



## ارائه یک روش تلفیقی برای بهبود خطای ناشی از اثرات لبه‌ها در روش تجزیه مود تجربی

سید علی حسینی کردخیلی<sup>1\*</sup>، حسین محمدنوازی<sup>2</sup>، سید حسن مومنی ماسوله<sup>3</sup>

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\* تهران، صندوق پستی 1458889694، ali.hosseini@sharif.edu

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 24 مرداد 1395

پذیرش: 16 آبان 1395

ارائه در سایت: 28 آذر 1395

کلید واژگان:

تجزیه مود تجربی

توابع مود ذاتی

خطای اثرات لبه‌ها

مدل واپس‌رو

روش آینه‌ای

### چکیده

تجزیه مود تجربی یکی از روش‌های نوین برای تجزیه سیگنال به مؤلفه‌های تشکیل دهنده خود است. ویژگی اصلی این روش، قابلیت اجرا برای تمامی انواع سیگنال اعم از نالیستا و غیرخطی است. وجود منابع خطای متعدد از قبیل خطای ناشی از معیار توقف، اثرات لبه‌ها، تابع درون‌یابی و غیره باعث شده تا فعالیت‌هایی در جهت رفع و یا کاهش اثرات آن‌ها انجام گیرد. در این پژوهش خطای اثرات لبه‌ها مورد توجه قرار گرفته که روش‌های متعددی عمدتاً بر مبنای تقارن و یا شبیه‌های مشابه برای کاهش اثر این خطا ارائه شده است. در این مقاله روشی تلفیقی ارائه شده که با تعریف مدل واپس‌رو برای قسمت کوچکی از لبه‌ها، ادامه پوش‌های بیشینه و کمینه سیگنال را پیش‌بینی کرده و تعدادی از مدهای ذاتی اولیه بدست می‌آید. برای ادامه الگوریتم غربالگری که تعداد داده‌های اکستریم برای تشکیل مدل واپس‌رو کافی نباشد، روش‌های مبتنی بر تقارن به کار گرفته می‌شود. در نهایت، در قالب چند مثال نشان داده شده است که روش ارائه شده نتایج دقیق‌تری نسبت به روش‌های مبتنی بر تقارن دارد. برای واقعی‌تر شدن مثال‌های مورد بررسی، حالت‌های بدون نویز و با نویز هر دو لحاظ شده‌اند.

## Combined Auto-Regressive Mirror Method for Improvement of End Effects in Empirical Mode Decomposition

Seyyed Ali Hosseini Kordkheili\*, Hossein Mohammad Navazi, Seyyed Hassan Momeni Massouleh

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 1458889694, Tehran, Iran, ali.hosseini@sharif.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 14 August 2016

Accepted 06 November 2016

Available Online 18 December 2016

### Keywords:

Empirical Mode Decomposition

Intrinsic Mode Function

End Effects Error

Autoregressive Model

Mirror Method

### ABSTRACT

The empirical mode decomposition method is a new technique to obtain constitutive components of a signal. Applicability to all kinds of signals including non-stationary and nonlinear is a main feature of this method. So far, many researches have been done in the literature to eliminate or reduce effects of multiple sources of errors such as stop criteria, end effects and interpolation function. This article focuses on end effects error for which many of the previous solutions have been proposed based on symmetry or similar methods to reduce it. The proposed combined method using auto-regressive (AR) models for short sections of signal edges, forecasts tails of maximum and minimum envelopes. Some of the first intrinsic mode functions are initially calculated as a result of AR model application. The methods based on symmetry are then used to continue sifting algorithm for remaining signal that does not have enough extremums to employ AR model. Finally, by executing some examples, more accurate results obtained from proposed method are compared with those achieved from the mirror method. Noise is also added to signal time history in the last example, to simulate a more realistic situation.

### 1- مقدمه

تحلیل توأمان زمان- فرکانس، این امکان را فراهم می‌آورد تا سیگنال به صورت سه‌بعدی در فضای زمان، فرکانس و دامنه (یا چگالی انرژی) قابل نمایش و بررسی باشد. لذا، تحلیل سیگنال به طور همزمان در حوزه زمان و فرکانس در بازه وسیعی از حوزه‌های مهندسی مورد توجه قرار گرفته است.

از نخستین فعالیت‌ها برای توصیف توأمان زمان- فرکانس سیگنال‌های نالیستا، تبدیل فوریه زمان کوتاه<sup>1</sup> است. در این روش تبدیل فوریه گسسته سریع<sup>2</sup> در پنجره‌های زمانی مشخصی برای بدست آوردن طیف نگاره<sup>3</sup> محاسبه

دینامیک ذاتی سامانه و تحریکات خارجی اعمالی بر آن، به خصوص در شرایط عملکردی متغیر با زمان، می‌تواند منجر به سیگنال‌های نالیستا شود. این سیگنال‌ها اطلاعات نسبتاً کاملی در مورد دینامیک سامانه و شرایط بارگذاری دارند. از آن‌جا که اطلاعات آماری سیگنال با زمان تغییر می‌کند و بسیاری از روش‌های سنتی تحلیل سیگنال بر مبنای فرض ایستا بودن سیگنال است، این روش‌ها عمدتاً اطلاعات میانگین آماری را در حوزه زمان یا فرکانس بدست می‌دهند و نمی‌توانند به طور همزمان اطلاعات مربوط به حوزه زمان و حوزه فرکانس را تحلیل کنند. در واقع، این روش‌ها جزئیات محتوای فرکانسی در طی زمان را برای داده‌های نالیستا نتیجه نمی‌دهد.

<sup>1</sup> Short Time Fourier Transform (STFT)

<sup>2</sup> Discrete Fast Fourier Transform (DFFT)

<sup>3</sup> Spectrogram

Please cite this article using:

S. A. Hosseini Kordkheili, H. Mohammad Navazi, S. H. Momeni Massouleh, Combined Auto-Regressive Mirror Method for Improvement of End Effects in Empirical Mode Decomposition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 357-364, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

می‌شود [1]. عرض پنجره باید حالت بهینه‌ای انتخاب شود که دقت تفکیک زمان و فرکانس را به صورت همزمان تا حد معینی حفظ کند. از آنجایی که عرض تابع پنجره در تمام تحلیل یکسان است، دقت تفکیک نیز هم در حوزه زمان و هم در حوزه فرکانس برای فرکانس‌های بالا و پایین یکسان است. برای غلبه بر این مشکل، تبدیل ویولت<sup>1</sup> با عرض متغیر تابع پنجره ارائه شد [2]. هم‌چنین، تبدیل دیگری با نام تبدیل S ارائه شد [3] که می‌توان آن را ترکیبی از تبدیل فوریه کوتاه و تبدیل ویولت تفسیر کرد. هر چند تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل ویولت و تبدیل S در بسیاری از فعالیت‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند، اما دارای محدودیتی ذاتی در رابطه با دقت تفکیک زمان - فرکانس هستند که به پایه‌هایی که برای تجزیه سیگنال مورد استفاده قرار می‌گیرد وابسته است. برای بدست آوردن خواص لحظه‌ای نظیر فرکانس لحظه‌ای، به نظر می‌رسد که باید از بیشترین حد تفکیک زمان - فرکانس استفاده شود تا فرکانس مورد نظر در هر زمان معین محاسبه شود.

