس تغيير شکل آن‌ها از حالتی به حالت ديگر را می‌توان غلبه بر تنش پسماند دانست. از جمله دوپایدارهای ديگر موجود در اين دسته، دوپایدارهای غيرهمسان‌گرد (Orthotropic) با لايچيني غيرمتقارن (Asymmetric) هستند که در حين عمليات ساخت، به واسطه عدم

## مدلسازی رفتار دوپایدارهای کامپوزیتی در شرایط ترمو-ويسکوالاستیك با استفاده از ساختار میله-فنر-ميراگر

محمدمهدي شهريارى فرد

دانشکده مهندسي مکانيك، دانشگاه تربيت مدرس، تهران، ايران.

محمد گلزار<sup>\*</sup>

دانشکده مهندسي مکانيك، دانشگاه تربيت مدرس، تهران ، ايران.

گونار تبیرت

دانشکده مهندسي مکانيك، دانشگاه KTH، استكهلم، سوئد.

### چکیده

دوپایدارهای کامپوزیتی بهدلیل ویژگی منحصر به فرد در تغيير شکل بدون نياز به انرژي پيوسطه طرفداران زیادي در صنعت به خصوص صنایع هوافضا پیدا کرده است. مزیت استفاده از اين سازه‌ها، خاصیت جمع‌شوندگی در عین دستیابی به طول‌های بلند و سفتی بالا نسبت به وزن در راستای طول است. اين ویژگی منحصر به فرد در کنار مزایای ديگر کامپوزیت‌ها محقق، استحکام ویژه بالا، سبکی و صلبیت بالا، موجب شده که در کاربردهای زيادي همچون بومهای بازشونده، آلتمن و صفحات خورشيدی ماهواره از آن‌ها استفاده شود. در اين مقاله اثرات شرایط مختلف پيوسطه طرفداران سازه دوپایدار کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته است. برای توضیح رفتار مکانیکی نوار دوپایدار کامپوزیتی (BiTS) در محیط‌های مختلف، مدل مقایسه‌ای دو بعدی متشکل از عضوهای میله‌ای صلب، فنرهای الاستیك و میراگرهای ویسکوالاستیك شده است. روابط نيرو و انرژي حاكم بر مدل دو بعدی به دست آمد و از آن برای رسم منحنی انرژي کرنشی بي بعد در طول مسیر تغيير شکل بر حسب متغيرهای مسئله استفاده شد. برای صحبت‌سنگي رفتار مدل میله-فنر-ميراگر دو بعدی در شرایط ترمو-ويسکوالاستیك، چهار BiTS ساخته شده از مواد کامپوزیتی در معرض يك چرخه خاص ترمو-ويسکوالاستیك قرار گرفتند. مدل دو بعدی، قادر به بيان آسان تر پدیده دوپایداری در شرایط ترمو-ويسکوالاستیك است. نتایج حاصل از آزمیش تجربی حکایت از همخوانی رفتار دوپایدار مدل میله-فنر-ميراگر دو بعدی در شرایط ترمو-ويسکوالاستیك دارد. **کليودها:** دوپایدار، کامپوزیت، ترمو-ويسکوالاستیك، میله-فنر-ميراگر، انرژي کرنشی بي بعد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۸/۰۴

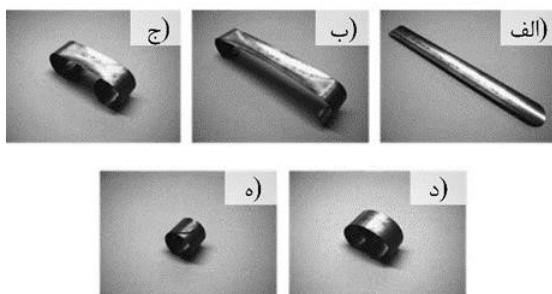
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۰۸

<sup>\*</sup>نويسنده مسئول: m.golzar@modares.ac.ir

### ۱- مقدمه

گسترش دانش دوپایداری (Bistability)، در دهه اخير نشان می‌دهد که خاصیت اين دسته از مواد راه موثری برای دستیابی به شکل هندسي دلخواه از شکل اوليه است. اين مواد راه سريع و کم هزينه برای رسيدن به شکل هندسي مورد نظر از هر شکل کم حجم به مهندسان مکانيك پيشنهاد داده است.

سازه‌های دوپایدار (Bistable) کاربردهای زيادي دارند که رايچ ترين آن‌ها در دستگاه‌های مکانيكی و الکترومکانيكی است که بين تعداد گسسته‌های از حالتها تغيير می‌کند. آن‌ها همچنین از جذابیت بالايي جهت استفاده در سازه‌های گسترش‌پذير



شکل ۳) حالت مختلف انتقال از حالت باز به حالت بسته در پوسته دوپایدار<sup>[۱]</sup>.STEM

سازه‌های فضایی حجیم در محدوده پرتابه مورد استفاده قرار می‌گیرند<sup>[۱۵]</sup>.

به طور معمول، دوپایدارهای همسانگرد از فولاد فترساخته می‌شوند و به صورت الاستیک بسته شده و در بسته‌بندی مقید شده قرار می‌گیرند. ویژگی بارز این سازه‌ها عدم پایداری در حالت بسته شده است که مانع از کم حجم بودن آن‌ها می‌شود و نیاز به مجموعه غلاف‌بندی برای مقید ساختن آن‌ها وجود دارد<sup>[۱]</sup>. در نتیجه این سازه‌ها در وضعیت بسته مقدار قابل توجهی انرژی کرنش ذخیره می‌کنند. بدون مهار، چنین سازوکاری با شتاب زیاد، کنترل نشده و غیرقابل پیش‌بینی باز می‌شود<sup>[۶,۹]</sup>.

کابادزه و همکارانش<sup>[۱]</sup> به توصیف ایجاد دوپایداری در یک پوسته استوانه‌ای با تنفس پسماند و توسط کرنش پلاستیک یکنواخت ناشی از خمش پرداختند. ایشان در مقاله خود عامل ایجاد دوپایداری را در مواد همسانگرد، تغییر شکل پلاستیک معرفی کردند.

**۱-۳-دوپایداری با مواد غیرهمسانگرد (کامپوزیتی)**  
فلزات کرنش‌پذیر مانند بریلیم-مس و فولاد ضدزنگ، عملکرد خمشی خوب و مدول الاستیک بالایی دارند، اما چهارتاً پنج برابر کامپوزیت‌ها چگال‌تر هستند<sup>[۱۷]</sup>. سبک بودن به همراه قابلیت بالای ترکیب خواص در کامپوزیت‌ها، عامل به کارگیری آن‌ها در کاربردهای فراوانی از جمله کاربرد فضایی شده است<sup>[۱۶,۱۱]</sup>. از جمله معایب دیگر فلزات نسبت به کامپوزیت‌ها در کاربرد سازه‌های بازشونده، شوک بازشوندگی زیاد است که موجب کاهش کارایی ماموریت‌های فضایی و ایجاد نوسانات غیر مطلوب در ماهواره می‌شود<sup>[۱۸]</sup>.

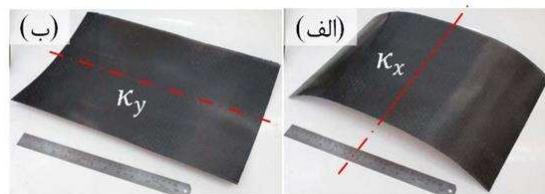
اگر در ساخت نوار دوپایدار به جای فلز از لایه‌چینی مخصوص کامپوزیتی استفاده شود، این نوار دارای دو حالت پایدار می‌شود: پایدار اول که در شکل ۴-الف نشان داده شده، حالت باز با انحنای عرضی می‌باشد اما خمیدگی طولی ندارد و پایدار دوم که در شکل ۴-ب نمایش داده شده، حالت بسته شده‌ای دارد که در آن حداقل انحنای عرضی وجود دارد<sup>[۱۹]</sup>.

تطابق ضرایب انبساط حرارتی لایه‌ها در جهت‌های مختلف، تنش پسماند حرارتی ایجاد شده که موجب تغییر شکل دوپایدار می‌شود (شکل ۱).

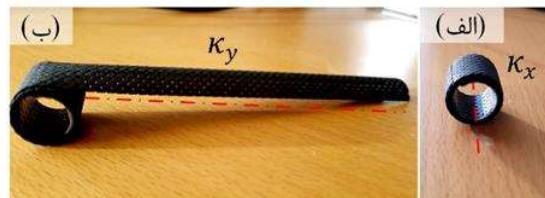
دسته دوم دوپایدار از مواد ارتوتروپی با لایه‌چینی پادمتقارن (-Anti-symmetric) برنامه‌ریزی شده ایجاد می‌شود تا ممان خمشی در یک جهت را با تنش کششی در جهت عمود برهم مرتبط کند. این نوع دوپایدار که در حالت اولیه هیچ گونه تنشی در خود ندارد، با تئوری کلاسیک لایه‌ها (Classic Laminate Theory -CLT) مورد بررسی و واکاوی قرار گرفته است. نوارهای فنری (-Tape Spring TS)، نوعی دوپایدار پادمتقارن فوق العاده نازک از جنس FRP هستند که می‌توانند به صورت الاستیک جمع شوند و با دنبال کردن یک مسیر سینماتیک خاص، انرژی کرنش ذخیره شده آن‌ها آزاد می‌شود<sup>[۱۱]</sup>. آن‌ها همچون متر اندازه‌گیری جمع می‌شوند، اما برخلاف مترهای اندازه‌گیری، در هر دو حالت بسته و باز، نشان داده شده در شکل ۲، پایدار هستند<sup>[۱۲]</sup>. در ادامه به بررسی اجمالی هر یک از این دسته‌ها و موارد کاربرد آن‌ها پرداخته می‌شود.

