



# Dynamic Modeling and Identification of ARAS-Diamond: A Vitreoretinal Eye Surgery Robot

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Hassani A. <sup>1</sup>,  
Bataleblu A. <sup>1</sup>,  
Khalilpour S. A. <sup>1</sup>,  
Taghirad H. D. <sup>1\*</sup>

### How to cite this article

Hassani A. Bataleblu A. Khalilpour S. A. Taghirad H. D. Dynamic Modeling and Identification of ARAS-Diamond : A Vitreoretinal Eye Surgery Robot. Modares Mechanical Engineering, 2021;21(11):783-795.

<sup>1</sup>Advanced Robotics and Automated Systems (ARAS), Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology.

### \*Correspondence

Address: Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Seyed-Khandan bridge, Shariati Ave, Tehran, Iran. P.O Box: 16315-1355. taghirad@kntu.ac.ir

### Article History

Received: 14, March 2021  
Accepted: 01 June, 2021  
ePublished: 29 September, 2021

## ABSTRACT

Deriving the accurate dynamic model of robots is pivotal for robot design, control, calibration, and fault detection. To derive an accurate dynamic model of robots, all the terms affecting the robot's dynamics are necessary to be considered, and the dynamic parameters of the robot must be identified with appropriate physical insight. In this paper, first, the kinematics of the ARAS-Diamond spherical parallel robot, which has been developed for vitreoretinal ophthalmic surgery, are investigated, then by presenting a formulation based on the principle of virtual work, a linear form of robot dynamics is derived, and the obtained results are validated in SimMechanics environment. Furthermore, other terms affecting the robot dynamics are modeled, and by using the linear regression form of the robot dynamics with the required physical bounds on the parameters, the identification process is accomplished adopting the least-squares method with appropriate physical consistency. Finally, by using the criteria of the normalized root mean squared error (NRMSE) and using different trajectories, the accuracy of the identified dynamic parameters is evaluated. The experimental validation results demonstrate a good fitness for the actuator torques (about 75 percent), and a positive mass matrix in the entire workspace, which allows us to design the common model-based controllers such as the computer torque method, for precise control of the robot in vitreoretinal ophthalmic surgery.

**Keywords** Spherical Parallel Robots, Linear Form of Spherical Parallel Robot Dynamics, Dynamic Identification of Robots with Physical Consistency, Dynamic Calibration of Spherical Parallel Robots

## CITATION LINKS

[1] Kinematic and workspace analysis of diamond: An innovative eye surgery robot. [2] Robust  $H_\infty$ -based control of ARAS-diamond: A vitrectomy eye surgery robot. [3] Vision-based kinematic calibration of spherical robots. [4] ARAS-IREF: An Open-Source Low-Cost Framework for Pose Estimation. [5] Robust  $H_\infty$  control of a 2rt parallel robot for eye surgery. [6] Joint-space position control of a deployable cable driven robot... [7] A review of spherical motion generation... [8] Closed-form dynamic formulation of spherical parallel manipulators by Gibbs-Appell method. [9] Kinematics and dynamics modeling of spherical parallel manipulator. [10] Kinematics and dynamics analysis of a 2-dof spherical parallel robot. [11] Dynamic modeling and base inertial parameters determination... [12] A body-oriented method for finding a linear form of the dynamic equation... [13] An overview of dynamic parameter identification of robots. [14] Adaptive control of mechanical manipulators. [15] On the adaptive control of robot manipulators. [16] Modelling and identification of the da Vinci research kit robotic arms. [17] A convex optimization-based dynamic model identification package for the da Vinci Research Kit. [18] Robot dynamics identification: a reproducible comparison with experiments on the kinova jaco2. [19] Physical feasibility of robot base inertial parameter identification: A linear matrix inequality approach. [20] Dynamic identification of the franka emika panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization. [21] Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. [22] Parallel robots: mechanics and control. [23] Nonlinear friction and dynamical identification for a robot manipulator with improved cuckoo search algorithm. [24] A closed-form approach to determine the base inertial parameters... [25] Modeling, performance analysis and control of robot manipulators. [26] Parameter identification of the KUKA LBR iiwa robot... [27] Optimal robot excitation and identification. [28] Version 8 of the MATLAB system identification toolbox.

## مدل‌سازی و شناسایی دینامیک ربات ارس دیاموند: ربات جراح عمل ویترورتینال چشم

علی حسنی

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی،

تهران، ایران

عباس بطالبلو

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی،

تهران، ایران

سید احمد خلیل‌پور

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی،

تهران، ایران

حمیدرضا تقی‌راد\*

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی،

تهران، ایران

### چکیده

استخراج مدل دینامیکی دقیق بازوان رباتیکی به‌منظور استفاده در فرآیند طراحی ربات، کنترل، کالیبراسیون و شناسایی خطا امری ضروری است. به‌منظور استخراج مدل دینامیکی دقیق از بازوان رباتیکی، نیاز است تا تمامی ترم‌های مؤثر بر دینامیک ربات مورد بررسی قرار گرفته و سپس شاخصه‌های دینامیکی ربات با سازگاری فیزیکی مناسب مورد شناسایی قرار گیرند. در این مقاله، در ابتدا سینماتیک ربات موازی کروی ارس دیاموند، که به‌منظور عمل ویترورتینال چشم‌پزشکی توسعه داده شده است، مورد مدل‌سازی قرار گرفته، سپس با ارائه فرمول‌بندی مبتنی بر اصل کار مجازی، فرم خطی از مدل دینامیکی ربات حاصل شده و نتایج با استفاده از نرم‌افزار سیم مکانیکس متلب مورد صحت‌سنجی قرار می‌گیرند. افزون بر این، سایر ترم‌های مؤثر بر دینامیک ربات بررسی و مدل‌سازی شده و با استفاده از فرم خطی دینامیک ربات و در نظر گرفتن قیدهای فیزیکی مناسب، شاخصه‌های دینامیکی ربات توسط روش کمترین مربع‌ها با سازگاری فیزیکی مناسب شناسایی می‌شوند. در نهایت، با استفاده از معیار درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌ها خطای نرمال شده و استفاده از مسیرهای مختلف حرکت ربات، کیفیت شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. نتایج صحت‌سنجی تجربی نشان‌دهنده تخمین هفتاد و پنج درصدی گشتاور ربات و مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات بوده، که استفاده از کنترل‌رهای مدل مبنای رایجی نظیر گشتاور محاسبه‌شده، به‌منظور کنترل دقیق حرکت ربات در عمل جراحی ویترورتینال چشم را میسر می‌سازد.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱

\*نویسنده مسئول: taghirad@kntu.ac.ir

### ۱- مقدمه

استفاده از بازوان رباتیکی به‌منظور استفاده در کاربردهایی که نیازمند دقت و سرعت بالایی است، در حال افزایش است. یکی از فعالیت‌هایی که در آن‌ها استفاده از بازوان رباتیکی رو به توسعه است، انجام عمل جراحی به کمک ربات ( Robot Assisted Surgery) است. در کاربردهای پزشکی و جراحی، بهره‌مندی از ابزار

رباتیکی موجب می‌شود تا جراح بتواند نقاط قوت خود را تقویت و محدودیت‌های خود، نظیر خطاهای انسانی، لرزش دست و عدم دقت کافی را مرتفع سازد. دقت بالای بازوان رباتیکی، سبب می‌شود که بتوان عمل جراحی‌های بسیار دشواری نظیر عمل ویترورتینال (Vitreoretinal) و ویتروکتومی (Vitreotomy) چشم را به طرز مطلوبی انجام داد.

ربات ارس دیاموند، یک ربات موازی کروی با پیکربندی RT۲ است که در گروه رباتیک ارس، به‌منظور بستری برای عمل ویترورتینال چشم توسعه داده شده است [1]. این ربات از ۴ لینک و ۳ درجه آزادی تشکیل شده است که در آن، ویتروکتور (سوزن مورد استفاده از عمل جراحی چشم) صرفاً حول نقطه دوران دور ( Remote Center of Motion)، در حال حرکت چرخشی خاص است. این امر سبب می‌شود که نقطه ورود ویتروکتور به چشم همواره ثابت بماند که یکی از ویژگی‌های مهم در عمل جراحی کم‌تهاجمی ( Minimally Invasive Surgery) است.

از جمله مهم‌ترین ویژگی‌های این ربات، نداشتن تکینگی (Singularity) در فضای کاری، ساختار قرینه به‌منظور سادگی در تحلیل و ساخت ربات، سختی بالا به دلیل وجود زنجیره سینماتیکی بسته و طراحی دقیق اجزای مکترونیک ربات است که سبب می‌شود استفاده از چنین رباتی در فرآیند بسیار دقیقی نظیر عمل جراحی ویترورتینال چشم امکان‌پذیر باشد [2]. از جمله پژوهش‌های انجام‌شده بر روی ربات موازی کروی ارس دیاموند، می‌توان به تحلیل سینماتیکی و ژاکوبین [1]، کالیبراسیون سینماتیکی [3, 4] و کنترل مقاوم [2, 5] آن اشاره کرد.

