



مقایسه عددی و تجربی جریان یک بعدی و سه بعدی روی عملکرد توربین توربوشارژر یک موتور بنزینی

حمیدرضا طباطبایی^{۱*}، مسعود برومند^۲، محمد طیبی رهنی^۳

۱- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی ۷۷۵-۱۴۵۱۵، hrtabatabaei@yahoo.com

چکیده- در این مقاله، جریان یک بعدی و سه بعدی لزج و تراکم پذیر در توربین توربوشارژر یک موتور بنزینی ۱/۷ لیتری چهار سیلندر و شانزده سوپاپ شبیه سازی شده و مقایسه شده اند. برای صحت گذاری نتایج شبیه سازی و تایید مدلسازی، مجموعه موتور و توربوشارژر روی سکوی آزمایش قرار گرفته و پارامترهای عملکردی موتور در ۱۲ دور مختلف اندازه گیری شده است، ولی نتایج فقط برای سه دور مینیمم، متوسط و ماکزیمم ارائه شده اند. حلزونی و پره های توربین به طور کامل مدلسازی و برای پره های متحرک از روش مختصات دوار چندگانه استفاده شده است. بررسی پارامترهای عملکردی توربین تحت تاثیر جریان سه بعدی پایا نشان می دهد اثرات جریان نوسانی که ناشی از طبیعت رفت و آمدی پیستون است فوق العاده مهم بوده و قابل حذف نمی باشد. اگرچه شبیه سازی یک بعدی یک روش سریع و کم هزینه است، اما از آن جهت که اثرات سه بعدی بودن جریان در آن منظور نشده است و همچنین وابسته به منحنی مشخصه هایی است که توسط سازندگان توربوشارژر ارائه می شود و این منحنی ها با جریان پایا محاسبه شده اند دارای ضعف می باشد. برای دستیابی به پاسخ های دقیق تر، بررسی یک جریان سه بعدی ناپایا شبیه جریان خروجی از موتور اجتناب ناپذیر است.

کلیدواژگان: توربوشارژر، شبیه سازی، جریان نوسانی، موتور احتراق داخلی، روش های عددی

Comparing between 1D & 3D flow analysis in the on-engine small turbocharger experimentally and numerically

H. R. Tabatabaei^{1*}, M. Boroomand², M. Taiebi Rahni³

1- PhD Student of Aerospace Eng., Science and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran

2- Assoc. Prof. of Aerospace Eng., Amirkabir Univ., Tehran, Iran

3- Prof. of Aerospace Eng., Sharif Univ., Tehran, Iran

* P.O.B. 14515-775, Tehran, Iran, hrtabatabaei@yahoo.com

Abstract- Possibilities and limitations of 1D and 3D flow simulations in the vaneless turbocharger turbine of a 1.7 liter SI engine are presented experimentally and numerically. A test setup of the turbocharged engine on dynamometer is prepared to validate the results of numerical modeling. Various performance parameters are measured at 12 different engine speeds and the results of measurement in 3 different engine speeds are presented in this report. The complete form of the volute and rotor vanes is modeled. An extensive study on the number of meshes has been undertaken to ensure the independency to meshes. The modeling of rotating wheel is considered by Multiple Rotating Frames (MRF) technique. Finally, the variations of turbine performance parameters are studied under different pulse frequencies of the engine. The results show that at high engine speeds a 3D unsteady flow simulation is required to get reasonably accurate results. The results presented in current report will be used in simulating three dimensional steady and unsteady compressible flow within the turbine of the turbocharger.

Keywords: Turbocharger, Simulation, Pulsating Flow, Internal Combustion Engine, Computational Fluid Dynamics

۱- مقدمه

شبیه‌سازی جریان یک‌بعدی ناپایا داخل توربین یک توربوشارژر اغلب نتایج مفید و قابل قبولی دارد، اما متأسفانه بسیاری از جزئیات حرکت سیال مانند الگوی جریان، گردابه‌ها، چگونگی توزیع دما، فشار و مواردی از این قبیل در قسمت‌های مختلف قابل مشاهده و تحلیل نیستند. از طرف دیگر شبیه‌سازی سه‌بعدی نیازمند شرایط مرزی است که نتایج حاصل از روش یک‌بعدی را می‌توان مورد استفاده قرار داد. در واقع در یک تحقیق عددی کارآمد می‌توان ترکیبی از این دو روش را به کار برد تا به نتایجی دقیق و قابل اعتماد دست یافت.

توربین توربوشارژر تحت جریان نوسانی خروجی از موتور کار می‌کند. تحقیقات وسیعی به منظور مشخص کردن میزان تاثیر این جریان پالسی انجام شده است. بنسون و اسکریمشاو [۱]، والاس و همکاران [۲]، دیل و واتسون [۳]، وینترسون و همکاران [۴]، کاپوبیانکو و گمبروتا [۵] و بینز، حاجیلوی و یثو [۶] کارهای آزمایشگاهی وسیعی روی جریان پایا^۱ و ناپایا^۲ برای توربوشارژرهای مختلف انجام دادند و نشان دادند اگر چه مقدار آنی^۳ راندمان توربین توربوشارژر نسبت به زمان متغیر است و می‌تواند کمتر یا بیشتر از راندمان جریان پایا باشد، اما متوسط راندمان آنی برای جریان ناپایا از جریان پایا کمتر خواهد بود. اغلب این تحقیقات درخصوص موتورهای بزرگ به‌ویژه موتورهای دیزل با دو ورودی انجام شد و تجهیزات آن‌ها به دوره‌های تا ۱۰۰۰۰۰ دور در دقیقه محدود بود و شامل کارهای عددی نمی‌شد. در موتورهای بنزینی کوچک، به دلیل محدوده وسیع کاربرد و دوره‌های بسیار بالا (تا ۲۵۰۰۰ دور در دقیقه) و محدودیت نسبت فشار کمپرسور به دلیل احتمال خودسوزی اثرات جریان پالسی پیچیده‌تر و بحث برانگیزتر است. یکی از کارهای قابل توجه انجام‌شده در زمینه تجربی و عددی توسط لم و همکاران [۷] صورت پذیرفته است. آن‌ها گزارش کردند که اگرچه اختلاف نسبت فشار توربین در دو جریان پایا و ناپایا به حدود هشت درصد می‌رسد، اما تغییرات راندمان بسیار کم (حدود دو درصد) بوده و قابل اعتنا نمی‌باشد. اما در هر حال تحقیقات قبلی مبنی بر بالاتر بودن راندمان در جریان پایا را تایید می‌کند. تحقیق دیگری توسط هلشتروم [۸] نشان

داد که توربین تحت جریان پالسی ورودی به دلیل اینرسی سیستم نمی‌تواند در حالت شبه‌پایا فرض شود و با افزایش دور توربین و در نتیجه افزایش فرکانس جریان انحراف از جریان شبه‌پایا افزایش می‌یابد. این عوامل روی دقت مدل‌سازی جریان یک‌بعدی که با منحنی مشخصه‌های جریان پایا کار می‌کند موثر است.

در این مقاله، جریان یک‌بعدی ناپایا و جریان سه‌بعدی پایا، تراکم‌پذیر و لزج درون توربین توربوشارژر مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. مقایسه این دو جریان اثرات مرکب پایا یا ناپایا بودن جریان و یک‌بعدی یا سه‌بعدی بودن آن را در بردارد و برای تشخیص دقیق اثر پالسی بودن جریان یک کار عددی برای جریان ناپایا ضروری است. برای آشفتگی از مدل آر ان جی کا-اُپسیلون^۴ و برای تحلیل جریان پره‌های متحرک از روش مختصات دوار چندگانه^۵ استفاده شده است [۷ و ۸]. در این روش، یک سیستم مختصات همراه با پره‌های توربین می‌چرخد و معادلات اصلاح‌شده ناویر استوکز که نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز را شامل می‌شوند به کار می‌روند. این کار با اضافه کردن مقدار مناسبی از جمله چشمه در معادلات ممنوم انجام می‌شود. شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی ناپایا و مقایسه آن با نتایج تجربی و جریان سه‌بعدی پایا و یک‌بعدی ناپایا جهت تحقیق اثرات واقعی جریان پالسی راه‌گشا خواهد بود.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- معادلات اصلی

معادلات ناپایای جرم، ممنوم و انرژی در یک دستگاه مختصات ثابت به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{S}_M \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho h_o)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_o) = -\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{U} \cdot \mathbf{S}_M \quad (3)$$

τ نرخ کرنش به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tau = \mu \left(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{U} \right) \quad (4)$$

4. RNG K-ε

5. Multiple Rotating Frames (MRF)

1. Steady

2. Unsteady

3. Instantaneous

نتایج تجربی نشان می‌دهد در نواحی نزدیک دیواره مقدار تابع دیواره کمتر از ۱۱/۳۶ فیزیکی نیست و از مقادیر بیش از ۲۰۰ هم باید دوری کرد چون گردابه‌های زیادی در لایه مرزی ایجاد می‌شود که نشانه درشت بودن شبکه است [۱۱ و ۱۰].