#### ۲-۱-دوپایداری با مواد همسانگرد (فلزی)

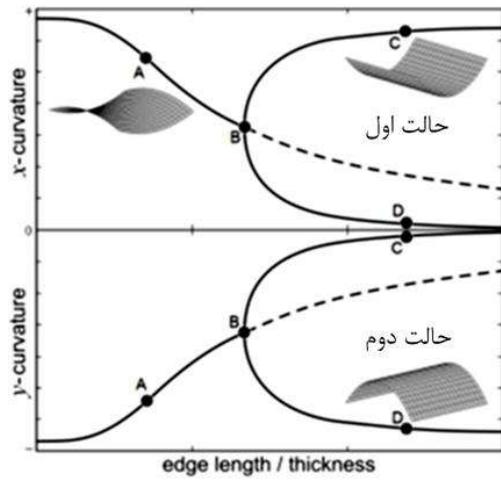
دوپایدار همسان‌گرد همان وسیله فانتزی است که در فروشگاه‌های لوازم التحریر به عنوان خطکش فروخته می‌شود و یا در اسباب بازی فروشی‌ها در بند ساعت استفاده می‌شود (شکل ۳). از اوایل اکتشافات فضایی، دوپایدارهای همسانگرد به عنوان اعضای سازه‌های گسترش‌پذیر محبوبیت زیادی کسب کرده و به عنوان مثال برای گستردن بادبان‌های خورشیدی تلسکوپ فضایی هابل مورد استفاده قرار گرفته‌اند<sup>[۱۳]</sup>. گسترش سریع ماهواره‌های نانو و پیکو برای مأموریت‌های فضایی نیاز به سیستم‌های گسترش‌پذیر داشت که بسیار قابل انعطاف و در عین حال بزرگ و دارای خواص مکانیکی کافی در هنگام گستردن باشد<sup>[۱۴]</sup>. سازه‌های فضایی گسترش‌پذیر مدت‌هاست که به عنوان ابزاری برای کوچک کردن



شکل ۱) دو پایداری کامپوزیتی با لایه چینی غیرمتقارن [۰/۹۰] الف-در وضعیت پایدار اول ب-در وضعیت پایدار دوم<sup>[۱۰]</sup>



شکل ۲) نوار دوپایدار کامپوزیتی، الف- در حالت بسته و ب- در حین باز شدن.



شکل ۵) حالت‌های پایدار (خط) و ناپایدار (خط چین) یک ورق کامپوزیتی تخت با لایه‌چینی غیرمتقارن [۳۲][۰/۹۰].

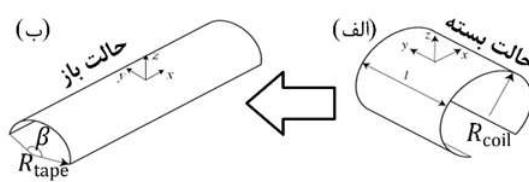
A). هر چه این نسبت افزایش می‌یابد، حل دو شاخه می‌شود ( نقطه B). بعد از این نقطه دو حالت پایدار تقریباً استوانه‌ای مشاهده می‌شود ( نقطه‌های C و D)، جایی که حالت زین اسیب ناپایدار می‌گردد (خط چین). مشابه همین رفتار در یک پوسته استوانه‌ای با لایه‌چینی [۰/۹۰] که از ابتدا دارای یک انحنا است (ورق موجود) نیز مشاهده می‌شود.

### ۲-۳-۱- دوپایدار کامپوزیتی با لایه‌چینی پادمتقارن (نوارهای کامپوزیتی پادمتقارن)

نوارهای کامپوزیتی پادمتقارن را می‌توان به سه دسته بر اساس تمایل به دوپایداری تقسیم کرد: ۱) نوار تک پایدار با تنش بالا [۳۳,۳۴] ۲) نوار دوپایدار [۳۵] و ۳) نوار با دوپایداری خنثی.

نوارهای دوپایدار کامپوزیتی BiTS (Bistable Tape Spring) با لایه‌چینی پادمتقارن را می‌توان مانند یک متر اندازه‌گیری نجاری پیچاند، اما برخلاف یک متر اندازه‌گیری نجاری، در دو حالت جمع و باز پایدار است [۱۲]. BiTS ها در حالت باز (extended) ساخته می‌شوند، بنابر این در این حالت فاقد تنش پسماند کرنشی می‌باشند و در هنگام بسته (rolled) انرژی کرنشی بالاتری دارند [۹,۳۶]. BiTS ها می‌توانند با آزادسازی این انرژی کرنشی ذخیره شده، از حالت بسته خودبه‌خود باز شوند [۱۱].

BiTS ها به دلیل قابلیت جمع شوندگی، خود بازشوندگی، هزینه کم، سبک بودن و سفتی طولی به عنوان سازه‌های گسترش‌پذیر فضایی مناسب هستند [۳۷]. آن‌ها در کاوشگر کوچک (CubeSat) با حجم 3U برای مأموریت‌های پیشرفت (Small Excavator for Advance Mission-SEAM) به عنوان بوم‌های بازشونده مونتاژ شدنی متشكل از چهار دوپایدار پلیمری تقویت شده با الیاف شیشه (Glass Fiber Reinforced Composite-GFRP) چهار لایه با طول ۱ متر همانند شکل ۶ به کار گرفته شدند. این بوم‌ها به عنوان اجزای اصلی پشتیبانی از بارهای متumerک همچون وزنه ثبات گرانشی، دوربین و سنسور در ماهواره‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند [۹].



شکل ۶) تغییر حالت یک لوله دوپایدار کامپوزیتی از الف-الف. حال تعادل اولیه (باز) به ب-حال تعادل ثانویه (بسته) [۲۰].

ویژگی منحصر به‌فرد این طبقه از سازه‌های غیر همسان‌گرد برخلاف مترهای اندازه‌گیری و تغییر وضعیت دهنده‌ها این است که بدون نیاز به نیروی خارجی پیوسته و فقط برای تغییر وضعیت بین حالات کاملاً باز و کاملاً بسته نیاز به مصرف انرژی دارند [۱۶, ۲۱]. در نتیجه برای مهار انرژی کرنشی در وضعیت بسته یا باز کردن آن، نیازی به قید یا سازوکار گسترش نیست [۵].

دو روش لایه‌چینی برای ایجاد دوپایداری در پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی وجود دارد: ۱) لایه‌چینی غیرمتقارن که دوپایداری در فرآیند ساخت از کرنش‌های حرارتی به وجود می‌آید [۲۲-۲۴]. لایه‌چینی پادمتقارن که از مزایای کویل خمی می‌باشد و در تلسیم ورقه برای ایجاد دوپایداری بهره می‌برد [۲۵-۲۸]. بر اساس این تقسیم بندی، لایه‌چینی متقارن (Symmetric) نمی‌تواند دوپایدار باشد و تلاش برای پیچاندن آن باعث ماریپیج شدن آن می‌شود [۱۹]. توجه داشته باشید که در عبارت فوق، فرض بر این است که پوسته‌ها در شکل اولیه خود عاری از تنش پسماند است. در غیر این صورت، مواد همسان‌گرد و لایه‌چینی‌های متقارن نیز قادر به دوپایدار شدن با تنش پسماند هستند [۲۹].

### ۱-۳-۱- دوپایدار کامپوزیتی با لایه‌چینی غیرمتقارن

دلیل ایجاد دوپایداری در پوسته کامپوزیتی غیرمتقارن، عدم تقارن ضرایب انبساط حرارتی در جهت‌های محوری و عرضی الیاف است که منجر به ایجاد عدم تقارن هندسی در نتیجه تنش‌های پسماند حرارتی حین فرآیند پخت لایه‌چینی می‌شود. این تنش‌های پسماند باعث می‌شود که پس از پختن، پوسته در یکی از دو شکل استوانه‌ای پایدار شود [۳۰, ۳۱]. حال اگر به جای هندسه متقارن از ورق موجود با لایه‌چینی متقارن استفاده شود (عدم تقارن هندسی)، در اثر اعمال بار حرارتی، ورق دچار انحنای گوسی خارج از صفحه می‌شود [۱۰].