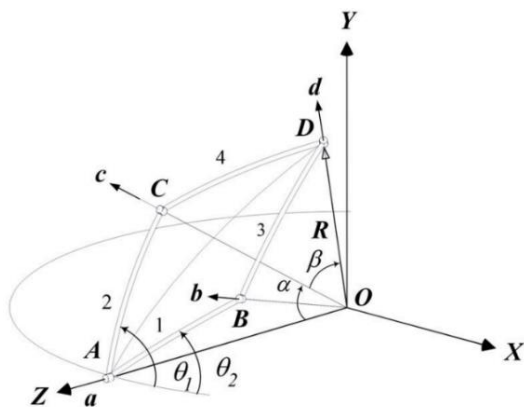
به‌منظور استفاده از بازوان رباتیکی در فعالیت‌های مربوط به جراحی به کمک ربات، کنترل حرکت ربات با دقت مطلوب امری ضروری است. یکی از عوامل مهم در ایجاد دقت کافی در کنترل ربات، دقت کافی و شناخته‌شده بودن مدل دینامیکی ربات است که سبب می‌شود با استفاده از کنترل‌های مدل مبنای رایج، بتوان بازه دقت مطلوبی را در حرکت ربات ایجاد کرد [6]. اما استخراج مدل دینامیکی ربات‌های موازی کروی، به دلیل وجود زنجیره‌های سینماتیکی بسته، امری چالش‌برانگیز است [7]. از جمله پژوهش‌های انجام‌شده بر دینامیک ربات‌های موازی کروی مختلف، می‌توان به روش تحلیلی گیبس آپل [8] (Gibbs-Appell)، روش تحلیلی لاگرانژ [9] (Lagrange)، روش نیوتون اولر (Newton - Euler) [10] و استفاده از اصل کار مجازی (Virtual work) [11] اشاره کرد. باید اشاره کرد که عموماً مدل دینامیکی هر ربات، صرفاً محدود به دینامیک لینک‌ها نیست و عوامل دیگری نظیر اصطکاک، کشسانی لینک‌ها، لقی مفاصل، سیستم انتقال قدرت و غیره در دینامیک ربات اثر بسزایی دارند که این امر سبب می‌شود مدل دینامیکی ربات دارای نامعینی‌های ساختاری شود. افزون بر این، پارامترهای دینامیکی هر لینک نیز که به‌صورت جرم، بردار مرکز جرم و ممان اینرسی هر لینک تعریف می‌شوند دارای نامعینی

کمترین مربعات خطا، ممکن است جرم و تانسور اینرسی لینک‌ها منفی نتیجه شود که سبب می‌شود ماتریس جرمی کل ربات دارای مقادیر ویژه منفی شده و استفاده از کنترلرهای مدل مبنایی نظیر کنترل گشتاور محاسبه شده، غیرممکن شود. راه‌حل‌های مختلفی در ادبیات موضوع برای این رفع این مشکل پیشنهاد شده است که عمده این روش‌ها قرارداد قیدهای مناسب در فرآیند حداقل کردن خطا به منظور یافتن شاخصه‌های دینامیکی با سازگاری فیزیکی مناسب است [18-20].

در این مقاله، در ابتدا مدل سینماتیکی ربات دیاموند به اختصار بیان شده و سپس مدل‌سازی دینامیک ربات با استفاده از اصل کار مجازی مورد بررسی قرار می‌گیرد و نتایج صحت سنجی می‌شوند. سپس، سایر عوامل مؤثر بر دینامیک ربات مدل‌سازی شده و با استفاده از فرم خطی دینامیک ربات و در نظر گرفتن قیدهای مناسب به منظور ایجاد سازگاری فیزیکی، شاخصه‌های دینامیکی ربات به صورت خارج خط شناسایی می‌شوند. افزون بر این، کیفیت شاخصه‌های دینامیکی تخمین زده شده با استفاده از معیارهای مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و در نهایت ویژگی مثبت معین بودن ماتریس جرمی ربات به ازای شاخصه‌های دینامیکی شناسایی شده مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## ۲- تحلیل سینماتیکی ربات

به منظور تحلیل معادله‌های حرکتی ربات، بردار موقعیت ویتروکتور در دستگاه مختصات کروی به عنوان بردار مختصات فضای کاری  $X = [\phi, \gamma]^T$  انتخاب شده و بردار زوایای مفصل‌های محرک ربات به صورت  $\theta = [\theta_1, \theta_2]^T$  نامادگذاری می‌شود. در این مقاله، از حرکت خطی ویتروکتور صرفه نظر شده است که سبب می‌شود نوک ویتروکتور همواره در نقطه دوران به صورت ثابت قرار گیرد. باید اشاره کرد که به دلیل محصور بودن تمامی لینک‌ها در یک کره، مقدار شعاعی در دستگاه مختصات کروی همواره ثابت است و نمی‌تواند به عنوان یک متغیر مختصات فضای کاری انتخاب شود [10]. به علاوه، در ساختار سینماتیکی ربات چهار زاویه غیرفعال  $\theta_p = [\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}]^T$  وجود دارد که مربوط به زاویه بین لینک‌ها



شکل ۱) شماتیک سینماتیکی ربات ارس دیاموند [8]

پارامتری هستند. همه این موارد سبب می‌شود تا مدل دینامیکی ربات، دارای نامعینی‌های ساختاری و پارامتری شده و استفاده از آن در کنترل‌های مدل مبنای راجعی نظیر گشتاور محاسبه شده، عملکرد مطلوب کنترلی را فراهم نسازد.

پس به منظور استخراج مدل دینامیکی دقیق از ربات، نیاز است تا عواملی که باتوجه به ساختار ربات بر دینامیک ربات مؤثر هستند، مدل‌سازی شده و سپس شاخصه‌های این عوامل و همچنین مقادیر پارامترهای عوامل دینامیکی هر لینک مورد شناسایی قرار گیرند. پس استفاده از روش کار مجازی، به عنوان روشی برای تحلیل دینامیک ربات، می‌تواند امری سودمند باشد [11, 12]، چراکه می‌توان دینامیک ربات را به صورت رگرسیون خطی نسبت به عوامل دینامیکی فرمول‌بندی کرد که سبب می‌شود طیف گسترده از روش‌های شناسایی خطی خارج خط (Offline) و برخط (Online) را بتوان برای شناسایی عوامل دینامیکی ربات، استفاده نمود [13]. از جمله این روش‌ها می‌توان به ترتیب، به تخمین کمترین مربعات خطا و کنترلرهای تطبیقی، به منظور تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات اشاره کرد. اما عموماً استفاده از روش‌های شناسایی برخط، امری دشوار است، چرا که برخی از کنترل‌های تطبیقی راجع، نیازمند اندازه‌گیری شتاب و کران‌دار باقی ماندن معکوس ماتریس جرمی [14] و یا استخراج رگرسیون اسلاتین-لی (Slotine-Li Regressor) به منظور عدم اندازه‌گیری شتاب [15] هستند. از سویی دیگر، تنظیم مناسب بهره (Gain) های کنترلرهای تطبیقی و نیاز به تطبیق تعداد زیادی شاخصه‌های دینامیکی در هر نمونه زمان (Sample Time) سبب می‌شود تا پیاده‌سازی این کنترلرها، سخت باشد. این معایب سبب می‌شود تا پیاده‌سازی روش‌های شناسایی خارج خط دینامیک بازوان رباتیکی بیشتر مورد توجه پژوهشگران قرار گیرد [13].

از جمله پژوهش‌های شاخص انجام شده بر موضوع شناسایی خارج خط دینامیک ربات‌های کمک جراحی مختلف، می‌توان به مراجع [17, 16] اشاره کرد که از روش کمترین مربعات خطا برای شناسایی مدل دینامیکی دقیق ربات داوینچی، که دارای ساختار ربات‌های سری است، استفاده می‌کنند. باید اشاره کرد که در حوزه شناسایی خارج خط دینامیک ربات‌های موازی کروی مختلف، تحقیقات اندکی انجام شده است و از مراجع شاخص در این حوزه، می‌توان به مرجع [11] برای ربات‌های موازی کروی اشاره کرد. نتایج نشان داده شده در این مرجع نشان‌دهنده این است که در صورت تحریک مناسب ربات، انجام پردازش سیگنال خارج خط مناسب به منظور حذف حداکثری نویز و استفاده از روش کمترین مربعات می‌تواند تخمینی مناسب از شاخصه‌های دینامیکی ربات به دست آورد.

اما یکی از چالش‌های اصلی در موضوع تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات به روش کمترین مربعات و سایر روش‌ها، مسئله سازگاری فیزیکی (Physical Consistency) شاخصه‌های دینامیکی شناسایی شده است. به عنوان مثال، در روش شناسایی

به منظور استخراج سرعت زاویه‌ای هر لینک، زنجیره سینماتیکی بسته ریات به دوزنجیره سینماتیکی باز تقسیم می‌شود. پس سرعت زاویه‌ای هر لینک به صورت زیر قابل استخراج است:

$${}^0\Omega_1 = \dot{\theta}_2 \mathbf{a} \quad (12)$$

$${}^0\Omega_2 = \dot{\theta}_1 \mathbf{a} \quad (13)$$

$${}^0\Omega_3 = \dot{\theta}_2 \mathbf{a} - \dot{B} \mathbf{b} \quad (14)$$

$${}^0\Omega_4 = \dot{\theta}_1 \mathbf{a} + \dot{C} \mathbf{b} \quad (15)$$

که نرخ تغییرات زاویه‌های  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  و به صورت زیر قابل استخراج است:

$$\dot{B} = -\dot{C} = G\dot{\gamma} \quad (16)$$

و شاخصه اسکالر  $G$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta) \sin(\alpha) \sin(\hat{B})} \quad (17)$$

باتوجه به روابط (۱۲-۱۵)، ژاکوبین هر لینک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{J}_1 = [\mathbf{a} \quad -R\mathbf{a}] \quad (18)$$

$$\mathbf{J}_2 = [\mathbf{a} \quad +R\mathbf{a}] \quad (19)$$

$$\mathbf{J}_3 = [\mathbf{a} \quad -R\mathbf{a} - G\mathbf{b}] \quad (20)$$

$$\mathbf{J}_4 = [\mathbf{a} \quad +R\mathbf{a} - G\mathbf{c}] \quad (21)$$

#### ۲-۴- تحلیل شتاب هر لینک

به منظور تحلیل شتاب هر لینک، از فرمول‌های (۱۲-۱۵)، مشتق گرفته می‌شود. بنابراین، می‌توان به سادگی نشان داد که:

$${}^0\dot{\Omega}_1 = \ddot{\theta}_2 \mathbf{a} \quad (22)$$

$${}^0\dot{\Omega}_2 = \ddot{\theta}_1 \mathbf{a} \quad (23)$$

$${}^0\dot{\Omega}_3 = \ddot{\theta}_2 \mathbf{a} - (\mathbf{b} \ddot{B} + \dot{B} \dot{\mathbf{b}}) \quad (24)$$

$${}^0\dot{\Omega}_4 = \ddot{\theta}_1 \mathbf{a} + (\mathbf{c} \ddot{C} + \dot{C} \dot{\mathbf{c}}) \quad (25)$$

که شاخصه‌های اسکالر  $\ddot{B}$  و  $\ddot{C}$  و مشتق بردارهای  $\dot{\mathbf{b}}$  و  $\dot{\mathbf{c}}$  با استفاده از نرم‌افزارهای پردازش نمادین (Symbolic) به سادگی قابل محاسبه هستند.