۲-۴- مدل آشفتگی

یکی از مدل‌های توانمند آشفتگی مدل کا-اِپسیلون است و به دلیل پایداری خوب، قابلیت استفاده عددی و توانایی تخمین رژیم جریان یک مدل استاندارد شده است. این مدل با همه توانایی‌هایش در جریان‌هایی مانند جریان داخل توربین که سیال در حال چرخش است به دلیل تغییرات ناگهانی کرنش قابل استفاده نیست. برای چنین جریان‌هایی، اغلب محققان از مدل اصلاح شده آر ان جی کا-اِپسیلون استفاده کرده‌اند [۱۲]. در این مقاله نیز برای اینکه امکان مقایسه نتایج با یافته‌های سایر محققان وجود داشته باشد از این روش استفاده شده است.

۲-۵- راندمان توربین

جریان ورودی به توربین ناشی از طبیعت رفت‌وآمدی حرکت پیستون در سیلندر موتور احتراق داخلی یک جریان پالسی بوده و بنابراین همه پارامترها در ورود و خروج تابعی از زمان می‌باشند. یک تعریف کامل از راندمان ایزنتروپیک توربین، $\eta_{is,tur}(t)$ ، به صورت تابعی از زمان به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\eta_{is,tur}(t) = \frac{\dot{W}_{a,tur}(t)}{\dot{W}_{is,tur}(t)} \quad (11)$$

جایی که $\dot{W}_{a,tur}(t)$ توان واقعی آنی و $\dot{W}_{is,tur}(t)$ ماکزیمم توان آنی قابل دستیابی توربین می‌باشند و به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\dot{W}_{is,tur}(t) = \dot{m}_{tur}(t) c_p T_{o,tur-in}(t) \left(1 - \left(\frac{P_{tur-out}(t)}{P_{o,tur-in}(t)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (12)$$

$$\dot{W}_{a,tur}(t) = \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 J_{shaft} N_{shaft} \frac{dN_{shaft}}{dt} + \frac{\dot{W}_{a,comp}(t)}{\eta_m} \quad (13)$$

$$\dot{W}_{a,comp}(t) = \dot{m}_{comp}(t) c_p [T_{o,comp-out}(t) - T_{o,comp-in}(t)] \quad (14)$$

در این معادلات نحوه متوسط‌گیری زمانی از پارامترهای موثر در راندمان برای محاسبه مقدار آن تاثیرگذار خواهد بود. از

برای بسته‌شدن سیستم معادلات، معادله حالت به شکل زیر اضافه می‌شود:

$$\rho = \rho(p, T) \\ dh = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp = c_p(p, T) dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp \quad (5)$$

S_M چشمه ممتموم^۱، ∇ اپراتور گرادیان، $\otimes$ علامت ضرب تانسوری و δ تابع دلتای کرونکر^۲ می‌باشند.

۲-۲- نیروهای چرخشی

برای سیالاتی که در یک دستگاه مختصات متحرک با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخند چشمه‌های ممتموم اضافی ظاهر می‌شوند تا اثرات نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز را نشان دهند. این ترم‌های اضافه به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$S_{M,rot} = S_{M,cor} + S_{M,cfg} \\ S_{M,cor} = -2\rho\omega \times U \\ S_{M,cfg} = -\rho\omega \times (\omega \times r) \quad (6)$$

و در معادله انرژی ترم انتالپی به روتالپی^۳ تغییر می‌یابد:

$$I = h + \frac{1}{2}(U \cdot U - \omega \times R \cdot \omega \times R) \quad (7)$$

۲-۳- تابع دیواره

تابع دیواره^۴ استفاده شده در این مقاله تعمیم یافته روش لاندر-اسپالدینگ [۹] است. در تابع دیواره، توسط فرمول‌های تجربی بین ویسکوزیته محدوده زیر لایه و وضعیت‌های مرزی نزدیک دیوار برای استفاده در معادلات سرعت متوسط و انتقال آشفتگی اتصال برقرار می‌شود. این فرمول‌ها مقادیر نزدیک دیواره مانند تنش برشی دیواره را به متغیرهای وابسته در سلول آن به گونه‌ای متصل می‌کنند که فرض شود در محدوده لایه مرزی منطقه کاملاً آشفته واقع شده است.

معادله لگاریتمی سرعت نزدیک دیواره به صورت زیر است:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (8)$$

$$y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu} \quad (9)$$

$$u_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} \quad (10)$$

1. Source of Momentum
2. Kronecker Delta
3. Rothalpy
4. Wall Function

جدول ۱ مشخصات هندسی و عملکردی موتور

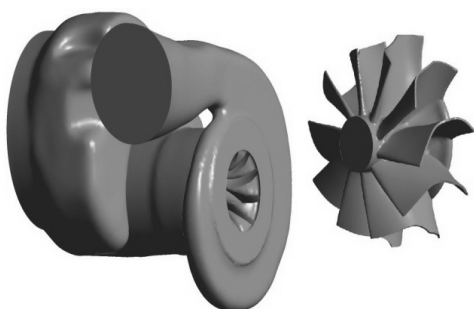
۱۶۵۰	حجم موتور (سانتی متر مکعب)
۱۰/۵	نسبت تراکم
۱۶-۴	تعداد سیلندر- تعداد سوپاپ
۱۱۰	ماکزیمم توان (کیلووات در ۵۵۰۰ دور در دقیقه)
۲۱۵	ماکزیمم گشتاور (نیوتن متر)
۱۲۵۰	دمای گازهای خروجی (کلوین)
۷۸/۶	قطر پیستون (میلی متر)
۸۵	کورس پیستون (میلی متر)

توربین توربوشارژر مورد استفاده در موتور به طور کامل مدل شده است. مجموعه توربین به دو قسمت حلزونی همراه با مجرای خروجی (قسمت سیال) و پره ها (قسمت جامد) تقسیم شده است. برای کاهش پیچیدگی مش ها، از فاصله هوایی بین پره های توربین و بدنه صرف نظر شده است. اثر این فاصله هوایی به مقدار آن بستگی داشته و در پاره ای موارد می تواند قابل توجه باشد، اما بررسی ها نشان داده است در کل تاثیر قابل توجهی روی پارامترهای عملکردی توربین مانند راندمان و نسبت فشار نداشته و در مقابل ساده تر شدن مش بندی قابل چشم پوشی است [۱۳ و ۱۴]. جدول ۲ مشخصات توربین توربوشارژر را نشان می دهد.

جدول ۲ مشخصات توربین توربوشارژر

۴۵/۳	قطر متوسط نوک روتور (میلی متر)
۱۰	تعداد پره های روتور
-	تعداد پره های نازل
۶/۸۶	پهنای پره در ورود (میلی متر)

شکل ۱ مدل سازی سه بعدی دو قسمت توربین را نشان می دهد.



شکل ۱ مدل سه بعدی حلزونی، مجرای خروجی و پره ها

آنجا که بعضی از مقادیر مانند دما و دبی به طور آنی قابل اندازه گیری نیستند استفاده از متوسط زمانی آن ها هنگام محاسبه تجربی راندمان توربین مفید می باشد. راندمان متوسط کمپرسور به صورت زیر تعریف می شود:

$$\dot{W}_{a,comp}(t) = \dot{m}_{comp}(t) \bar{c}_p [\bar{T}_{o,comp_out}(t) - \bar{T}_{o,comp_in}(t)] \quad (15)$$

علامت $\bar{\cdot}$ روی متغیرها نشانه متوسط گیری زمانی آن ها در فاصله زمانی ۰ تا t می باشد.