تحت شرایط هندسی خاصی اعوجاج حرارتی می‌تواند منجر به ایجاد دو حالت پایدار در یک ورق تخت کامپوزیتی شود که در نتیجه آن، تغییر شکل بزرگ ایجاد می‌شود. شکل ۵ این رفتار وابسته به هندسه را برای یک لایه‌چینی [۰/۹۰] نشان می‌دهد. در این تحلیل برای نسبت طول لبه به ضخامت کم، تنها یک حالت پایدار با انحنای مساوی حول محور x و y مشاهده می‌شود (نقطه

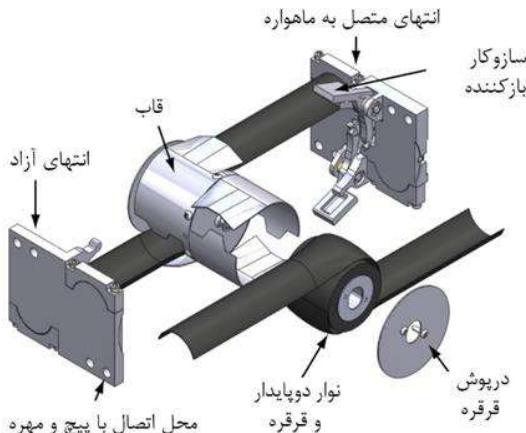
کرده‌اند. کوی و سانتر<sup>[30]</sup> سطوح کامپوزیت متصل بهم را که درجه بالایی از چند پایداری داشتند، مورد بررسی قرار دادند. این پدیده به‌لطف یک مدل مقایسه‌ای ساخته شده توسط سه تیر فون میسز با قابلیت تغییر طول ارائه شد. در مدل تیر کوی و سانتر، تنفس پسماند و کرنش پسماند می‌تواند در ساختار در هر حالت پایدار اعمال شود. مطالعه پارامتری برای توصیف اثر پارامترهای کنترلی بر میزان دوپایداری هر سیستم انجام شد. برینکمایر و همکارانش<sup>[43,44]</sup> یک مدل Elastic Link-Spring (ELS) ارائه کردند تا اصول شبه دوپایداری را تبیین کنند. مدل ELS آن‌ها از فنرهای خطی و پیچشی و میراگر برای پیش‌بینی ویسکوالاستیک ماده استفاده کرده است. در مدل مفهومی پیشنهادی، شکل تغییر نیافته (unstrained) تک پایدار است و پس از بارگذاری و تغییر شکل آن به حالت دیگر، کاهش سفتی ویسکوالاستیک سازه، باعث انتقال به یک ساختار دوپایدار می‌شود<sup>[43]</sup>.

اگر چه ویژگی الاستیک دوپایدار را می‌توان در مدل ELS-2D کوی و سانتر<sup>[30]</sup> بررسی کرد، هدف این است که مدل طراحی شده در این مقاله با نوار دوپایدار کامپوزیتی به صورت بی‌بعد شده برابر اثری داشته باشد. در این مقاله، یک مدل دوبعدی متشکل از المان میله-فنر-میراگر ویسکوالاستیک (2D-VELSD) برای درک پدیده‌شناسخی رفتار ترمومیکروالاستیک نوار دوپایدار کامپوزیتی، معرفی شده است. در این روش، BiTS در شرایط الاستیک، ویسکوالاستیک و ترمومیکروالاستیک با یک مدل دوپایدار ساده متشکل از شاخصه‌های میله-فنر-میراگر مورد مقایسه قرار گرفته است.

## ۱-۲- تعریف مدل ELS در شرایط الاستیک (ریلکس نکرده)

مدل الاستیک در این بخش، برای شبیه‌سازی رفتار انرژی-یکسان دوپایدار به کمک ۱ شاخصه فنر و میله ارائه می‌شود. برای این منظور دو عضو صلب و بی وزن در صفحه 2D قرار دارند که در شکل ۷-الف نشان داده شده است، هر کدام دارای طول  $L$  که می‌تواند به طور متقاضی در اطراف سه مفصل بچرخدن. سه فنر الاستیک خطی بدون وزن با سفتی  $K_h$  برای هر فنر افقی و  $K_v$  برای فنر منفرد عمودی، قابلیت دوپایداری میله‌های لولاشده را در 2D تأمین می‌کند، که در شکل ۷-ب نشان داده شده است. یعنی دو حالت پایدار برای مدل 2D-ELS وجود دارد که یکی در شکل ۷-الف و دیگری در شکل ۷-ج نمایش داده شده است. مدل متقاضی در زاویه اولیه خود  $\theta_0 > 0^\circ$  بدون کرنش است، شکل ۷-الف، یعنی همه فنرها در حالت بدون تغییر شکل هستند. از این رو، این مدل همچون BiTS‌ها برای زاویه اولیه خود ( $\Phi_0$ ) بدون کرنش فرض شده است<sup>[9]</sup>.

هنگامی که یک نیروی عمودی  $F$  روی مفصل بار (مفصل بالایی در شکل ۷-ب) اعمال می‌شود، فنرهای الاستیک خطی  $K_h$  و  $K_v$  به ترتیب کشیده و فشرده می‌شوند و زاویه میله می‌نسبت به افق،  $\phi$  درجه کاهش می‌یابد. در همین حال، مفصل بار در شکل ۷-ب به



شکل ۶) نمای انفجاری از چهار نوار دوپایدار کامپوزیتی با لایه‌چینی پادمتران مورد استفاده در مجموعه غلافبندی (Self-contained SIMPLEx) در ایندیای مسیر بازشدن<sup>[5]</sup>.

در تحریک BiTS‌ها برای باز شدن از وضعیت بسته یا برعکس از محرك‌های مختلف استفاده شده است که ممکن است عمل‌گر بخشی از ساختار BiTS باشد، به عنوان مثال پلیمر حافظه شکلی که زمینه کامپوزیت پلیمری را تشکیل داده است<sup>[38]</sup> و یا از خارج از ساختار BiTS تحریک صورت گیرد، به عنوان مثال از عمل‌گرهای نیوماتیکی (بادی)<sup>[39]</sup>، مغناطیسی<sup>[40]</sup> و فنری<sup>[41,5]</sup>. در تحریک ساختاری، پیوستگی عملگر و ساختار دوپایدار از مزایای این تحریک بیان شده است که نسبت به عملگر خارجی، سازه یک‌دسته‌تری ارائه می‌دهد.

## ۱-۳- نمای کلی مقاله

در این مقاله، ابتدا اثر شرایط محیطی مختلف بر رفتار یک دوپایدار کامپوزیتی از پیشینه پژوهش‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است.

برای شبیه‌سازی الگوی رفتار دوپایدار در شرایط محیطی مختلف از نظر برابری سطوح انرژی نقاط بحرانی، یک مدل تحلیلی مبتنی بر شاخصه‌های ساختاری میله-فنر-میراگر پیشنهاد شده است که از الگوی مدل پایدار خنثی تارنای<sup>[42]</sup> الهام گرفته شده است. مدل دوبعدی میله-فنر الاستیک تارنای قادر به تغییر در شکل بدون تغییر در سطح انرژی است. روابط نیرو و انرژی برای مدل دوبعدی پیشنهادی در طول مسیر تغییر شکل به دست آمد و از آن برای مطالعه رفتار ساختار دوپایدار بر حسب شرایط اولیه مسئله استفاده شد. در پایان، به عنوان مطالعه موردی، چهار نمونه BiTS شده تحت شرایط مشخص دما-زمان قرار گرفتند و رفتار دوپایداری آن‌ها با رفتار ترمومیکروالاستیک حاصل از مدل دوبعدی میله-فنر-میراگر در شرایط ترمومیکروالاستیک مقایسه گردید.

## ۲- شبیه‌سازی رفتار دوپایدار به کمک ساختار مکانیکی میله-میراگر-فنر

محققان مختلفی برای توضیح ساختارهای دوپایداری پوسته از مدل‌های دوبعدی (2D) میله-فنر الاستیک (ELS) استفاده

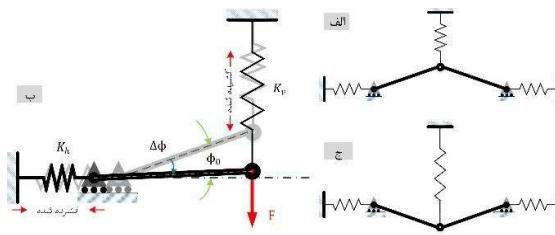
### ۱-۱-۲- تأثیر پارامترهای اولیه

در این بخش، مطالعه مولفه‌گرا بر روی نمودار انرژی کرنش بی بعد ساختارهای 2D-ELS در حین تغییر شکل بین دو نقطه تعادل و اثر دو مولفه  $c$  و  $\Phi_0$  در نمودار انرژی کرنش بی بعد شده شکل ۸ انجام شد. تأثیر  $c$  بر انرژی کرنش در شکل ۸-الف نشان داده شده است. با افزایش  $c$ ، سطح انرژی کرنش وضعیت پایدار دوم،  $\hat{U}_{\text{unstable}}$  و نقطه ناپایدار،  $\hat{U}_{\text{min1}}$  افزایش می‌یابد. در حالی که افزایش  $\Phi_0$ ، نشان داده شده در شکل ۸-ب، بدون تغییر قابل توجه در  $\hat{U}_{\text{min1}}$ ،  $\hat{U}_{\text{unstable}}$  را افزایش می‌دهد.

انرژی کرنشی سازه برای دو نقطه بحرانی: تعادل محلی،  $\hat{U}_{\text{min1}}$  و نقطه ناپایدار  $\hat{U}_{\text{unstable}}$ ، برای مقادیر مختلف  $c$  و  $\Phi_0$  از معادله تعادل انرژی مربوط به ساختار میله-فنر دو بعدی موجود در پیوست الف محاسبه می‌شود. نمودار کانتورهای انرژی کرنشی بی بعد شده  $\hat{U}$  و  $\hat{U}_{\text{min1}}$ ، برای این مقادیر در شکل ۹ به نمایش درآمده است تا کلیه جواب‌های نقاط تعادل محلی در محدوده مورد نظر را برای ساختارهای ELS-2D نشان دهد. این شکل نشان می‌دهد که چگونه مولفه‌های  $\Phi_0$  و  $c$  در شکل ۸ برای تعیین مقادیر بحرانی  $\Phi_{cr}$  و  $c_{cr}$  در لوزی سبز تغییر کرده است.