#### ۳- تحلیل دینامیکی ریات ارس دیاموند

##### ۱-۳- استخراج فرمول بندی دینامیک وارون لینک‌ها

می‌توان نشان داد که دینامیک وارون ریات‌های موازی که صرفاً از تعدادی لینک تشکیل شده‌اند، با استفاده از اصل کار مجازی به صورت زیر قابل استخراج است [21]:

$$\mathbf{F}_{Links} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau}_{Links} = - \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_i^T \mathbf{F}_i \quad (26)$$

که  $\mathbf{F}_{Links}$  بیانگر نیروهای عمومی در فضای کاری،  $\mathbf{J}$  بیانگر ماتریس ژاکوبین کل ریات،  $\boldsymbol{\tau}_{Links}$  معرف بردار گشتاور ناشی از لینک‌های ریات،  $n$  تعداد لینک‌ها،  $\mathbf{J}_i$  بیانگر ماتریس ژاکوبین هر لینک و  $\mathbf{F}_i$  نیروی اینرسی است که بر هر لینک وارد می‌شود. از طرفی دیگر، نیروهای اینرسی وارد شده به هر لینک، درکلی‌ترین

با یکدیگر است. دو زاویه  $\alpha=45^\circ$  و  $\beta=45^\circ$  نیز بیانگر دو زاویه هندسی موجود در ساختار ریات هستند. نمایی از ساختار سینماتیکی ریات ارس دیاموند در شکل ۱ نشان داده شده است.

##### ۲-۱- سینماتیک وارون

در سینماتیک وارون، فرض می‌شود که  $\mathbf{X}$  مشخص بوده و هدف یافتن بردار زوایای مفصل‌های محرک ریات است. در مرجع [1]، نشان داده شده است که با استفاده از قوانین مثلثات کروی، سینماتیک وارون ریات ارس دیاموند به صورت زیر قابل استخراج است:

$$\theta_1 = \phi + \arccos\left(\frac{\cos(\beta) - \cos(\gamma)\cos(\alpha)}{\sin(\gamma)\sin(\alpha)}\right) \quad (1)$$

$$\theta_2 = \phi - \arccos\left(\frac{\cos(\beta) - \cos(\gamma)\cos(\alpha)}{\sin(\gamma)\sin(\alpha)}\right) \quad (2)$$

از سویی دیگر، باتوجه به شکل ۱، زاویه‌های غیرفعال ریات نیز به صورت زیر قابل استخراج هستند:

$$C\hat{A}D = D\hat{A}B = \hat{A} = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \quad (3)$$

$$C\hat{C}D = A\hat{B}D = \hat{B} = \hat{C} \quad (4)$$

$$= \arccos\left(\frac{\cos(\gamma) - \cos(\beta)\cos(\alpha)}{\sin(\beta)\sin(\alpha)}\right)$$

$$B\hat{D}A = C\hat{D}A = \hat{D} = \arccos\left(\frac{\cos(\alpha) - \cos(\gamma)\cos(\beta)}{\sin(\gamma)\sin(\beta)}\right) \quad (5)$$

##### ۲-۲- سینماتیک مستقیم

در سینماتیک مستقیم، فرض می‌شود که  $\theta$  مشخص است و هدف یافتن بردار مختصات فضای کاری است. در مرجع [1]، نشان داده شده است که سینماتیک مستقیم ریات دیاموند به صورت صریح زیر قابل استخراج است:

$$\gamma = 2 \quad (6)$$

$$\times \operatorname{atan2}\left(\frac{\sin(\alpha)\cos(\hat{A}) \pm \sqrt{\sin(\beta)^2 - (\sin(\alpha)\sin(\hat{A}))^2}}{\cos(\alpha) + \cos(\beta)}\right)$$

$$\phi = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \quad (7)$$

##### ۲-۳- تحلیل ژاکوبین و سرعت هر لینک

با مشتق‌گیری از فرمول‌های (۱) و (۲)، نرخ تغییرات زاویه‌های مفصل‌های محرک ریات به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\phi} + R\dot{\gamma} \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_2 = \dot{\phi} - R\dot{\gamma} \quad (9)$$

با بازنویسی فرمول فوق به صورت  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{X}}$ ، ماتریس ژاکوبین ریات به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & +R \\ 1 & -R \end{bmatrix} \quad (10)$$

که پارامتر اسکالر  $R$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$R = \frac{\cot(\alpha) - \cos(\hat{A})\cot(\gamma)}{\sin(\hat{A})} \quad (11)$$

### ۳-۲- استخراج دینامیک ربات به فرم رگرسور خطی

برای استخراج فرم رگرسور خطی با استفاده از فرمول دینامیک وارون، نیاز است تا تمامی شاخصه‌های دینامیکی لینک‌ها نسبت به دستگاه مختصات بدنی خود توصیف شوند<sup>[12]</sup>. بدین منظور، به سادگی می‌توان نوشت:

$${}^0\Omega_i = {}^0R_i {}^i\Omega_i \quad (34)$$

$${}^0\dot{\Omega}_i = {}^0R_i {}^i\dot{\Omega}_i \quad (35)$$

و با جایگزینی (۳۴) و (۳۵) در (۳۳)، می‌توان نوشت:

$$F_{Links} = J^T \tau_{Links} = \sum_{i=1}^n J_{\omega_i}^T ({}^0R_i {}^iI_i {}^i\dot{\Omega}_i + {}^0R_i {}^i\Omega_{i \times} {}^iI_i {}^i\Omega_i - m_i {}^0\rho_{i \times} g) \quad (36)$$

افزون بر این، برای تبدیل شرایط مرکز جرم هر لینک از دستگاه مختصات پایه به دستگاه مختصات بدنی در رابطه (۳۶)، از خاصیت (۳۱) و  ${}^i g = {}^0R_i^T g$  استفاده می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$F_{Links} = J^T \tau_{Links} = \sum_{i=1}^n J_{\omega_i}^T ({}^0R_i {}^iI_i {}^i\dot{\Omega}_i + {}^0R_i {}^i\Omega_{i \times} {}^iI_i {}^i\Omega_i + {}^0R_i {}^i g_{\times} (m_i {}^i\rho_i)) \quad (37)$$

باید اشاره کرد که در رابطه (۳۷)، باوجود نگاشت تمامی شاخصه‌ها از دستگاه مختصات پایه به دستگاه مختصات بدنی، جمله‌های ممان اینرسی همچنان دارای فرم خطی نیستند. در مراجع<sup>[11, 12]</sup> نشان داده شده است که عوامل حاصل ضرب ماتریس ممان اینرسی در بردار سرعت یا شتاب زاویه‌ای، قابل نگاشت به حاصل ضرب ماتریس سرعت یا شتاب زاویه‌ای در بردار ممان اینرسی خواهد بود:

$${}^iI_i {}^i\dot{\Omega}_i = {}^i\tilde{\Omega}_i {}^i\bar{I}_i, \quad {}^iI_i {}^i\Omega_i = {}^i\tilde{\Omega}_i {}^i\bar{I}_i \quad (38)$$

که  ${}^i\tilde{\Omega}_i$  و  ${}^i\bar{I}_i$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$${}^i\tilde{\Omega}_i = \begin{bmatrix} {}^i\Omega_{xi} & {}^i\Omega_{yi} & {}^i\Omega_{zi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^i\Omega_{xi} & 0 & {}^i\Omega_{yi} & {}^i\Omega_{zi} & 0 \\ 0 & 0 & {}^i\Omega_{xi} & 0 & {}^i\Omega_{yi} & {}^i\Omega_{zi} \end{bmatrix} \quad (40)$$

پس با استفاده از نگاشت (۳۸)، رابطه (۳۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$F_{Links} = J^T \tau_{Links} = \sum_{i=1}^n J_{\omega_i}^T ({}^0R_i ({}^i\Lambda_i ({}^i\bar{I}_i) + {}^i g_{\times} (m_i {}^i\rho_i)) \quad (41)$$

که شاخصه  ${}^i\Lambda_i$  به صورت  ${}^i\Lambda_i = {}^i\tilde{\Omega}_i + {}^i\Omega_{i \times} {}^i\tilde{\Omega}_i$  تعریف شده است. پس معادله (۳۳) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\tau_{Links} = Y_{Links}(X, \dot{X}, \ddot{X}) \beta_{Links} \quad (42)$$

که  $Y_{Links}(X, \dot{X}, \ddot{X})$  بیانگر ماتریس رگرسور خطی دینامیک ربات و  $\beta_{Links}$  بیانگر بردار شاخصه‌های دینامیکی ربات بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Y_{Links} = [Y_{Link_1} \quad \dots \quad Y_{Link_n}] \quad (43)$$

حالت و نسبت به چهارچوبی دلخواه به صورت زیر قابل تعریف است<sup>[12]</sup>:

$$F_i = - \left[ m_i ({}^0\dot{\Omega}_i \times {}^0\rho_i + {}^0\Omega_i \times ({}^0\Omega_i \times {}^0\rho_i) + ({}^0a_i - g)) \right] \quad (27)$$