بنابراین می توان راندمان آنی تعریف کرد که با آزمون نیز قابل محاسبه باشد:

$$\eta_{is,tur}(t) = \frac{\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 J_{shaft} N_{shaft} \frac{dN_{shaft}}{dt} + \dot{W}_{a,comp}}{\dot{m}_{tur} \bar{c}_p \bar{T}_{o,tur_in} \left[1 - \left(\frac{P_{tur_out}(t)}{P_{o,tur_in}(t)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (16)$$

۲-۶- روش حل

در روش سگرجیتد^۱، ابتدا معادلات ممنتوم حل شده و سپس یک فشار حدس زده شده و مقدار آن تصحیح می شود. این روش به دلیل طبیعت سعی و خطایی که دارد نیاز به تعداد زیادی تکرار دارد. در روش کاپلد^۲ که در این مقاله نیز از آن استفاده شده است، معادلات شامل سرعت ها و فشار در یک سیستم یکپارچه به صورت هم زمان حل می شوند. این روش نیاز به حل معادلات ضمنی گسسته در هر گام زمانی دارد. در جریان های پایا این گام زمانی مشابه یک پارامتر سرعت دهنده^۳ عمل کرده و موجب می شود تعداد تکرارها کاهش یابد.

سرعت جریان قبل و بعد از توربین پایین است و می تواند تراکم ناپذیر فرض شود، اما با توجه به سرعت بالای محور توربین سرعت جریان درون آن به شدت افزایش می یابد و اثر تراکم پذیری بسیار مهم و قابل توجه می شود. در نتیجه، برای عمومی بودن حل، جریان تراکم پذیر فرض شده است.

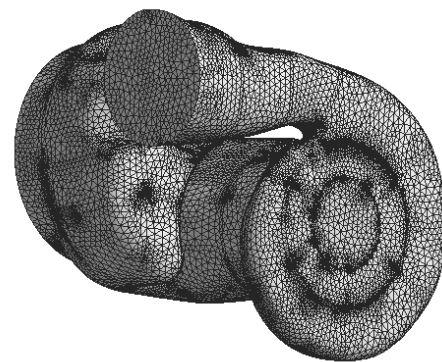
۳- مشخصات هندسی

جدول ۱ مشخصات هندسی و عملکردی موتور را نشان می دهد.

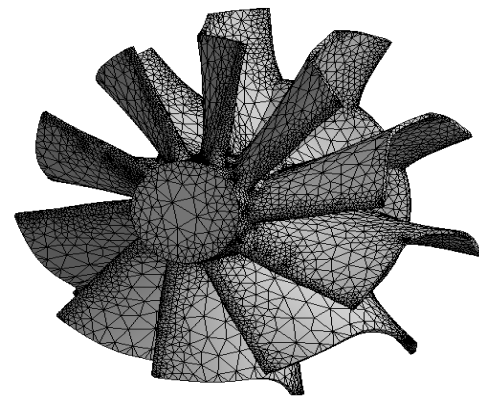
1. Segregated
2. Coupled
3. Accelerator Parameter

۴- تولید شبکه

انتخاب نوع و تعداد مش‌ها از مهم‌ترین قسمت‌های یک شبیه‌سازی توانمند است. به دلیل هندسه پیچیده توربین توربوشارژر، از شبکه چهاروجهی^۱ نامنظم که مناسب این هندسه پیچیده است استفاده شده است و برای انطباق شبکه^۲ در جاهایی که گرادیان شدید وجود دارد اندازه مش‌ها ریزتر شده یا به اصطلاح شبکه تطبیق یافته است [۱۵]. شکل ۲ مش‌بندی حلزونی همراه با مجرای خروجی و شکل ۳ مش‌بندی پره‌های توربین را نشان می‌دهند.



شکل ۲ شبکه‌بندی حلزونی توربین و مجرای خروجی

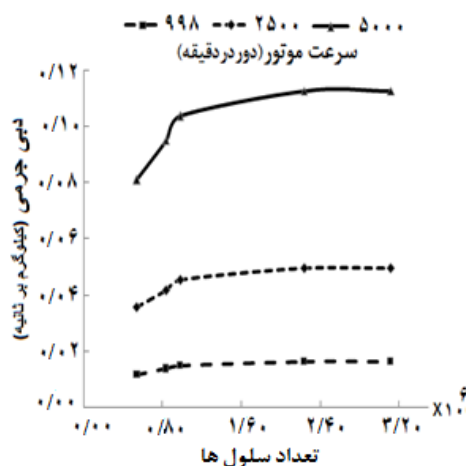


شکل ۳ شبکه‌بندی پره‌های توربین

جدول ۳ محاسبه تابع دیواره با تعداد سلول‌های مختلف

تعداد سلول‌ها	y_{min}^+	y_{max}^+	y_{ave}^+
۱ ۵۴۰۰۰۰	۶۷	۴۸۰	۷۵
۲ ۸۳۳۰۰۰	۴۱	۲۵۷	۵۷
۳ ۹۷۶۰۰۰	۲۷	۱۸۴	۴۶
۴ ۲۲۴۰۰۰۰	۱۷	۱۲۲	۳۱
۵ ۳۱۲۰۰۰۰	۹	۱۰۱	۲۵

شکل ۴ کنترل دبی جرمی با تعداد سلول‌ها را نشان می‌دهد. تعداد سلول‌های جدول ۳ با دبی جرمی نیز کنترل شده‌اند و محاسبات نشان می‌دهد در تمام دورهای موتور مقدار دبی جرمی با تعداد سلول‌های مورد ۴ به بعد ثابت می‌ماند و به عبارتی محاسبات از تعداد سلول‌ها مستقل می‌شود. بنابراین تعداد سلول‌های ۲۲۴۰۰۰۰ مبنای محاسبات قرار گرفت.



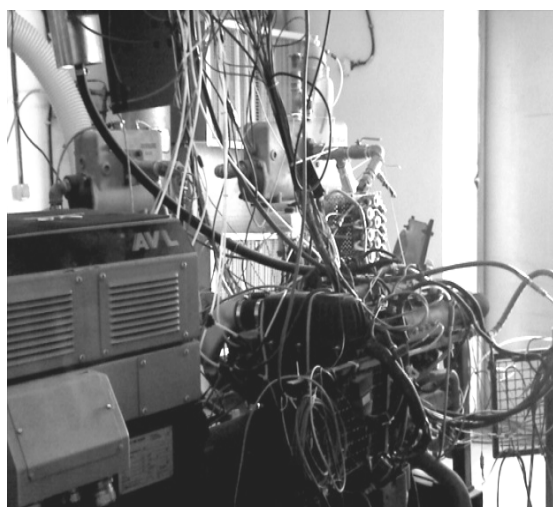
شکل ۴ کنترل دبی جرمی با تعداد سلول‌ها

۵- شرایط مرزی

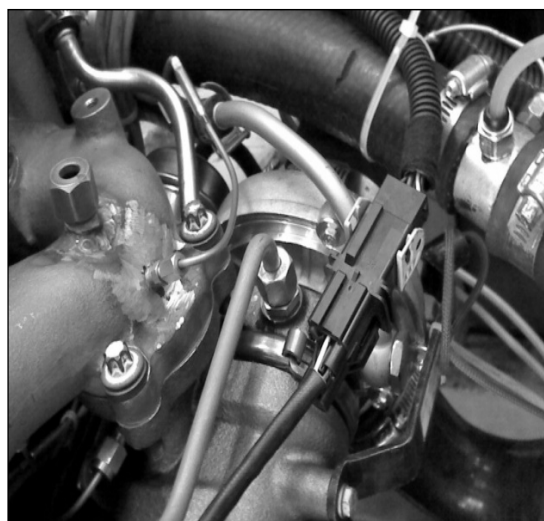
در جریان سه‌بعدی پایا، مقادیر متوسط دبی جرمی و دمای سکون در ورودی و فشار استاتیک در خروجی به عنوان شرایط مرزی منظور شده‌اند. دیواره‌های توربین آدیاباتیک و هموار

برای اعتبارسازی نتایج عددی، بررسی حساسیت حل به شبکه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای مدل‌سازی مناطق نزدیک دیواره که عدد رینولدز کم است، از فرمول‌های نیمه‌تجربی مانند تابع دیواره بدون بعد استفاده می‌شود. با

