



## مطالعه تأثیر رفتار وابسته به اندازه میکرو تیرهای الکترواستاتیکی غوطه‌ور در سیال تراکم ناپذیر

هادی اعتمادی<sup>1</sup>، محمد فتحعلی لو<sup>2</sup>، رسول شعبانی<sup>3</sup>، قادر رضازاده<sup>3\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

\* ارومیه، صندوق پستی 57169-33111، g.rezazadeh@urmia.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 آبان 1395

پذیرش: 15 آذر 1395

ارائه در سایت: 19 دی 1395

کلید واژگان:

تنش کوپل اصلاح شده

جرم افزوده

فرکانس طبیعی

مواجه سیال-جامد

### چکیده

در مقاله حاضر به بررسی مواجهه سیال-جامد در یک میکرو تیر الکترواستاتیکی با استفاده از تئوری آیرودینامیک سه بعدی پرداخته شده است. از تئوری تنش کوپل اصلاح شده، برای مدل سازی الاستیسیته وابسته به اندازه میکرو تیر استفاده شده است. مدل ارائه شده می تواند به عنوان یک میکرو سنسور جرمی مورد استفاده قرار گیرد. برای آنالیز رفتار دینامیکی میکرو تیر، یک ولتاژ مستقیم به سیستم اعمال شده و سپس با اعمال ولتاژ متناوب مشخصات دینامیکی سیستم حول وضعیت تغییر شکل یافته استاتیکی مورد تحلیل قرار گرفته است. به دلیل ماهیت غیر خطی معادلات حاکم برای حل آن ها از مدل کاهش مرتبه مبتنی بر گالرکین استفاده شده است. نتایج نشان داده اند که در نظر گرفتن تنش کوپل و نیز افزایش اندازه پارامتر مشخصه طولی باعث کاهش اندازه اختلاف فشار سیال ایجاد شده بین دو طرف میکرو تیر می شود. با این حال با توجه به تئوری آیرودینامیک سه بعدی برای مواجهه سیال-جامد، تغییر اختلاف فشار ایجاد شده منجر به بروز اختلاف در پیش بینی اندازه جرم افزوده بین دو تئوری کلاسیک و تنش کوپل اصلاح شده نمی شود. در بخش دیگری از نتایج نشان داده شده است که وجود جرم افزوده تا چه اندازه می تواند باعث تغییر در نمودارهای پاسخ فرکانسی رسم شده برای سیستم شود. هم چنین اعمال تئوری تنش کوپل و افزایش اندازه پارامتر مشخصه طولی باعث سفت تر شدن سیستم و متعاقب آن کاهش دامنه ارتعاشی و شیفت نمودارهای پاسخ فرکانسی به سمت راست شده است.

## A study on the size-dependent behavior of electrostatic microbeams immersed in incompressible fluid

Hadi Etemadi, Mohammad Fathalilou, Rasool Shabani, Ghader Rezazadeh\*

Department of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

\* P.O.B. 57169-33111 Urmia, Iran, g.rezazadeh@urmia.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 31 October 2016

Accepted 05 December 2016

Available Online 08 January 2017

### Keywords:

Modified couple stress

Added mass

Natural frequencies

Fluid-solid interaction

### ABSTRACT

In this paper, the fluid-solid interaction in an electrostatic microbeam by using three-dimensional aerodynamic theory has been studied. Modified couple stress theory is used to model the elasticity depends on the size of the microbeam. The proposed model can be used as a mass micro-sensor. To analyze the dynamic behavior of the microbeam a DC voltage was applied to the system and then by applying an AC voltage dynamic characteristics of the system around static deformed condition are analyzed. Because of the non-linear nature of the governing equations to solve them, reduced order model based on Galerkin is used. Results have shown that considering the couple stress and also increase in the size of the length characteristic parameter reduces the size of the fluid pressure differential created between the two sides of the microbeam. However, according to the three-dimensional aerodynamic theory for fluid-solid interaction, change in the pressure difference created does not lead to creation difference in predicting the size of the added mass between the classical and modified couple stress theories. In another part of the results it has been shown to what extent that the presence of added mass can make changes in the frequency response curves drawn for the system. Also, the applied couple stress theory and increase in the size of the length characteristic parameter makes the system more rigid and consequently reduces the amplitude of the vibration and frequency response curves shift to the right.