که  ${}^0a_i$ ،  ${}^0\dot{\Omega}_i$ ،  ${}^0\Omega_i$  بیانگر سرعت زاویه‌ای، شتاب زاویه‌ای و شتاب خطی چهارچوبی دلخواه از هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه است. از طرفی دیگر،  ${}^0I_i$  و  ${}^0\rho_i$  بیانگر ممان اینرسی و فاصله چهارچوب فوق تا دستگاه مختصات پایه است. برای نگاشت ممان اینرسی هر لینک از چهارچوب مرکز جرم آن به هر چهارچوب دلخواه، از قضیه محورهای موازی به صورت زیر استفاده می‌شود:

$${}^iI_i = {}^iI_{G_i} + m_i {}^i\rho_{i \times}^T {}^i\rho_{i \times} \quad (28)$$

که در اینجا،  ${}^iI_{G_i}$  و  ${}^i\rho_{i \times}$  به ترتیب بیانگر ممان اینرسی هر لینک نسبت به مرکز جرم آن در دستگاه مختصات بدنی و توصیف ماتریس پادمتقارن (Skew-Symmetric) از بردار مرکز جرم هر لینک نسبت به دستگاه مختصات بدنی آن است. باید اشاره کرد که در تمام این مقاله، نماد زیرنویس  $\times$  برای یک بردار، بیانگر ماتریس پادمتقارن از بردار فوق است و برای برداری نظیر  $a = [a_1, a_2, a_3]^T$  صورت زیر قابل تعریف است<sup>[22]</sup>:

$$a_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

افزون بر این، برای محاسبه ممان اینرسی و ماتریس پادمتقارن مرکز جرم هر چهارچوب دلخواهی از هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه، از نگاشت‌های زیر استفاده می‌شود:

$${}^0I_i = {}^0R_i {}^iI_i {}^0R_i^T \quad (30)$$

$${}^0\rho_{i \times} = {}^0R_i {}^i\rho_{i \times} {}^0R_i^T \quad (31)$$

که در اینجا،  ${}^0R_i$  بیانگر ماتریس دوران چهارچوب دلخواه هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه است. اکنون، باید محل این چهارچوب دلخواه از هر لینک مشخص شود. در ربات موازی کروی ارس دیاموند، مشابه سایر ربات‌های موازی کروی، هر لینک صرفاً حرکت دورانی خالص حول نقطه دوران دور دارد. پس قرارگیری این چهارچوب دلخواه، در محل نقطه دوران دور که نقطه‌ای ایستا و مستقر در مبدأ دستگاه مختصات است، روابط را به شدت ساده می‌کند. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$${}^0v_i = {}^0a_i = 0 \rightarrow J_i = J_{\omega_i} \quad (32)$$

پس با استفاده از روابط (۲۶)، (۲۷) و (۳۲)، دینامیک وارون ربات ارس دیاموند به صورت زیر قابل استخراج خواهد بود:

$$F_{Links} = J^T \tau_{Links} = \sum_{i=1}^n J_{\omega_i}^T ({}^0I_i {}^0\dot{\Omega}_i + {}^0\omega_i \times ({}^0I_i {}^0\omega_i) - m_i {}^0\rho_{i \times} g) \quad (33)$$

$$\gamma = 40^\circ \sin(2t) + 45^\circ$$

سپس این مسیر به هر دو مدل سیم مکانیک و مدل دینامیکی توسعه داده در نرم افزار متلب داده می شود. باید اشاره کرد در این مقاله، مختصات فضای کاری مجری نهایی ربات ارس دیاموند در دستگاه مختصات کروی تعریف شده است. اما ایجاد حرکت در دستگاه مختصات کروی برای مجری نهایی در سیم مکانیکس، امری دشوار است. برای حل این مشکل، از مدل سینماتیک مستقیم استفاده می شود و زوایای مفصلی متناظر با مسیر مطلوب طراحی شده در دستگاه مختصات کروی، به مفصل های محرک ربات اعمال می شود. نمایی از طرحواره فرآیند راستی آزمایی و مدل ربات ارس دیاموند در محیط سیم مکانیکس در شکل ۲ و ۳ نشان داده شده است.

پس از اعمال فرآیند راستی آزمایی، نتیجه گشتاور عملگرها و خطای پروسه صحت سنجی در شکل های ۴ و ۵ نشان داده شده است.

همان طور که از نمودارهای ۴ و ۵ مشخص است، مدل دینامیک وارون و فرم خطی دینامیک ربات ارس دیاموند با دقت مناسبی

$$\beta_{Links} = [\beta_{Link_1}^T \dots \beta_{Link_n}^T]^T \quad (44)$$

که هر بخش ماتریس رگرسور و بردار شاخصه اینرسی هر لینک نیز، به صورت زیر تعریف می شوند:

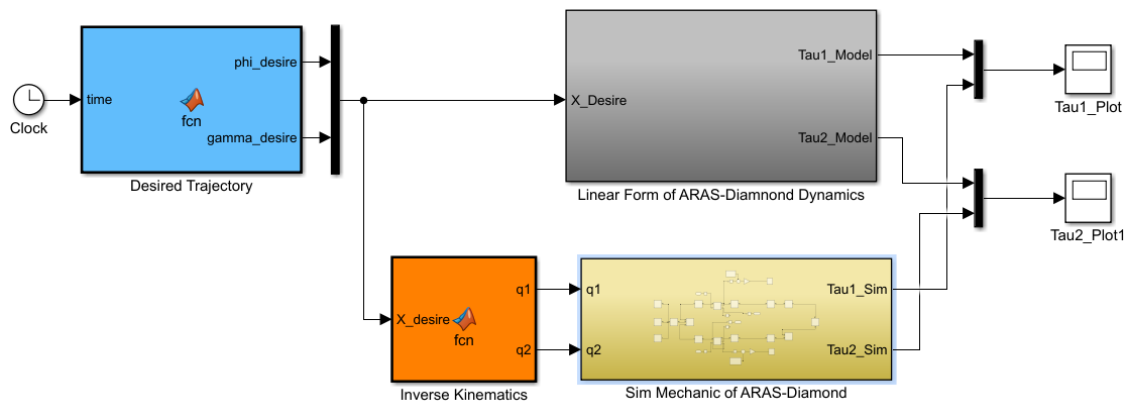
$$Y_{Link_i} = (J^T)^{-1} J \omega_i^T {}^0 R_i [{}^i \Lambda_i \quad {}^i g_x] \quad (45)$$

$$\beta_{Link_i} = [{}^i \bar{T}_i^T \quad (m_i \quad {}^i \rho_i)^T]^T \quad (46)$$

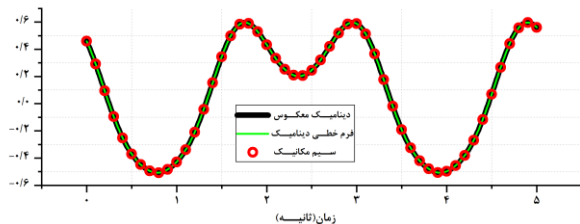
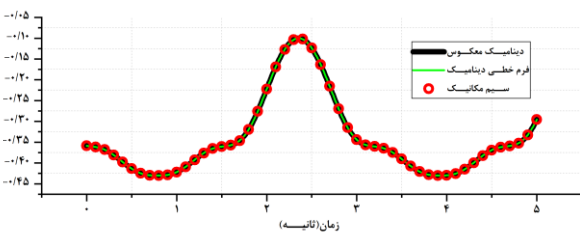
### ۳-۳ راستی آزمایی دینامیک ربات

به منظور راستی آزمایی فرمول بندی دینامیکی ارائه شده ربات، از محیط سیم مکانیکس (SimMechanics) در سیمولینک متلب (MATLAB Simulink) استفاده می شود. به منظور صحت سنجی، ابتدا مدل دقیق ربات در نرم افزار سالیدورکس (SolidWorks) طراحی شده و سپس از طریق پلاگین مربوطه، وارد نرم افزار سیم مکانیکس می شود. اصلی ترین دلیل استفاده از پلاگین فوق، شناسایی خودکار قیدهای مفصلی ربات بوده که سبب می شود دیگر نیازی به مدل کردن دوباره ربات در محیط خود نرم افزار سیم مکانیکس نباشد. از مسیر زمانی زیر به عنوان مسیر صحت سنجی استفاده می شود:

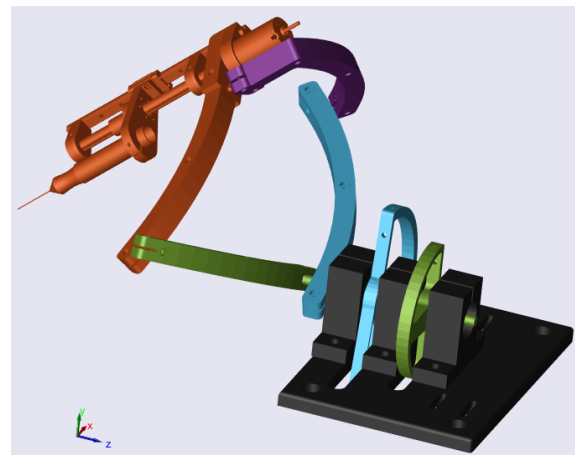
$$\phi = 80^\circ \sin(2t) + 90^\circ \quad (47)$$



شکل ۲) نمایی از پروسه صحت سنجی دینامیک ربات با استفاده از سیم مکانیکس



شکل ۴) صحت سنجی دینامیک معکوس و حالت خطی دینامیک ربات ارس دیاموند با نرم افزار سیم مکانیکس



شکل ۳) نمایی از مدل وارد شده به محیط سیم مکانیکس به منظور انجام فرآیند راستی آزمایی



باید اشاره کرد که شرایط اصطکاک، به‌طور کلی شرایطی غیرخطی، پیچیده و وابسته به زمان هستند و به دست آوردن مدلی کاملاً دقیق از اصطکاک، امری دشوار است [23]. در این مقاله، از مدل رایج کلمب-ویسکوز به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\tau_f = F_v \dot{\theta} + F_c \text{sign}(\dot{\theta}) \quad (49)$$

