مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15، ص‌ص 377-387

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل اثر روانکاری بر پایدارسازی رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده با مفصل لولای لقی‌دار

ساسان رحمانیان[1]، محمدرضا قضاوی[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
* تهران، صندوق پستی 111-14115، ghazavim@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 21 مرداد 1393
پذیرش: 04 مهر 1393
ارائه در سایت: 04 آبان 1393

کلید واژگان:
لولای لقیدار
مکانیزم لنگ- لغزنده
سیال روانکار
رفتار آشوبناک

چکیده

به‌طورکلی در تحلیل دینامیکی سیستم‌های مکانیکی مفاصل را به‌صورت ایده‌آل در نظر می‌گیرند، اما به‌دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات، وجود لقی در مفاصل امری اجتناب‌ناپذیر است که این موضوع باعث ایجاد برخوردهای مکرر میان میل محور و یاتاقان شده و رفتار متناوب پایدار سیستم به رفتاری آشوبناک تبدیل می‌شود. تنزل در عملکرد دینامیکی سیستم، کاهش طول عمر قطعات در اثر خستگی و تولید ارتعاشات نامطلوب همگی ازجمله عواملی هستند که در اثر اعمال نیروهای ضربه- تماس ناشی از لقی در مفصل نتیجه می‌شوند. در ابتدا مدل‌های مختلف نیروی تماس بین دو سطح معرفی شده و سپس، مدل دینامیکی مفصل لولای لقیدار برای دو حالت تماس خشک و مفصل روانکاری شده ارائه شده است. در این تحقیق، رفتار دینامیکی یک مکانیزم لنگ- لغزنده با لولای لقیدار در مفصل اتصال عضو لغزنده و میله رابط (شاتون)، با استفاده از مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک‌روش بررسی و نسبت به حالت ایده‌آل مقایسه شده است. با در نظرگرفتن اثر اصطکاک میان محور و یاتاقان معادلات حرکت حاکم بر سیستم برای دو فاز تماسی و غیرتماسی استخراج شده و مشاهده می‌شود که سیستم مفروض به ازای اندازه لقی مشخص، رفتاری آشوبناک از خود نشان می‌دهد. به‌منظور پایدارسازی یک مدار متناوب ناپایدار موجود در جذب‌کننده آشوبناک سیستم، از یک سیال روانکار در فاصله لقی میان میل محور و یاتاقان استفاده شده است.

Analysis of lubricant effect on stabilizing the dynamic behavior of slider-crank mechanism with revolute joint clearance

Sasan Rahmanian[1], Mohamadreza Ghazavi[1*]

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, ghazavim@modares.ac.i

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 August 2014
Accepted 26 September 2014
Available Online 26 October 2014

Keywords:
Joint clearance
slider- crank mechanism
fluid lubricant
chaotic behavior

ABSTRACT

In general, in dynamic analysis of mechanical systems joints are assumed to be ideal. However, due to errors in fabrication and assembly of components, existence of joints clearances is an inevitable problem that causes frequent collisions between the journal, and bearing and stable periodic behavior of the system becomes chaotic. Degradation of the dynamic performance of the system, reduction in fatigue life of components and producing undesirable vibrations are all factors resulting from impact-contact forces due to joint clearance. First, different contact force models for two surfaces have been introduced and dynamical models of revolute joint with clearance for two modes, namely, dry contact model and lubricated joint model are then presented. In this paper, the dynamic behavior of a slider-crank mechanism with a revolute joint clearance between the slider and connecting rod, using the Lankarani-Nikravesh contact force model is studied and compared to the ideal case. Considering the effect of friction between journal and bearing, governing equations of motion of the system for two phase, contact and non-contact modes are extracted and it is shown that system exhibits chaotic behavior under specified size of clearance. A fluid lubricant is used in clearance between journal and bearing for stabilizing an unstable periodic orbit embedded in the chaotic attractor.

1- مقدمه

اساساً مدل‌سازی دقیق سیستم‌های مکانیکی چند جسمی تأثیر بسزایی در طراحی، کنترل، بهینه‌سازی و شبیه‌سازی مکانیزم‌ها دارد. اغلب به‌منظور ساده‌سازی مدل دینامیکی از اثرات لقی، اصطکاک، برخورد و سایر پدیده‌های متناظر با یک مفصل واقعی صرف‌نظر می‌شود و مفاصل را به‌صورت ایده‌آل در نظر می‌گیرند. ازطرفی وجود لقی در مفاصل اتصال اجزاء تشکیل دهنده یک مکانیزم به‌دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات امری اجتناب‌ناپذیر است. لقی در مفصل لولا، موجب ایجاد حرکت نسبی بین میل محور و یاتاقان شده که در نهایت منجر به اعمال بارهای ضربه‌ای، سایش، ارتعاشات ناخواسته وکاهش طول عمر قطعات در اثر خستگی می‌شود.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

S. Rahmanian, M.R. Ghazavi, Analysis of lubricant effect on stabilizing the dynamic behavior of slider- crank mechanism with revolute joint clearance, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 15, pp. 377-387, 2015 (In Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.23.0]

سیستم‌های دینـــامیکی با اتصالات دارای لقی در حالت کلی رفتاری آشوبناک ازخود نشان می‌دهند، چرا که فاصله خلاصی موجود بین محور و یاتاقان باعث رخداد برخوردهای مکرر بین این دو عضو می‌شود، به‌گونه‌ای که این برخوردهای متوالی موجب می‌شوند تا پاسخ سیستم از حالت تناوب منظم خارج شود. از این جهت چنین سیستم‌هایی را که دارای رفتار تناوبی نامنظم هستند، سیستم‌های آشوبناک می‌نامند. یکی از ویژگی‌های سیستم‌های آشوبناک این است که پاسخ آن نسبت به شرایط اولیه و همچنین اندازه پارامترهای سیستم بسیار حساس است. در این تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی عددی معادلات حرکت نشان داده شده است که به ازای مقدار خاصی از اندازه لقی، مدار متناوب[1] سیستم، ناپایدار گشته و فضای فاز متناظر با آن دارای جذب‌کننده عجیب[2] می‌باشد. در ادامه مشاهده می‌شود که حضور سیال روانکار در فضای لقی میان محور و یاتاقان، مانع از ایجاد تماس فلز با فلز شده، که این امر موجب پایدار شدن رفتار متناوب سیستم می‌شود.

فردنشتین و دوباسکی [1] در سال 1971 اثر لقی در اتصال میان محور و یاتاقان را با استفاده از مدل نیروی تماس کلوین-وُیت بیان کرده و به بررسی رفتار دینامیکی آن پرداختند، همچنین نشان دادند که فاصله خلاصی موجود به چه صورت باعث کاهش پایداری دینامیکی حرکت محور درون یاتاقان می‌شود. ارلس و وو [2] در سال 1973 با استفاده از معادلات لاگرانژ و مدل لینک بدون جرم، لقی موجود در مفصل لولای یک مکانیزم چهار میله را مدل کرده و به بررسی رفتار دینامیکی مکانیزم پرداختند. این دو در سال‌های 1975 و 1977 به بررسی شرایطی پرداختند که طی آن، امکان قطع‌تماس دائم میان میل محور و یاتاقان پدید می‌آید. ویلسون و فاکِت [3] در سال 1974 با فرض وجود لقی در یاتاقان‌های یک مکانیزم لنگ- لغزنده با استفاده از مدل نیروی تماس هانت و کراسلی معادلات حرکت سیستم را به دست آوردند و اثر سرعت توزیع جرم بین اجزای مختلف مکانیزم را روی عملکرد سازوکار لنگ- لغزنده بررسی کردند.

راجر و اندرس [4] در سال 1977 یک مدل ریاضی به‌منظور بیان لقی در مفصل لولا ارائه دادند که در مدل آن‌ها اثرات الاستیک اتصال و روغن‌کاری نیز در نظرگرفته‌شده است، که در این مدل، نیروی هیدرودینامیک روانکاری تنها با احتساب حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان بیان گشته است. دوباسکی و موئنینگ [5] در سال 1978 با معرفی عضوهای مکانیزم به‌صورت انعطاف‌پذیر[3]، اندازه نیروهای ضربه- تماسی[4] میان محور و یاتاقان را تا حد زیادی کاهش دادند. آن‌ها همچنین مشاهده کردند که نویز و ارتعاشات ناشی از وجود نیروهای ضربه‌ای با معرفی سیستم به‌صورت انعطاف‌پذیر تا حد قابل‌توجهی کاهش می‌یابد. هاینس [6] در سال 1980 معادلات حرکت حاکم بر سیستم محور- یاتاقان دارای لقی را بدون درنظرگرفتن اثر روانکار استخراج کرد. او همچنین با انجام یک مطالعه تجربی بر رفتار دینامیکی مفصل لولا، بهازای مقادیر مختلف لقی، مشاهده کرد که تحت اعمال بار استاتیکی، تغییر شکل ایجادشده متناظر با حالت تماس خشک[5] به‌مراتب بیشتر از مقدار پیش‌بینی‌شده می‌باشد. فارانکی و شاوٌ [7] در سال 1994 با بررسی رفتار یک مکانیزم چهارمیله، نشان دادند که در برخی از مقادیر اصطکاک و سرعت ورودی لنگ، رفتار سیستم آشوبناک خواهد بود. ری و آکِی [8] در سال 1996 با استفاده از مدل نیروی تماس گسسته[6] عملکرد یک مکانیزم چهارمیله را با فرض وجود لقی در اتصالات، بررسی کردند.

1- Periodic orbit
2- Strange attractor
3- Flexible linkage
4- Impact-contact forces
5- Dry contact mode
6- Discrete contact force model

در سال 2005 آلشیر [9] به تحلیل رفتار یک مکانیزم لنگ- لغزنده پرداخت و نتایج به‌دست‌آمده را برای دو حالت اصطکاک خشک و یاتاقان روانکاری شده، تنها با احتساب حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان،باهم مقایسه کرد. ارکایا و اوزمای [10] در سال 2009 اثرات مخرب مفصل لقیداررا در تولید مسیر حرکت یک مکانیزم و همچنین کیفیت انتقال حرکت از یک عضو به عضو دیگر بررسی کردند. آن‌ها مکانیزم‌های چهار میله و لنگ- لغزنده با لولای لقیدار را به‌عنوان مدل خود درنظرگرفتند و یک روش بهینه برای کاهش میزان انحراف مسیر حرکت مکانیزم و همچنین کاهش میزان انحراف زاویه انتقال از حالت ایده‌آل ارائه کردند.