1. Tetrahedral
2. Mesh Adaption



شکل ۶ تجهیزات آزمون



شکل ۷ محل استقرار توربوشارژر روی موتور

۷- شبیه‌سازی

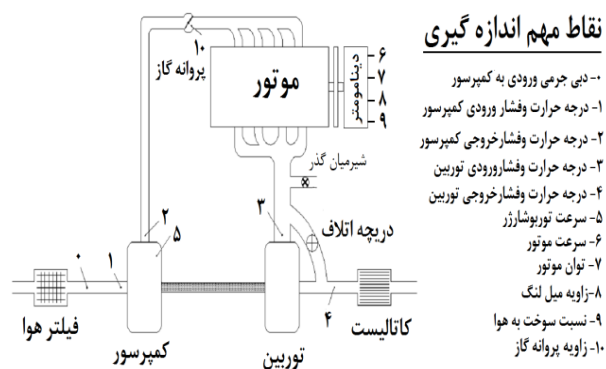
برای تحلیل جریان یک‌بعدی داخل مجموعه موتور و توربوشارژر از نرم‌افزار تجاری جی تی پاور^۳ از شرکت گاما تکنولوژی^۴ استفاده شده است. کلیه اجزای موتور از فیلتر ورودی تا کاتالیست خروجی به دقت مدل شده‌اند. از مهم‌ترین اطلاعات ورودی، منحنی مشخصه‌های^۵ کمپرسور و توربین هستند که توسط سازندگان توربوشارژر ارائه می‌شوند. این منحنی‌ها تحت جریان پایا به موتور به‌دست آمده‌اند و چنان که نشان داده

فرض می‌شوند. این شرایط مرزی در ادامه مقاله با ذکر مقادیر و به تفصیل شرح داده شده‌اند.

۶- آزمون

آزمون‌ها روی یک موتور چهارسیلندر چهارزمانه خطی بنزینی مجهز به توربوشارژر انجام شده و پارامترهای مختلف عملکردی مجموعه موتور و توربوشارژر در دوازده دور مختلف اندازه‌گیری شده‌اند. مشخصه‌های اصلی موتور در جدول ۱ نشان داده شده است.

شکل ۵ شماتیک میز آزمون را نشان می‌دهد. متغیرهای زیادی اندازه‌گیری می‌شوند که فقط به تعدادی از مهم‌ترین آن‌ها اشاره شده است. یک اطاق کنترل جهت استقرار کامپیوترها و تجهیزات جمع‌آوری داده‌ها و نرم‌افزارهای مختلف استفاده شده است. هر دو نوع اندازه‌گیری آنالوگ و دیجیتال با توجه به نوع متغیر امکان‌پذیر است. حسگر مورد استفاده اندازه‌گیری فشار از نوع پیزوالکتریک^۱ بوده و محدوده اندازه‌گیری آن ۰ تا ۶ بار است. فشارسنج‌ها امکان اندازه‌گیری هر دو نوع فشار استاتیک و کل را دارند. دماها با استفاده از ترموکوپل‌های نوع k در محدوده ۲۰۰ تا ۱۳۰۰ درجه سلسیوس اندازه‌گیری می‌شوند. سنسور اندازه‌گیری دور توربین از نوع جریان گردابه‌ای^۲ بوده و می‌تواند تا سرعت ۴۰۰۰۰ دور در دقیقه را اندازه‌گیری کند.



شکل ۵ شماتیک میز آزمون

شکل ۶ تجهیزات آزمون و شکل ۷ محل استقرار توربوشارژر روی موتور را نشان می‌دهد.

3. GT-POWER
4. Gama Technologies
5. Characteristic Map

1. Piezo-resistive Element
2. Eddy Current

هسته‌های پردازنده‌های مختلف را امکان‌پذیر می‌سازد. جدول ۴ نتایج یک پردازش محلی در جریان سه‌بعدی پایا داخل توربین را نشان می‌دهد. کاهش محسوس زمان انجام محاسبات با افزایش تعداد هسته‌ها مشهود است.

جدول ۴ پردازش موازی محلی

پردازنده مورد استفاده	تعداد هسته‌ها	زمان اجرای یک گام (ثانیه)	زمان اجرا برای یک دور موتور (ساعت)
پردازنده چهار هسته با سرعت ۳ گیگاهرتز و ۸ گیگابایت رم	۱	۳۱۵	۴۰/۰
	۲	۱۹۸	۲۴/۸
	۳	۱۳۰	۱۶/۶
	۴	۱۰۳	۱۳/۲

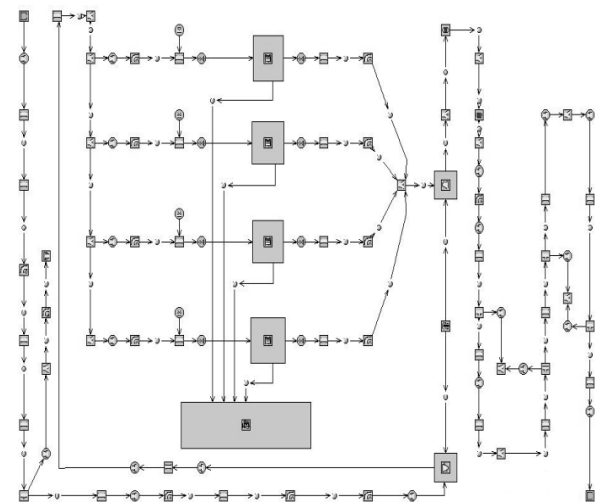
اغلب پردازش موازی محلی در جریان سه‌بعدی پایا پاسخگوی حجم محاسبات می‌باشند، اما در جریان ناپایا، به دلیل حجم بسیار بالای محاسبات، پردازش موازی گسترده و استفاده از هسته‌های پردازنده‌های مختلف الزامی است.

۸-۲- شبیه‌سازی جریان یک‌بعدی پالسی

چون نرم‌افزار مورد استفاده جریان یک‌بعدی را به صورت ناپایا تحلیل می‌کند مقادیر آنی و متوسط پارامترهای توربین قابل محاسبه‌اند، اما به دلیل پایابودن جریان در شبیه‌سازی سه‌بعدی فقط مقادیر متوسط پارامترها قابل مقایسه می‌باشند. در شبیه‌سازی یک‌بعدی مقادیر دبی ورودی، فشار استاتیک خروجی، درجه حرارت سکون و فشار سکون ورودی توربین توسط نرم‌افزار، با استفاده از محاسبات انجام‌شده روی موتور و منحنی مشخصه‌ای که سازندگان ارائه کرده‌اند، به صورت آنی مشخص می‌شوند.

این مقادیر در شکل‌های ۹ تا ۱۲ نشان داده شده‌اند. در شبیه‌سازی سه‌بعدی، جهت سرعت بخشیدن به محاسبات، مقادیر آنی دبی و دمای سکون ورودی و فشار استاتیک خروجی حاصل از شبیه‌سازی یک‌بعدی به عنوان شرایط مرزی مورد استفاده قرار می‌گیرند و مقادیر متوسط فشار سکون ورودی، راندمان و ضریب دبی جریان^۴ برای مقایسه با مقادیر متوسط‌گیری شده شبیه‌سازی یک‌بعدی ناپایا و آزمون محاسبه می‌شوند.

خواهد شد می‌توانند منشا خطاهای قابل توجهی در محاسبات پارامترهای عملکردی توربوشارژر شوند. شکل ۸ شماتیک شبیه‌سازی یک‌بعدی را نشان می‌دهد.



شکل ۸ شماتیک شبیه‌سازی یک‌بعدی ناپایا

برای شبیه‌سازی سه‌بعدی، نمونه توربوشارژر مورد آزمون با استفاده از دستگاه‌های لیزری برش خورده و مدل اولیه با استفاده از تجهیزات دقیق عکس‌برداری سه‌بعدی تهیه شده است. این مدل با استفاده از نرم‌افزارهای مختلف ویرایش شده و طراحی کامپیوتری آن آماده شده است. در نهایت روی مدل کامپیوتری با استفاده از قسمت‌های متنوع نرم‌افزار ANSYS-CFX مدل‌سازی نهایی، مش‌بندی و تحلیل جریان انجام شده است.