افزون بر این، شرایط کشسانی مؤثر بر دینامیک ربات؛ که در ربات موازی کروی دیاموند عمده این شرایط از سیستم انتقال قدرت کپستان درایو (Capstan drive) ربات ناشی می‌شود، به‌صورت خطی زیر مدل‌سازی می‌شوند:

$$\tau_e = K_e \theta \quad (50)$$

پس به‌منظور استخراج فرم خطی از دینامیک ربات، به‌سادگی می‌توان نوشت:

$$\tau = Y(X, \dot{X}, \ddot{X})\beta \quad (51)$$

که در اینجا  $Y(X, \dot{X}, \ddot{X})$  بیانگر ماتریس رگرسیون کل ربات و  $\beta$  بردار شاخصه‌های دینامیکی کل ربات است و به ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Y = [Y_{Links} \quad Y_f \quad Y_e] \quad (52)$$

$$\beta = [\beta_{Links}^T \quad \beta_f^T \quad \beta_e^T]^T \quad (53)$$

که در این روابط، ماتریس رگرسیون شرایط اصطکاک و کشسانی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Y_f = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \text{sign}(\dot{\theta}_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_2 & \text{sign}(\dot{\theta}_2) \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$Y_e = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} \quad (55)$$

افزون بر این، بردار شاخصه‌های دینامیکی مربوط به شرایط اصطکاک و کشسانی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta_f = [F_{v1} \quad F_{c1} \quad F_{v2} \quad F_{c2}]^T \quad (56)$$

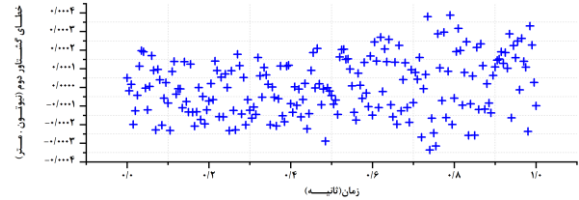
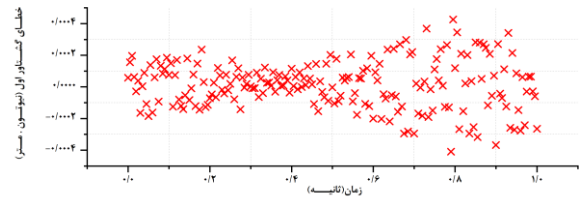
$$\beta_e = [K_{e1} \quad K_{e2}]^T \quad (57)$$

#### ۴-۲- کاهش ابعاد فرم خطی دینامیک ربات:

به‌ازای مقادیر زیادی از مشاهدات مسیر، معادله خطی دینامیک ربات به‌صورت یک دستگاه معادلات خطی به‌صورت زیر فرمول‌بندی شود:

$$\begin{bmatrix} \tau(t_1) \\ \vdots \\ \tau(t_k) \end{bmatrix} = T = \begin{bmatrix} Y(t_1) \\ \vdots \\ Y(t_k) \end{bmatrix} \beta = P(X, \dot{X}, \ddot{X}) \beta \quad (58)$$

با بررسی دقیق ماتریس رگرسیون کل ربات، می‌توان فهمید که تعداد زیادی از درایه‌های ماتریس رگرسیون صفر یا به‌هم‌وابسته خطی به هم هستند که سبب می‌شود ماتریس رگرسیون انباشته‌شده  $P$  (Stacked Regressor Matrix) دارای رتبه کامل نباشد که این موضوع سبب می‌شود تا شاخصه‌های دینامیکی ربات غیرقابل‌شناسایی شوند. به‌منظور کاهش ابعاد ماتریس رگرسیون ربات و حذف درایه‌های صفر یا وابسته خطی آن، از روش ذکرشده در مرجع [24] استفاده می‌شود که دارای حل یکتا است. در این روش، ابتدا شکل سطری پلکانی (Row Echelon Form) ماتریس



شکل ۵) خطای راستی‌آزمایی با استفاده از نرم‌افزار سیم مکانیکس

(در مرتبه  $10^{-4}$ ) با نرم‌افزار سیم مکانیکس صحت سنجی شده است که نشان‌دهنده درستی روابط سینماتیک و دینامیک استخراج‌شده است. همچنین باید اشاره کرد که در این راستای آزمایی، مقدار میانگین شتاب خطی هر لینک، برابر با  $0.104$ ،  $0.2898$ ،  $0.198$  و  $0.67$  (همه مقادیر متر بر مجذور ثانیه) بودند. افزون بر این، برای اطمینان از پروسه صحت سنجی با نرم‌افزار سیم مکانیکس، مسیره‌های دیگری نظیر سینوسی (با فرکانس‌های مختلف) و چندجمله‌ای مرتبه ۳ نیز به‌عنوان مسیر صحت سنجی در نظر گرفته شدند. در تمامی این مسیره‌ها، دقت صحت سنجی در مرتبه  $10^{-4}$  باقی ماند که نشان‌دهنده این است که پروسه راستی‌آزمایی وابسته به مسیر نبوده و فرمول‌بندی سینماتیکی و دینامیکی ربات ارس دیاموند به‌درستی استخراج شدند.

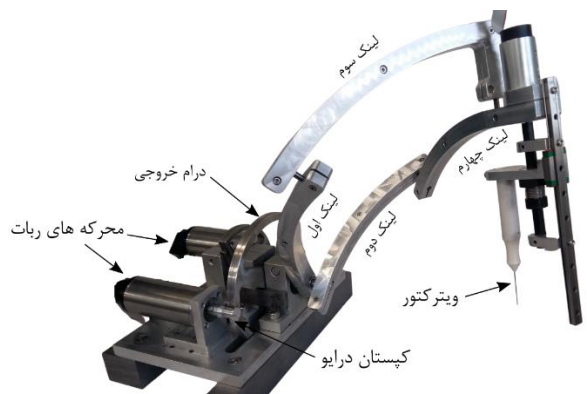
#### ۴-۳- استخراج مدل دینامیکی کل ربات به‌منظور شناسایی

##### ۴-۱- در نظر گرفتن سایر شرایط مؤثر بر دینامیک ربات

در این مقاله با توجه به ساختار مکانیکی ربات که در شکل ۶ نشان‌داده شده است، دینامیک کلی ربات به‌صورت زیر توسعه می‌یابد:

$$\tau = Y_{Links} \beta_{Links} + \tau_f + \tau_e \quad (48)$$

که در آن  $\tau_f$  بیانگر اصطکاک و  $\tau_e$  بیانگر کشسانی مؤثر بازوان ربات است و از اثر سایر عوامل، به دلیل ناچیز بودن مقدار نهایی آن، صرفه نظر شده است.



شکل ۶) نمایی از ساختار مکانیکی ربات موازی کروی ارس دیاموند

**۴-۴- تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات به‌وسیله روش کمترین مربع‌های خطا مقید**

به‌منظور تضمین مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات، لازم است قیدهای زیر در نظر گرفته شوند:

$$m_i > 0 \quad (67)$$

$${}^i I_{G_i} = \begin{bmatrix} {}^i I_{G_{xxi}} & {}^i I_{G_{xyi}} & {}^i I_{G_{xzi}} \\ {}^i I_{G_{xyi}} & {}^i I_{G_{yyi}} & {}^i I_{G_{yzi}} \\ {}^i I_{G_{xzi}} & {}^i I_{G_{yzi}} & {}^i I_{G_{zzi}} \end{bmatrix} > 0 \quad (68)$$

می‌توان نشان داد که قید (۶۸)، قابل بازنویسی به‌صورت یک نامساوی ماتریس خطی است [19]:

$$\frac{tr({}^i I_{G_i})}{2} - \lambda_{max}({}^i I_{G_i}) > 0 \quad (69)$$

که در اینجا،  $tr({}^i I_{G_i})$ ، بیانگر اثر (Trace) ماتریس بوده و  $\lambda_{max}$  معرف بیشترین مقدار ویژه ماتریس فوق است. افزون بر قیدهای فوق، قیدهای زیر نیز باید در نظر گرفته شوند:

$$F_{ci} > 0, \quad F_{vi} > 0, \quad K_{ei} > 0 \quad (70)$$

بدین ترتیب تابع هدف بهینه‌سازی را می‌توان به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$Objective\ Function = \min \|T - W\hat{\beta}\|_2^2 \quad (71)$$

به‌منظور بهینه‌سازی مسئله فوق، از روش بهینه‌سازی Active-Set توسط دستور fmincon متلب استفاده می‌شود. برای تعریف شرایط اولیه، از مقدار زیر استفاده می‌شود:

$$Initial = LB + (UB - LB) \times rand(0,1) \quad (72)$$

و برای تعریف کران بالا و پائین مقادیر تخمین شاخصه‌های دینامیکی، از مقادیر نامه طراحی به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} LB_{Links} &= 0.8 \hat{\beta}_{LinkSCAD}, & UB_{Links} &= 1.25 \hat{\beta}_{LinkSCAD} \\ LB_f &= [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, & UB_f &= [0.7 \ 0.7 \ 0.7 \ 0.7]^T \\ LB_e &= [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, & UB_e &= [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \end{aligned} \quad (73)$$

به دلیل حساس بودن مسئله بهینه‌سازی به شرایط اولیه تخمین شاخصه‌های دینامیکی، از یک مقدار اتفاقی در بازه ۰ تا ۱ استفاده شده است تا در هر بار اجرای فرآیند بهینه‌سازی، مقدار اولیه متفاوتی ایجاد شود. سپس مسئله بهینه‌سازی فوق در یک حلقه با تعداد اجرای نسبتاً بالا اجرا می‌شود و درنهایت مقادیری از مسئله بهینه‌سازی انتخاب می‌شوند که افزون بر رعایت قیدهای لحاظ شده، کمترین میزان خطای تابع هدف را ایجاد کرده باشند.