### ۲-۱-۲- معیار دوپایداری

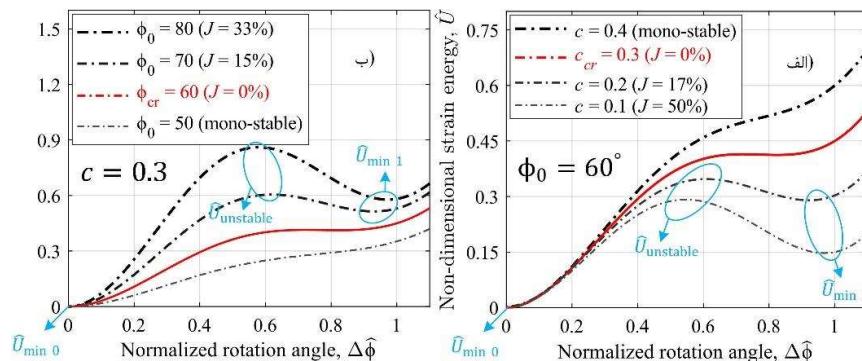
در این مقاله، برای نمودارهای انرژی کرنشی بی بعد شده، یک پارامتر دو بعدی نواورانه به نام  $J$  تعریف شده است. این پارامتر به جهت مقایسه‌ای بودن و قابلیت بهنمایش در آمدن بر روی مسیر انرژی کمینه، از معیار دوپایداری  $J$  معرفی شده توسط گست و پلگرینیو<sup>[29]</sup> ملحوظ‌تر است. معیار دوپایداری  $J$  تنها قادر به تمایز دوپایدار از تک پایدار است و در این مقاله به دلیل نیاز به بررسی "میزان دوپایداری" و مقایسه آن برای چند دوپایدار در شرایط مختلف، معیار موثری نیست. معیار  $J$  می‌تواند شدت گرایش دوپایدار برای برگشتمن به تعادل اولیه را به صورت کمی بیان کند. هرچه  $J$  بیشتر، تمایل به دوپایداری بیشتر. در معادله (۱) اگر  $J > 1$  روابط انرژی نشان می‌دهد که نوار کامپوزیتی دوپایدار است.



شکل ۷) مدل میله-فنر الاستیک: الف- در حالت پایدار اصلی (تعادل عمومی)، ب- دیاگرام سینماتیک در حالت تغییر شکل و- در حالت پایدار دوم تغییر شکل یافته (تعادل محلی).

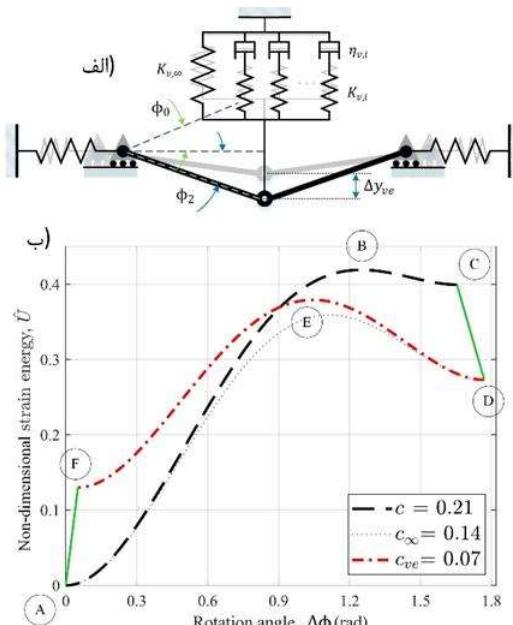
صفحه افق نزدیک می‌شود، انرژی کرنشی ذخیره شده،  $U$  و بار اعمال شده بر روی مفصل بار،  $F$  به طور همزمان افزایش می‌یابد. پس از عبور از صفحه افق، به دلیل کشش معکوس (فسار) ایجاد شده در فنرهای  $K_h$ ، بار شروع به کاهش می‌کند<sup>[45]</sup>، اما انرژی کرنشی نیز همچنان بالا می‌رود. حرکت این مفصل تا نقطه تعادل ناپایدار، یعنی جایی که ساختار به حالت پایدار دوم (تعادل محلی) جهش می‌کند، ادامه می‌یابد (شکل ۷-ج)

روابط انرژی در این بخش با استفاده از رابطه ساده انرژی کرنشی در فنر، با توجه به تغییر شکل زاویه‌ای شاخصه میله به جهت اختصار در (پیوست الف) بیان شده است. برای اولین نقطه تعادل یا همان نقطه تعادل عمومی (شکل ۷-الف)، انرژی کرنشی مدل ELS بنابر فرض اولیه مدل (کرنش-آزاد) برای صفر است ( $\Phi = 0 \rightarrow \hat{U} = 0$ ). نقطه تعادل دوم یعنی حداقل انرژی محلی (شکل ۷-ج) و نقطه غیر تعادلی در جایی یافت می‌شود که گرادیان انرژی کرنش بی بعد شده،  $\partial \hat{U} / \partial \Phi$ ، در طول مسیر تغییر شکل صفر باشد. جهت مقایسه رفتارهای مختلف انرژی از یک سازه دوپایدار و یا رفتارهای سازه‌های مختلف، از روابط بی بعدساز انرژی در پیوست الف استفاده شده است. مشتق دوم معادله انرژی،  $\partial^2 U / \partial \Phi^2$  برای تعیین پایداری یا ناپایداری نقاط بحرانی، یعنی نقاط تعادل محلی و زین اسپی استفاده می‌شود.



شکل ۸) نمودار انرژی کرنشی بی بعد شده برای سازه دو بعدی میله-فنر الاستیک در مسیر تغییر شکل بین دو حالت تعادل: الف- برای مقادیر متغیر نرخ سفتی،  $c$  و مقدار ثابت  $\Phi_0 = 60^\circ$ ، ب- برای مقادیر متغیر  $\Phi_0 = 0.3$ .

- (۱) استراحت انرژی کرنشی به دلیل رفتار ویسکوالاستیک در شکل پایدار دوم که در مراجع<sup>[11,4]</sup> نیز گزارش گردید.
  - (۲) استراحت انرژی کرنشی منجر به کاهش  $R_{coil}$  نوار دوپایدار کامپوزیتی در حالت بسته می‌شود<sup>[11,48]</sup>.
  - (۳) هنگامی که در مدل میله-فنر-میراگر (2D-VELSD) هیچ گونه کرنشی وجود ندارد، ساختار در وضعیت تعادل عمومی است.
  - (۴) میراگر بخشی از انرژی کرنشی را که در مسیر توسط زنجیره ماکسول به دست آورده است، مستهلك می‌کند<sup>[11,4]</sup>.
  - (۵) استراحت تنش باعث کاهش ضریب سفتی،  $c$  می‌شود. از این رو، کمیت دوپایداری  $J$  افزایش می‌یابد و تغییر شکل در حالت پایدار دوم (مقدار  $\Delta y_{ve}$  در شکل ۱۰-الف) را افزایش می‌دهد<sup>[11,4]</sup>.
  - (۶) ضریب سفتی باقیمانده پس از زمان نامحدود برابر  $c_{\infty} = C_{v,\infty}/K_h$  است و با داشتن آن ضریب سفتی ویسکوالاستیک،  $c_{ve}$  از کل ضریب سفتی  $c = c_{ve} + c_{\infty}$  نتیجه می‌دهد.
- با استفاده از کانتور انرژی در شکل ۹، به منظور تعیین ضریب سفتی الاستیک،  $c$  و با در نظر گرفتن شش گام فوق برای تعیین  $c_{ve}$ ، منحنی انرژی کرنشی جدیدی برای مسیر برگشت از حالت پایدار دوم در ساختار 2D-VELSD پیشنهادی می‌شود که با رنگ قرمز در شکل ۱۰-الف نشان داده شده است. انرژی کرنشی مسیر (DEF) در شکل ۱۰-الف نشان داده شده است. انرژی کرنشی



شکل ۱۰) مدل دوبعدی ویسکوالاستیک میله-فنر-میراگر برای یک سازه دوپایدار ویسکوز، الف- در زمان  $t=0$  پس از جهش به تعادل محلی به رنگ خاکستری و زمان  $t=\infty$  به رنگ مشکی، ب- نمودار مسیر انرژی کرنشی بی بعد شده در نتیجه صحت سنجی با مدل سینماتیک (ABC) و مسیر ویسکوالاستیک الاستیک استراحت نکرده (منحنی سیاه (ABC) و مسیر ویسکوالاستیک ریلکس نکرده پس از  $t=\infty$  (منحنی قرمز (DEF)). مسیرهای سینماتیک استراحت تنش در هر حالت تعادل (FA و CD) با رنگ سبز نشان داده شده است. منحنی آبی نشان دهنده مسیری است که دوپایدار VELSD، در صورت حذف زنجیرهای ماکسول (میراگرهای طی می‌کند.