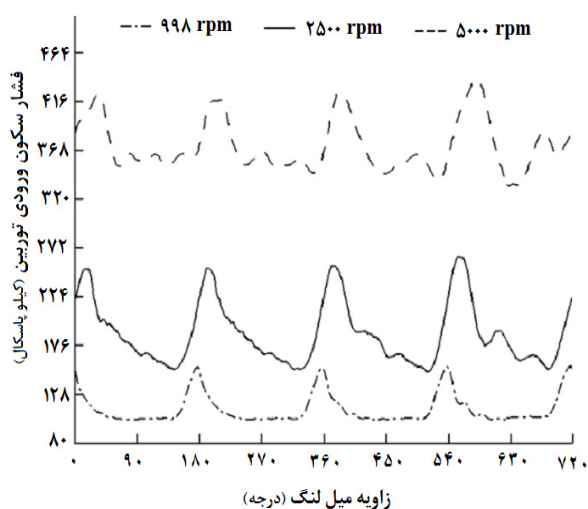
۸- نتایج و بحث

۸-۱- پردازش موازی

به منظور کاهش زمان، افزایش سرعت اجرای محاسبات شبیه‌سازی و در نتیجه کاهش هزینه‌ها، نرم‌افزار مورد استفاده امکان کاربرد همزمان هسته‌های مختلف یک یا چند پردازنده در قالب یک پردازش موازی^۱ را فراهم می‌سازد. پردازش موازی محلی^۲، انتخاب هسته‌های یک پردازنده چند هسته‌ای را ممکن می‌کند در حالی که پردازش موازی گسترده^۳، استفاده از

1. Parallel Processing
2. Local Parallel Processing
3. Distributed Parallel Processing

4. Reduced Mass Flow Rate



شکل ۱۲ فشار سکون آبی ورودی به توربین

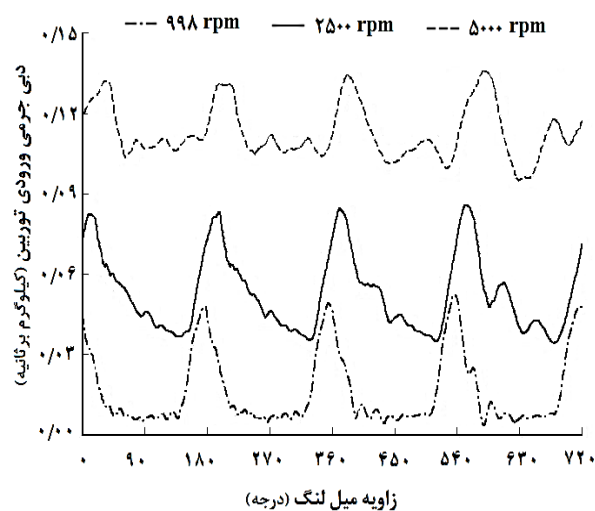
متوسط سه پارامتر مهم فشار سکون ورودی، ضریب دبی جریان و راندمان شبیه‌سازی یک‌بعدی و آزمون در جدول ۵ با هم مقایسه شده‌اند.

جدول ۵ مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمون برای پارامترهای عملکردی توربین تحت جریان یک‌بعدی ناپایا

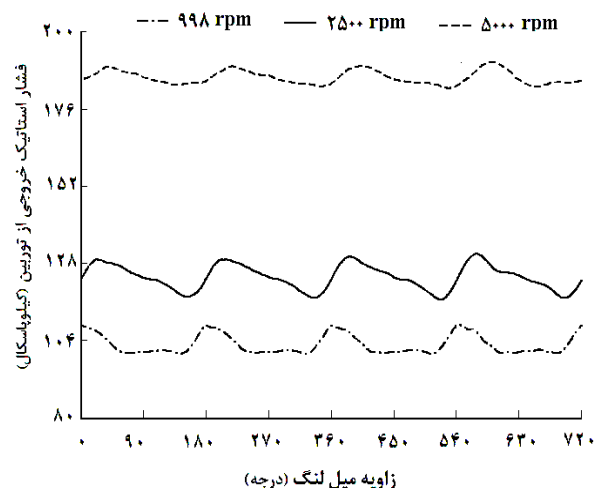
پارامترها	سرعت موتور دور در دقیقه			وضعیت	
	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۹۹۸		
فشار سکون ورودی متوسط (kPa)	۳۶۴/۲	۱۹۳/۴	۱۲۲/۲	شبیه‌سازی	فشار سکون ورودی متوسط (kPa)
	۳۳۹/۹	۱۸۰/۴	۱۱۲/۵	آزمون	
	۷/۱۵	۷/۲۱	۸/۶۲	درصد اختلاف	
ضریب دبی جریان متوسط (kg-K ^{0.5} -Pa/s)	۰/۰۱۰۷	۰/۰۰۸۸	۰/۰۰۴۷	شبیه‌سازی	ضریب دبی جریان متوسط (kg-K ^{0.5} -Pa/s)
	۰/۰۱۱۵	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۴۶	آزمون	
	۷/۳۸	۸/۱۶	۸/۹۷	درصد اختلاف	
راندمان متوسط (%)	۵۹/۹	۵۹/۷	۳۴/۳	شبیه‌سازی	راندمان متوسط (%)
	۵۷/۳	۵۵/۲	۲۹/۸	آزمون	
	۴/۵۴	۸/۱۵	۱۵/۱۰	درصد اختلاف	

۸-۳- صحنه‌گذاری شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی

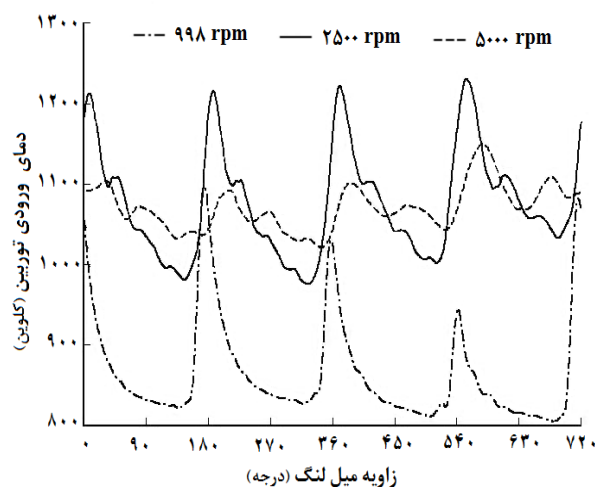
جهت تایید مدل، مش‌بندی و تحلیل جریان مجموعه موتور و توربوشارژر روی سکوی آزمایش در دوازده دور مختلف آزمایش شده است، ولی برای جلوگیری از طولانی‌شدن مطلب فقط



شکل ۹ دبی آبی ورودی به توربین



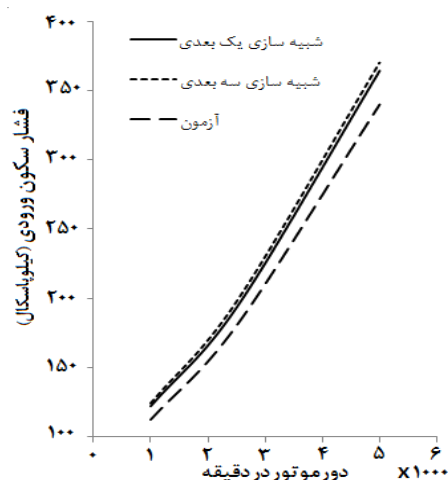
شکل ۱۰ فشار استاتیک آبی خروجی از توربین



شکل ۱۱ دمای سکون آبی ورودی به توربین

که در دوره‌های بالاتر فرکانس جریان بیشتر است و با توجه به سرعت پاسخ تجهیزات اندازه‌گیری، می‌بایست دقت جواب‌ها با افزایش دور کاهش یابد، اما نزدیک‌تر شدن پاسخ شبیه‌سازی و آزمون و کاهش درصد اختلاف را می‌توان به پالسی بودن جریان ربط داد و اینکه اثر آن در دوره‌های بالا، به دلیل افزایش فرکانس جریان، کاهش می‌یابد و در نتیجه جواب‌های آزمون و شبیه‌سازی به هم نزدیک می‌شوند.