**۵- پیاده‌سازی**

**۵-۱- تولید مسیر بهینه به‌منظور تحریک دینامیک ربات**

یکی از موضوعات مهم در کیفیت تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات، تحریک مناسب دینامیک ربات است. این تحریک باید به‌گونه‌ای باشد که در کنار تحریک کافی دینامیک ربات، شرایط مدل نشده ربات مورد تحریک قرار نگیرند [26]. در این مقاله، از مسیر جمع متناهی سری فوریه ذکر شده در مرجع [27] به‌صورت زیر استفاده شده است:

$P$  محاسبه شده و سپس سطرهای صفر آن حذف می‌شوند و ماتریس نتیجه شده با نماد  $Q$  نام‌گذاری می‌شود. بدین ترتیب، ماتریس رگرسور کاهش یافته و بردار شاخصه‌های اینرسی کاهش یافته به‌صورت زیر قابل استخراج خواهند بود:

$$Y_r = YQ^\dagger \quad (59)$$

$$\beta_r = Q\beta \quad (60)$$

که در اینجا، نماد  $\dagger$  بیانگر اپراتور شبه وارون است. از نقطه نظر پیاده‌سازی الگوریتم فوق، از مقادیر اتفاقی زیاد  $\hat{X}$  و  $\hat{\dot{X}}$  واقع در فضای کاری ربات، استفاده می‌شود و برای محاسبه شکل سطری پلکانی ماتریس  $P$  نیز از دستور rref در نرم افزار متلب استفاده می‌شود. در این صورت، معادله خطی دینامیک ربات به‌صورت زیر قابل بازنویسی خواهد بود:

$$\tau = Y_r \beta_r \quad (61)$$

**۴-۳- تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات به‌وسیله روش کمترین مربع‌های خطا**

به‌منظور شناسایی شاخصه‌های دینامیکی ربات، معادله خطی کاهش یافته دینامیک ربات به‌صورت یک دستگاه معادلات خطی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \tau(t_1) \\ \vdots \\ \tau(t_k) \end{bmatrix} = T = \begin{bmatrix} Y_r(t_1) \\ \vdots \\ Y_r(t_k) \end{bmatrix} \beta_r + \rho = W(X, \dot{X}, \ddot{X}) \beta_r + \rho \quad (62)$$

که در این معادله،  $W \in R^{t \times c}$  و  $\rho \in R^t$ ، به ترتیب بیانگر ماتریس مشاهدات و بردار انباشته نویز اندازه‌گیری است، که فرض می‌شود که بردار انباشته نویز اندازه‌گیری، نویز میانگین صفر گوسی افزایشی (Additive Zero Mean Gaussian) است [25]. در این صورت، یکی از ساده‌ترین و مؤثرترین روش‌ها برای تخمین  $\beta_r$ ، استفاده از روش کمترین مربع‌ها به شرح زیر است:

$$\hat{\beta}_r = (W^T W)^{-1} W^T T = W^\dagger T \in R^c \quad (63)$$

حال به‌منظور بررسی کیفیت تخمین  $\hat{\beta}_r$  در روش کمترین مربع‌ها، از روش ذکر شده در مرجع [25] استفاده می‌شود. در این روش، درصد انحراف از معیار هر شاخصه دینامیکی تخمین زده شده به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{\hat{\beta}_{ri}} \% = 100 \frac{\sigma_{\hat{\beta}_{ri}}}{|\hat{\beta}_{ri}|} \quad (64)$$

که انحراف از معیار هر مقداری از بردار تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_{\hat{\beta}_{ri}} = \sqrt{\text{diag}(\sigma_p^2 (W^T W)^{-1})} \quad (65)$$

و انحراف از معیار  $\sigma_p$  را می‌توان به‌صورت زیر تخمین زد:

$$\sigma_p^2 = \frac{\|T - W(X, \dot{X}, \ddot{X})\hat{\beta}\|_2^2}{r - c} \quad (66)$$



به صورت تناوبی تکرار شده و پس از میانگین‌گیری مقادیر اندازه‌گیری شده، اثر نویز تا حد ممکن کاهش یابد.

به منظور حذف اختلال از مقادیر اندازه‌گیری شده، از یک پالایه پائین‌گذر صفر فاز غیرعلی (non causal zero-phase low pass filter) استفاده می‌شود. پالایه فوق، یک پالایه پائین‌گذر باترورث (low-pass Butterworth filter) است که در جهت جلو و عقب اعمال می‌شود و از نظر پیاده‌سازی، از طریق دستور filtfilt در متلب، قابل دسترسی است. علاوه بر این، برای محاسبه مقادیر سرعت و شتاب از الگوریتم تفاضل مرکزی استفاده می‌شود. نمایی از بستر پیاده‌سازی ربات در شکل ۸ مشاهده می‌شود.

پس از استخراج داده‌های پالایه شده، ماتریس رگرسیور کاهش‌یافته انباشته تشکیل شده و مسئله از روش کمترین مربعات و کمترین مربعات مقید حل می‌شود. بررسی کیفیت تخمین در بخش بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

### ۳-۵- صحت سنجی

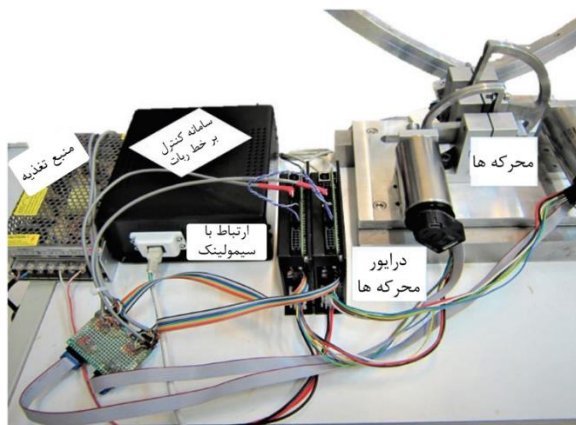
#### ۳-۱-۳-۵- صحت سنجی با استفاده از درصد انحراف از معیار

در ابتدا، به منظور بررسی کیفیت تخمین روش کمترین مربعات، از درصد انحراف معیار هر شاخصه دینامیکی تخمین زده شده ربات استفاده می‌شود. نتایج انحراف از معیار شاخصه‌های دینامیکی تخمین زده شده در جدول ۱ گزارش شده است.

همان‌طور که از جدول ۱ دیده می‌شود، تمامی درصدهای انحراف از معیار تخمین روش کمترین مربعات زیر ۱۵٪ است که نشان‌دهنده کیفیت بالای تخمین دارد.

#### ۳-۲-۳-۵- صحت سنجی به‌ازای مسیر تحریک

به منظور بررسی کیفیت تخمین به روش کمترین مربعات و کمترین مربعات مقید، نمودار پیش‌بینی گشتاور توسط هر دو روش به‌ازای مسیر تحریک، در نمودار ۹ نشان داده شده است. برای تعریف مقیاسی کمی برای مقایسه نتایج، از درصد سازگاری میانگین مربعات خط نرمال شده (NRMSE Fitness Percentage) به صورت زیر استفاده می‌شود [28]:



شکل ۸) بستر پیاده‌سازی ربات ارس دیاموند [۸]

$$X_i(t) = \sum_{l=1}^L \frac{a_l^i}{w_f l} \sin(\omega_f l t) - \frac{b_l^i}{w_f l} \cos(\omega_f l t) + X_{i_0} \quad (74)$$

$$\dot{X}_i(t) = \sum_{l=1}^L a_l^i \cos(\omega_f l t) + b_l^i \sin(\omega_f l t) \quad (75)$$

$$\ddot{X}_i(t) = \sum_{l=1}^L -a_l^i \omega_f l \sin(\omega_f l t) + b_l^i \omega_f l \cos(\omega_f l t) \quad (76)$$

در این مسیر، بسامد اساسی  $\omega_f$  و تعداد جمع مسیرها مقادیر طراحی شده توسط کاربر هستند. حال مقادیر  $a_l^i$ ،  $b_l^i$  و  $X_{i_0}$  باید به گونه‌ای محاسبه شوند که هم مسیر ایجاد شده در فضای کاری ربات قرار گیرد و هم ماتریس رگرسیور نرمال شده ربات دارای عدد وضعیت کمینه شود [16, 27]. برای یافتن ضرایب فوق، از یک بهینه‌سازی غیرخطی مقید استفاده می‌شود. قیدهای مورد استفاده، باتوجه به محدودیت‌های مکانیکی ربات، به صورت زیر انتخاب شده‌اند:

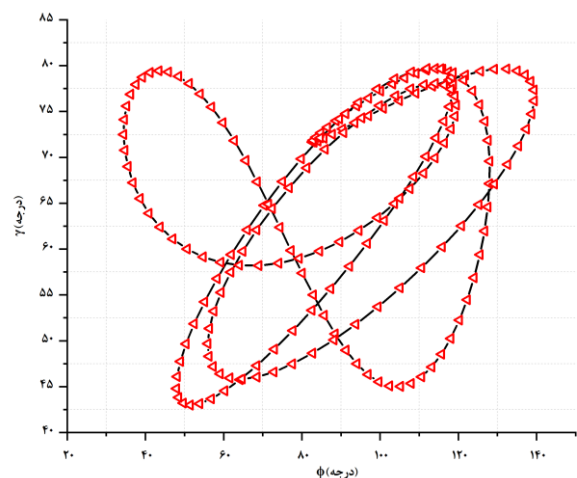
$$[30^\circ, 40^\circ]^T \leq X \leq [140^\circ, 80^\circ]^T \quad (77)$$

$$|\dot{X}| \leq [200^\circ/sec, 200^\circ/sec]^T$$

افزون بر این، مقدار بسامد اساسی  $w_f = \frac{2\pi}{10}$  و تعداد جمع مسیر  $L = 5$  طراحی شده‌اند و برای بهینه‌سازی مسئله فوق مجدداً از روش بهینه‌سازی Active-Set استفاده شده است. نمایی از مسیر بهینه‌سازی شده، در شکل ۷ نشان داده شده است.