### 1- مقدمه

الکترو مکانیک<sup>1</sup> مشاهده می شود که انتظار می رود این تکنولوژی باعث تغییرات اساسی در کل صنایع شود. این تجهیزات می توانند جایگزین

در سال های اخیر، پیشرفت های چشمگیری در زمینه سیستم های میکرو

<sup>1</sup> MEMS, NEMS

### Please cite this article using:

H. Etemadi, M. Fathalilou, R. Shabani, Gh. Rezazadeh, A study on the size-dependent behavior of electrostatic microbeams immersed in incompressible fluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 185-192, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

فرکانس رزونانسی پلیت یک سرگردار در محیط هوا و به صورت نیمه و تمام مستغرق در داخل آب را مورد مطالعه قرار دادند [8]. مینامی و همکارانش در سال 1998 تئوری ایرفول نازک<sup>8</sup> را برای محاسبه جرم اضافی بر روی غشای گردار بکار بردند و نشان دادند که فرکانس و دامنه نوسانات بر روی جرم اضافه شده تأثیر نمی‌گذارد و بلکه جرم اضافه شده به چگالی سیال و جرم اضافه شده بستگی دارد [9]. میشل والنترینه رگوا به مطالعه رزونانس پارامتریک در میکروتیرها با کاربرد اندازه‌گیری جرم پرداخت و هدفش از این تحقیق تلاش برای ممکن ساختن تشخیص جرم با استفاده از ابراز دستی برای کنترل زمان واقعی شرایط جوی بود [10]. ارگین و همکارانش فرکانس‌های طبیعی تیر و مودهای طبیعی صفحه یکسر گردار نیمه مستغرق را با استفاده از روش تصاویر و روش معادلات انتگرال مرزی محاسبه نمودند. آنها به این نتیجه رسیدند که روش پیشنهادی برای ارتعاش فرکانس بالای ساختارهای الاستیک نیمه مستغرق مناسب می‌باشد [11]. تاکاهیتو اونو و همکارانش به سنجش جرم به واسطه رزونانس<sup>9</sup> تیر بسیار نازک سیلیکونی (تیر کانتلپور تک کریستالی با ضخامت 33 نانو متر) تشخیص داده شده توسط دو پرتو لیزر داپلر ارتعاش متر پرداختند و نشان دادند که فرکانس نوسان یک تیر کانتلپور نازک به جرم بارگیری شده بسیار حساس است [12]. توماس براون و همکارانشان بر روی سنسورهای جرمی میکرومکانیکال برای تشخیص بیومولکولی در محیط فیزیولوژیکی مطالعاتی انجام دادند و دریافتند که ساختارهای مکانیکی رزونانسی سرعت و توانایی تشخیص را افزایش می‌دهند [13]. توماس بورگ و همکارانش به توصیف ساخت و بسته بندی و آزمایش سنسور جرمی رزونانسی برای تشخیص بیومولکولی در قالب میکروسیال پرداختند. در مطالعه آنها، مبدل بکار گرفته شده یک میکرو کانال معلق به عنوان عنصر رزونانسی می‌بود که دلیل استفاده از این سیستم اجتناب از مشکلات مربوط به میرایی موجود در سیالات بود [14]. جباری و همکارانش به مطالعه ارتعاش غیر خطی یک میکروتیر الکترواستاتیک در یک محفظه حاوی سیال تراکم ناپذیر پرداخته و دریافتند که شرایط مرزی محیط سیالی که میکرو تیر در آن ارتعاش می‌نماید در محاسبه فشار اعمال شده از طرف سیال بر سطح میکروتیر و متعاقب آن رفتار مکانیکی میکروتیر مؤثر می‌باشد [15]. جباری و همکارانش برای مدل‌سازی الاستیسیته وابسته به اندازه میکروتیری که در داخل سیال ارتعاش می‌نماید از تئوری تنش کوپل اصلاح یافته استفاده نموده و دریافتند که پارامتر مشخصه طولی در مطالعه رفتار دینامیکی غیر خطی میکروتیر مؤثر بوده و باعث کاهش دامنه ارتعاشات و نرم شدگی سیستم می‌شود [16]. لازم به ذکر است که در کنار اثرات اینرسی یک سیال اثرات میرایی و سفتی نیز بر روی ساختارهای ارتعاشی مدل‌سازی شده به عنوان میرایی و سفتی اضافی، اضافه شده به میرایی و سفتی دارد. اما در مطالعه حاضر تمرکز بر روی تحقیق و مطالعه اثرات اینرسی سیال می‌باشد. از سوی دیگر میکروتیرها به شکل گسترده‌ای در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی مانند میکرو چگالی سنج‌ها به کار می‌روند. بسیاری از مطالعات نشان می‌دهند که در این ساختارها، مواد حین تغییر شکل، رفتار وابسته به اندازه<sup>10</sup> از خود بروز می‌دهند. رفتار وابسته به اندازه یکی از ویژگی‌های ذاتی یک ماده است که موقعی قابل ملاحظه می‌گردد که اندازه ضخامت یا قطر ماده قابل مقایسه با پارامتر مشخصه طولی<sup>11</sup> ماده گردد [17]. تئوری‌های کلاسیک الاستیسیته به دلیل در نظر نگرفتن این پارامتر