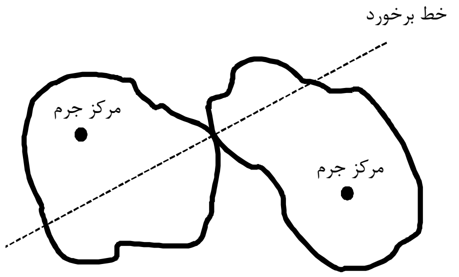
ژنگ و یانگ [11] در سال 2013 با استفاده از مدل سایش آرچارد، به شبیه‌سازی عددی پدیده سایشدر یک مکانیزم چهارمیله با مفصل لولای لقیدار پرداختند.گریگُری و کاتیا [12] در سال 2011، یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده دارای لولای روانکاری شده، ارائه دادند. به‌منظور تحلیل دقیق‌تر دینامیک سیستم، دو حالت مختلف از حرکت محور داخل یاتاقان در نظر گرفته شد. حالت اول، هنگامی که محور به‌صورت معلق درون سیال روانکار باقی می‌ماند و نیروهای هیدرودینامیکی بر مجموعه محور و یاتاقان اعمال می‌شود. حالت دوم، زمانی است که محور از ضخامت لایه سیال عبور کرده و در تماس با سطح یاتاقات قرار می‌گیرد. تیان و همکاران [13] در سال 2010، اثر لینک انعطاف‌پذیر و لولای روانکاری شده را به صورت مجزا، با استفاده از یک روش محاسباتی جدید، بر عملکرد همین مکانیزم مورد مطالعه قرار دادند.

کوشی و همکاران [14] در سال 2013 تأثیر سرعت ورودی لنگ و اندازه لقی را بر پاسخ دینامیکی همین مکانیزم موردبررسیقراردادند و نشان دادند که با افزایش این دو پارامتر حداکثر دامنه شتاب لغزنده نیز افزایش می‌یابد. ویتور و همکاران [15] در سال 2014 با در نظر گرفتن اثر شتاب لایه‌ی روانکار بر حرکت مکانیزم، به یک مدل جدید از نیروهای هیدرودینامیکی دست یافتند و مشاهده کردند که مدل حاصله، برای تمام مدت زمان شبیه‌سازی مناسب نمی‌باشد. لی [16] در سال 2014 با به‌کارگیری از یک روش عمومی، به تحلیل دینامیک ضربه در سسیستم‌های مکانیکی صفحه‌ای دارای یاتاقان ساچمه کروی پرداخت. موونگی و همکاران [17] در سال 2013 با فرض وجو لقی در دو مفصل لولا به صورت هم‌زمان، رفتار دینامیکی مکانیزم را بررسی کرد.

هدف از این پژوهش، تحلیل و شبیه‌سازی عددی رفتار دینامیکی یک مکانیزم لنگ- لغزنده دارای لقی در مفصل اتصال عضو لغزنده و شاتون می‌باشد، به‌گونه‌ای که در مدل‌سازی نیروی تماس میان محور و یاتاقان، از مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک‌روش و به هنگام مدل‌سازی نیروی اصطکاک از رویکرد آمبروزیو استفاده شده است. همچنین به‌منظور پایدارسازی یک مدار متناوب ناپایدار[7]موجود در جذب کننده آشوبناک[8] سیستم، از اثر سیال روانکار و نیروهای هیدرودینامیکی بهره‌برداری شده است.

یک نمونه متداول از کاربرد این مکانیزم در موتورهای دیزلی و بنزینی یـافت می‌شود که در آن فشار گاز پشت پیستون به این عضو نیرو وارد می‌کند. از این مکانیزم به‌عنوان کمپرسور هوا نیز استفاده می‌شود که در این صورت برای حرکت لنگ از یک الکتروموتور یا موتور بنزینی استفاده شده تا پیستون به‌موجب آن توان تراکم هوا را داشته باشد. از دیدگاه تحلیل واکنش‌های احتراقی داخل سیستم سیلندر- پیستون، مشخص بودن رفتار دینامیکی دقیق این مکانیزم ازجمله سرعت و شتاب لغزنده (پیستون) بسیار حائز اهمیت است.

7- Unstable periodic orbit
8- Chaotic attractor



شکل 1 حالت عمومی برخورد دو جسم

2- فرآیند تماس

«تماس» واژه‌ای پیچیده است که اغلب به‌صورت مکرر به‌جای واژه برخورد مورداستفاده قرار می‌گیرد. پدیده تماس ذاتاً به فرآیند پیوسته‌ای دلالت می‌کند که در مدت‌زمان محدود رخ می‌دهد. برخورد بین دو جسم توسط نیروهای عکس‌العمل بزرگ به همراه تغییرات در بردار سرعت دو جسمِ در حال برخورد تعریف می‌شود، به همین دلیل اجسام در معرض تغییر شکل الاستیک و یا پلاستیک قرار می‌گیرند و به طرق مختلف مقداری از انرژی مکانیکی خودرا از دست می‌دهند. حالت کلی برخورد بین دو جسم در شکل 1 نشان داده‌شده است.

به‌طور کلی دو رویکرد متفاوت برای تحلیل فرآیند تماس و برخورد وجود دارد. دررویکرد اوّل که با نام مدل نیروی تماس گسسته شناخته می‌شود فرض بر این است که کنش و واکنش بین دو جسم در حال برخورد در یک آن، اتفاق می‌افتد به‌گونه‌ای که در حین برخورد اجزای مختلف سیستم مکانیکی جابه‌جایی را تجربه نمی‌کنند. در رویکرد دوّم که همان مدل‌سازی پیوسته نیروی تماس می‌باشد، نیروی برخورد به‌صورت تابعی پیوسته از نفوذ نسبی نقاط برخورد دو جسم، در نظر گرفته می‌شود که بامعرفی دو المان مکانیکی فنر و دمپر در محل برخورد دو عضو معرفی می‌شود.

3- مدل‌های مؤلفه عمودی نیروی تماس

هرتز [18] اولین شخصی بود که تنش‌های تماسی بین دو جسم کاملاً الاستیک را بررسی کرد. در مدل هرتز سطح تماس بین دو جسم به‌طورکلی، به‌شکل بیضی تخمین زده شده است، همچنین این قانون منحصر به تماس میان دو کره با سطوح بدون اصطکاک است که توسط رابطه (1) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n \tag{1}$$

که درمعادله فوق K سفتی معادل، δ نفوذ نسبی و توان n تابعی از توزیع تنش‌های تماسی می‌باشد که به جنس ماده و ویژگی‌های هندسی ناحیه تماس بستگی دارد و به‌طور کلی برای مواد فلزی 1/5 در نظر گرفته می‌شود و برای اجسام متشکل از مواد دیگر می‌تواند کمتر یا بیشتر باشد. برای دو کره ایزوتروپیک، سفتی تماس تابعی از شعاع و خواص مکانیکی آن‌ها می‌باشد که در رابطه (2) معرفی شده است.

$$K = \frac{4}{3(\sigma_i+\sigma_j)}\sqrt{\left(\frac{R_iR_j}{R_i+R_j}\right)} \tag{2}$$

در رابطه (2) σ_i و σ_j توابعی از خواص مکانیکی مواد می‌باشند و به‌شکل رابطه (3) تعریف می‌شوند.

$$k=i,j\ ,\quad \sigma_k = \frac{1-\upsilon_k^2}{E_k} \tag{3}$$

در معادله فوق υ نسبت پواسن و E مدول یانگ است. می‌بایست به این نکته مهم توجه داشت که در روابط فوق، برای سطوح مقعر شعاع با علامت منفی و برای سطوح محدب شعاع با علامت مثبت وارد می‌شود.

همان‌طور که مشاهده شد که مدل نیروی تماس الاستیک خالص مقدار انرژی تلف شده در سیستم‌های مکانیکی را که مشخصه‌ای از پدیده برخورد می‌باشد، به‌حساب نمی‌آورد. این موضوع باعث شد تا بسیاری از محققان با گسترش مدل هرتز، اتلاف انرژی را در حین فرآیند برخورد به‌صورت اثر یک دمپر داخلی در نظر بگیرند. هانت و کراسلی [19] به این نتیجه رسیدند که ضرایب میرایی در مورد برخوردهای همراه با لرزش، می‌بایست متناسب با توان نیروی فنر باشد. بنابراین آنان نیروی تماس الاستیک خالص هرتز را با یک المان ویسکوالاستیک غیرخطی ترکیب کردند که به‌صورت رابطه (4) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n + \chi\delta^n\dot{\delta} \tag{4}$$

در رابطه فوق $\dot{\delta}$ سرعت نفوذ نسبی و پارامتر χ ضریب میرایی پسماند نامیده شده که به‌صورت رابطه (5) تعریف می‌شود.

$$\chi = \frac{3(1-c_r)}{2}\frac{K}{\dot{\delta}^{(-)}} \tag{5}$$

در روابط فوق، سفتی K با استفاده از معادلات (2) و (3) قابل محاسبه است، c_r ضریب استرداد و $\dot{\delta}^{(-)}$ بیان‌کننده سرعت نسبی نفوذ درست در لحظه شروع برخورد می‌باشد یا به عبارتی همان سرعت نسبی برخورد اولیه است، توان n نیز به همان صورت قبل تعریف می‌شود.