### ۲-۵- اعمال مسیر بهینه به ربات و پردازش سیگنال داده‌های جمع‌آوری شده

در این مقاله، برای اندازه‌گیری  $X$  از زوایای اندازه‌گیری شده توسط انکودر (Encoder) و نگاهت سینماتیک مستقیم استفاده می‌شود. افزون بر این، مقادیر اندازه‌گیری شده جریان موتورها، توسط ضریب تبدیل مربوط به هر موتور، به گشتاور تبدیل می‌شوند. سپس ربات با استفاده از یک کنترلر PD به گونه‌ای کنترل می‌شود که مسیر طراحی شده را با دقت مناسبی ردیابی کند. مسیر طراحی شده در مدت ۱۶۰ ثانیه ردیابی می‌شود تا مسیر فوق ۱۶ بار



شکل ۷) مسیر بهینه‌سازی در فضای کاری، به منظور تحریک مناسب دینامیک ربات ارس دیاموند

جدول ۱) مشخصات تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات ارس دیاموند به روش کمترین مربعات

شماره	تخمین کمترین مربعات خطا	درصد انحراف معیار	شماره	تخمین کمترین مربعات خطا	درصد انحراف معیار
۱	۰/۰۰۹۲	%۳/۷۹۱۹	۱۲	۰/۳۲۷۵	%۷/۳۲۹۱
۲	۰/۰۳۴۱	%۰/۸۳۵۲	۱۳	-۰/۶۴۵۶	%۵/۸۵۲۳
۳	۰/۰۴۹۳	%۵/۰۱۹۶	۱۴	-۰/۰۰۷۷	%۹/۳۰۸۷
۴	-۰/۰۱۳۵	%۶/۱۷۷۴	۱۵	۰/۱۰۳۵	%۰/۸۷۹۴
۵	۰/۸۸۹۹	%۶/۳۶۶۰	۱۶	-۰/۳۹۴۹	%۷/۰۹۲۹
۶	۰/۲۲۱۷	%۴/۳۵۰۱	۱۷	۰/۰۱۸۹	%۴/۸۸۲۲
۷	۰/۳۲۰۸	%۷/۴۱۴۱	۱۸	-۰/۰۱۳۹	%۳/۷۸۸۸
۸	۰/۵۹۶۹	%۶/۲۹۴۰	۱۹	۰/۴۵۹۰	%۶/۱۶۵۲
۹	-۰/۰۱۹۱	%۱۲/۶۳۴۶	۲۰	-۰/۰۰۸۴	%۴/۹۰۵۵
۱۰	۰/۸۶۹۶	%۶/۴۹۰۸	۲۱	۰/۰۸۶۵	%۰/۲۶۷۳
۱۱	-۰/۲۳۶۲۰	%۴/۱۲۴۰			

$$fit = 100 \left( 1 - \frac{\|\tau_{Measure} - \tau_{Estimate}\|}{\|\tau_{Measure} - mean(\tau_{Measure})\|} \right) \quad (78)$$

پس درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده هر دو روش، در فهرست شکل ۹ گزارش شده است.

همان‌طور که از نمودار شکل ۹ مشاهده می‌شود، در هر دو روش کمترین مربعات خطا و کمترین مربعات خطا مقید، گشتاور عملگرها با حدود هفتاد و پنج و هفتاد و هشت درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده تخمین زده شده است. با این تفاوت که در روش کمترین مربعات خطا، تضمینی برای مثبت معین شدن ماتریس جرمی وجود ندارد. افزون بر این، باید اشاره کرد که بررسی کیفیت تخمین دو روش فوق به‌ازای مسیر

تحریک کافی نیست و استفاده از مسیرهای مختلف در بخش بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۳-۳-۵- صحت سنجی متقابل

به‌منظور بررسی کیفیت تخمین، از چند سری مسیر مختلف استفاده می‌شود. مسیرهای فوق به‌صورت زیر یک مسیر دایروی با بسامد متغیر تعریف می‌شوند:

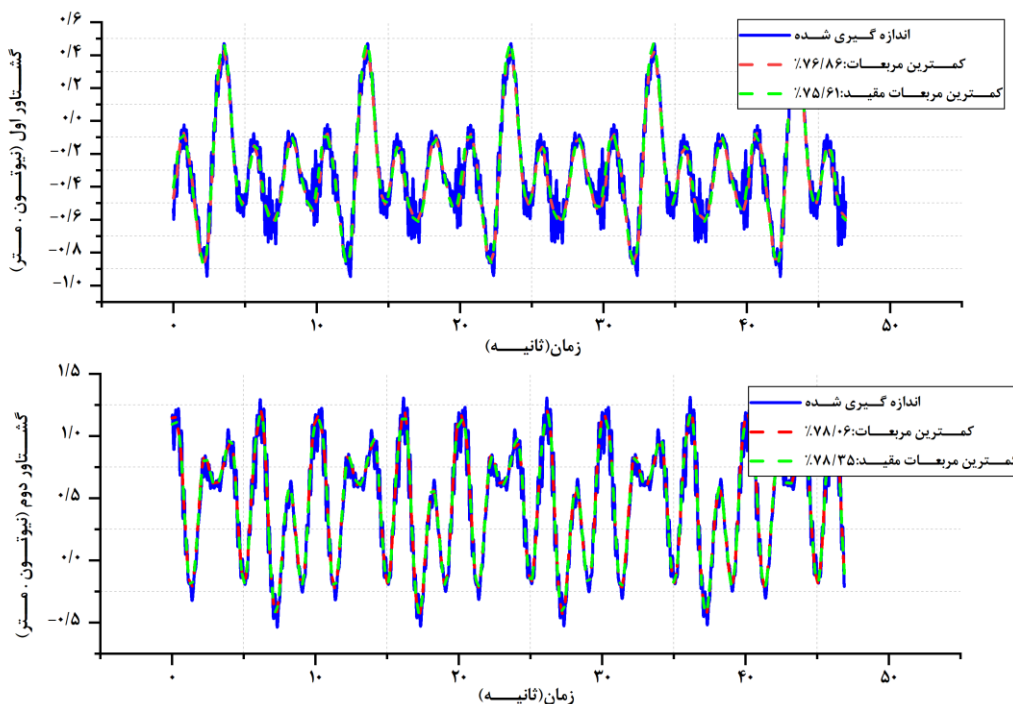
$$\begin{aligned} \phi &= 30^\circ \cos(\omega t) + 85^\circ \\ \gamma &= 20^\circ \sin(\omega t) + 60^\circ \end{aligned} \quad (79)$$

مسیر فوق یک‌بار به ربات و بار دیگر به مدل دینامیکی که از شاخصه‌های دینامیکی شناسایی شده استفاده می‌کند اعمال می‌شود. درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده در جدول ۲ گزارش شده است.

همان‌طور که از جدول ۲ دیده می‌شود، میزان خطای گشتاورها به‌ازای مسیر دایروی مقدار مطلوبی است و درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده در حدود ۷۵٪ باقی می‌ماند. باید اشاره کرد با افزایش حدود ۴ برابری بسامد مسیر دایروی نسبت به بسامد مسیر تحریک، درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا بهینه شده کاهش می‌یابد. این امر به دلیل این است که در بسامدهای بالاتر، عوامل اصطکاک و سایر عوامل مدل‌سازی نشده، بسیار بیشتر تحریک شده و باعث کاهش دقت

جدول ۲) مقادیر درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده به‌ازای مسیرهای دایروی با بسامدهای مشخص

گشتاور اول	۰/۵ هرتز	۰/۷ هرتز	۱/۸ هرتز	۲/۵ هرتز
گشتاور اول	% ۸۵/۲	% ۸۵/۰	% ۸۲/۱	% ۷۸/۵
گشتاور دوم	% ۷۷/۹	% ۷۸/۷	% ۷۸/۰	% ۶۵/۷



شکل ۹) تخمین گشتاور، به‌ازای مسیر تحریک

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، استخراج مدل دینامیکی دقیق ربات موازی کرووی ارس دیاموند که به منظور عمل ویترورتینال چشم توسعه داده شده است، مورد بررسی قرار گرفته شده است. در ابتدا فرمول‌بندی سینماتیک ربات مورد بررسی قرار گرفته، سپس فرمول‌بندی دینامیک وارون و فرم خطی دینامیک ربات با استفاده از اصل کار مجازی مورد استخراج قرار گرفته شده و نتایج با استفاده از نرم‌افزار سیم مکانیکس صحت سنجی می‌شوند. افزون بر این، سایر شرایط مؤثر بر کل دینامیک ربات مدل‌سازی شده و فرمول‌بندی کل دینامیک ربات به صورت فرم رگرسور خطی نوشته شده است. شاخصه‌های دینامیکی کل ربات به روش کمترین مربع‌های خطی مقید به صورت تجربی شناسایی شده تا مقادیر به دست آمده، موجب مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات که یکی از ویژگی‌های اصلی در ساختار فیزیکی ربات است، شوند. در پایان، از این مقادیر برای کالیبراسیون دینامیکی ربات استفاده شده و نتایج نشان‌دهنده تخمین هفتاد و پنج درصدی سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده گشتاور پیش‌بینی شده و گشتاور اندازه‌گیری شده است. با استفاده از شاخصه‌های دینامیکی شناسایی شده این مقاله، امکان استفاده از طیف گسترده‌ای از کنترلرهای مدل مینا، نظیر گشتاور محاسبه شده، به منظور کنترل دقیق و قابل اطمینان ربات ارس دیاموند در فرآیندی نظیر عمل جراحی ویتروکتومی چشم، فراهم می‌شود.

تخمین مدل دینامیکی خواهند شد. با این وجود، باید اشاره کرد که به دلیل نوع کاربری ربات ارس دیاموند، این ربات هرگز در مسیره‌ها با بسامد بالای اهرتر قرار نخواهد گرفت.