عملگرها و سنسورهای حجیم در مقیاس میکرو شوند. این تجهیزات در حالی که هزینه، وزن و توان مصرفی را کاهش می‌دهند، کارایی و توانمندی را افزایش می‌دهند. سنسورهای میکرو الکترو مکانیکی دارای کاربردهای فراوانی در صنایع خودرو سازی، ارتباطات، نظامی و هوافضا می‌باشند. توانایی تولید سنسورهای با وزن بسیار کم و استفاده از تکنولوژی ساخت مدارات مجتمع<sup>1</sup> (IC) هزینه ساخت این سنسورها را بسیار پایین آورده طوری که تاکنون توانسته‌اند انواع سنسورها از قبیل سنسورهای جرمی، شتاب سنج، ترمومتر و سنسورهای فشار را با قیمت پایینی طراحی و به مرحله ساخت برسانند [1].

بیشتر اجزای ساختارهای صنعتی حالت ارتعاشی دارند که می‌تواند مطلوب و یا غیر مطلوب باشد. برای کاربردهای صنعتی، دانستن طیف ارتعاش محصول تولید شده در مرحله طراحی بسیار مهم می‌باشد. اغلب مطالعه دینامیک ساختارها و بدون در نظر گرفتن تأثیر محیط اطراف کافی نمی‌باشد، برای اینکه محیط اطراف ساختار بر رفتار دینامیکی آن تأثیرگذار می‌باشد. برای مثال زمانی که اجزای ساختار در داخل سیال مستغرق می‌باشند فرکانس طبیعی نوسانات سیستم کاهش می‌یابد و در عوض میرایی و اتلاف انرژی افزایش می‌یابد [2]. بنابراین برای مطالعه رفتار سیستم‌هایی مانند سنسورهای جرمی باید شناخت کافی از نحوه مواجهه سنسور با محیط اطراف خود، وجود داشته باشد.

در سال 1786 دووبت ارتعاش اجسام کروی در داخل آب را مورد مطالعه قرار داد و دریافت که ارتعاش آن‌ها متأثر از محیط اطراف که آب است، می‌باشد. از آن زمان به بعد مطالعات قابل توجهی برای توصیف رفتار ارتعاشی ساختارهای مستغرق که در ارتباط با سیال هستند انجام گرفت. شاخه مهمی از این تحقیقات در رابطه با توربین‌های آبی می‌باشد [3].