درنهایت با ادغام روابط (4) و (5) مدل نیروی تماس هانت و کراسلی با رابطه (6) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n\left[1+\frac{3(1-c_r)}{2}\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}^{(-)}}\right] \tag{6}$$

یکی از معروف‌ترین مدل‌های نیروی تماس که به‌صورت مکرر در سیستم‌های دینامیکی چند جسمی دارای پدیده برخورد مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدل آقای انلنـکرانیونیک روش [20] می‌باشد. در این مدل آن‌ها با مساوی هم قرار دادن تغییرات انرژی جنبشی نسبی دو جسم در حال برخورد و مقدار دمپینگ داخلی سیستم در حین فرآیند برخورد، تعریف جدیدی از ضریب دمپینگ پسماند ارائه کردند. با در نظر گرفتن انرژی جنبشی نسبی دو جسم، قبل و بعد از برخورد، مقدار انرژی جنبشی از دست رفته را به‌صورت تابعی از ضریب بازگشت و سرعت نفوذ اولیه به‌دست آوردند. مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک روش به‌صورت رابطه (7) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n\left[1+\frac{3\left(1-c_r^2\right)}{4}\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}^{(-)}}\right] \tag{7}$$

به‌طور کلی این مدل برای اغلب تماس‌های مکانیکی، مطلوب و رضایت بخش می‌باشد، به‌ویژه در مواردی که اتلاف انرژی در حین تماس در مقایسه با ماکسیمم انرژی الاستیک جذب شده نسبتاً کم باشد. این بدان معنا است که معادله (7) عمدتاً برای ضرایب بازگشت نزدیک به یک معتبر است. لنکرانی و نیک‌روش در ادامه تحقیقاتشان مدل نیروی تماس را برای حالت تغییر شکل پلاستیکی دائم که در سرعت‌های بالای برخورد اتفاق می‌افتد گسترش دادند.

نیروی اصطکاک نیز هنگامی‌که مؤلفه مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد مخالف صفر است، بر سیستم اثر می‌کند. آمبرُزیو [21] مدل اصلاح شده‌ای ازقانون اصطکاک کلمب[1] را به‌شکل رابطه (8) بیان کرد.

$$\vec{f}_t = -c_f c_d F_n \frac{\vec{V}_t}{\left|\vec{V}_t\right|} \tag{8}$$

1- Coulomb friction law

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.23.0]

که در رابطه فوق c_d ضریب تصحیح دینامیکی بوده و از رابطه (9) محاسبه می‌شود.

$$c_d = \begin{cases} 0 \;, v_t < v_0 \\ \dfrac{v_t - v_0}{v_1 - v_0} \;, v_0 \le v_t \le v_1 \\ 1 \;, v_t > v_1 \end{cases} \qquad (9)$$

درمعادله فوق v_0 و v_1 تلورانس‌های مؤلفه مماسی سرعت نسبی می‌باشند و باتوجه به حداکثر و حداقل سرعت نسبی مماسی نقاط برخورد در حالت بدون اصطکاک در نظر گرفته می‌شوند. ضریب تصحیح دینامیکی مانع از تغییر جهت ناگهانی نیروی اصطکاک در محدوده سرعت مماسی صفر می‌شود.

4- مدل دینامیکی مفصل لولای دارای لقی

4-1- مدل تماس خشک

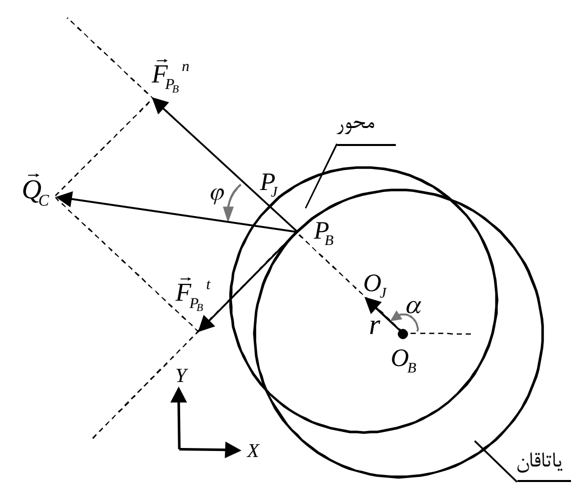
درحالت کلی حرکت محور داخل یاتاقان شامل سه فاز حرکتی می‌باشد [22،14] فاز اول، ضربه و بازگشت، که این حالت درست در لحظه شروع برخورد و بلافاصله بعد از پایان برخورد می‌باشد که در هر دو مورد سطح خارجی محور و سطح داخلی یاتاقان در نقطه برخورد، تنها بر یکدیگر مماس می‌باشند به‌گونه‌ای که نفوذ نسبی در این فاز برابر صفر است. فاز دوّم، فازی است که در آن دیواره یاتاقان و سطح خارجی میلمحور در تماس با هم هستند و در این حالت مقداری نفوذ نسبی بین محور و یاتاقان وجود دارد و فاز سوّم که میلمحور به صورت آزادانه و معلق در فضای لقی حرکت می‌کند، در این فاز نفوذ نسبی مقـداری منفی می‌باشد. با توجه به آنچه پیش‌تر اشاره شد به هنگام استفاده از مدل‌سازی گسسته جهت محاسبه نیروهای ناشی از برخورد، فاز دوّم حرکت محور نسبت به یاتاقان هرگز مشاهده نخواهد شد.

شکل 2 مفصل لولای دارای لقی را نشان می‌دهد. اختلاف شعاع محور و یاتاقان به‌عنوان اندازه لقی شعاعی معرفی می‌شود. هنگامی‌که لقی در مفصل تعریف شود، دو قید سینماتیکی از سیستم حذف و به‌جای آن دو درجه آزادی به سیستم اضافه می‌شود.

در نتیجه دینامیک مفصل از طریق نیروی تماسی میان محور و یاتاقان کنترل می‌شود به‌گونه‌ای که این نیرو در راستای عمود بر سطح تماس دو جسم می‌باشد. بنابراین لقی به‌صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$c = R_B - R_J \qquad (10)$$

در رابطه فوق R_B و R_J به ترتیب شعاع یاتاقان و محور، و c اندازه لقی می‌باشد.



شکل 2 مؤلفه‌های عمودی و مماسی نیروی تماس وارد بر یاتاقان

تماس میان محور و یاتاقان زمانی برقرار خواهد بود که شرط ارایه شده در رابطه (11) صادق باشد.

$$\delta = r - (R_B - R_J) \ge 0 \qquad (11)$$

در رابطه فوق r اندازه بردار موقعیت مرکز میلمحور نسبت به مرکز یاتاقان را توصیف می‌کند. باتوجه به‌شکل 2، $\vec{r}_{P_3}$ و $\vec{r}_{P_4}$ به‌ترتیب بردارهای مکان نقاط P_3 و P_4 در دستگاه مختصات اینرسی می‌باشند و به‌صورت رابطه (12) تعریف می‌شوند.

$$\vec{r}_{P_3} = \vec{r}_{O_3} + \vec{r}_{P_3/O_3} \qquad \text{(12-الف)}$$

$$\vec{r}_{P_4} = \vec{r}_{O_4} + \vec{r}_{P_4/O_4} \qquad \text{(12-ب)}$$

با تفریق معادلات فوق و مشتق‌گیری نسبت به زمان، بردار سرعت نسبی نقاط برخورد به‌صورت رابطه (13) محاسبه می‌شود.

$$\vec{v}_{P_3/P_4} = -\dot{r}\vec{n} + \left(\omega_3 R_B - \omega_4 R_J - r\dot{\alpha}\right)\vec{t} = \vec{v}_n + \vec{v}_t \qquad (13)$$

در رابطه (13) $\vec{v}_n$ و $\vec{v}_t$ به‌ترتیب بیانگر مؤلفه عمودی و مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد می‌باشند و α جهت‌گیری بردار $\vec{r}$ را از امتداد مثبت محور x نشان می‌دهد. محور و یاتاقان نیز به‌ترتیب دارای سرعت زاویه‌ای ω_4 و ω_3 هستند.

نیروی برآیند ناشی از برخورد میان محور و یاتاقان که ازطرف عضو 4 (محور) به عضو 3 (یاتاقان) اعمال می‌شود، به‌شکل معادله (14) قابل محاسبه خواهد بود.

$$Q_C = K\sqrt{1 + c_f{}^2 c_d{}^2}\left(r - \left(R_B - R_J\right)\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(1 + \frac{3\left(1 - c_r{}^2\right)}{4}\frac{\dot{r}}{\dot{r}^{(-)}}\right) \qquad (14)$$

ψ جهت‌گیری نیروی Q_C، از جهت مثبت محور x می‌باشد که از رابطه (15) به‌دست می‌آید.

$$\varphi = \tan^{-1}\left(-c_f c_d \frac{\omega_3 R_B - \omega_4 R_J - r\dot{\alpha}}{\left|\omega_3 R_B - \omega_4 R_J - r\dot{\alpha}\right|}\right) \quad \psi = \alpha + \varphi \qquad (15)$$

باتوجه به‌شکل 3، دوپارامتر r و α به‌صورت رابطه‌های (16) و (17) بیان می‌شوند.

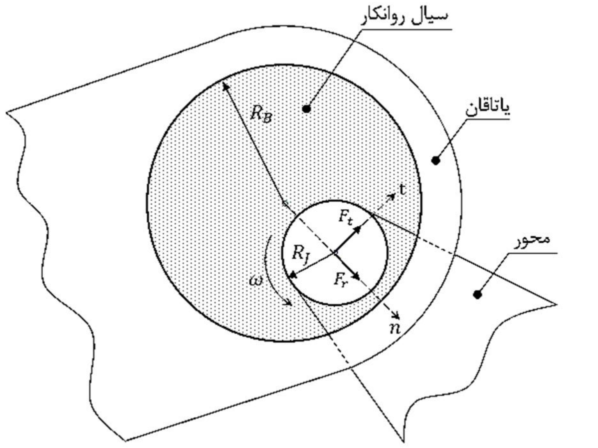
$$r = \left(\left(\overline{x}_4 - L_2\cos\theta_2 - L_3\cos\theta_3\right)^2 + \left(L_2\sin\theta_2 + L_3\sin\theta_3\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (16)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-L_2\sin(\theta_2) - L_3\sin(\theta_3)}{\overline{x}_4 - L_2\cos(\theta_2) - L_3\cos(\theta_3)}\right) \qquad (17)$$

با مشتق‌گیری از معادلات (16) و (17) نسبت به زمان، $\dot{r}$ و $\dot{\alpha}$ نیز به‌ترتیب قابل محاسبه می‌باشند (پیوست الف ملاحظه شود).