هر چند برای استفاده از خواص لحظه‌ای می‌توان تبدیل هیلبرت<sup>2</sup> را به کار گرفت، اما به دلیل ظاهر شدن فرکانس‌های منفی بی‌معنی، این تبدیل برای سالیان متوالی مورد توجه نبود [4]. برای استفاده مناسب از خواص تبدیل هیلبرت، هوانگ<sup>3</sup> روشی قدرتمند و کاربردی را با نام تجزیه مود تجربی<sup>4</sup> [5] ارائه داد که ترکیب آن با تبدیل هیلبرت، امکان دستیابی به مقادیر فرکانس لحظه‌ای معنی‌دار را فراهم می‌کند. از خواص مهم روش هوانگ قابلیت اعمال بر داده‌های نایستا و غیرخطی است [6]. تبدیل هیلبرت - هوانگ به طور گسترده‌ای در بسیاری از پژوهش‌های علمی از جمله پردازش سیگنال‌های پزشکی [7]، ژئوفیزیک [8] و پردازش تصویر [9] به کار رفته است.

## 2- تجزیه مود تجربی

روش تجزیه مود تجربی که نسبت به دیگر روش‌های پردازش سیگنال نظیر ویولت و تبدیل فوریه از قدمت کمتری برخوردار است، به خاطر تجزیه سیگنال تنها با اتکا به اطلاعات خود سیگنال و نه مبنای ریاضی دیگر، مورد توجه قرار گرفته است. در این روش سیگنال اولیه، طی فرآیند غربالگری به مجموعه‌ای از مؤلفه‌ها تجزیه می‌شود که توابع مود ذاتی<sup>7</sup> نامیده می‌شوند. تابع مود ذاتی، تابعی است که دو شرط ذیل را ارضا کند [11]

1- در تمامی قسمت‌های داده (سیگنال)، تعداد اکستریم‌ها و تعداد قطع محور افقی توسط تابع<sup>8</sup>، یا برابر باشند یا حداکثر یک واحد اختلاف داشته باشند.

2- در هر نقطه (زمان)، مقدار متوسط توابع پوش که از میانگین توابع پوش بیشینه محلی و کمینه محلی تعیین می‌شود، باید صفر باشد. به بیان دیگر، این شرایط تقارن تابع مود ذاتی را تضمین می‌کند هر چند بر تغییرات دامنه و فرکانس در طول زمان نظارتی ندارد و صرفاً برای تقارن نوسان است.

فرآیند یا الگوریتم غربالگری برای بدست آوردن توابع مود ذاتی برای یک سیگنال دلخواه  $x(t)$  شامل مراحل ذیل است

- 1- ابتدا باید محل و دامنه تمامی نقاط بیشینه و کمینه محلی تعیین شود.
- 2- با استفاده از مقادیر بیشینه و کمینه و درونیایی چندجمله‌ای تکه‌ای<sup>9</sup> (اسپلاین)، دو تابع پوش ساخته می‌شود. تابع پوش بالایی که با استفاده از نقاط بیشینه محلی بدست آمده است  $e_{\max}(t)$  و تابع پوش پایینی که با استفاده از نقاط کمینه محلی حاصل شده است  $e_{\min}(t)$  نامیده می‌شود.
- 3- برای هر لحظه زمانی  $t$  مقدار میانگین پوش بالایی و پایینی محاسبه می‌شود. این سیگنال، میانگین پوش نامیده می‌شود.
- 4- مقدار میانگین پوش (محاسبه شده در مرحله قبل) از سیگنال ورودی کسر می‌شود

$$m_1 = \frac{e_{\max}(t) + e_{\min}(t)}{2} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Wavelet

<sup>2</sup> Hilbert Transform

<sup>3</sup> Huang

<sup>4</sup> Empirical Mode Decomposition (EMD)

<sup>5</sup> Auto-Regressive (AR)

<sup>6</sup> Mode Mixing

<sup>7</sup> Intrinsic Mode Function (IMF)

<sup>8</sup> Zero crossing

<sup>9</sup> Spline

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (9)$$

در کنار مزایای روش تجزیه مود تجربی از قبیل: ساده بودن، عدم نیاز به پایه‌های ریاضی و قابلیت اجرا برای تمامی انواع سیگنال (غیر ایستا و غیرخطی)، مشکلاتی نیز وجود دارد که بر نتایج این روش تأثیرگذار است. از مهم‌ترین نقایص این روش، می‌توان به تأثیر توابع پوش، اثرات لبه‌ها<sup>4</sup> در تعیین تابع پوش طی فرآیند غربالگری، معیار توقف غربالگری و آمیختگی مودها اشاره کرد [10]. در ادامه بر خطای ناشی از اثرات لبه‌ها تمرکز می‌شود.

## 2-1- خطای اثر لبه‌ها

در بسیاری از موارد، داده‌های تاریخیچه زمانی در ابتدا و انتهای سیگنال به مقادیر اکسترمم ختم نمی‌شود. این موضوع باعث می‌شود که توابع پوش بیشینه و یا کمینه در این نقاط با ابهام روبرو بوده و دچار مشکل شوند. در مواردی مشاهده می‌شود که تابع درونیابی در نظر گرفته شده برای پوش که عمدتاً تابع درونیابی چندتکه‌ای مرتبه 3 (اسپلاین<sup>5</sup>) است در لبه‌های سیگنال دچار واگرایی و منجر به خطاهای بسیار شدید در نتایج حاصل از تجزیه می‌شوند. این خطاها، شکل موج تابع مود ذاتی را در لبه‌ها تحت تأثیر قرار می‌دهند. از آنجایی که توابع مود ذاتی بعدی نیز از نتیجه اولین تابع مود ذاتی اثر می‌پذیرند، لذا این خطا در تمامی توابع مود ذاتی مشاهده می‌شود. افزون بر این، خطای ناشی از لبه‌ها در روند استخراج توابع مود ذاتی بعدی نیز، تکرار شده که موجب افت بیشتر صحت و کیفیت نتایج حاصل از تجزیه خواهد شد. به عبارت دیگر، هر چه شماره تابع مود ذاتی افزایش می‌یابد خطای ناشی از اثرات لبه‌ها بیشتر می‌شود. برای بررسی بهتر تابع دلخواه زیر بر حسب زمان  $t$  در نظر گرفته می‌شود:

$$y = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{13}\right) + \sin(\pi t) + \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{3}\right) \quad (10)$$

در شکل 1، تابع رابطه (10) به همراه دو پوش بالایی و پایینی در مدت زمان 20 ثانیه نمایش داده شده است. اگر قطعه 5 ثانیه تا 15 ثانیه از شکل 1 به طور مجزا در نظر گرفته شده و فرض شود که بررسی سیگنال مورد نظر در این محدوده انجام گیرد، در این صورت تابع پوش بالایی و پایینی و میانگین آن‌ها به صورت شکل 2 خواهد بود.