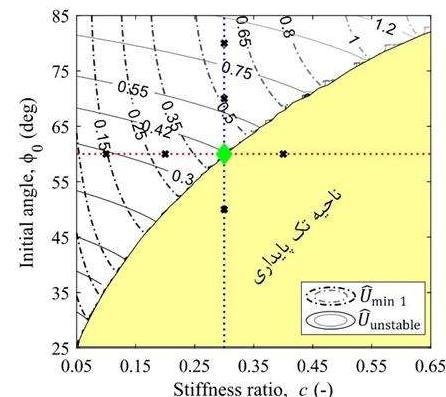
$$J = 1 - \frac{U_{min i}}{U_{unstable i}} \quad (1)$$

معیار دوپایداری  $J$  که در معادله (۱) به دست آمد، در شکل ۸ برای منحنی‌های محدوده دوپایدار محاسبه شده است.

برای به دست آوردن نواحی کرنشی نسبت به زاویه دوران میله، قراردادن گرادیان انرژی کرنشی نسبت به زاویه دوران میله،  $\partial U / \partial \phi = 0$ . کمک گرفته شده است. برای مقادیر  $c$  و  $\Phi_0$  که در معادله تعادل سه جواب داشته باشد (دو نقطه تعادل  $\bar{U}_{min 0}$  و  $\bar{U}_{min 1}$  و یک نقطه ناپایداری  $\bar{U}_{unstable 1}$ )، نواحی دوپایداری مشخص خواهد شد و برای آن معیار دوپایداری  $J$  قابل محاسبه است. اگر از معادله تعادل انرژی یک جواب حاصل شود (نقطه تعادل عمومی  $\bar{U}_0$ )، برای مقادیر  $c$  و  $\Phi_0$  استفاده شده  $J=0$  و نواحی تکپایداری زد رنگ مشخص خواهد شد. دوپایداری سازه میله-فنر، برای ضریب سفتی‌های فراتر از حد بحرانی، یا زاویه اولیه کمتر از حد بحرانی،  $\Phi_{cr}$  که با خط قرمز در شکل ۸ نشان داده شده است، از بین می‌رود. به بیان دیگر، کاهش  $c$ ، و یا افزایش  $\Phi_0$ ، منجر به افزایش دوپایداری مدل ELS می‌شود. مقادیر  $\Phi_{cr}$  بر حسب مقادیر  $c_{cr}$  متغیر است که محدوده تک پایداری در شکل ۹ به رنگ زد نشان داده شده است و مرزهای آن حدود بحرانی برای  $c$  و  $\Phi_0$  را نشان می‌دهد.

## ۲-۲-۲- مدل ویسکوالاستیک دوپایدار با میله-فنر-میراگر (VELSD)

پس از معرفی رفتارهای الاستیک سازه‌های دوپایدار با مدل میله-فنر ELS، از مدل ماکسول-ویچرت (Maxwell-Wiechert) برای شبیه‌سازی شرایط رفتار ویسکوالاستیک در دوپایدار BiTS می‌شود<sup>[4,46,47]</sup>، شکل ۱۰-الف اثرات رفتار ویسکوالاستیک در مدل ماکسول را به نمایش گذاشته شده است. در شکل ۱۰ مدل خاکستری رنگ مربوط به زمان  $t=0$  (ریلکس نکرده) و مدل مشکی رنگ مربوط به زمان  $t=\infty$  (ریلکس کامل)، پس از جهش به پایدار دوم فرض شده است. در مدل ویسکوالاستیک، فنر الاستیک عمودی با مدل ماکسول-ویچرت جایگزین شده است تا رفتارهای زیر از یک دوپایدار BiTS در شرایط ویسکوالاستیک را نشان دهد:



شکل ۹) نمودار کانتور انرژی کرنشی نقاط تعادل در سازه‌های دوبعدی میله-فنر الاستیک.

شکلی ساخته شد و در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک تعریف شده قرار گرفت تا مشاهده شود که شرایط دما-زمان، چه تاثیری در رفتار دوپایدار دارد. در این بخش منظور از رفتار دوپایدار، تمایل به دوپایداری در حالت دوم ساختار دوپایدار می‌باشد.

### ۳-۱-مشاهدات تجربی از تأثیر شرایط ترموم-ویسکوالاستیک بر رفتار دوپایدار نوار کامپوزیتی

براساس مدل ساختاری مقایسه‌ای ارائه شده در بخش ۲، می‌توان از مدل دوبعدی میله-فنر-میراگر VELSD در شکل ۱۱ این نتیجه را گرفت که اثر شرایط ترموم-ویسکوالاستیک می‌تواند با توجه به خواص مواد و تاریخچه شرایط ترموم-ویسکوالاستیک، باعث افزایش و یا کاهش میزان دوپایداری شود.

آزمایش بر روی چهار نوار SMPC نمایش داده شده در شکل ۱۲ انجام شد تا صحت نتایج بدست آمده از مدل دوبعدی میله-فنر-میراگر در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک با آزمایش‌های تجربی سنجیده شود. در ساخت نمونه‌های دوپایدار کامپوزیتی از رزین گرم‌اسخت SMP MP-5510 شرکت SMP Technologies, Inc توکیو، ژاپن استفاده شد. جنس الیاف پارچه‌ای از شیشه HexForce Hxcel 1100 ۱۰۸۰ ۱۱۰۰ TF970 بافتی حصیری غیرمتقارن با وزن اسمی ۴ گرم بر متر مربع دارد. روش تزریق رزین به کمک مکش (Vacuum Infusion Pregnination) انتخاب شد که در انجام آن از پایان نامه ایکلو کمک گرفته شد<sup>[۵۰]</sup>. از قالب نرنیم استوانه مشابه قالب توضیح داده شده در<sup>[۱۱]</sup> برای ساخت نوار دوپایدار کامپوزیتی استفاده شد. سطح مقطع عرضی تمام نمونه‌ها نیم دایره و دارای شعاع داخلی  $R_{tape} = 7\text{ mm}$  با زاویه کمان ( $\beta$ ) حدوداً ۱۸۰ درجه است. نوار فنری با چیدمان‌های چهار لایه،  $\pm 45/90/\mp 45$ ، پنج لایه،  $\pm 45/0/2/\mp 45$ ، شش لایه،  $\pm 45/0/2/\mp 45$ ، و هفت لایه،  $\pm 45/0/2/\mp 45$ ، ساخته شد که در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. داده‌های انتخابی جهت مقایسه با مدل تحلیلی دوبعدی میله-فنر-میراگر، وضعیت تک یا دوپایداری نوار و شعاع پیچش نوار به دور خود در شرایط ویژه ترموم-ویسکوالاستیک می‌باشند.



شکل ۱۲) نوارهای دوپایدار (BiTS) با لایه‌چینی مختلف، سنجیده شده (در حالت تعادل دوم)

بی بعد شده در مسیر برگشت پس از استراحت تنش، از معادله تعادل انرژی بازنویسی شده برای مسیر ریلکس کرده موجود در پیوست الف حاصل می‌شود.

نمودار انرژی کرنشی بی بعد شده که از معادله تعادل انرژی برای مسیر بازگشت (ریلکس کرده)، در شکل ۱۰-الف به رنگ قرمز (مسیر DEF) نمایش داده شده است. همانطور که از شکل ۱۰-الف مشخص است، ساختار دوپایدار پس از استراحت تنش در حالت دوم (مسیر CD) از پایداری بیشتری برخوردار است. همچنین نقطه F در شکل ۱۰-ب، که با حالت تعادل بدون کرنش اولیه ( نقطه A) یکسان نیست، نشان می‌دهد که استراحت تنش ساختار دوپایدار در حالت ثانویه منجر به ایجاد تنش پسمند در سازه دوپایدار می‌شود.

### ۳-۲-ساختار دوپایدار در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک

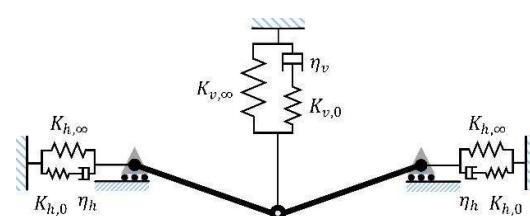
برای مطالعه رفتارهای ترموم-ویسکوالاستیک مواد پلیمری، مدل‌های ساختاری مختلفی برای توصیف ویژگی‌های پیچیده ترمومکانیکی پیشنهاد شده است. پژوهشگران معمولاً در نظریه‌های خود از مدل‌های ساده رئولوژی استفاده کردن که ساختار آن‌ها معمولاً از عناصر ساده‌ای همچون فنر، میراگر و شاخصه لغزende (اصطکاکی) تشکیل شده است<sup>[۴۹]</sup>.

در بین مدل‌های ساختاری مختلف برای مطالعه رفتار دوپایدار در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک (به عنوان مثال<sup>[۴۶, ۴۹]</sup>) مدلی که بتواند به طور همزمان سه شرط الاستیک، ویسکوالاستیک و ترموالاستیک را تحت پوشش قرار دهد، پیشنهاد شده است. ساده‌ترین شکل مدل دوبعدی برای تحلیل ساختار دوپایدار در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک از سه عنصر ماسکول-ویچرت با یک زنجیره ویسکوالاستیک در شکل ۱۱ به تصویر کشیده شده است تا رفتارهای عمومی BiTS ها را در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک پوشش دهد.