به هنگام فرض تماس خشک (بدون روانکار)، نیروی Q_C محاسبه‌شده در فوق، تنها زمانی که محور و یاتاقان در تماس با یکدیگر می‌باشند بر آن‌ها اعمال می‌شود و در فاز غیرتماسی مقدار این نیرو برابر صفر است. بنابراین انتگرال‌گیری عددی از معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم، می‌بایست در دو فاز مختلف تماسی و غیرتماسی انجام پذیرد. از این جهت، به هنگام تحلیل رفتار دینامیکی سیستم‌های مکانیکی چندجسمی که در آن‌ها فرآیند برخورد اتفاق می‌افتد، به‌دلیل وجود پارامتر $\dot{\delta}^{(-)}$، شناسایی لحظه دقیق شروع برخورد بسیار حائز اهمیت است. بر این اساس شبیه‌سازی عددی معادلات حرکت می‌بایست با استفاده از الگوریتم گام زمانی متغیر صورت پذیرد[23].

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.23.0]



شکل 3 مؤلفه‌های عمودی و مماسی نیروی هیدرودینامیکی در مفصل لولای لقی‌دار

4-2- مدل لولای روانکاری شده

مطابق شکل 3 هنگامی‌که فضای لقی میان محور و یاتاقان از سیال روانکار پر می‌شود، یک نیروی مقاوم هیدرودینامیکی در خلاف جهت حرکت محور، بر آن اعمال می‌شود. این نیروی هیدرودینامیکی، از دو عمل گوه‌ای شدن[1] و فشرده شدن[2] لایه‌ی نازک سیالِ میان محور و یاتاقان ناشی می‌شود. عمل فشرده شدن سیال به‌دلیل وجود حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان حاصل می‌شود درحالی‌که عمل گوه‌ای شدن روانکار ناشی از حرکت نسبی دورانی میل محور نسبت به یاتاقان و کشیده شدن لایه سیال صورت می‌پذیرد.

مقدار نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر محور و یاتاقان به خواص روغن، و حرکت محور نسبت به یاتاقان بستگی دارد. همان‌طور که در شکل 3 نشان داده شده است، این نیرو به دو مؤلفه عمودی (اثر فشرده شدن) و مماسی (گوه‌ای شدن) تقسیم می‌شود. به طریق مشابه، برای تحلیل دینامیکی یک سیستم مکانیکی دارای لولای روانکاری شده، می‌بایست این دو مؤلفه نیروی فوق را به معادلات حرکت حاکم بر سیستم افزود.به‌منظور محاسبه نیروی هیدرودینامیکی گسترش‌یافته توسط میدان فشار سیال موجود میان محور و یاتاقان، از معادله رینولدز استفاده می‌شود[24].

برای یک سیال تراکم ناپذیر به‌عنوان ماده روانکار در یک سیستم محور و یاتاقان، به‌گونه‌ای که هیچ‌گونه تغییر شکل الاستیک در آن‌ها رخ ندهد، معادله رینولدزبه‌صورت رابطه (18) نوشته می‌شود[26،25].

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial Z}\right)=6U\frac{\partial h}{\partial X}+12\frac{\partial h}{\partial t} \tag{18}$$

که در رابطه فوق h ضخامت فیلم سیال، p میدان فشار، μ ویسکوزیته سیال، U سرعت نسبی مماسی، X و Z به ترتیب بیان‌کننده راستای شعاعی و محوری یاتاقان می‌باشند. دو جمله سمت راست معادله (18) به ترتیب اثر گوه‌ای شدن و فشرده شدن لایه‌ی نازک سیال را نشان می‌دهند.

معادله رینولدز (18)، یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی خطی، غیرهمگن و از نوع بیضوی می‌باشد که به‌دست آوردن حل دقیق آن دشوار است، و به‌طورکلی نیازمند روش‌های حل عددی می‌باشد. اما بااین‌حال حل تحلیلی معادله رینولدز با حذف هریک از جملات سمت چپ معادله امکان‌پذیر می‌باشد، به‌گونه‌ای که با مساوی صفر قرار دادن جمله اول سمت چپ معادله (18)، پاسخ به‌دست‌آمده متناظر با سیستم محور- یاتاقان بی‌نهایت کوتاه[3]، و با حذف جمله دوم از سمت چپ معادله (18) پاسخ حاصله متناظر با سیستم محور-یاتاقان بی‌هایت بلند[4] می‌باشد. در بسیاری از موارد کاربردی از رویکرد سیستم محور-یاتاقان بی‌نهایت بلند استفاده می‌شود، به‌گونه‌ای که توزیع فشار سیال در راستای طولی یاتاقان یکنواخت در نظرگرفته می‌شود. این حالت برای نسبت طول به قطر یاتاقان بزرگ‌تر از 2 معتبراست ($L_B/D_B>2$). بنابراین معادله رینولدز به‌صورت رابطه (19) می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial X}\right)=6U\frac{\partial h}{\partial X}+12\frac{\partial h}{\partial t} \tag{19}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (19)، میدان فشار به‌صورت رابطه (20) محاسبه می‌شود[24].

$$p=6\mu\left(\frac{R_J}{c}\right)^2\left\{\frac{(\omega-2\dot{\alpha})(2+\varepsilon\cos\theta)\varepsilon\sin\theta}{(2+\varepsilon^2)(1+\varepsilon\cos\theta)^2}+\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon}\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\theta)^2}-\frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\right]\right\} \tag{20}$$

که در رابطه فوق θ مختصه زاویه از شروع ناحیه فشار مثبت، ε نسبت خروج از مرکز، $\dot{\varepsilon}$ نرخ تغییرات نسبت خروج از مرکزی می‌باشد.

معادله (20) به‌منظور محاسبه توزیع فشار در یک سیستم محور و یاتاقان تحت بار هیدرودینامیکی به‌صورت تابعی از پارامترهای فیزیکی و هندسی آن مورداستفاده قرار می‌گیرد. مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی ناشی از میدان فشار برآیند در دو راستای عمودی و مماسی قابل‌محاسبه می‌باشند. این مؤلفه‌ها با انتگرال‌گیری از میدان فشار فوق، بر نصف محیط دورتادور میل محور ($0<\theta<\pi$)، جایی که توزیع فشار مقداری مثبت می‌باشد، صورت می‌پذیرد، چراکه در ناحیه باقی‌مانده سیال دچار پدیده کاویتاسیون[5] گشته و ناحیه‌ای فشار منفی ایجاد می‌کند. این فرض به‌عنوان شرایط مرزی گامبل[27] شناخته می‌شود. درنهایت مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی در امتداد شعاعی و عمود بر آن به‌صورت روابط (21) تا (24) محاسبه می‌شود[25،16]. برای $\dot{\varepsilon}>0$:

$$F_r=-\frac{\mu L_B R_J^{\,3}}{c^2}\frac{6\dot{\varepsilon}}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{3/2}}\left(4k\varepsilon^2+(2+\varepsilon^2)\pi\frac{k+3}{k+3/2}\right) \tag{21}$$

$$F_t=\frac{\mu L_B R_J^{\,3}}{c^2}\frac{6\pi\varepsilon(\omega-2\dot{\alpha})}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\frac{k+3}{k+3/2} \tag{22}$$

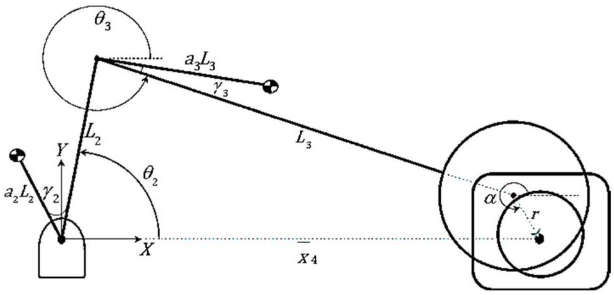
و برای $\dot{\varepsilon}<0$:

$$F_r=-\frac{\mu L_B R_J^{\,3}}{c^2}\frac{6\dot{\varepsilon}}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{3/2}}\left(4k\varepsilon^2-(2+\varepsilon^2)\pi\frac{k}{k+3/2}\right) \tag{23}$$

$$F_t=\frac{\mu L_B R_J^{\,3}}{c^2}\frac{6\pi\varepsilon(\omega-2\dot{\alpha})}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\frac{k}{k+3/2} \tag{24}$$

در معادلات فوق، ω به‌عنوان سرعت زاویه میل محور نسبت به یاتاقان و سایر پارامترها نیز همانند قبل تعریف می‌شوند.

1- Wedge effect
2- Squeeze effect
3- Infinity short journal- bearing
4- Infinity long journal- bearing
5- Cavitation phenomenon



شکل 4 دیاگرام سینماتیکی مکانیزم لنگ- لغزنده دارای لقی در اتصال بین لغزنده و میله رابط

پارامترهای ω، ε، $\dot{\varepsilon}$، α و $\dot{\alpha}$ را می‌توان در هرلحظه از زمان، از تحلیل دینامیکی سیستم مکانیکی به‌دست آورد، سپس با استفاده از معادلات (21) و (22) مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی محاسبه گشته و به‌عنوان نیروهای خارجی تعمیم‌یافته به معادلات حرکت مکانیزم افزوده می‌شوند.