شکل 3، میانگین تابع پوش بالایی و تابع پوش پایینی را در فاصله زمانی 5 ثانیه تا 15 ثانیه برای دو حالت بدون تأثیر اثر لبه‌ها و با تأثیر اثر لبه‌ها مقایسه می‌کند. همان‌طور که دیده می‌شود، اختلاف در لبه‌ها فاحش بوده و خطای قابل توجهی را در نتایج در پی خواهد داشت.

فعالیت‌های بسیاری در جهت کاهش اثر لبه‌ها در روش تجزیه مود تجربی صورت گرفته است که در این بررسی نمی‌توان به تمامی آن‌ها اشاره کرد. اما از بین کارهای ارائه شده، چندین کار شاخص وجود دارد که جنبه عمومی‌تری نسبت به بقیه روش‌ها داشته و اجرای آن‌ها نیز ساده است. روش آیینهای ریلینگ<sup>6</sup> [12]، روش کاولین<sup>7</sup> [13]، روش مبتنی بر شیب [14] و روش راتو<sup>8</sup> [10] از روش‌های شاخص برای کاهش اثرات مخرب لبه‌ها به شمار می‌روند.

## 2-2- روش آیینهای

$$h_1(t) = x(t) - m_1 \quad (2)$$

این یک تکرار از فرآیند غربالگری است. مرحله بعدی بررسی سیگنال  $h_1(t)$  است که آیا یک تابع مود ذاتی هست یا نه؟ برای این منظور، معیار توقف غربالگری معرفی شد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

5- اگر  $h_1(t)$  یک تابع مود ذاتی نبود، مراحل 1 تا 4 مجدداً تکرار می‌شود. در غربالگری دوم، داده اصلی  $h_1(t)$  است و نتیجه غربالگری به صورت ذیل خواهد بود

$$h_{11} = h_1 - m_{11} \quad (3)$$

که مقدار میانگین پوش سیگنال  $h_1(t)$  است. این تکرار می‌تواند  $k$  بار تکرار شود به گونه‌ای که در نهایت  $h_{1k}$  یک تابع مود ذاتی شود

$$h_{1k} = h_1 - m_{1k} \quad (4)$$

اولین معیار توقف فرآیند غربالگری توسط هوانگ [5] معرفی شد به طوری که اگر حاصل جمع اختلاف<sup>1</sup> بین دو غربالگری متوالی از حد آستانه انتخابی<sup>2</sup> کمتر باشد، فرآیند متوقف شود.

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[ \frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (5)$$

حد آستانه برای SD انتخاب می‌شود. در عمل دستیابی به تعریف فوق، کاری دشوار است. به علاوه استفاده از این معیار دو پرسش مهم را در پی دارد: نخست آن‌که حد آستانه چقدر باید کوچک باشد تا اطمینان از اتمام فرآیند غربالگری حاصل شود. دوم آن‌که این معیار به تعریف توابع مود ذاتی بستگی ندارد [11]. عدد  $S^3$  معیار دیگری است که توسط هوانگ معرفی شد و مورد استفاده قرار گرفت. این عدد تعداد دفعاتی است که به طور پی در پی در فرآیند غربالگری تعداد اکسترمم‌ها و تلاقی با محور افقی (نقاط با عرض صفر) برابر بوده یا حداکثر یک واحد اختلاف داشته‌اند. این عدد به طور پیش فرض بین 4 تا 8 در نظر گرفته می‌شود [19].

پس از این‌که شرایط توقف (با توجه به معیار توقف غربالگری) فراهم شد، تابع مود ذاتی به صورت ذیل تعریف می‌شود

$$c_1 = h_{1k} \quad (6)$$

پس از یافتن تابع مود ذاتی  $c_1$ ، مقدار باقیمانده  $r_1$  با استفاده از کسر تابع مود ذاتی از سیگنال ورودی بدست می‌آید

$$r_1 = x(t) - c_1 \quad (7)$$

6- برای یافتن تابع مود ذاتی بعدی، باید مجدداً از مرحله 1 شروع کرد، با این تفاوت که این بار مقدار باقیمانده بدست آمده در مرحله قبل به عنوان سیگنال ورودی در نظر گرفته می‌شود.

مراحل 1 تا 6 برای مقادیر باقیمانده بعدی هم تکرار می‌شوند به طوری که

$$r_1 - c_2 = r_2, \dots, r_{n-1} - c_n = r_n \quad (8)$$

روش تجزیه مود تجربی وقتی پایان می‌یابد که باقیمانده دیگر هیچ نقطه اکسترممی نداشته باشد که قاعدتاً باید تابعی ثابت یا یکنوا باشد (البته در بسیاری از موارد دیده شده که سیگنالی دارای یک اکسترمم و یا حتی دو اکسترمم نیز به عنوان مقدار باقیمانده در نظر گرفته شده است که البته می‌تواند تابع مود ذاتی نیز باشد [10, 15]). سیگنال اصلی اولیه را می‌توان به صورت جمع توابع مود ذاتی و آخرین باقیمانده بیان نمود

<sup>4</sup> End effects

<sup>5</sup> cubic spline interpolation

<sup>6</sup> Rilling Mirror Method

<sup>7</sup> Coughlin

<sup>8</sup> Rato

<sup>1</sup> Sum of Differences (SD)

<sup>2</sup> Threshold

<sup>3</sup> S-number

ایجاد می‌کنند که تابع پوش اسپلاین، این اکستریم‌های جدید را نیز در نظر می‌گیرد و از رها شدن لبه‌های تابع پوش سیگنال جلوگیری می‌کند.