نتیجه مهم‌تر از مقایسه جدول‌های ۵ و ۷ به‌دست می‌آید. این مقایسه نشان می‌دهد که مقادیر متوسط حاصل از شبیه‌سازی یک‌بعدی جریان ناپایا و سه‌بعدی جریان پایا با هم اختلاف دارند. این مقادیر در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ نشان داده شده‌اند. منشا این اختلاف‌ها را می‌توان در تفاوت نرم‌افزارها، ابعاد و نوع جریان جستجو کرد، ولی به هر حال نتایج شبیه‌سازی یک‌بعدی به مقادیر به‌دست آمده از آزمون نزدیک‌ترند و چنانچه تحلیل عملکرد مجموعه موتور و توربوشارژر مدنظر باشد شبیه‌سازی یک‌بعدی با مزایای سادگی مدلسازی، سرعت بالاتر و نیاز به سخت‌افزار ارزان‌تر مناسب‌تر است. مزیت شبیه‌سازی سه‌بعدی چنانکه در ادامه شرح داده می‌شود در آن است که می‌توان جریان داخل توربوشارژر را بررسی و تحلیل کرد و راه‌هایی برای کارآمدی بیشتر و کاهش خطاهای احتمالی پیدا کرد. اما اینکه سهم هر یک از یک‌بعدی یا سه‌بعدی بودن جریان و پایا یا ناپایا بودن آن در این تفاوت‌ها چقدر است نیاز به شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان ناپایا (پالسی) را مشخص می‌کند.



شکل ۱۳ مقایسه فشار سکون ورودی برای شبیه‌سازی‌های یک‌بعدی و سه‌بعدی و آزمون

نتایج سه دور مینی‌م ۹۹۸، میانی ۲۵۰۰ و ماکزیمم ۵۰۰۰ دور در دقیقه برای مقایسه با شبیه‌سازی انتخاب شده‌اند. برای سرعت‌بخشیدن به محاسبات عددی، از نتایج شبیه‌سازی یک‌بعدی برای شرایط مرزی شبیه‌سازی سه‌بعدی استفاده شده است. جدول ۶ شرایط مرزی شبیه‌سازی سه‌بعدی را که با متوسط‌گیری از پارامترهای آنی شبیه‌سازی یک‌بعدی به‌دست آمده نشان می‌دهد. جدول ۷ مقادیر متوسط فشار ورودی، ضریب دبی جریان و راندمان حاصل از شبیه‌سازی سه‌بعدی در مقایسه با نتایج آزمون را نشان می‌دهد.

جدول ۶ شرایط مرزی شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی پایا

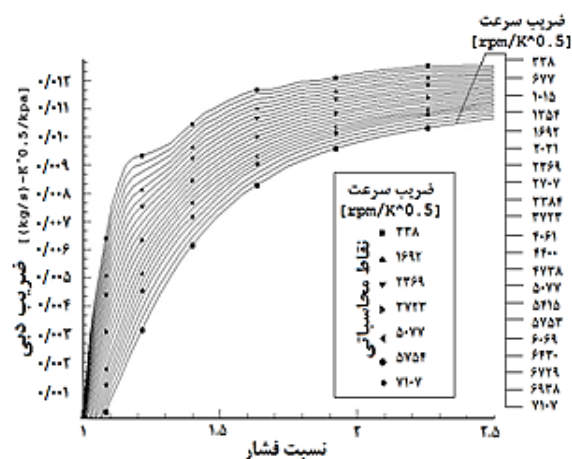
دور موتور در دقیقه	۹۹۸	۲۵۰۰	۵۰۰۰
دبی متوسط جریان (kg/s)	۰/۰۱۶۳	۰/۰۴۹۶	۰/۱۱۲۹
دمای سکون ورودی متوسط (K)	۸۹۵	۱۰۹۹	۱۰۷۸
فشار استاتیک خروجی متوسط (kPa)	۱۰۴/۵	۱۲۴/۳	۱۸۵/۸

جدول ۷ مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمون برای پارامترهای عملکردی توربین تحت جریان سه‌بعدی پایا

وضعیت	سرعت موتور دور در دقیقه	۹۹۸	۲۵۰۰	۵۰۰۰
فشار سکون ورودی متوسط (kPa)	شبیه‌سازی	۱۲۴/۴	۱۹۷/۸	۳۷۰/۲
	آزمون	۱۱۲/۵	۱۸۰/۴	۳۳۹/۹
	درصد اختلاف	۱۰/۶۰	۹/۶۰	۸/۹۲
ضریب دبی جریان متوسط (kg-K^{0.5}-Pa/s)	شبیه‌سازی	۰/۰۰۴۱	۰/۰۰۸۵	۰/۰۱۰۵
	آزمون	۰/۰۰۴۶	۰/۰۰۹۴	۰/۰۱۱۵
	درصد اختلاف	۱۰/۵	۹/۶۴	۸/۹۵
راندمان متوسط (%)	شبیه‌سازی	۳۵/۱	۶۰/۴	۶۰/۸
	آزمون	۲۹/۸	۵۵/۲	۵۷/۳
	درصد اختلاف	۱۷/۷۸	۹/۴۲	۶/۱

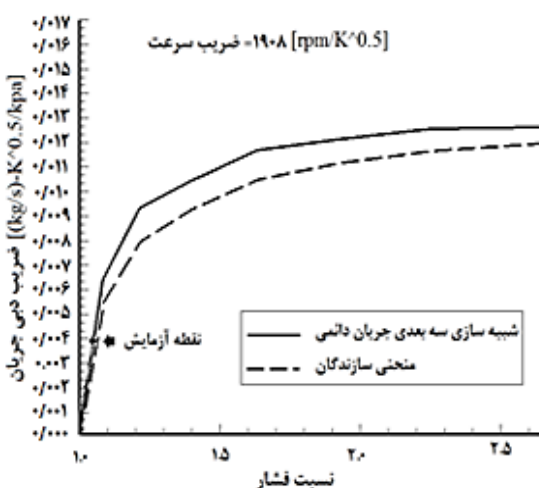
این مقایسه نشان می‌دهد در پارامترهای مختلف عملکردی موتور بین ۸ تا ۱۸ درصد اختلاف وجود دارد که این مقدار در دوره‌های بالاتر کاهش می‌یابد. دلیل این اختلاف‌ها را می‌توان در دقت تجهیزات آزمایشگاهی، مدلسازی، دقت محاسبات و به‌ویژه چشم‌پوشی از پالسی بودن جریان ورودی جستجو کرد. از آنجا

در شبیه‌سازی سه‌بعدی نیز برای کاهش زمان محاسبات استفاده از روش‌های عددی و رسم منحنی مشخصه با استفاده از نقاط عملکردی گسسته^۱ اجتناب‌ناپذیر است. شکل ۱۶ منحنی مشخصه توربین توربوشارژر را که با استفاده از شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان پایا به‌دست آمده نشان می‌دهد.

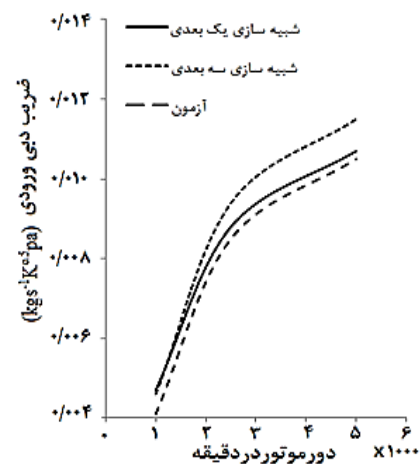


شکل ۱۶ رسم منحنی مشخصه توربین با استفاده از شبیه‌سازی سه‌بعدی

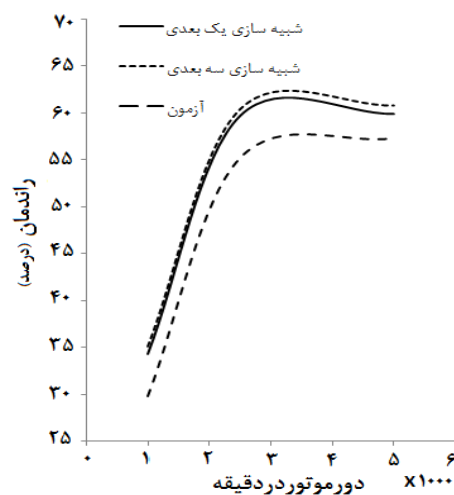
نگاهی دقیق‌تر به منحنی مشخصه توربین در سه دور متفاوت توربین واقعیت‌های دیگری را آشکار می‌کند. شکل‌های ۱۷ تا ۱۹ منحنی مشخصه توربین در سه پارامتر سرعت مختلف را نشان می‌دهند که حاوی نتایج زیرند:



شکل ۱۷ منحنی مشخصه توربین در دور معادل ۹۹۸ دور در دقیقه دور موتور



شکل ۱۴ مقایسه دبی ورودی توربین برای شبیه‌سازی‌های یک‌بعدی و سه‌بعدی و آزمون



شکل ۱۵ مقایسه راندمان ورودی توربین برای شبیه‌سازی‌های یک‌بعدی و سه‌بعدی و آزمون

۸-۴- شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی پایا

در شبیه‌سازی یک‌بعدی ناپایا مهم‌ترین مسئله در دسترس بودن منحنی مشخصه توربین است که توسط سازندگان توربوشارژر ارائه می‌شود. این منحنی‌ها تحت جریان پایا به‌دست آمده‌اند در حالی که جریان ورودی به توربین توربوشارژر تحت تاثیر حرکت رفت‌وآمدی پیستون یک جریان کاملاً ناپایاست. در ضمن تعداد نقاط اندازه‌گیری محدود بوده و منحنی‌های پیوسته جهت استفاده در جریان شبه‌پایا با درون‌یابی یا برون‌یابی به‌دست می‌آیند. یکی از مزیت‌های شبیه‌سازی سه‌بعدی آن است که می‌توان با استفاده از آن منحنی مشخصه توربین را بدون نیاز به آزمون‌های زمان‌بر و گران‌قیمت رسم کرد.

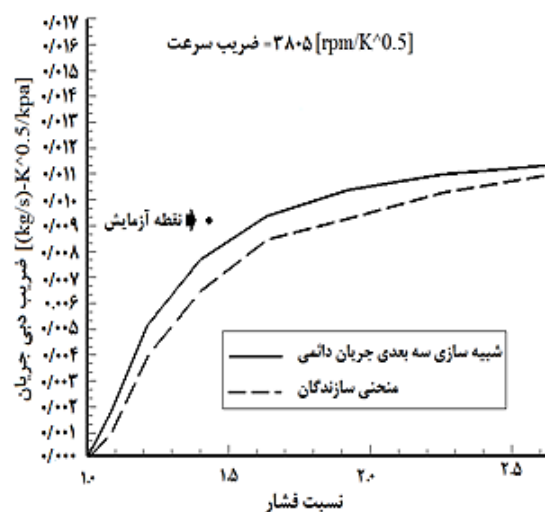
• در دوره‌های میانی توربین (معادل سرعت موتور ۲۰۰۰ تا ۵۰۰۰ دور در دقیقه) که موتور در بیشتر مواقع عملکرد در این دوره‌ها کار می‌کند، اختلاف بین منحنی سازندگان و شبیه‌سازی سه‌بعدی زیاد می‌شود. هر دو منحنی بر مبنای جریان پایا به‌دست آمده‌اند و اختلاف این دو در تفاوت‌های معمول و متداول شبیه‌سازی و آزمون خلاصه می‌شود.

• در دوره‌های بالا (معادل سرعت موتور بالاتر از ۵۰۰۰ دور در دقیقه) که کمتر در دامنه عملکرد پایای موتور قرار می‌گیرند، مجدداً منحنی‌ها به هم نزدیک می‌شوند که خفگی توربین می‌تواند به عنوان عامل اصلی تلقی شود.

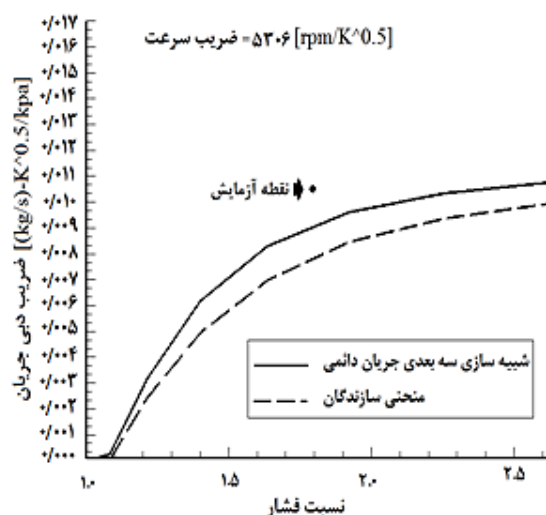
• نکته مهم‌تر در تمام این منحنی‌ها این است که در بیشتر دوره‌ها پاسخ‌های آزمون و دو منحنی سازندگان و شبیه‌سازی سه‌بعدی با هم تفاوت آشکار دارند. چون آزمایش‌های انجام‌شده در این مقاله برای یک توربین مستقر روی موتور انجام شده و جریان ورودی به توربین پالسی است و با توجه به صحنه‌گذاری مدلسازی و شبیه‌سازی توسط آزمون‌ها، این اختلاف آشکار می‌تواند در پالسی‌بودن جریان ورودی به موتور جستجو شود. برای اطمینان از این اظهارنظر، شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان ناپایا درون توربین می‌تواند بسیار کارآمد و تعیین‌کننده باشد.

یکی از نتایج شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی مشاهده جزئیات بیشتر جریان داخل توربوشارژر است. چون تمرکز این مقاله روی توربین توربوشارژر است تحلیل جریان سه‌بعدی پایا داخل آن انجام شده است. شکل‌های ۲۰ تا ۲۲ جزئیاتی از این جریان داخل توربین را نشان می‌دهد. در شکل ۲۰ بردارهای سرعت داخل توربین نشان داده شده است. چنانکه مشاهده می‌شود، هنگام خروج جریان از توربین تعدادی از بردارهای سرعت به سمت داخل برگشته و به داخل فضای خالی محل قرارگیری دریچه اتلاف^۲ حرکت می‌کنند که علاوه بر ایجاد گردابه در خروجی باعث تحمیل یک فشار برگشتی نیز می‌شوند. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که محل استقرار دریچه اتلاف مناسب نیست و لازم است تغییراتی در طراحی آن انجام شود.

شکل‌های ۲۱ و ۲۲ به صورت نمونه توزیع فشار روی حلزونی توربین و پره‌های آن را نشان می‌دهد. در خصوص سایر پارامترها نظیر دما، عدد ماخ، توزیع نیروها و غیره نیز می‌توان توسط شبیه‌سازی سه‌بعدی بررسی‌های دقیق‌تری انجام داد.



شکل ۱۸ منحنی مشخصه توربین در دور معادل ۲۵۰۰ دور در دقیقه دور موتور



شکل ۱۹ منحنی مشخصه توربین در دور معادل ۵۰۰۰ دور در دقیقه دور موتور

• در دور کم توربین (معادل سرعت موتور ۹۹۸ دور در دقیقه) که دبی جرمی و فشار ورودی کم است، نتایج منحنی سازندگان و شبیه‌سازی سه‌بعدی با آزمایش به هم نزدیک‌اند. از آنجا که آزمون‌ها با جریان پالسی انجام شده‌اند، در این نقاط فرکانس و دامنه جریان به قدری پایین است که اثرات این جریان پالسی چندان مشهود نیست. در دوره‌های پایین، بیشتر تاخیر سرعت‌گیری توربین^۱ ناشی از اینرسی قطعات دوار توربوشارژر مطرح است.