5- معادلات حرکت مکانیزم لنگ - لغزنده بامفصل لولای لقی دار

دراین قسمت با فرض وجود لقی در مفصل اتصال عضو لغزنده و میله رابط، معادلات حرکت مکانیزم لنگ-لغزنده در قالب یک سیستم مقید سه درجه آزادی به‌دست خواهد آمد. برای یک سیستم چند جسمی مقید، معادلات قیدی توسط مجموعه‌ای از معادلات جبری هولونومیک[1] به‌صورت رابطه (25) بیان می‌شود.

$$\{\varphi(q,t)\}_{R\times1}=0 \tag{25}$$

در رابطه فوق $q=[\theta_2;\bar{x}_2;\bar{y}_2;\theta_3;\bar{x}_3;\bar{y}_3;\bar{x}_4]$ بردار مختصات تعمیم یافته و t متغیر مستقل زمان است. معادلات حرکت یک سیستم مقید را در حالت کلی می‌توا ن به‌شکل رابطه (26) نوشت.

$$\begin{pmatrix} M & \varphi_q^T \\ \varphi_q & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \lambda_L \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} F \\ Q_d-2\alpha_b\dot{\varphi}-\beta^2\varphi \end{pmatrix};$$

$$Q_d=\varphi_{qq}\dot{q}^2-2\varphi_{qt}\dot{q}-\varphi_{tt} \tag{26}$$

در معادله فوق، M ماتریس جرم، $\ddot{q}$ بردار شتاب سیستم و F بردار نیروهای خارجی سیستم می‌باشند که با نوشتن معادلات لاگرانژ به‌دست می‌آیند. همچنین λ_L بردار متشکل از R ضریب نامعین لاگرانژ ،مرتبط با R معادله محدودیت مستقل است. α_b و β به‌عنوان ضرایب تصحیح بوُمگارت [28] و مقادیری ثابت می‌باشند. φ_q نیز به‌عنوان ماتریس ژاکوبین معادلات قید تعریف می‌شود و از مرتبه $R\times1$ است.

در شکل 4 دیاگرام سینماتیکی مکانیزم لنگ- لغزنده دارای لقی در اتصال بین لغزنده و میله رابط نشان داده شده است. که در آن، γ_i و a_i نشان دهنده مکان مرکز جرم عضو i در مختصات محلی متصل به‌جسم می‌باشند.
معادلات قید حاکم بر سیستم به‌شکل رابطه (27) به دست می‌آیند.

$$\varphi(q,t)=\begin{Bmatrix} \bar{x}_2-a_2L_2\cos(\theta_2+\gamma_2) \\ \bar{y}_2-a_2L_2\sin(\theta_2+\gamma_2) \\ \bar{x}_3-L_2\cos(\theta_2)-a_3L_3\cos(\theta_3+\gamma_3) \\ \bar{y}_3-L_2\sin(\theta_2)-a_3L_3\sin(\theta_3+\gamma_3) \end{Bmatrix} \tag{27}$$

$\bar{x}_i$ و $\bar{y}_i$ مکان مرکز جرم عضو i در دستگاه مختصات اینرسی XY می‌باشد. همچنین ماتریس ژاکوبین معادلات قید، رابطه (28)، برابر است با:

$$\varphi_q=\begin{bmatrix} a_2L_2\sin(\theta_2+\gamma_2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2L_2\cos(\theta_2+\gamma_2) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2\sin(\theta_2) & 0 & 0 & a_3L_3\cos(\theta_3+\gamma_3) & 0 & 0 & 0 \\ -L_2\cos(\theta_2) & 0 & 0 & -a_3L_3\sin(\theta_3+\gamma_3) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

1- Holonomic algebraic equations

ماتریس جرم M، یک ماتریس قطری 7×7 می‌باشد که درایه‌های آن به‌صورت رابطه (29) تعریف می‌شود.

$$M_{22}=M_{33}=m_2\ ;\ M_{55}=M_{66}=m_3$$
$$M_{11}=I_2, M_{44}=I_3, M_{77}=m_4 \tag{29}$$

بردار نیروهای خارجی F نیز برای دو حالت تماس خشک و مفصل لولای روانکاری شده قابل‌محاسبه می‌باشد (پیوست ب ملاحظه شود). خواص هندسی و مقادیر مربوط به جرم و ممان اینرسی اعضای مختلف این مکانیزم در جدول 1 آورده شده است.

طول یاتاقان برابر 45 mm و ویسکوزیته سیال 4 cP می‌باشد. سایر پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده در جدول 2 نوشته‌شده است.

6- شبیه‌سازی عددی

شرایط اولیه برای آغاز تحلیل دینامیکی مکانیزم مفروض به شکلی است که در لحظه شروع، لنگ و عضو شماره 3 (شاتون) در امتداد یکدیگر و در جهت مثبت محور x قرارگرفته‌اندبه‌گونه‌ای که مرکز میل محور و مرکز یاتاقان برهم منطبق می‌باشند. لنگ با سرعت زاویه‌ای ثابت 5000 rpm دوران می‌کند و اندازه لقی شعاعی برابر 0/2 mm در نظرگرفته‌شده است.

رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده با رسم منحنی‌های شتاب لغزنده، فضای فاز و همچنین گشتاور ورودی وارد بر لنگ نشان داده‌شده است. به‌علاوه مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان و نگاشت پونکاره[2] متناظر با فضای فاز سیستم رسم شده است. نتایج حاصله متناظر با شتاب لغزنده و گشتاور ورودی، به ازای دو دوران کامل لنگ و پس از رسیدن سیستم به حالت ماندگار خود می‌باشد.

شبیه‌سازی عددی شامل دو حالت مختلف است. اول، مفصل لولای دارای لقی به‌صورت تماس خشک (بخش 4-1) و با در نظر گرفتن اثر اصطکاک مطابق با معادلات (8) و (9)، مدل‌سازی شده است و دوم، اینکه لولای لقی داربه‌صورت مفصل روانکاری شده، با فرض وجود سیال روانکار SAE 40 در فضای لقی میان میل محور و یاتاقان، مدل شده است و در این حالت نیروی هیدرودینامیکی با استفاده از معادلات (21) تا (24) محاسبه می‌شوند. در هر یک از حالات فوق، پاسخ سیستم نسبت به حالت لولای ایده‌آل مقایسه گشته و در یک نمودار رسم شده است.

شکل 5، یک فضای فاز از رفتار دینامیکی سیستم لنگ- لغزنده را گزارش می‌کند. در حالت تماس خشک، مدار تناوبی سیستم ناپایدار می‌باشد به‌گونه‌ای که در هر دوران کامل لنگ، پاسخ سیستم مسیر جدید را طی می‌کند و رفتار سیستم هیچ دوره تناوب مشخصی ندارد.

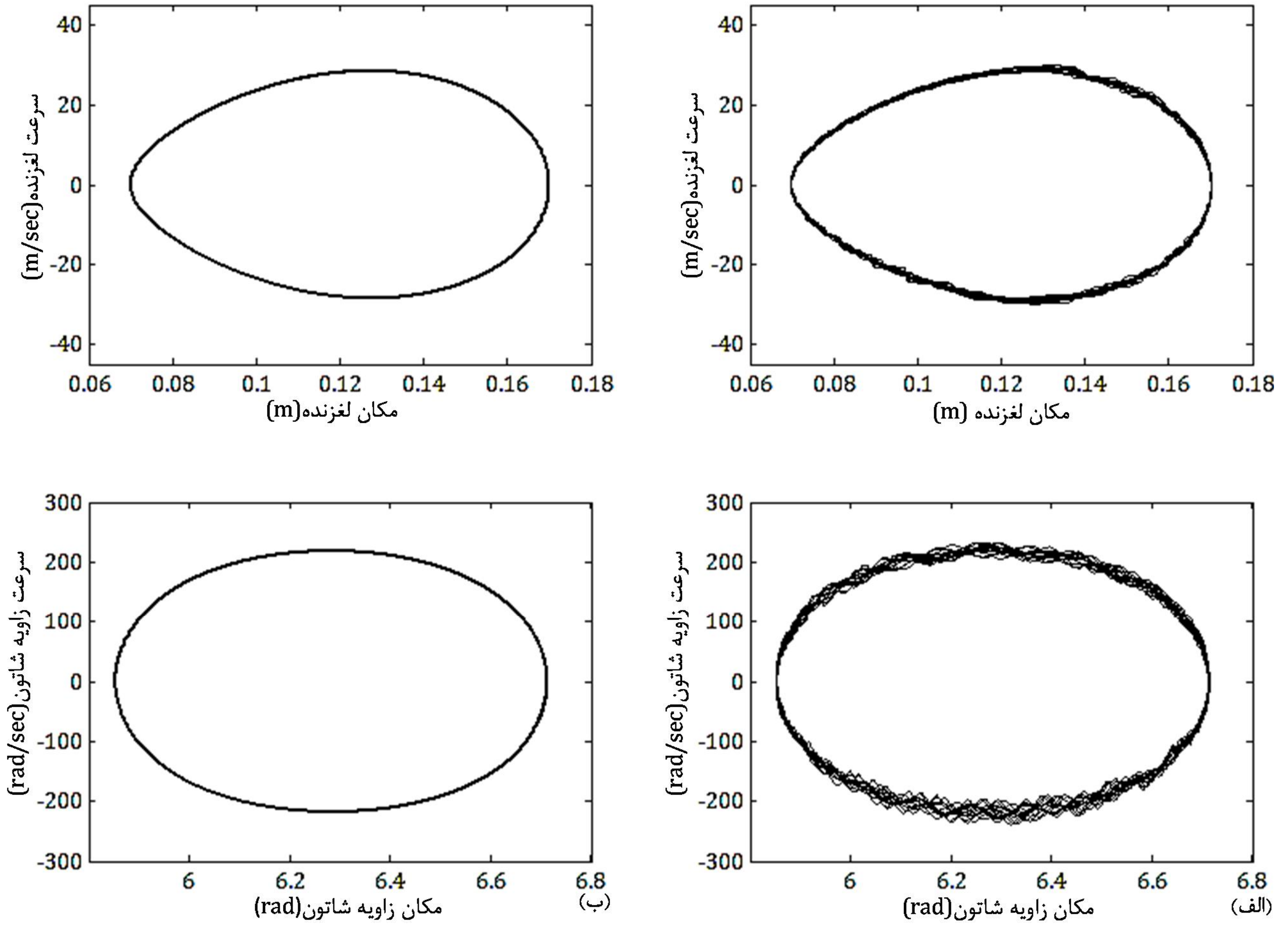
جدول 1 خواص هندسی و مقادیر مربوط به جرم و ممان اینرسی اجزاء مختلف مکانیزم لنگ-لغزنده

γ	a L (m)	I $(kg.m^2)$ m (kg) شماره عضو
0	0/05/05	0/00001/23
0	0/05/12	0/000025/321
__	___ ___	__0/414

جدول 2 پارامترهای مورد نیاز جهت شبیه‌سازی دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده

R_B (mm)	E (GPa)	μ (cP) υ	c_f c_r
10	207	0400/3	0/001/9

2- Poincare section



شکل 5 منحنی فضای فاز مکانیزم لنگ- لغزنده، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

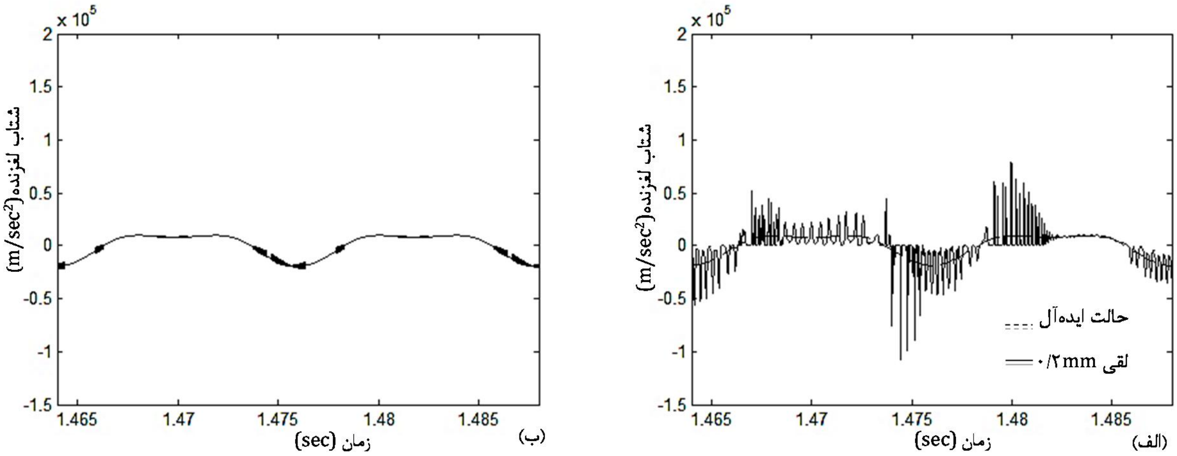
درحالی‌که در مورد لولای روانکاری شده، پاسخ سیستم پس از رسیدن به حالت ماندگار جذب مدار تناوبی پایدار شده و رفتار آن متناوب می‌شود. شایان ذکر است که در به هنگام استفاده از سیال روانکار، فضای فاز سیستم تا حد زیادی مشابه حالت مفصل ایده‌آل می‌شود. بدین ترتیب می‌توان آثار نامطلوب لقی را، که ممکن استبه‌دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات و یا ملاحظات طراحی، در مفاصل تشکیل‌دهنده یک سیستم مکانیکی ایجاد شود، با استفاده از عمل روانکاری به حداقل رسانید.

شکل 6، شتاب لغزنده را در دو حالت مختلف نشان می‌دهد. نیروی عکس‌العمل در مفصل دارای لقی با استفاده از رویکرد نیروی تماس خشک مدل می‌شود، نقاط پیک منحنی نسبت به حالت ایده‌آل مقادیر بسیار بزرگ‌تری را اختیار می‌کند. این نقاط تیز در منحنی شتاب لغزنده در اثر برخوردهای مکرر میان محور و یاتاقان و همچنین اعمال نیروی ضربه- تماسی گسترش‌یافته میان آن‌ها ایجاد گشته است. ناهمواری‌های شدید ایجادشده در منحنی شتاب لغزنده، گواهی بر غیرمتناوب و آشوبناک بودن رفتار دینامیکی سیستم می‌باشد. هنگامی‌که مفصل به‌صورت روانکاری شده درنظرگرفته می‌شود، منحنی شتاب لغزنده هموار گشته و سیستم رفتاری متناوب و بسیار نزدیک به حالت ایده‌آل از خود نشان می‌دهد. این بدان معنا است که سیال موجود میان میل محور و یاتاقان همانند یک المان فنر- دمپر خطی عمل کرده به‌گونه‌ای که مانع از وقوع تماس فلز با فلز می‌شود. همچنین به‌منظور ثابت نگه‌داشتن سرعت زاویه لنگ، گشتاوری از طرف موتور الکتریکی بر آن وارد می‌شود، و شکل 7 نیز تأثیر وجود لولای لقیدار را بر این گشتاور ورودی لنگ نشان می‌دهد. ازآنجایی‌که در این تحقیق تمام عضوهای تشکیل‌دهنده مکانیزم صلب فرض شده است، نیروهای عکس‌العمل گسترش‌یافته میان محور و یاتاقان عیناً به میل‌لنگ منتقل می‌شود.

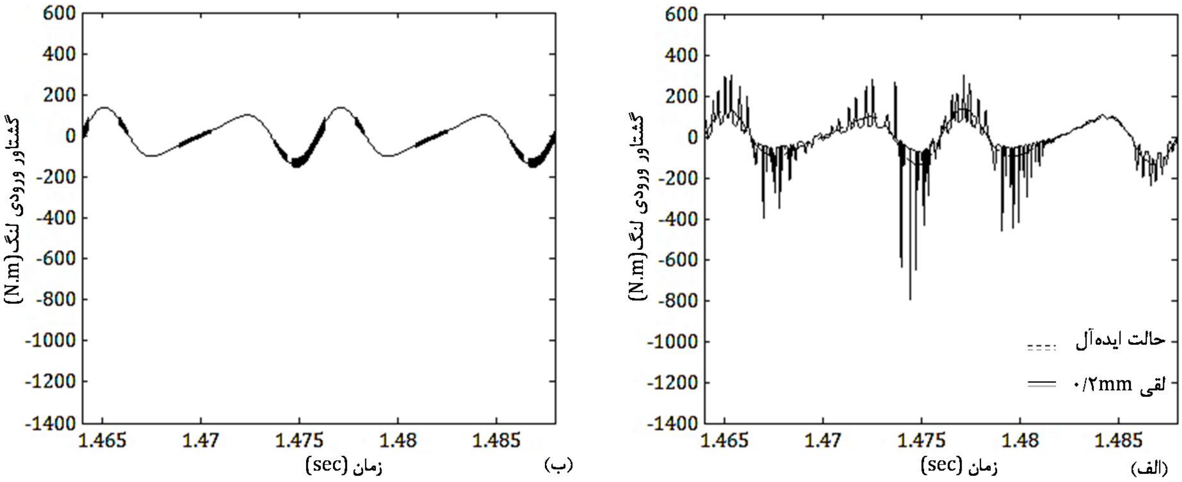
نواحی نوک‌تیز در نمودار گشتاور ورودی لنگ متناظر با نقاط پیک شتاب لغزنده در حالت تماس خشک می‌باشد. همان‌طور که در شکل 7 مشاهده می‌شود، در حالت روانکاری شده، سیال به‌عنوان یک جاذب انرژی عمل کرده و درنتیجه آن بخشی از انرژی لغزنده در حین شتاب‌گیری، به لنگ منتقل نمی‌شود. دو موقعیت کاملاً متفاوت در مورد مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان قابل‌ملاحظه می‌باشد. در حالت تماس خشک همراه با اصطکاک، سطح خارجی محور به‌صورت مکرر با دیواره داخلی یاتاقان برخوردکرده و هر بار به‌اندازه‌ای محدود در آن نفوذ می‌کند. شکل 8 مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده را نشان می‌دهد.

شکل (8-الف)، گواهی دیگر برآشوبناک بودن رفتار سیستم در حضور لقی (بدون روانکار) می‌باشد. در شکل (9-الف)، نگاشت پونکاره سیستم دینامیکی در غیاب سیال روانکار به ازای 35000 نقطه گزارش شده است. مشاهده می‌شود که در این حالت توده‌ای از نقاط، حاصل می‌شود به‌گونه‌ای که هیچ نقطه ثابت[1] پایداری در این مقطع وجود ندارد و این موضوع بیان‌کننده رفتار آشوبناک مکانیزم می‌باشد. اما در شکل (9-ب)، تمامی نقاط بر یکدیگر منطبق می‌باشند و متغیرهای وضعیت سیستم جذب مدار تناوبی پایدار می‌شوند و سیستم با دوره تناوبی برابر $\tau = 2\pi / \omega_{crank}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

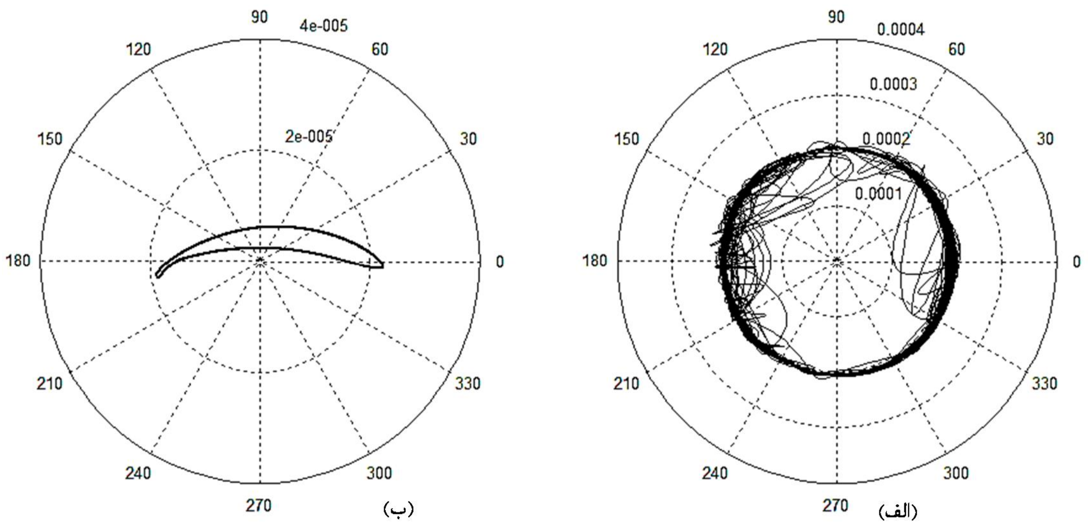
1- Fixed point



شکل 6 شتاب لغزنده به ازای دو دوران کامل لنگ، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده



شکل 7 منحنی گشتاور ورودی به ازای دو دوران کامل لنگ، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده



شکل 8 مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

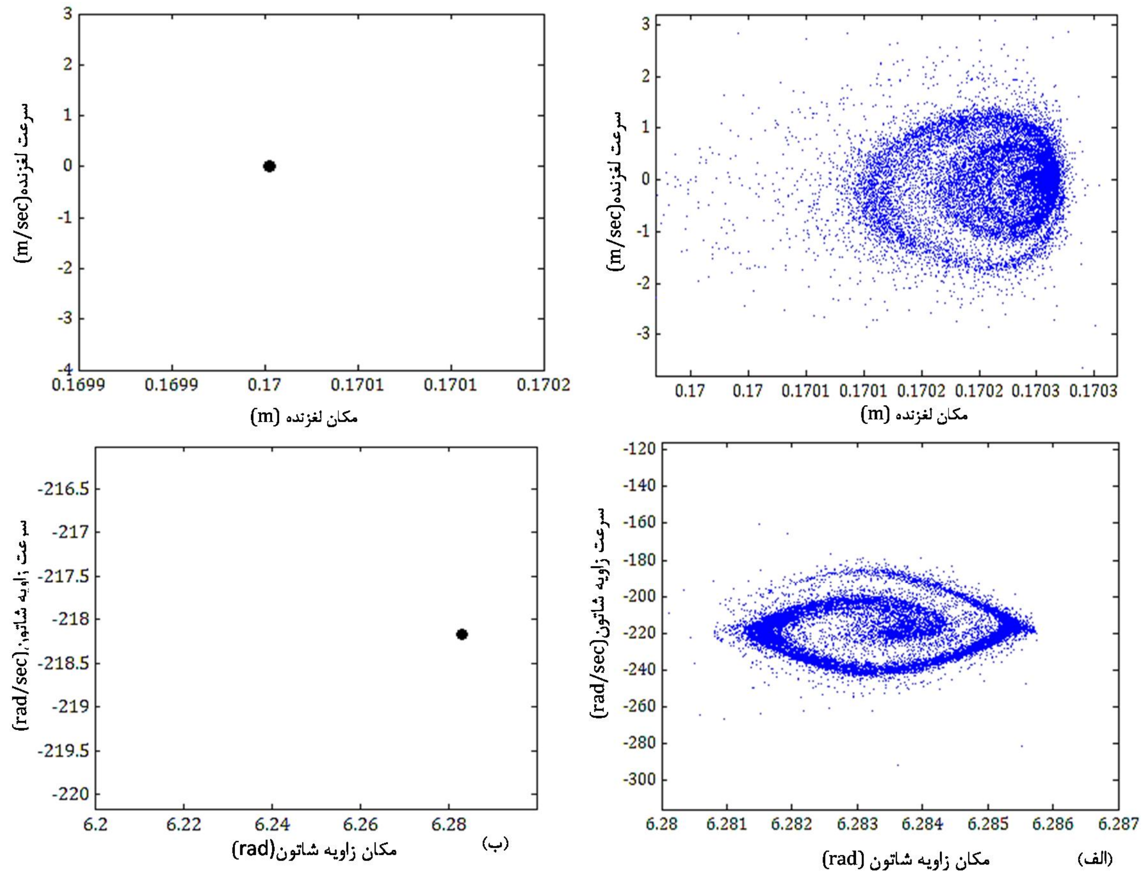
7- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تأثیر لولای لقی دار بر پاسخ دینامیکی یک مکانیزم لنگ-لغزنده با لولای لقی دارموردبررسی قرار گرفت. مدل ریاضی از لولای اتصال عضو لغزنده و میله رابط با در نظر گرفتن مشخصه‌های واقعی آن ازجمله، لقی، اصطکاک و روانکاری ارائه شد.

دو حالت مختلف از مفصل لولای لقی داربه‌صورت تماس خشک و مدل روانکاری شده، مورد تحلیل قرار گرفت.

نتایج عددی حاصله نشان می‌دهند که حضور لقی در مفصل بدون سیال روانکار، موجب می‌شود تا نقاط پیک منحنی‌های شتاب لغزنده و گشتاور ورودی لنگ تا مقدار زیادی افزایش یابند که این موضوع خود باعث ایجاد ارتعاشات نامطلوب، پدیده سایش در مفصل و کاهش طول عمر اجزاء تشکیل‌دهنده مکانیزم می‌شود.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.23.0]



شکل 9 نگاشت پونکاره متناظر با فضای فاز سیستم، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

همچنین در حالت تماس خشک، سطح خارجی محور به‌صورت مکرر با دیواره داخلی یاتاقان برخورد کرده و هر بار به‌اندازه‌ای محدود در آن نفوذ می‌کند و این امر باعث آشوبناک شدن رفتار سیستم می‌شود. در طرف مقابل، سیال روانکار به‌صورت یک المان فنر- دمپر خطی عمل کرده که از ایجاد تماس فلز با فلز و درنتیجه آن، از رخ داد پدیده سایش در سطوح محور و یاتاقان جلوگیری می‌کند. درواقع عمل روانکاری موجب می‌شود تا پاسخ سیستم تا حد قابل ملاحظه‌ای هموار، و مدار تناوبی آن پایدار شود.

8- فهرست علائم

c	اندازه لقی شعاعی (m)
c_d	ضریب تصحیح دینامیکی
c_f	ضریب اصطکاک
c_r	ضریب استرداد
E	مدول الاستیسیته $(\mathrm{N.m^{-2}})$
F_N	مؤلفه عمودی نیروی تماس (N)
F_r	مؤلفه شعاعی نیروی هیدرودینامیکی (N)
F_t	مؤلفه مماسی نیروی هیدرودینامیکی (N)
$\vec{f}_t$	نیروی اصطکاک (N)
K	ضریب سختی تماس $(N.m^{-1.5})$
L_B	طول یاتاقان (mm)
$\vec{Q}_C$	نیروی تماسی برآیند وارد بر یاتاقان (N)
R_B	شعاع یاتاقان (m)
R_J	شعاع محور (m)
r	فاصله مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان (m)
$\vec{V}_t$	مؤلفه مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد، $\dot{\delta}$ $(\mathrm{m.s^{-1}})$

علایم یونانی

α	جهت‌گیری مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان از جهت مثبت محور $x(rad)$
δ	عمق نفوذ نسبی (m)
$\dot{\delta}^{(-)}$	سرعت اولیه برخورد $(\mathrm{ms^{-1}})$
μ	ویسکوزیته سیال روانکار (cP)
υ	نسبت پواسن
σ	خاصیت مکانیکی مواد تشکیل‌دهنده محور و یاتاقان (m^2N^{-1})
φ	زاویه بین بردار نیروی تماسی برآیند وارد بر یاتاقان و مؤلفه عمودی نیروی تماس، در تماس خشک (rad)
χ	ضریب میرایی پسماند $(N.s.m^{-2.5})$

9- پیوست

9-1- پیوست الف: محاسبه دو پارامتر $\dot{r}$ و $\dot{\alpha}$

با انجام عمل مشتق‌گیری از دو معادله (16) و (17)، می‌توان فرم ماتریسی طبق رابطه (الف-1) را برای دو پارامتر $\dot{r}$ و $\dot{\alpha}$ نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -r\sin\alpha \\ \sin\alpha & r\cos\alpha \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_4 + L_2\omega_2\sin(\theta_2) + L_3\dot{\theta}_3\sin(\theta_3) \\ -L_2\omega_2\cos(\theta_2) - L_3\dot{\theta}_3\cos(\theta_3) \end{bmatrix} \quad \text{(الف-1)}$$

در رابطه فوق ω_2 سرعت زاویه‌ای ورودی لنگ و برابر 5000 rpm می‌باشد.

9-2- پیوست ب: محاسبه بردار نیروهای تعمیم‌یافته F در سیستم معادلات حرکت (19)

بردار نیروی خارجی F شامل جملات پایستار و غیر پایستار است، به‌طوری‌که بخش غیر پایستار ناشی از وجود نیروهای تماسی و هیدرودینامیکی می‌باشد. با استفاده از رویکرد لاگرانژی معادلات حرکت سیستم، به‌صورت روابط (ب-1) تا (ب-24) استخراج می‌شود.
انرژی جنبشی مکانیزم از رابطه (ب-1) محاسبه می‌شود:

$$T=\frac{1}{2}m_2\left(\dot{x}_2+\dot{y}_2\right)^2+\frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_2^{\,2}+\frac{1}{2}m_3\left(\dot{x}_3+\dot{y}_3\right)^2+\frac{1}{2}I_3\dot{\theta}_3^{\,2}+\frac{1}{2}m_4\dot{x}_4^{\,2}$$ (ب-1)

انرژی پتانسیل سیستم در اثر اعمال نیروی گرانش، (ب-2)، عبارت است از:

$$U=m_2gy_2+m_3gy_3$$ (ب-2)

معادله لاگرانژ برای سیستم‌های مکانیکی مقید به شکل رابطه (ب-3) بیان می‌شود.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}=Q_{nc,i}+\sum_{j=1}^{R}a_{ij}\lambda_j,\quad \mathrm{i}=1,2,\ldots,\mathrm{n}$$ (ب-3)

به‌طورکلی نیروی خارجی تعمیم‌یافته متناظر با مختصه مکانی q_k از رابطه (ب-4) به‌دست می‌آید.

$$Q_k=\sum_{i=1}^{N}\left[\vec{F}_i^{*}\cdot\frac{\partial \vec{V}_{c,i}}{\partial \dot{q}_k}+\vec{M}_i^{*}\cdot\frac{\partial \vec{\omega}_i}{\partial \dot{q}_k}\right]$$ (ب-4)

در معادله (ب-4):

$\vec{F}_i^{*}$ نیروی برآیند خارجی وارد بر مرکز جرم جسم i ام

$\vec{M}_i^{*}$ گشتاور برآیند خارجی وارد بر عضو i ام

$\vec{V}_{c,i}$ سرعت خطی عضو شماره i

$\vec{\omega}_i$ سرعت زاویه عضو i می‌باشند.