### 3-2- روش کاولین

در این روش فرض می‌شود که دو تابع موجی سینوسی به ابتدا و انتهای سیگنال افزوده شده است. دامنه تابع موج ابتدایی، اختلاف بین مقادیر عرضی دو اکستریم ابتدایی است و دوره تناوب آن نیز، دو برابر فاصله طولی دو اکستریم ابتدایی است. به همین ترتیب، دامنه تابع موج انتهایی، اختلاف بین مقادیر عرضی دو اکستریم انتهایی و دوره تناوب آن، دو برابر فاصله طولی دو اکستریم انتهایی است. بنابراین اکستریم‌های اضافه شده همگی در دو خط عرضی بیشینه و کمینه قرار می‌گیرند و به همین دلیل، شیب توابع پوش در ابتدا و انتهای سری زمانی به صفر میل می‌کند. این روش نمی‌تواند موج‌های فرکانس پایین را شبیه‌سازی کند و تنها تخمینی از موج فرکانس بالا را دارد. در واقع اگر موج فرکانس بالا بر روی یک موج فرکانس پایین سوار شده باشد، تخمین این روش تنها از موج فرکانس بالا خواهد بود. به همین جهت خطای این روش نسبت به روش آینه‌ای بیشتر است.

### 4-2- روش مبتنی بر شیب

در این روش دو شیب مثبت و منفی بین سه اکستریم لبه ابتدایی (یا انتهایی) محاسبه می‌شود. از طرفی بیشینه جدید با بیشینه ابتدایی همان فاصله‌ی دو بیشینه ابتدایی سیگنال را دارد و به همین ترتیب کمینه جدید هم با کمینه ابتدایی سیگنال، همان فاصله‌ی دو کمینه ابتدایی را دارد. با توجه به تعیین طول نقاط بیشینه و کمینه جدید و همچنین دستیابی به شیب‌های مثبت و منفی لبه ابتدایی، عرض نقاط بیشینه و کمینه جدید نیز تعیین می‌شود.

مرجع [20] در قالب مثالی، توضیح می‌دهد چگونه به کارگیری روش مبتنی بر شیب می‌تواند باعث ایجاد خطا و از دست رفتن اطلاعات سیگنال در لبه‌ها شود. به علاوه در شرایطی که تعداد اکستریم‌های باقیمانده سیگنال برای محاسبه توابع مود ذاتی پایانی کافی نباشد، استفاده از این روش دچار مشکل خواهد شد.

### 5-2- روش راتو

با فرض این که در لبه ابتدایی، زمان نقطه بیشینه از زمان نقطه کمینه بیشتر باشد، و اولین داده سیگنال مربوط به زمان صفر باشد، طول کمینه جدید قرینه طول اولین بیشینه نسبت به زمان صفر است و عرضی برابر با عرض اولین کمینه دارد. به همین ترتیب، طول بیشینه جدید قرینه طول اولین کمینه نسبت به زمان صفر است و عرض آن برابر با عرض اولین بیشینه. برای انتهای سیگنال نیز شرایط مشابهی وجود دارد. یعنی دو اکستریم از لحاظ طولی (زمان) کاملاً قرینه می‌شوند و جای بیشینه و کمینه عوض می‌شود. این روش تغییری در طول دامنه سیگنال بسط داده شده ایجاد نمی‌کند و تنها تکرار دو اکستریم قبلی در دو زمان قرینه شده است، لذا نمی‌تواند موج فرکانس پایین را شبیه‌سازی کند.

روش‌های ارائه شده در فوق نشان می‌دهند که بسط سری زمانی بیشتر بر همان مبنای تقارن و فرآیند آینه‌ای در قالب‌های مختلف مورد توجه بوده است و سیگنال با توجه به چند اکستریم ابتدایی یا انتهایی و بدون مد نظر قرار دادن موج‌های فرکانس پایین بسط داده شده است. حتی در روش کاولین هم سیگنال انتهایی ادامه داده‌های لبه‌ای‌ترین دوره تناوب است. همچنین در

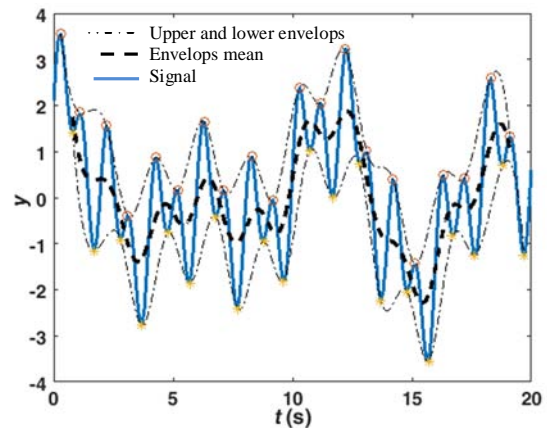


Fig. 1 An arbitrary signal with its upper and lower envelopes as well as their mean with ignoring end effects

شکل 1 نمایش تابع دلخواه به همراه دو تابع پوش بالایی و پایینی و میانگین آن‌ها (خط‌چین) در فاصله بین اکستریم‌های ابتدایی و انتهایی

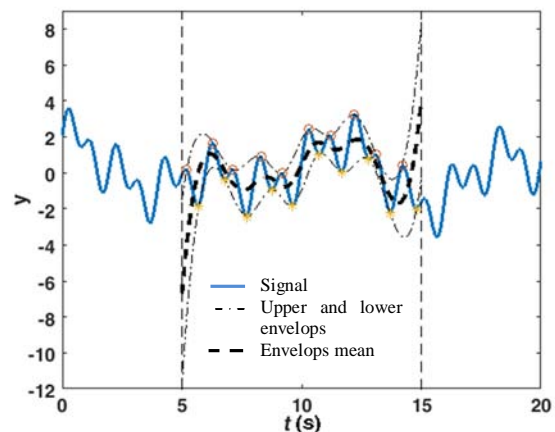


Fig. 2 The arbitrary signal with its upper and lower envelopes as well as their mean at a limited range in presence of end effects

شکل 2 نمایش تابع دلخواه به همراه دو تابع پوش بالایی و پایینی و میانگین آن‌ها (خط‌چین) در فاصله بین زمان 5 ثانیه و 15 ثانیه

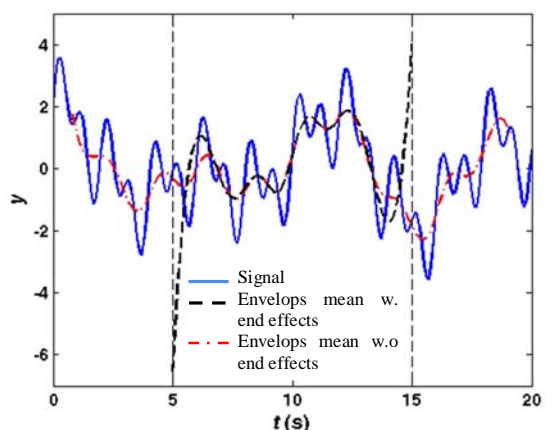


Fig. 3. Comparing mean of envelopes between two different cases; with ignoring end effects and in presence of end effects

شکل 3 مقایسه میانگین دو تابع پوش بالایی و پایینی در دو حالت بدون اثر لبه‌ها (نقطه‌خط) و با اثر لبه‌ها (خط‌چین)

در روش آینه‌ای تعدادی از اکستریم‌های قبل از اکستریم لبه نسبت به اکستریم لبه قرینه شده و اکستریم‌های جدیدی در خارج از مرزهای داده

- اعمال روش آینه‌ای برای حالاتی که به تعداد کافی مقادیر اکس‌ترم وجود نداشته باشد.