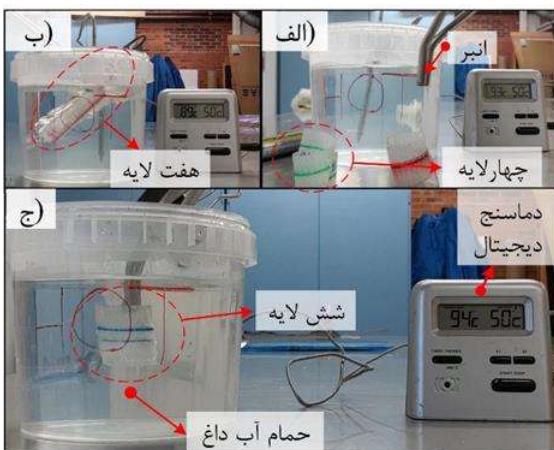
### ۳-۳-مطالعه موردی (تعییم مدل دوبعدی میله-فنر-میراگر)

#### برای شرایط ترموم-ویسکوالاستیک

برای مطالعه نحوه رفتار نوار دوپایدار کامپوزیتی در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک و مقایسه با رفتار مدل پیشنهادی در یک مطالعه موردی، چهار نمونه نوار کامپوزیتی با پلیمر حافظه



شکل ۱۱) مدل دوبعدی میله-فنر-میراگر VELSD برای سازه‌های دوپایدار در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک.



شکل ۱۳) چهار نمونه پس از یک هفته انبارش در حالت بسته در آب گرم با دمای حدود ۹۰ درجه سانتیگراد غوطه ور شده اند: الف- نمونه های چهار و هفت لایه در شکل های بسته قبل از غوطه ور شدن، BiTS، سیس دمای نوارهای دوپایدار به یکباره با هنگام جهش به حالت باز شده در زمان کمتر از ۳۳ میلی ثانیه و BiTS- ج- شش لایه در دمای ۹۴ درجه سانتیگراد در حالی که دوپایدار باقی مانده است.

به طور مشابه در مدل دوبعدی میله- فنر- میراگر در شکل ۱۱ این پدیده با اثر المان های ماکسول افقی و عمودی قابل مقایسه است. به طوری که کاهش سفتی المان های ماکسول عمودی در گذشت زمان، همانند اثر لایه های  $\pm 45$  به افزایش دوپایداری سازه دوپایدار با گذشت زمان نتیجه می شود و کاهش سفتی المان های افقی ماکسول در دما، همانند اثر لایه های  $0/90$  به کاهش دوپایداری سازه دوپایدار با افزایش دما نتیجه می شود.

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله، رفتار مشاهده شده از نوارهای دوپایدار کامپوزیتی در شرایط مختلف ترمومیکو-ویسکوالاستیک بررسی شد و با نتایج بدست آمده از مدل تحلیلی مقایسه گردید.

برای تشریح رفتار مکانیکی دوپایدار کامپوزیتی در شرایط مختلف ترمومیکو-ویسکوالاستیک، مدل مقایسه ای دوبعدی، متشکل از عضوهای میله ای صلب و فنرهای الاستیک و میراگرهای ویسکوز پیشنهاد شد. برای مدل پیشنهادی، روابط نیرو و انرژی حاکم بر مسئله استخراج شد و نمودار انرژی کرنشی بی بعد مدل دوبعدی میله- فنر- میراگر در طول مسیر تغییر شکل بر حسب متغیرهای مسئله به دست آمد. همچنین با استفاده از منحنی انرژی به دست آمده، معیار دوپایداری ملموس تری ( $J$ ) نسبت به معیارهای دوپایداری معرفی شده جهت تشخیص میزان تمایل نوارهای دوپایدار برای پایدار ماندن در وضعیت بسته تعریف شد. نشان داده شد که شرایط ویسکوالاستیک باعث افزایش دوپایداری نوارهای کامپوزیتی می شوند. مدل دوبعدی قادر به بیان ساده تر ابعاد مختلف پدیده دوپایداری در شرایط ترمومیکو-ویسکوالاستیک است. مدل میله- فنر- میراگر دوبعدی توانست رفتار ترمومیکو-ویسکوالاستیک را برای دوپایدار کامپوزیتی پیش بینی کند که با

مطالعات تجربی نشان داد که لایه های  $\pm 45$  موجب افزایش دوپایداری نوار BiTS می شوند، اما آنها به استراحت تنفس حساس تر هستند. بنابراین، برای رسیدن به خود باز شوندگی در بلند مدت، لایه های  $0/90$  اضافه می شوند<sup>[11]</sup>. نوارهای دوپایدار ساخته شده به اسمی ساده نامگذاری شدند: نوارهای دوپایدار چهار، پنج، شش و هفت لایه.

با هدف مطالعه رفتار وابسته به دما- زمان به صورت ترکیبی، شرایط ترمومیکو-ویسکوالاستیک خاصی طراحی شد. نوارهای دوپایدار ابتدا به مدت یک هفته در معرض استراحت تنفس در دمای اتاق ۲۷ درجه سانتیگراد قرار گرفتند. سپس دمای نوارهای دوپایدار به یکباره با غوطه ور شدن در آب تا دمای حدود ۹۰ درجه سانتیگراد بالا رفت. به بیان دیگر، چهار نمونه تولید شده از چهار لایه تا هفت لایه پس از تولید به مدت یک هفته در وضعیت تعادل محلی (بسته شده) نگهداری شدند تا دوپایداری در آنها در اثر شرایط ترمومیکو-ویسکوالاستیک ایجاد شود. سپس نمونه ها در حمام داغ نشان داده شده در شکل ۱۳ با دمای حدوداً ۹۰ درجه سانتیگراد به یکباره فرود برده شدند. بنابراین اگر نمونه ها در دمای ۹۰ درجه سانتیگراد به حالت باز جهش کنند، به عبارتی از دوپایدار به تک پایدار تبدیل شوند، کمیت دوپایداری  $J$  در آنها از بین رفته است ( $J = 0$ ). آزمایش ها نشان داد که نمونه های چهار لایه و هفت لایه، در کمتر از ۳۳ میلی ثانیه (یک فریم در فیلم ۳۰ فریم در ثانیه) پس از ورود به آب درجه سانتیگراد به حالت اول (باز) جهش کردند. از طرف دیگر، نمونه های پنج لایه و شش لایه، نتوانستند به طور خودکار به حالت باز جهش کنند، و در عوض شروع به کاهش  $R_{coil}$  یا افزایش انحنای حالت بسته،  $\kappa$  کردند.

علت این پدیده نسبت تعداد لایه های  $\pm 45$  به  $0/90$  می باشد که در نوارهای فنری چهار و هفت لایه به ترتیب برابر یک و چهار/سوم است. در حالی این این نسبت در نوارهای پنج و شش لایه به ترتیب برابر چهار و دو می باشد. این نسبت از اهمیت لایه های  $\pm 45$  بر افزایش دوپایداری نوارهای فنری حکایت می کند. با افزایش این نسبت، نوارها دوپایدارتر شده و امکان بازگشت آنها پس از افزایش دما به حالت تک پایدار کمتر است.

به طور خلاصه آزمایش شکل ۱۳ مشخص کرد که نوارهای بسته شده که به صورت ویسکوز در دمای اتاق دوپایدار شدند را می توان در شرایط خاص ترمومیکو-ویسکوالاستیک به تک پایدار تبدیل کرد (به عنوان مثال چهار لایه و هفت لایه). با کوتاه کردن زمان استراحت تنفس، دوپایدارها از کمیت دوپایداری کمتری برخوردار می شوند. بنابراین قادر خواهند بود که با دما تحریک شوند و جهش کنند. این رفتار توسط لایه چینی پنج لایه مشاهده شد که توانست پس از یک روز باقی ماندن در وضعیت بسته، توسط دما جهش کند. اما همین قطعه نتوانست پس از یک هفته استراحت تنفس، در شرایط دمایی یکسان به وضعیت باز جهش کند.

معیار دوپایداری توسط گست و پلگرینو (-)	<i>s</i>	تغییر پارامترهای ورودی اتفاق می‌افتد. بر طبق این مدل، دوپایدار
زمان (s)	<i>t</i>	در اثر اعمال شرایط ترموم-ویسکوالاستیک ممکن است دوپایداری خود را از دست دهد و یا دوپایداری در آن افزایش یابد.
انرژی کرنشی کل ( $J/m^2$ )	<i>U</i>	در مطالعه موردنی انجام شده بر روی چهار نوار دوپایدار ساخته شده انواع رفتارهای قابل مشاهده از دوپایدار در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک مورد بررسی و مشاهده قرار گرفت. چهار نوار دوپایدار BiTS در معرض یک چرخه ترموم-ویسکوالاستیک طراحی شده قرار گرفتند تا مدل میله-فرنر-میراگر دوبعدی را برای رفتار ویسکوالاستیک و درجه حرارت بالا صحبت‌سنجی کنند. در این چرخه چهار لایه‌چینی مختلف ساخته شده بهمراه یک هفته در وضعیت بسته قرار گرفتند. سپس نمونه‌ها در حمام داغ با دمای حدود ۹۰ درجه سانتیگراد غوطه‌ور شدند. مدل تحلیلی میله-فرنر-میراگر دوبعدی توانست تغییرات دوپایداری را در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک حاکم بر مدل به درستی پیش‌بینی کند. آزمایش‌ها نشان داد که قابلیت تغییر وضعیت دوپایداری در نوارهای دوپایدار کامپوزیتی تحت اثر شرایط ترموم-ویسکوالاستیک به لایه‌چینی نوار دوپایدار کامپوزیتی بستگی دارد. نمونه‌های چهار لایه و هفت لایه در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک توانست در دمای بالا در کسری از ثانیه (کمتر از ۳۳ میلی ثانیه) به حالت اول جهش کند. در حالی که شرایط یکسان ترموم-ویسکوالاستیک منجر به افزایش دوپایداری در نمونه‌های پنج لایه و شش لایه از طریق افزایش انحنای وضعیت بسته شد. این درحالی است که نمونه پنج لایه در زمان استراحت کمتر (یک روز) توانست در دمای بالا جهش کند که نشان از اهمیت تاریخچه ترموم-ویسکوالاستیک در توان تحريك دوپایدار کامپوزیتی دارد.
جابجایی عمودی نقطه اعمال بار (m)	<i>y</i>	
علامت یونانی		
زاویه کمان (rad)	$\beta$	
زاویه دوران میله (deg)	$\phi$	
زیرنویس‌ها		
مقدار اولیه در زمان صفر	0	
بحرانی	cr	
اتلاف ویسکوالاستیک بعد از زمان بینهایت	ve	
مقادیر بی بعد شده	$\wedge$	
با قیمانده پس از زمان بینهایت	$\infty$	