1. Turbo Lag

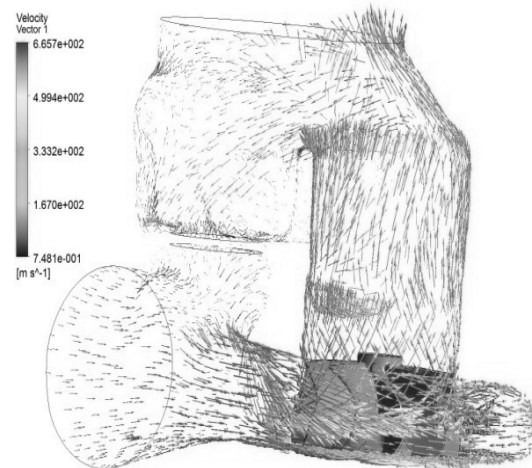
2. Waste Gate

۹- نتیجه نهایی

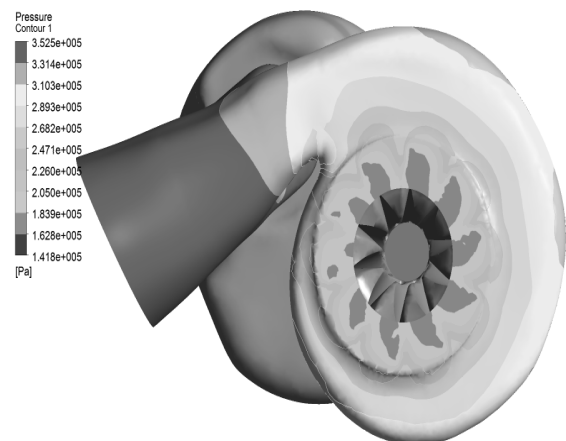
در این مقاله، دو روش شبیه‌سازی یک‌بعدی جریان ناپایا و شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان پایا، تراکم‌پذیر و لزج داخل توربین یک توربوشارژر موتور بنزینی با هم مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد وقتی بررسی و تحلیل عملکرد یک توربوشارژر انتخاب‌شده که منحنی مشخصه‌های توربین و کمپرسور توربوشارژر آن در دسترس باشند مدنظر باشد، روش یک‌بعدی در محدوده کاربردهای مهندسی دارای دقت کافی بوده و قابل اطمینان است. اما هنگامی که بررسی جریان یا ملاحظات طراحی داخل یک قسمت مشخص مانند توربین توربوشارژر به صورت جزئی مدنظر باشد، روش یک‌بعدی مورد استفاده کاملاً ناتوان بوده و شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی مورد نیاز خواهد بود.

یک یا سه‌بعدی بودن جریان و پایا یا ناپایا بودن آن از عوامل مهم اختلاف این دو شبیه‌سازی‌اند. مطالعات و تحلیل‌ها نشان می‌دهد که نقش پالسی بودن جریان ورودی نسبت به سه‌بعدی بودن آن دارای اهمیت بالاتری بوده و می‌تواند در محاسبه پارامترهای عملکردی توربوشارژر تاثیر بیشتری داشته باشد. همچنین، یکی از عوامل موثر در این اختلاف ناشی از قابل توجه بودن طول هندسی کانال‌ها و مجاری به نسبت سطح مقطع در سیستم خروجی موتور است.

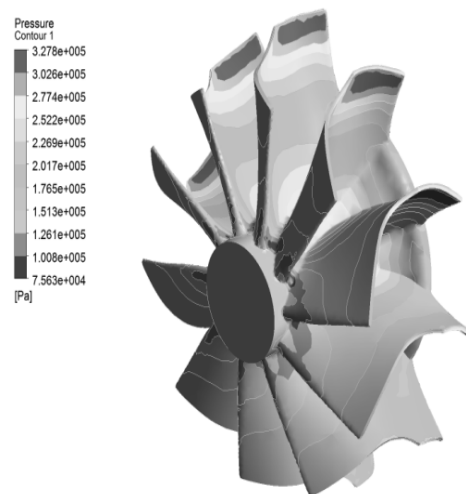
برای درک بهتر علل این اختلاف‌ها و میزان تاثیرگذاری هریک از عوامل اشاره شده و رسیدن به پاسخی دقیق‌تر و قابل قبول‌تر، شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان ناپایا (پالسی) مشابه آنچه در خروجی از موتور اتفاق می‌افتد اجتناب‌ناپذیر است.



شکل ۲۰ بردارهای سرعت داخل توربین



شکل ۲۱ توزیع فشار روی حلزونی توربین



شکل ۲۲ توزیع فشار روی پره‌های توربین

۱۰- علائم و نشانه‌ها

C	ثابت زبری دیواره
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت ($\text{kJkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
h	انتالپی ($\text{kJkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
I	روتالپی ($\text{kJkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
J_{shaft}	ممان اینرسی محور توربوشارژر (m^4)
$\dot{m}$	دبی (kgs^{-1})
N_{shaft}	سرعت دورانی توربوشارژر (rpm)
p	فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)

r	بردار مکان (m)	rot	دورانی
R	بردار شعاع محلی (m)	M	ممنتوم
S_M	چشمه ممنتوم ($\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}$)	(t)	متغیر تابع زمان
T	دما (K)	tur	توربین
t	زمان (s)		

۱۱- منابع

- [1] Benson R., Scrimshaw K., "An Experimental Investigation of Non-Steady Flow in a Radial Gas Turbine", *Institute of Mechanical Engineers*, 180, 1965, pp. 74-85.
- [2] Wallace F., Adgey J., Blari G., "Performance of Inward Radial Flow Turbines under Non-Steady Flow Conditions", *Proceeding of the Institute of Mechanical Engineers*, 184, 1969, pp. 183-195.
- [3] Dale A., Watson N., "Vaneless Radial Turbocharger Turbine Performance", *ImechE Conference Transactions; Turbochargers and Turbocharging*, London, 1986, pp. 65-76.
- [4] Winterbone D. E., Nikpour B., Alexander G. I., "Measurements of the Performance of a Radial Inflow Turbine in Conditional Steady and Unsteady flow", *ImechE Conference Transactions, 4th International Conference of Turbocharging and Turbocharging*, London, C405/015/90, 1990, pp. 153-160.
- [5] Capobianco M., Gambarotta A., "Unsteady Flow Performance of Turbocharger Radial Turbines", *Proceeding of the Institute of Mechanical Engineers, Fourth International Conference of Turbocharging and Turbochargers*, London, C405/017/90, 1990, pp. 123-132.
- [6] Baines N. C., Hajilouy Benisi A., Yeo J. H., "The Pulse Flow Performance and Modeling of Radial Inflow Turbines", *Int. Conf. of Turbocharging and Turbochargers, Proceeding of the IMechE*, Paper C484/006/94, London, 1994, pp. 209-219.
- [7] Lam J. K. W., Roberts Q. D. H., McDonnell G. T., "Flow Modeling of a Turbocharger Turbine under Pulsating Flow", *ImechE. Conference Transactions from 7th International Conference on Turbochargers and Turbocharging*, 14-15 May, London, UK, 2002, pp. 181-196.
- [8] Hellstrom F., Fuchs L., Numerical Computations of Pulsatile Flow in a Turbo-Charger", *AIAA- 46th Aerospace Sciences Meeting*, Reno, 2008.
- [9] Launder B. E., Spalding B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 3, No. 2, 1974, pp. 269-289.
- [10] Tannehill J. C., Anderson D. A., Pletcher R. H., *Computational Fluid Mechanics and Heat*
- U سرعت (ms^{-1})
- u^+ سرعت بی بعد نزدیک دیواره
- u_τ سرعت اصطکاکی مماس بر دیواره (ms^{-1})
- y^+ فاصله بی بعد از دیواره
- Δy فاصله از دیواره (m)
- $\dot{W}$ توان (kW)
- γ نسبت ظرفیت های گرمایی ویژه
- λ ضریب هدایت گرمایی ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
- ρ دانسیته (kgm^{-3})
- μ ویسکوزیته ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
- τ_w تنش برشی دیواره (kgms^{-2})
- κ ثابت ون کارمن
- ω سرعت زاویه ای (rads^{-1})
- η راندمان مکانیکی (/.)
- اندیس ها**
- a واقعی
- c_{fg} گریز از مرکز
- $comp$ کمپرسور
- cor کوریولیس
- in ورودی
- is ایزنتروپیک
- m مکانیکی
- o سکون
- out خروجی

- [13] Adamczyk J., Celestina M. L., Grietzer E. M., "The Role of Tip Clearance in High-Speed Fan Stall", *Transactions of the ASME*, Vol. 115, January 1993, pp. 28-38.
- [14] Chima R. V., Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor, NASA TM 107216, May 1996.
- [15] Chung T. J., *Computational fluid dynamics*, UK, Cambridge University Press, 2002, ISBN 0 521 59416 2.
- Transfer*, 2nd. Edition, Washington, USA, Taylor & Francis, 1997, ISBN 1-56032-046-X.
- [11] Versteeg H. K., Malalasekera W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics the Finite Volume Method*, Longman Scientific and Technical Press, UK, 1995, ISBN 0-470-23515-2
- [12] Bernard P. S., "Limitations of the Near-Wall k- ϵ Turbulence Model", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 4, 1986, pp. 619-622.