### 3-1- مدل واپس‌رو

عمومی‌ترین و مشهورترین مدل سری‌های زمانی است که در چارچوب رگرسیون حداقل مربعات به صورت کامل قابل تخمین است. سری زمانی  $X_t$  در قالب مدل واپس‌رو به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (11)$$

این رابطه مدل  $AR(p)$  یا مدل واپس‌رو مرتبه  $p$  است. مقدار  $p$  باید کمتر از تعداد داده‌های زمانی در نظر گرفته شود. همچنین  $\phi_i$  ضرایب واپس‌رو بوده و خطای  $\varepsilon_t$  معمولاً به صورت نویز سفید در نظر گرفته می‌شود. به صورت کلی، عبارت کنونی داده زمانی، مجموع خطی وزنی داده‌های قبلی است. مسأله بسیار مهم در تحلیل واپس‌رو، استخراج بهترین ضرایب واپس‌رو برای یک سری زمانی مشخص است. روش‌های معمول محاسبه این ضرایب، سری زمانی را ایستا فرض می‌کنند.

هرچند که روش مستقیمی برای تعیین مرتبه صحیح مدل واپس‌رو معرفی نشده است، اما به طور کلی با افزایش مرتبه مدل، خطای جذر حداقل مربعات<sup>1</sup> (ار ام اس) تا مرتبه مشخصی به سرعت و پس از آن به آرامی کاهش می‌یابد. مرتبه‌ای که پس از آن خطای آر ام اس شیب بسیار کمی می‌گیرد، معمولاً مرتبه مناسبی است. بر اساس استدلال آماری، در روش تخمین واپس‌رو برگ<sup>2</sup>، مقدار نصف داده‌های سری زمانی به عنوان بزرگترین مقدار مرتبه برای یافتن مرتبه مناسب گزینه خوبی است تا بتوان در عمل به صورت خودکار در مدل واپس‌رو استفاده کرد. در روش داربین<sup>3</sup> بزرگترین مقدار کانیدیا یک چهارم تعداد داده‌های زمانی تعیین شده است [21].

### 4- بررسی چند نمونه

برای بررسی کارایی روش ارائه شده، از داده‌هایی استفاده می‌شود که محتوای آن مشخص باشد.

مثال 1: در این مثال تابع دلخواه زیر که یک تابع موج فرکانس بالا به همراه یک تابع موج با فرکانس میانی بر روی یک موج فرکانس پایین سوار شده‌اند، در مدت زمان 20 ثانیه مورد مطالعه قرار می‌گیرد:

$$y = \sin(3\pi t + 3) - 3 \sin\left(\frac{\pi t}{10}\right) + 2 \cos(13\pi t + 2) \quad (12)$$

نتایج روش تجزیه مود تجربی با استفاده از روش آینه‌ای، مودهای ذاتی نشان داده شده در شکل 4 است. به همین ترتیب مودهای ذاتی با استفاده از روش ارائه شده در شکل 5 نمایش داده شده است.

همانطور که از شکل 5 مشاهده می‌شود، دقت روش ارائه شده به گونه‌ای است که مقدار باقیمانده‌ای در انتها وجود ندارد.

مثال 2: تابع دلخواه زیر با جمع سه سیگنال که یکی از آن‌ها دارای فرکانس متغیر با زمان است، در مدت زمان 10 ثانیه مورد توجه قرار می‌گیرد:

$$y = \sin(\pi t^2) + \cos(3\pi t) + \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) \quad (13)$$

نتایج روش تجزیه مود تجربی با استفاده از روش آینه‌ای و مودهای ذاتی حاصل از روش ارائه شده به ترتیب در شکل 6 و شکل 7 نمایش داده شده‌است. همان‌طور که از این دو شکل مشخص است روش آینه‌ای هم در ارائه تعداد مودهای ذاتی خطای بیشتری دارد و هم مقدار باقیمانده آن مؤید

روش آینه‌ای اگر تعداد اکس‌ترم‌های قرینه شده افزایش یابد، باز هم نمی‌تواند به عنوان ادامه مطمئنی برای سیگنال مورد استفاده قرار گیرد. به طور کلی در بین روش‌های مذکور تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین نتایج تفکیک انتظار نمی‌رود.

### 3- روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای پیشنهادی

با توجه به روش‌های معرفی شده برای برطرف کردن خطای اثر لبه‌ها در بخش 2 که عمدتاً با قرینه‌سازی و بسط اکس‌ترم‌های ابتدایی و انتهایی به روش‌های مختلف ارائه شدند، هیچ یک نمی‌توانند الگوریتم کاملی برای پیش‌بینی ادامه سیگنال باشند و تنها برای عدم ماندن تابع اسپلاین در لبه، به صورت نسبتاً مناسب مورد استفاده قرار می‌گیرند. به نظر می‌رسد روشی که بتواند پیش‌بینی بهتری نسبت به داده‌های ابتدایی و انتهایی داشته باشد، می‌تواند به نتایج تفکیک بهتری منجر شود. برای این منظور از مدل واپس‌رو که مدلی عمومی و بسیار رایج برای پیش‌بینی داده‌های ابتدایی و انتهایی است، استفاده می‌شود. استفاده از مدل واپس‌رو برای کل سیگنال، در واقع پیاده‌سازی یک مدل ریاضی زمان‌بر است که با ماهیت روش تجزیه مود تجربی که تنها بر مبنای داده‌های سیگنال و عدم استفاده از پایه‌های ریاضی استوار بوده، متفاوت است. اما به کارگیری مدل ریاضی در الگوریتم غربالگری تنها برای بسط چند داده ابتدایی و انتهایی خدشه‌ای به ماهیت تجربی روش تجزیه مود تجربی وارد نمی‌کند. از طرفی مدل واپس‌رو تنها برای چند نقطه بیشینه و کمینه برای بسط تابع بالایی و تابع پوش پایینی استفاده می‌شود که مشکل زمان‌بر بودن تعیین پارامترهای این مدل زمانی را تا حدی مرتفع می‌کند. نکته دیگر این که هر چند مدل واپس‌رو با فرض ایستا بودن سیگنال پارامترهای خود را تعیین می‌کند، ولی این موضوع باعث نقص در سیگنال‌های غیرایستا نخواهد شد. چراکه داده‌های زمانی به اندازه کافی کوچک را می‌توان ایستا فرض کرد [1] و فرض ایستا برای قسمت کوچکی از داده‌های نایستا فرض نادرستی نیست. در روش ارائه شده برای چهار قسمت داده، شامل بیشینه ابتدایی و انتهایی و کمینه ابتدایی و انتهایی، مدل واپس‌رو به کار گرفته می‌شود. از طرفی برای هر سری داده دوبار، یکی برای طول نقاط اکس‌ترم جدید و دیگری برای عرض نقاط اکس‌ترم جدید پیش‌بینی توسط مدل واپس‌رو انجام می‌گیرد. این فرآیند برای هر بار اجرای عملیات غربالگری تکرار می‌شود. البته اجرای این الگوریتم معمولاً تا دستیابی به مقدار باقیمانده نهایی در تجزیه مود تجربی امکان پذیر نیست. چرا که مقادیر باقیمانده پایانی شامل مودهای ذاتی انتهایی به اندازه کافی دارای اکس‌ترم برای استفاده در مدل واپس‌رو نیستند. لذا برای این شرایط که مقادیر باقیمانده به اندازه کافی اکس‌ترم ندارند، پیشنهاد می‌شود که همان روش آینه‌ای مورد استفاده قرار گیرد. به بیان دیگر، روش ارائه شده تلفیقی از مدل‌سازی لبه‌ها با مدل واپس‌رو در مودهای ذاتی فرکانس بالا و روش آینه‌ای در مودهای ذاتی فرکانس پایین است. در ادامه به مراحل اجرای الگوریتم ارائه شده برای کاهش خطای اثر لبه‌ها در هر فرآیند غربالگری به صورت خلاصه اشاره می‌شود:

- انتخاب چهار دسته اکس‌ترم: چند بیشینه ابتدایی، چند بیشینه انتهایی، چند کمینه ابتدایی و چند کمینه انتهایی.
- اعمال مدل واپس‌رو برای طول و عرض چهار دسته فوق به منظور پیش‌بینی مقادیر جدید طول و عرض.
- اعمال تابع اسپلاین و ادامه روند تجزیه مود تجربی با داده‌های بسط داده شده.

<sup>1</sup> Root Mean Square (RMS)

<sup>2</sup> Burg's AR estimation method

<sup>3</sup> Durbin's method



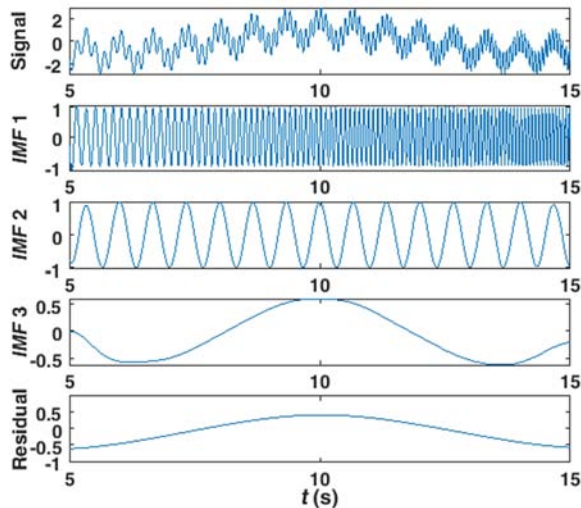


Fig. 6 IMFs for the second example signal obtained by employing mirror method

شکل 6 موده‌های ذاتی حاصل از روش آینه‌ای

سوم ظاهر شده است که از پدیده آمیختگی مودها برای این فرکانس تا حد زیادی جلوگیری شده است. به علاوه در تابع مود ذاتی سوم روش آینه‌ای، هنوز مقادیری از نویز مشاهده می‌شود. ظاهر مود چهارم روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای نیز از مود متناظر روش آینه‌ای (مود پنجم مناسب‌تر است). در فرکانس‌های پایین‌تر آمیختگی مودها در موده‌های ذاتی هر دو روش مشهود است. برای بررسی فرکانسی هر مود ذاتی، از تمامی موده‌های ذاتی (به جز مقدار باقیمانده) تبدیل فوریه سریع گرفته می‌شود. نتایج حاصل از این تبدیل برای روش آینه‌ای و روش ارائه شده به ترتیب در شکل 10 و شکل 11 آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مود فرکانس بالا در روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای تنها در مود ذاتی سوم و بدون آمیختگی مودها ظاهر شده در صورتی که در روش آینه‌ای در مود سوم و چهارم به صورت همزمان وارد شده است. در این مودها حدود 50 درصد مؤلفه فرکانس بالا در هر مود ظاهر شده است. در موده‌های پایین‌تر هر دو روش دچار مشکل آمیختگی مودها هستند. به طور کلی در نتایج روش ارائه شده، درحوزه فرکانس پراکندگی کمتری مشاهده می‌شود که ناشی از حذف بهتر نویز از سیگنال اصلی است.

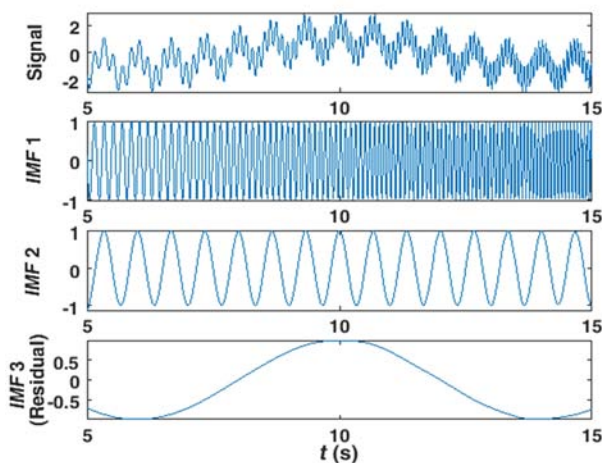


Fig. 7 IMFs for the second example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