### پیوست الف) معادلات تعادل نیرو و انرژی برای مدل دوبعدی میله-فرنر-میراگر (2D-VELSD)

#### شرایط الاستیک (ریلکس نکرده)

در این بخش به بیان روابط تعادل نیرو و انرژی برای مدل میله-فرنر الاستیک (استراحت نکرده) پرداخته شده است. برای کاهش تعداد مولفه‌های مستقل در مسئله، ضریب سفتی بی بعد شده فرنر،  $c$  در معادله (۱-الف) تعریف شده است. برای مقادیر مختلف  $c$  و  $\Phi_0$ ، نیروی عمودی اعمال شده بر روی مفصل فوکانی مدل ELS در طول مسیر، نشان داده شده در شکل ۷-ب، از معادله (۲-الف) به دست می‌آید. به منظور مقایسه مدل‌های ELS با هم و همچنین با مدل پیوسته سه بعدی CLT از نظر سطوح انرژی، پارامتر بی بعد شده برای نیرو در معادلات (۴-الف) معرفی شده‌اند.

$$c = K_v/K_h \quad (1\text{-الف})$$

$$\hat{F} = c[\sin \phi_0 - \sin \phi] + 2 \tan \phi [\cos \phi - \cos \phi_0] \quad (2\text{-الف})$$

در جایی که:

$$\phi = \phi_0 - \Delta\phi \quad (3\text{-الف})$$

و با فرض:

$$\hat{F} = \frac{F}{K_h L} \quad (4\text{-الف})$$

رابطه انرژی بی بعد شده برای سازه میله-فرنر الاستیک شکل ۷ در معادله (۵-الف) بیان شده است. از مساوی صفر قراردادن گردیدن انرژی بر حسب زاویه دوران، معادله (۶-الف)، برای محاسبه نقاط تعادل محلی و عمومی و عدم تعادل در طول مسیر تغییر شکل ساختار دوپایدار 2D-ELS استفاده شده است. همچنین برای بیان مسیر تغییر شکل سازه دوپایدار، از دوران بی بعد شده میله نسبت به زاویه اولیه  $\Phi_0$ ، در رابطه (۷-الف) کمک گرفته شده است.

$$\hat{U} = \frac{c_0}{2} (\sin \phi - \sin \phi_0)^2 + (\cos \phi - \cos \phi_0)^2 \quad (5\text{-الف})$$

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \phi} = 0 \quad (6\text{-الف})$$

در جایی که:

$$U = \frac{U}{K_h L^2}, \quad \Delta\hat{\phi} = \frac{\Delta\phi}{2\phi_0} \quad (7\text{-الف})$$

در اثر اعمال شرایط ترموم-ویسکوالاستیک ممکن است دوپایداری خود را از دست دهد و یا دوپایداری در آن افزایش یابد. در مطالعه موردنی انجام شده بر روی چهار نوار دوپایدار ساخته شده انواع رفتارهای قابل مشاهده از دوپایدار در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک مورد بررسی و مشاهده قرار گرفت. چهار نوار دوپایدار BiTS در معرض یک چرخه ترموم-ویسکوالاستیک طراحی شده قرار گرفتند تا مدل میله-فرنر-میراگر دوبعدی را برای رفتار ویسکوالاستیک و درجه حرارت بالا صحبت‌سنجی کنند. در این چرخه چهار لایه‌چینی مختلف ساخته شده بهمراه یک هفته در وضعیت بسته قرار گرفتند. سپس نمونه‌ها در حمام داغ با دمای حدود ۹۰ درجه سانتیگراد غوطه‌ور شدند. مدل تحلیلی میله-فرنر-میراگر دوبعدی توانست تغییرات دوپایداری را در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک حاکم بر مدل به درستی پیش‌بینی کند. آزمایش‌ها نشان داد که قابلیت تغییر وضعیت دوپایداری در نوارهای دوپایدار کامپوزیتی تحت اثر شرایط ترموم-ویسکوالاستیک به لایه‌چینی نوار دوپایدار کامپوزیتی بستگی دارد. نمونه‌های چهار لایه و هفت لایه در شرایط ترموم-ویسکوالاستیک توانست در دمای بالا در کسری از ثانیه (کمتر از ۳۳ میلی ثانیه) به حالت اول جهش کند. در حالی که شرایط یکسان ترموم-ویسکوالاستیک منجر به افزایش دوپایداری در نمونه‌های پنج لایه و شش لایه از طریق افزایش انحنای وضعیت بسته شد. این درحالی است که نمونه پنج لایه در زمان استراحت کمتر (یک روز) توانست در دمای بالا جهش کند که نشان از اهمیت تاریخچه ترموم-ویسکوالاستیک در توان تحريك دوپایدار کامپوزیتی دارد.

بعبارت دیگر، شرایط ویسکوالاستیک (استراحت تنش) باعث افزایش دوپایداری نوار کامپوزیتی شد و برخی از نوارها که به صورت ویسکوالاستیک دوپایدار بودند، در شرایط خاص ترموم-ویسکوالاستیک خاصیت دوپایداری خود را از دست داده‌اند و به شکل باز، جهش کردند. علت این پدیده به نسبت تعداد لایه‌های تعداد لایه‌های  $\pm 45$  به  $0/90$  ارتباط داده شد. هرچه این نسبت بالاتر باشد، امکان بازگشت نوار دوپایدار در شرایط خاص ترموم-ویسکوالاستیک به حالت باز کمتر خواهد بود. همچنین ارتباط اثر لایه‌های  $\pm 45$  و  $0/90$  بر پدیده دوپایداری ترموم-ویسکوالاستیک با اثر شاخصه‌های ماسکول عمودی و افقی در مدل دوبعدی میله-فرنر-میراگر مقایسه شد و تشابه رفتار این مدل با نتایج تجربی به دست آمده در شرایط خاص ترموم-ویسکوالاستیک مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

### فهرست علائم

$c$ : سفتی بی بعد شده (-)

$F$ : نیروی عمودی بر مدل میله-فرنر (N)

$L$ : طول هر میله در مدل میله-فرنر (m)

- 7 -Arzberger SC, Munshi NA, Lake MS, Wintergerst J, Varlese S, Ulmer MP. Elastic memory composite technology for thin lightweight space-and ground-based deployable mirrors. InOptical materials and structures technologies 2003 (Vol. 5179, pp. 143-154). International Society for Optics and Photonics.
- 8 -Hazelton C, Gall K, Abrahamson E, Lake M, Denis R. Development of a prototype elastic memory composite STEM for large space structures. In44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 2003 (p. 1977).
- 9 -Murphrey T, Jeon S, Biskner A, Sanford G. Deployable booms and antennas using bi-stable tape-springs.
- 10-Mostafavi S. Analytical and experimental investigation of thermal deformation of corrugated composite laminates. Ph.D., Mechanical Engineering Department, Tarbiat Modares University, (In Persian), 2017.
- 11 -Mao H, Shipsha A, Tibert G. Design and analysis of laminates for self-deployment of viscoelastic bistable tape springs after long-term stowage. Journal of Applied Mechanics. 2017;84(7):071004.
- 12 -Iqbal K, Pellegrino S. Bi-stable composite shells. In41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit 2000 (p. 1385).
- 13 -Brinkmeyer A, Pellegrino S, Weaver PM, Santer M. Effects of viscoelasticity on the deployment of bistable tape springs .
- 14 -Mallol P, Tibert G. Deployment modeling and experimental testing of a bi-stable composite boom for small satellites. In54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 2013 (p. 1672) .
- 15 -Reynolds W, Murphrey T, Banik J. Highly compact wrapped-gore deployable reflector. In52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 19th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 13 2011 Apr (p. 1728).
- 16 -Schultz M, Hulse M, Keller P. Neutrally stable composite tape springs. In47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 14th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 7th 2006 (p. 1810).
- 17 -Lake MS, Campbell D. The fundamentals of designing deployable structures with elastic memory composites. In2004 IEEE aerospace conference proceedings (IEEE Cat. No. 04TH8720) 2004 (Vol. 4, pp. 2745-2756). IEEE.
- 18 -Liu Y, Du H, Liu L, Leng J. Shape memory polymers and their composites in aerospace applications: a review. Smart Materials and Structures. 2014 ;23(2):023001.
- 19 -Galletly DA, Guest SD. Bistable composite slit tubes. I. A beam model. International Journal of Solids and Structures. 2004;41(16-17):4517-33.
- 20 -Galletly DA, Guest SD. Bistable composite slit tubes. II. A shell model. International Journal of Solids and Structures. 2004;41(16-17):4503-16.