برای عضو 2، مطابق رابطه (ب-5) و (ب-6):

$$\vec{F}_2^{*}=0,\quad \vec{M}_2^{*}=T_2\vec{k}$$ (ب-5)

$$Q_{\bar{x}_2}=0;\quad Q_{\bar{y}_2}=-m_2g;\qquad Q_{\theta_2}=T_2$$ (ب-6)

T_2 همان گشتاور ورودی موتور الکتریکی می‌باشد.
برای عضو 3 مطابق رابطه (ب-7) تا (ب-12):

$$\vec{F}_3^{*}=\left(Q_C\cos\psi\right)\vec{\mathrm{i}}+\left(Q_C\sin\psi\right)\vec{\mathrm{j}}$$ (ب-7)

$$\vec{M}_3^{*}=\vec{r}_{P_B/CG_3}\times\vec{F}_3^{*}$$ (ب-8)

$$\vec{r}_{P_B/CG_3}=\left(L_3\cos\theta_3+L_2\cos\theta_2-\bar{x}_3\right)\vec{i}+\left(L_3\sin\theta_3+L_2\sin\theta_2-\bar{y}_3\right)\vec{j}+R_{\mathrm{B}}\cos\alpha\vec{\mathrm{i}}+R_{\mathrm{B}}\sin\alpha\vec{\mathrm{j}}$$ (ب-9)

$$Q_{\bar{x}_3}=Q_C\cos\psi$$ (ب-10)

$$Q_{\bar{y}_3}=Q_C\sin\psi-m_3g$$ (ب-11)

$$Q_{\theta_3}=Q_C\,\mathrm{L}_3\sin\left(\psi-\theta_3\right)+Q_C\,\mathrm{L}_2\sin\left(\psi-\theta_2\right)+R_B\,\mathrm{Q}_C\sin\left(\psi-\alpha\right)+\mathrm{Q}_C\left(\bar{y}_3\cos\psi-\bar{x}_3\sin\psi\right)$$ (ب-12)

برای عضو 4 مطابق رابطه (ب-13) تا (ب-15):

$$\vec{F}_4^{*}=-\left(Q_C\cos\psi\right)\vec{\mathrm{i}}-\left(Q_C\sin\psi\right)\vec{\mathrm{j}}$$ (ب-13)

$$\vec{M}_4^{*}=\vec{r}_{P_j/CG_4}\times\vec{F}_4^{*}=0$$ (ب-14)

$$Q_{\bar{x}_4}=-Q_C\cos\psi$$ (ب-15)

درنهایت بردار نیروهای خارجی F، متناظر با حالت تماس خشک مطابق رابطه (ب-16) برابر است با:

$$F=[\mathrm{T}_2;0;-\mathrm{m}_2\mathrm{g};\mathrm{Q}_{\theta_2};Q_C\cos\psi;Q_C\sin\psi-m_3\mathrm{g};-Q_C\cos\psi]$$ (ب-16)

به هنگام استفاده از سیال روانکار، نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر مرکز محور و یاتاقان به‌عنوان نیروهای خارجی وارد بر سیستم عمل می‌کنند. برای عضو شماره 2، معادلات (ب-5) و (ب-6) همچنان معتبرند.
برای عضو 3 مطابق رابطه (ب-17) تا (ب-21):

$$\vec{F}_3^{*}=-\left(F_x\vec{i}+F_y\vec{j}\right);\ \vec{M}_3^{*}=\vec{r}_{O_B/CG_3}\times\vec{F}_3^{*}$$ (ب-17)

$$\vec{r}_{O_B/CG_3}=\left(L_3\cos\theta_3+L_2\cos\theta_2-\bar{x}_3\right)\vec{i}+\left(L_3\sin\theta_3+L_2\sin\theta_2-\bar{y}_3\right)\vec{j}$$ (ب-18)

$$Q_{\bar{x}_3}=-F_x$$ (ب-19)

$$Q_{\bar{y}_3}=-F_y-m_3g$$ (ب-20)

$$Q_{\theta_3}=F_x\left(L_3\sin\theta_3+L_2\sin\theta_2-\bar{y}_3\right)-F_y\left(L_3\cos\theta_3+L_2\cos\theta_2-\bar{x}_3\right)$$ (ب-21)

و درنهایت نیروی خارجی عمومی وارد بر عضو 4 طبق رابطه (ب-22) برابر است با:

$$Q_{\bar{x}_4}=F_x$$ (ب-22)

در روابط فوق F_x و F_y نیز به‌صورت روابط (ب-23) و (ب-24) تعریف می‌شوند.

$$F_x=F_r\cos\alpha-F_t\sin\alpha$$ (ب-23)

$$F_y=F_r\sin\alpha+F_t\cos\alpha$$ (ب-24)

10- مراجع

[1] S. Dubowsky, F. Freudenstein, Dynamic Analysis of Mechanical Systems With Clearances—Part 1: Formation of Dynamic Model, *Journal of Manufacturing Science and Engineering,* vol. 93, pp. 305-309, 1971.

[2] W. S. W. E. Earles, C. L. S, Motion analysisof a rigid linkmechanism with clearance at a bearing using Lagrangianmechanics and digital computation, *Mechanisms (Proceedings, Institution of Mechanical Engineers),* pp. 83–89, 1973.

[3] R. Wilson and J. Fawcett, Dynamics of the slider-crank mechanism with clearance in the sliding bearing, *Mechanism and Machine Theory,* vol. 9, pp. 61-80, 1974.

[4] G. C. A. R. J. Roger, Dynamics simulation of planar mechanical system with lubricated bearing clearances using vector-networkmethods, *Journal of engineering industry,* vol. 99, pp. 131-137, 1977.

[5] S. Dubowsky, M. F. Moening, An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances, *Mechanism and Machine Theory,* vol. 13, pp. 451-465, 1978.

[6] R. Haines, A theory of contact loss at resolute joints with clearance," *Journal of Mechanical Engineering Science,* vol. 22, pp. 129-136, 1980.

[7] F. Farahanchi, S. Shaw, Chaotic and periodic dynamics of a slider-crank mechanism with slider clearance, *Journalofsound and vibration,* vol. 177, pp. 307-324, 1994.

[8] J. Rhee, A. Akay, Dynamic response of a revolute joint with clearance," *Mechanism and Machine Theory,* vol. 31, pp. 121-134, 1996.

[9] B. Alshaer, H. Nagarajan, H. Beheshti, H. Lankarani, and S. Shivaswamy, Dynamics of a multibody mechanical system with lubricated long journal bearings, *Journal of Mechanical Design,* vol. 127, pp. 493-498, 2005.

[10] S. Erkaya, I. Uzmay, Investigation on effect of joint clearance on dynamics of four-bar mechanism, *Nonlinear Dynamics,* vol. 58, pp. 179-198, 2009.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.23.0]

[11] Z. F. Bai, Y. Zhao, J. Chen, Dynamics analysis of planar mechanical system considering revolute clearance joint wear, *Tribology International,* vol. 64, pp. 85-95, 2013.

[12] G. B. Daniel, K. L. Cavalca, Analysis of the dynamics of a slider–crank mechanism with hydrodynamic lubrication in the connecting rod–slider joint clearance, *Mechanism and Machine Theory,* vol. 46, pp. 1434-1452, 2011.

[13] Q. Tian, Y. Zhang, L. Chen, J. J. Yang, Simulation of planar flexible multibody systems with clearance and lubricated revolute joints, *Nonlinear Dynamics,* vol. 60, pp. 489-511, 2010.

[14] C. S. Koshy, P. Flores, H. M. Lankarani, Study of the effect of contact force model on the dynamic response of mechanical systems with dry clearance joints: computational and experimental approaches, *Nonlinear Dynamics,* vol. 73, pp. 325-338, 2013.

[15] V. L. Reis, G. B. Daniel, K. L. Cavalca, Dynamic analysis of a lubricated planar slider–crank mechanism considering friction and Hertz contact effects, *Mechanism and Machine Theory,* vol. 74, pp. 257-273, 2014.

[16] L.-x. Xu, A general method for impact dynamic analysis of a planar multi-body system with a rolling ball bearing joint, *NonlinearDynamics,* pp. 1-23, 2014.

[17] O. Muvengei, J. Kihiu, and B. Ikua, Dynamic analysis of planar rigid-body mechanical systems with two-clearance revolute joints, *Nonlinear Dynamics,* vol. 73, pp. 259-273, 2013.

[18] K. Johnson, One hundred years of Hertzcontact, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,* vol. 196, pp. 363-378, 1982.

[19] K. Hunt and F. Crossley, Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact, *Journal of applied mechanics,* vol. 42, pp. 440-445, 1975.

[20] H. Lankarani, P. Nikravesh, A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems, *Journal of Mechanical Design,* vol. 112, pp. 369-376, 1990.

[21] A. J. Rigid, flexible multibody dynamics tools for the simulation of systems subjected to contact and impact condi-tions, *European Journal of Solids A/Solids,* vol. 19, pp. S23-S44, 2002.

[22] A. Azimi Olyaei, M. R. Ghazavi, Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints, *Mechanism and Machine Theory,* vol. 53, pp. 17-29, 2012.

[23] P. Flores, J. Ambrósio, On the contact detection for contact-impact analysis in multibody systems, *Multibody System Dynamics,* vol. 24, pp. 103-122, 2010.

[24] P. Flores, J. Ambrósio, J. C. P. Claro, H. Lankarani, C. Koshy, A study on dynamics of mechanical systems including joints with clearance and lubrication, *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, pp. 247-261, 2006.

[25] P. Flores, J. Ambrósio, J. P. Claro, Dynamic analysis for planar multibody mechanical systems with lubricated joints, *Multibody System Dynamics,* vol. 12, pp. 47-74, 2004.

[26] T. Suhara, S. Ato, M. Takiguchi, S. Furuhama, Friction and lubrication characteristics of piston pin boss bearings of an automotive engine, *SAE Technical,* Paper1997.

[27] P. Flores, Dynamic analysis of mechanical systems with imperfect kinematic joints, http://hdl.handle.net/1822/19472, 2004.

[28] J. Baumgarte, Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems, *Computer methods in applied mechanics and engineering,* vol 1, pp. 1-16, 1972.