شکل 7 موده‌های ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای پیشنهادی

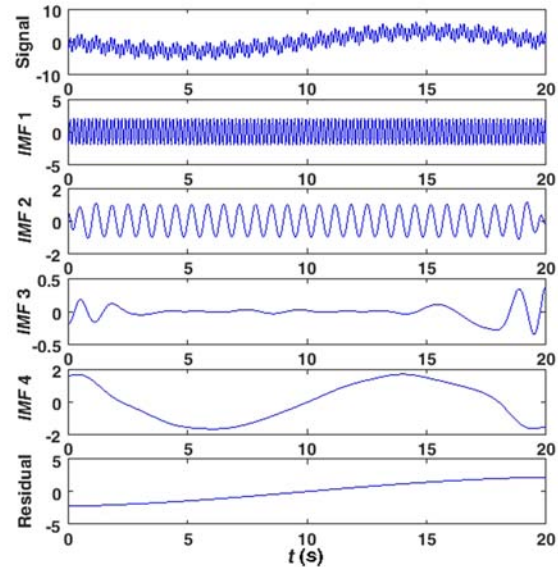


Fig. 4 IMFs for the first example signal obtained by employing mirror method

شکل 4 موده‌های ذاتی حاصل از روش آینه‌ای

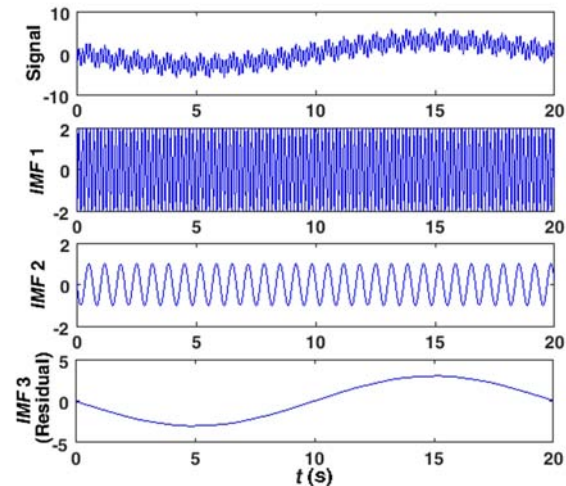


Fig. 5 IMFs for the first example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

شکل 5 موده‌های ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای پیشنهادی

خطای موجود در تفکیک موج‌های تشکیل دهنده است. از طرفی کیفیت مود سوم (مقدار باقیمانده) در روش ارائه شده بسیار بهتر از کیفیت مود سوم در روش آینه‌ای است.

مثال 3: تابع دلخواه زیر که از سه سیگنال فرکانس بالا، متوسط و پایین تشکیل شده است به عنوان مثال سوم در نظر گرفته می‌شود:

$$y = 2 \sin(2\pi t + 3) + 3 \cos(7\pi t) + 5 \cos(0.05\pi t) \quad (14)$$

حال فرض می‌شود که به سیگنال مورد نظر، نویز هم افزوده شود. نویز سفید با نسبت سیگنال به نویز 5 به کل سیگنال اضافه می‌شود. نتایج روش تجزیه مود تجربی با استفاده از روش آینه‌ای و موده‌های ذاتی حاصل از روش ارائه شده به ترتیب در شکل 8 و شکل 9 نمایش داده شده است.

در هر دو شکل موده‌های ذاتی اول و دوم مربوط به مقادیر نویز است. اما در روش آینه‌ای بالاترین فرکانس در هر دو مود ذاتی سوم و چهارم دیده می‌شود در صورتی که در روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای تنها در مود ذاتی

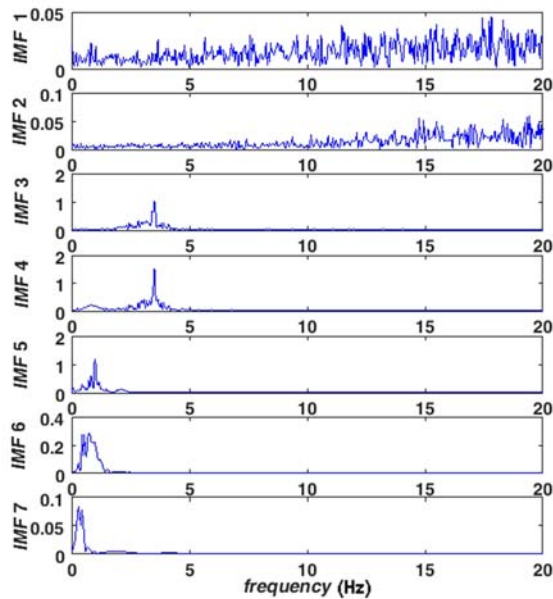


Fig. 10 FFT results of IMFs for the third example signal obtained by employing mirror method

شکل 10 تبدیل فوریه سریع موده‌های ذاتی حاصل از روش آینه‌ای

قالب چند مثال با شرایط نسبتاً متفاوت نشان داده شد که روش ارائه شده نتایج با دقت بالاتری نسبت به روش‌های مبتنی بر تقارن دارد. اثرات تصحیح پوش در لبه‌های توابع مود ذاتی به خوبی نمایان است. با استفاده از نتایج این روش، می‌توان با ترکیب توابع مود ذاتی اصلی (که دامنه قابل توجهی نسبت به توابع مود ناشی از خطای محاسباتی دارند) سیگنال اولیه را در شرایط بهتری نسبت به نتایج حاصل از روش آینه‌ای بازسازی کرد. در انتها، حالت واقعی‌تر با افزودن نویز سفید به سیگنال بررسی شد که مؤید نتایج قبلی است. در قالب این مثال، شرایط بهتر خاصیت حذف نویز روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای نسبت به روش آینه‌ای تنها با تصحیح مناسب‌تر توابع پوش به نمایش گذاشته شد.

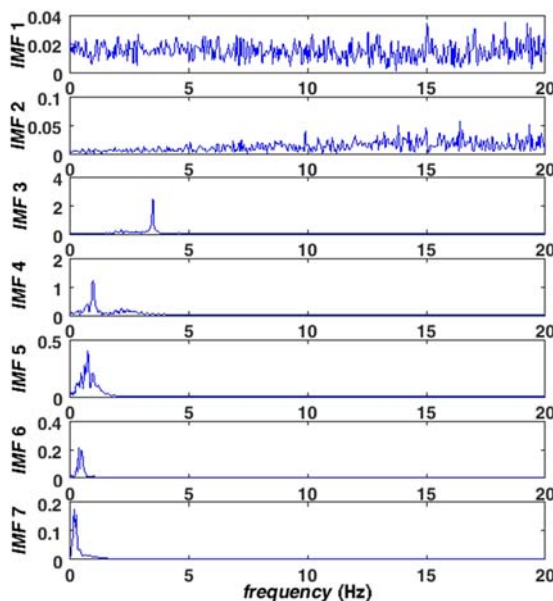


Fig. 11 FFT results of IMFs for the third example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

شکل 11 تبدیل فوریه سریع موده‌های ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای پیشنهادی