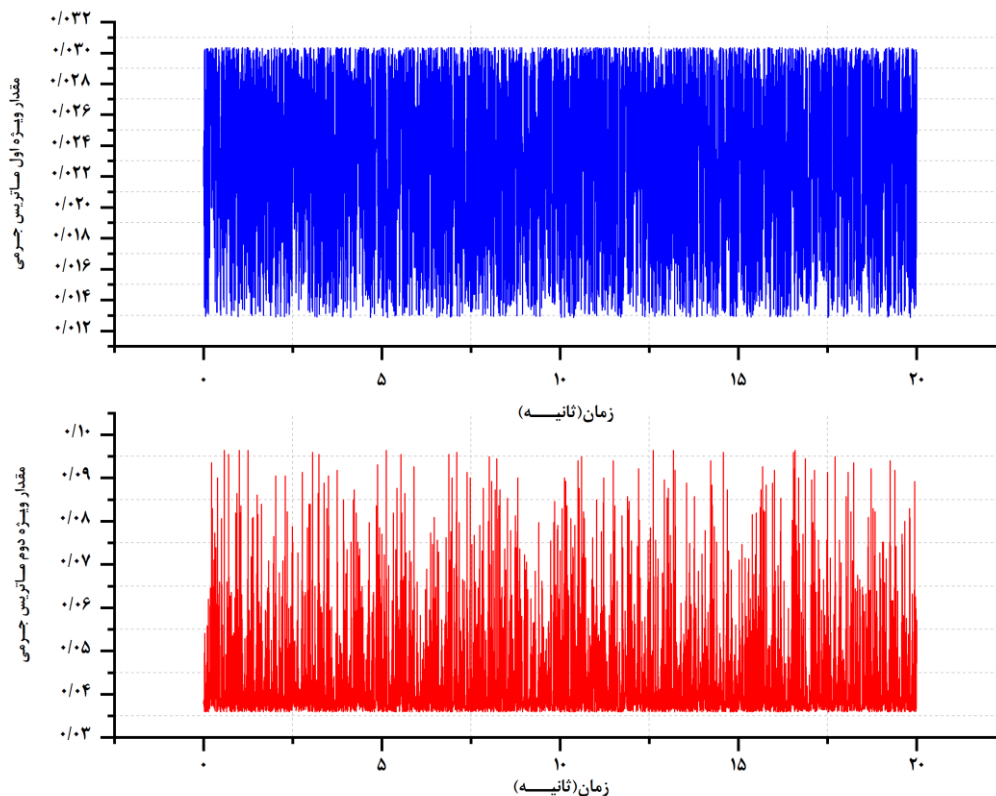
### ۵-۳-۴- صحت سنجی مثبت معین بودن ماتریس جرم کل ربات

به منظور بررسی مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات، مقادیر ویژه ماتریس جرمی به ازای شاخصه‌های دینامیکی شناسایی شده با روش کمترین مربع‌های خطا مقید باید مورد بررسی قرار گیرند. در مرجع [8]، نشان داده شده است که ماتریس جرمی ربات‌های موازی کرووی به صورت زیر قابل استخراج است:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n J_{w_i}^T I_i J_{w_i} \quad (80)$$

به منظور بررسی کل فضای کاری ربات، از مسیر اتفاقی برای مقادیر  $X$  استفاده می‌شود. مقادیر ویژه ماتریس جرمی در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

همان‌طور که در نمودار شکل ۱۰ نشان داده شده است، مقادیر ویژه ماتریس جرمی به ازای تمامی مقادیر اتفاقی  $X$  در فضای کاری ربات، مثبت حاصل شده است که نشان‌دهنده این است که ماتریس جرمی همواره مثبت است. از طرفی دیگر، ماتریس جرمی حاصل شده همواره دارای حد بالا و پائین مشخص است که از ویژگی‌های اصلی ماتریس جرمی در طراحی کنترلرهای مدل مینا است.



شکل ۱۰) مثبت معین شدن ماتریس جرمی به ازای مقادیر بهینه‌سازی پارامترهای دینامیکی

In2016 4th international conference on robotics and mechatronics (ICROM) 2016 (pp. 154-159). IEEE.

11- Danaei B, Arian A, Masouleh MT, Kalhor A. Dynamic modeling and base inertial parameters determination of a 2-DOF spherical parallel mechanism. *Multibody System Dynamics*. 2017;41(4):367-90.

12- Codourey A, Burdet E. A body-oriented method for finding a linear form of the dynamic equation of fully parallel robots. In *Proceedings of international conference on robotics and automation 1997* (Vol. 2, pp. 1612-1618). IEEE.

13- Wu J, Wang J, You Z. An overview of dynamic parameter identification of robots. *Robotics and computer-integrated manufacturing*. 2010;26(5):414-9.

14- Craig JJ, Hsu P, Sastry SS. Adaptive control of mechanical manipulators. *The International Journal of Robotics Research*. 1987;6(2):16-28.

15- Slotine JJ, Li W. On the adaptive control of robot manipulators. *The international journal of robotics research*. 1987;6(3):49-59.

16- Fontanelli GA, Ficuciello F, Villani L, Siciliano B. Modelling and identification of the da Vinci research kit robotic arms. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) 2017* (pp. 1464-1469). IEEE.

17- Wang Y, Gondokaryono R, Munawar A, Fischer GS. A convex optimization-based dynamic model identification package for the da Vinci Research Kit. *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2019;4(4):3657-64.

18- Golluccio G, Gillini G, Marino A, Antonelli G. Robot dynamics identification: a reproducible comparison with experiments on the kinova jaco2. *IEEE Robot. Autom Mag*. 2020.

19- Sousa CD, Cortesao R. Physical feasibility of robot base inertial parameter identification: A linear matrix inequality approach. *The International Journal of Robotics Research*. 2014;33(6):931-44.

20- Gaz C, Cognetti M, Oliva A, Giordano PR, De Luca A. Dynamic identification of the franka emika panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization. *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2019;4(4):4147-54.

21- Tsai LW. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. John Wiley & Sons; 1999.

22- Taghirad HD. *Parallel robots: mechanics and control*. CRC press; 2013.

23- Ding L, Li X, Li Q, Chao Y. Nonlinear friction and dynamical identification for a robot manipulator with improved cuckoo search algorithm. *Journal of Robotics*. 2018;2018.

24- Klodmann J, Lakatos D, Ott C, Albu-Schäffer A. A closed-form approach to determine the base inertial parameters of complex structured robotic systems. *IFAC-PapersOnLine*. 2015;48(1):316-21.

25- Dombre E, Khalil W, editors. *Modeling, performance analysis and control of robot manipulators*. London: Iste; 2007.

26- Stürz YR, Affolter LM, Smith RS. Parameter identification of the KUKA LBR iiwa robot including

**تشکر و قدردانی:** از آقایان روح الله خرمبخت و سینا الله کرم، به دلیل نظرات ارزشمندشان در طی این پژوهش، قدردانی می شود.

**تأییدیه اخلاقی:** محتویات علمی مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و صحت نتایج آن نیز بر عهده آن ها است.

**تعارض منافع:** هیچ تعارض منافی بین عوامل مشارکت کننده وجود ندارد.

**حمایت‌ها و منابع مالی:** این پژوهش توسط صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور که تحت عنوان قرارداد ۹۹۰۲۱۹۲۶ صورت پذیرفته است، حمایت مالی شده است.

#### منابع

1- Molaei A, Abedloo E, Taghirad HD, Marvi Z. Kinematic and workspace analysis of diamond: An innovative eye surgery robot. In *2015 23rd Iranian conference on electrical engineering 2015* (pp. 882-887). IEEE.

2- Bataleblu A, Khorrambakht R, Taghirad HD. Robust  $H_{\infty}$ -based control of ARAS-diamond: A vitrectomy eye surgery robot. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2020:0954406220979334.

3- Agand P, Taghirad HD, Molaee A. Vision-based kinematic calibration of spherical robots. In *2015 3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM) 2015* (pp. 395-400). IEEE.

4- Damirchi H, Khorrambakht R, Taghirad HD. ARAS-IREF: An Open-Source Low-Cost Framework for Pose Estimation. In *2019 7th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2019* (pp. 303-308). IEEE.

5- Bataleblu A, Motaharifar M, Abedlu E, Taghirad HD. Robust  $H_{\infty}$  control of a 2rt parallel robot for eye surgery. In *2016 4th international conference on robotics and mechatronics (ICROM) 2016* (pp. 136-141). IEEE.

6- Khalilpour Seyedi SA, Khorrambakht R, Bourbour AR, Taghirad HR. Joint-space position control of a deployable cable driven robot in joint space using force sensors and actuator encoders. *Modares Mechanical Engineering*. 2019;19(11):2615-25.

7- Bai S, Li X, Angeles J. A review of spherical motion generation using either spherical parallel manipulators or spherical motors. *Mechanism and Machine Theory*. 2019;140:377-88.

8- Abedloo E, Molaei A, Taghirad HD. Closed-form dynamic formulation of spherical parallel manipulators by Gibbs-Appell method. In *2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2014* (pp. 576-581). IEEE.

9- Mahdizadeh O, Meymand AZ, Mollahosseini M, Moosavian SA. Kinematics and dynamics modeling of spherical parallel manipulator. In *2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2018* (pp. 406-412). IEEE.

10- Arian A, Danaei B, Masouleh MT. Kinematics and dynamics analysis of a 2-dof spherical parallel robot.

constraints on physical feasibility. IFAC-PapersOnLine. 2017;50(1):6863-8.

27- Swevers J, Ganseman C, Tukul DB, De Schutter J, Van Brussel H. Optimal robot excitation and identification. IEEE transactions on robotics and automation. 1997;13(5):730-40.

28- Ljung L, Singh R. Version 8 of the MATLAB system identification toolbox. IFAC Proceedings Volumes. 2012;45(16):1826-31.