### شرایط ویسکوالاستیک ( استراحت کرده )

معادله تعادل انرژی برای ساختار 2D-VELSD در معادله (۸-الف) که بازنیویسی شده معادله (۵-الف) برای حالت ویسکوالاستیک است، برای وضعیتی استفاده می شود که سازه دوپایدار در حال پایدار دوم (حالت خاکستری در شکل ۱۰-الف ریلکس کرده باشد و سفتی آن کاهش بیابد. در معادله (۸-الف)،  $c_{ve}$  ضریب سفتی زنجیره الاستیک،  $c_{ve}$  ضریب سفتی زنجیره ویسکوالاستیک، و  $\phi_2$  زاویه تعادل محلی پس از استراحت تنفس بهمذ特  $t = \infty$  در حالت پایدار دوم است (شکل ۱۰-الف).

$$\bar{U}_{ve} = \frac{c_{\infty}}{2} [\sin \phi - \sin \phi_0]^2 + \frac{c_{ve}}{2} [\sin \phi - \sin \phi_2]^2 + (\cos \phi - \cos \phi_0)^2 \quad (8-\text{الف})$$

**تاییدیه اخلاقی:** مقاله حاضر با رعایت تمامی اصول اخلاقی ثبت گردیده است و محتویات علمی مقاله، حاصل پژوهش نویسندهان بوده و صحت نتایج نیز بر عهده آنها است.

**تعارض منافع:** مقاله حاضر هیچ‌گونه تعارض منافعی با اشخاص و سازمان‌های دیگر ندارد.

**سهم نویسندهان:** محمد Mehdi شهریاری فرد (پژوهشگر اصلی، نگارنده بحث، نگارنده مقدمه، ۷۰٪)، محمد گلزار (استاد راهنمای، بازنگری، ۲۰٪)، و گونار تیبرت (استاد مشاور، بازنگری، ۱۰٪).

### منابع

- 1-Kebadze E, Guest SD, Pellegrino S. Bistable prestressed shell structures. International Journal of Solids and Structures. 2004;41(11-12):2801-20.
- 2 -Abidaryan S, Barmouz M, Hedayati SK. Effect of Infill Percentage and Raster Angle in Fused Deposition Modeling (FDM) Process on Shape Memory Properties of Poly (lactic acid) and Comparison with Compression Molding. Iranian Journal of Manufacturing Engineering. 2020;7(5):14-23.
- 3 -M. G. Iman Salimi Nezhad, Amirhosein Behravesh, "Evaluating the effects of FDM 3D printing process parameters on shape-shifting behavior of PLA 4D printed structures," (in (in Persian)), Amirkabir J of Mechanical Engineering, vol. 53, no. 6, pp. 20-20, 2021.
- 4 -Kwok K, Pellegrino S. Viscoelastic effects in tape-springs. In52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 19th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 13 2011 (p. 2022).
- 5 -Jeon S, Murphrey T. Design and analysis of a meter-class CubeSat boom with a motor-less deployment by bi-stable tape springs. In52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 19th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 13 2011 (p. 1731).
- 6 -Lake M, Hazelton C, Murphrey T, Murphy D. Development of coilable longerons using elastic memory composite material. In43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 2002 (p. 1453) .

- tape spring mechanism. United States patent US 8,770,522. 2014.
- 37 -Mao H, Ganga PL, Ghiozzi M, Ivchenko N, Tibert G. Deployment of bistable self-deployable tape spring booms using a gravity offloading system. *Journal of Aerospace Engineering*. 2017;30(4):04017007.
- 38 -Shahryarifard M, Golzar M, Tibert G. Toward thermal stimulation of shape memory polymer composite bistable tape springs. *Smart Materials and Structures*. 2021;30(2):025030.
- 39 -Zhang Z, Ni X, Wu H, Sun M, Bao G, Wu H, Jiang S. Pneumatically actuated soft gripper with bistable structures. *Soft Robotics*. 2021.
- 40 -Li X, Zhang Z, Sun M, Wu H, Zhou Y, Wu H, Jiang S. A magneto-active soft gripper with adaptive and controllable motion. *Smart Materials and Structures*. 2020;30(1):015024.
- 41 -Mao H, Shipsha A, Tibert G. Design and analysis of laminates for self-deployment of viscoelastic bistable tape springs after long-term stowage. *Journal of Applied Mechanics*. 2017;84(7):071004.
- 42 -Tarnai T. Zero stiffness elastic structures. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2003;45(3):425-31.
- 43 -Brinkmeyer A, Pirrera A, Santer M, Weaver PM. Pseudo-bistable pre-stressed morphing composite panels. *International Journal of Solids and Structures*. 2013;50(7-8):1033-43.
- 44 -A. Brinkmeyer, M. Santer, A. Pirrera, and P. Weaver, "Pseudo-bistable self-actuated domes for morphing applications," *J International Journal of Solids Structures*, vol. 49, no. 9, pp. 1077-1087, 2012.
- 45 -Groh RM, Pirrera A. Orthotropy as a driver for complex stability phenomena in cylindrical shell structures. *Composite Structures*. 2018;198:63-72.
- 46 -Ozdemir VB, Kwok K. Shape recovery behavior of carbon nanopaper shape memory polymer composite. In *AIAA Scitech 2019 Forum* 2019 (p. 0483).
- 47 -Shim J, Mohr D. Rate dependent finite strain constitutive model of polyurea. *International Journal of Plasticity*. 2011;27(6):868-86.
- 48 -Zhang Z, Li Y, Wu H, Chen D, Yang J, Wu H, Jiang S, Chai G. Viscoelastic bistable behaviour of antisymmetric laminated composite shells with time-temperature dependent properties. *Thin-walled Structures*. 2018;122:403-15.
- 49 -He Y, Guo S, Liu Z, Liew KM. Pattern transformation of thermo-responsive shape memory polymer periodic cellular structures. *International Journal of Solids and Structures*. 2015;71:194-205.
- 50 -Ekelöw J. Design and manufacturing of thin composite tape springs.
- 21 -Arrieta AF, Bilgen O, Friswell MI, Ermanni P. Modelling and configuration control of wing-shaped bi-stable piezoelectric composites under aerodynamic loads. *Aerospace Science and Technology*. 2013;29(1):453-61.
- 22 -Hyer MW. Some observations on the cured shape of thin unsymmetric laminates. *Journal of Composite Materials*. 1981;15(2):175-94.
- 23 -Mostafavi S, Golzar M, Alibeigloo A. On the thermally induced multistability of connected curved composite plates. *Composite Structures*. 2016;139:210-9.
- 24 - Oftadeh Y, Golzar M. The investigation of the effects of Dimension's and Mold's Temperature on Bistability of PVC/Glass Fiber composites. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(4):161-7.
- 25 -Lachenal X, Weaver PM, Daynes S. Multi-stable composite twisting structure for morphing applications. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2012;468(2141):1230-51.
- 26 -Zhang Z, Wu H, Ye G, Yang J, Kitipornchai S, Chai G. Experimental study on bistable behaviour of anti-symmetric laminated cylindrical shells in thermal environments. *Composite Structures*. 2016;144:24-32.
- 27 -Zhang Z, Chen D, Wu H, Bao Y, Chai G. Non-contact magnetic driving bioinspired Venus flytrap robot based on bistable anti-symmetric CFRP structure. *Composite Structures*. 2016;135:17-22.
- 28 -Zhang Z, Wu H, He X, Wu H, Bao Y, Chai G. The bistable behaviors of carbon-fiber/epoxy anti-symmetric composite shells. *Composites Part B: Engineering*. 2013;47:190-9..
- 29 -Guest SD, Pellegrino S. Analytical models for bistable cylindrical shells. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2006;462(2067):839-54.
- 30 -Cui Y, Santer M. Highly multistable composite surfaces. *Composite Structures*. 2015;124:44-54.
- 31 -Mattioni F, Weaver PM, Potter KD, Friswell MI. Analysis of thermally induced multistable composites. *International Journal of Solids and Structures*. 2008 Jan 15;45(2):657-75.
- 32 -Betts DN, Kim HA, Bowen CR. Modeling and optimization of bistable composite laminates for piezoelectric actuation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2011;22(18):2181-91.
- 33 -Fulton J, Jeon SK, Murphey TW. Flight qualification testing of a meter-class cubesat deployable boom. In *4th AIAA Spacecraft Structures Conference* 2017 (p. 0621).
- 34 -Mallo P, Mao H, Tibert G. Experiments and simulations of the deployment of a bistable composite boom. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2018;55(2):292-302.
- 35 -Murphey TW, Turse D, Adams L. TRAC boom structural mechanics. In *4th AIAA Spacecraft Structures Conference* 2017 (p. 0171).
- 36 -Murphey TW, Sanford GE, Jeon S, inventors; US Air Force, assignee. Deployable space boom using bi-stable