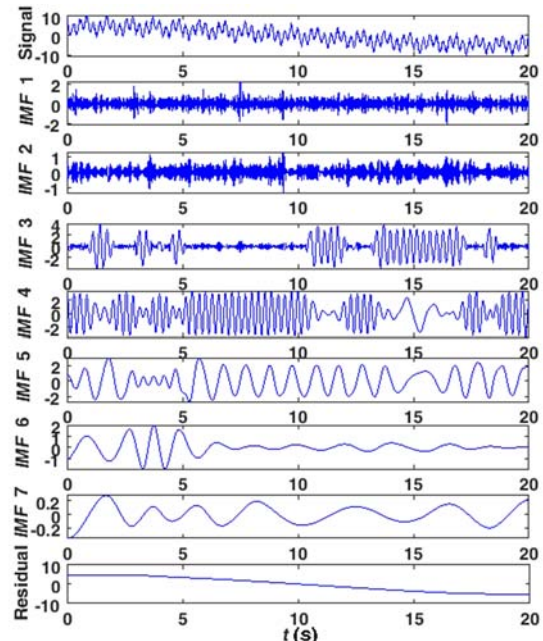


Fig. 8 IMFs for the third example signal obtained by employing mirror method

شکل 8 موده‌های ذاتی حاصل از روش آینه‌ای

### 5- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به یکی از خطاهای روش تجزیه مود تجربی یعنی خطای ناشی از اثرات لبه‌ها اشاره شد. روش‌های متعددی برای کاهش اثر این خطا ارائه شده است. روش جدیدی بر مبنای تلفیق مدل واپس‌رو و روش آینه‌ای ارائه شد که پیش‌بینی ادامه سیگنال (ادامه اکستریم‌های سیگنال) را برای قسمت کوچکی از لبه‌ها که فرض ایستا بودن برای آن قابل قبول است، بر پایه مدل واپس‌رو انجام می‌دهد. هم‌چنین، در قسمت‌هایی که به تعداد کافی اکستریم وجود ندارد، از همان روش‌های بر مبنای تقارن استفاده می‌کند. در

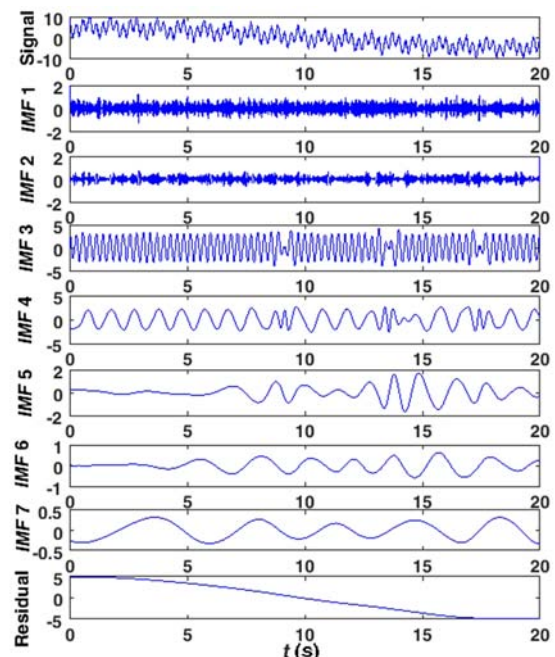


Fig. 9 IMFs for the third example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

شکل 9 موده‌های ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپس‌رو-آینه‌ای پیشنهادی

## 6- مراجع

- 16, pp. 9-21, London: World Scientific, 2014.
- [12] G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves, On empirical mode decomposition and its algorithms, *IEEE-EURASIP workshop on nonlinear signal and image processing*, IEEER, Vol. 3, pp. 8-11, 2003.
- [13] K. T. Coughlin, KK Tung, 11-year solar cycle in the stratosphere extracted by the empirical mode decomposition method, *Advances in space research*, Vol. 34, No. 2, pp. 323-329, 2004.
- [14] M. Dätig, T. Schlurmann, Performance and limitations of the Hilbert–Huang transformation (HHT) with an application to irregular water waves, *Ocean Engineering*, Vol. 31, No. 14, pp. 1783-1834, 2004.
- [15] F. Wu, L. Qu, An improved method for restraining the end effect in empirical mode decomposition and its applications to the fault diagnosis of large rotating machinery, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 314, No. 3, pp. 586-602, 2008.
- [16] Mar'ia E. Torres, Marcelo A. Colominas, Gast'on Schlotthauer, Patrick Flandrin, A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, 2011 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*.
- [17] Jinde Zhenga, Junsheng Chenga, Yu Yang, Partly ensemble empirical mode decomposition: An improved noise-assisted method for eliminating mode mixing, *Signal Processing*, Vol. 96, pp. 362–374, 2014.
- [18] Baoping Tang, Shaojiang Dong, Tao Song, Method for eliminating mode mixing of empirical mode decomposition based on the revised blind source separation, *Signal Processing*, Vol. 92, pp. 248–258, 2012.
- [19] N. E. Huang, ML. Wu, W. Qu, S. R. Long, S. SP Shen, Applications of Hilbert–Huang transform to non-stationary financial time series analysis, *Applied stochastic models in business and industry*, Vol. 19, No. 3, pp. 245-268, 2003.
- [20] T. Xiong, Y. Bao, Z. Hu, Does restraining end effect matter in EMD-based modeling framework for time series prediction? Some experimental evidences, *Neurocomputing*, Vol. 123, pp. 174-184, 2014.
- [21] P. MT. Broersen, Finite sample criteria for autoregressive order selection, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, Vol. 48, No. 12, pp. 3550-3558, 2000.
- [1] H. K. Kwok, D. L. Jones, Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform, *Signal Processing, IEEE Transactions*, Vol. 48, No. 10, pp. 2964-2972, 2000.
- [2] J. Lardies, M. N. Ta, M. Berthillier, Modal parameter estimation based on the wavelet transform of output data, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 73, No. 9-10, pp. 718-733, 2004.
- [3] R. G. Stockwell, L. Mansinha, R. P. Lowe, Localization of the complex spectrum: the S transform, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, Vol. 44, No. 4, pp. 998-1001, 1996.
- [4] M. T. Taner, F. Koehler, R. E. Sheriff, Complex seismic trace analysis, *Geophysics*, Vol. 44, No. 6, pp. 1041-1063, 1979.
- [5] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. C. Tung, H. H. Liu, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, Vol. 454, No. 1971, pp. 903-995, 1998.
- [6] M. Kurt, H. Chen, Y. S. Lee, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, Nonlinear system identification of the dynamics of a vibro-impact beam: Numerical results, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 82, No. 10-11, pp. 1461-1479, 2012.
- [7] W. Huang, Z. Shen, N. E. Huang, Y. C. Fung, Nonlinear indicial response of complex nonstationary oscillations as pulmonary hypertension responding to step hypoxia, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 96, No. 5, pp. 1834-1839, 1999.
- [8] B. M. Battista, C. Knapp, T. McGee, V. Goebel, Application of the empirical mode decomposition and Hilbert-Huang transform to seismic reflection data, *Geophysics*, Vol. 72, No. 2, pp. H29-H37, 2007.
- [9] J. C. Nunes, Y. Bouaoune, E. Delechelle, O. Niang, Ph. Bunel, Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition, *Image and vision computing*, Vol. 21, No. 12, pp. 1019-1026, 2003.
- [10] R. T. Rato, M. D. Ortigueira, A. G. Batista, On the HHT, its problems, and some solutions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, No. 6, pp. 1374-1394, 2008.
- [11] N. E. Huang, *Hilbert-Huang transform and its applications*, Vol.