امروزه نیز با پیشرفت‌های گسترده‌ای که در زمینه میکرو/نانو تکنولوژی صورت گرفته است ساختارهایی زیادی در مقیاس میکرو/نانو ساخته می‌شوند که در بعضی از این ساختارها به مانند میکروپمپ‌ها و میکرو چگالی سنج و سنسورهای تشخیص جرم، همانند توربین‌های آبی ارتباط بین اجزای جامد و سیال و آن هم در مقیاس میکرو/نانو وجود دارد. به طور کلی سیال اطراف، یک نیروی واکنشی تحت عنوان جرم افزوده به ساختار اعمال می‌کند. جرم افزوده که از ویژگی‌های بارگذاری مایع<sup>2</sup> می‌باشد، کاربرد گسترده‌ای در تحلیل دینامیکی میکروپمپ‌ها و میکرو چگالی سنج‌ها و حسگرهای زیستی میکرو/نانو مکانیکی دارد. مفهوم جرم افزوده کاربرد گسترده‌ای در آنالیز دینامیکی ساختارهای انعطاف‌پذیری که مستغرق در داخل سیال می‌باشند دارد. مسئله ارتعاش ساختار انعطاف‌پذیر زمانی حل می‌گردد که بارگذاری مایع که باعث حرکت تیر می‌شود معلوم گردد. تئوری‌های زیادی برای بیان مفهوم بارگذاری مایع و جرم اضافی در ساختارها مطرح می‌باشند. جونز و همکارانش تئوری بال باریک<sup>3</sup> [4]، میلز و همکارانش تئوری حل موج متحرک<sup>4</sup> [5]، کورنچکی و همکارانش تئوری آیرودینامیک خطی دو بعدی<sup>5</sup> [6]، لوکی و کارینتر تئوری آیرودینامیک خطی سه بعدی<sup>6</sup> [7]، را به منظور مطالعه دینامیکی ساختارهای مستغرق در سیالات و محاسبه جرم اضافی و بارگذاری مایع بر روی ساختارها ارائه نمودند. لیندهولم و همکارانش رفتار مایع را با استفاده از نظریه استریپ<sup>7</sup> ارزیابی نمودند. آنها به طور تجربی

<sup>1</sup> Integrated Circuit

<sup>2</sup> Fluid loading

<sup>3</sup> The slender wing

<sup>4</sup> Travelling wave solution

<sup>5</sup> Two-dimensional linear aerodynamic

<sup>6</sup> Three-dimensional linear aerodynamic

<sup>7</sup> Strip-theory

<sup>8</sup> Thin airfoil

<sup>9</sup> Resonating

<sup>10</sup> Size dependence

<sup>11</sup> Length scale parameter

$$= \frac{K\epsilon bV^2}{2(g_0 - w(x,t))^2} \quad (1)$$

که در این معادله  $\bar{E}$  به عرض تیر  $b$  و ضخامت تیر  $h$  بستگی دارد. یک تیر عریض در نظر گرفته می‌شود، زمانی که  $b \geq 5h$  باشد. در تیر عریض  $\bar{E}$  به مدول پلیت تبدیل شده و به صورت  $E/(1 - \nu^2)$  نوشته می‌شود.  $E$  و  $\nu$  به ترتیب مدول یانگ و نسبت پواسون می‌باشند. یک تیر باریک در نظر گرفته می‌شود، زمانی که  $b < 5h$  باشد. در این شرایط  $\bar{E}$  به سادگی به مدول یانگ  $E$  تبدیل می‌شود.  $I$  ممان اینرسی تأثیرگذار سطح مقطع تیر بوده و به صورت  $bh^3/12$  نوشته می‌شود.  $\mu$  و  $l_0$  به ترتیب مدول برشی و پارامتر مشخصه طولی تیر می‌باشند.  $\rho$  و  $A$  هم به ترتیب دانسیته و سطح مقطع تیر می‌باشند.  $V(t)$  و  $g_0$  و  $\epsilon$  و  $K$  به ترتیب ولتاژ اعمال شده بین الکترودهای ایستا و قابل حرکت، فاصله اولیه بین تیر و الکتروود پایینی، ضریب گذردهی خلا و ضریب دی الکتریک محیط بین تیر و الکتروود پایینی می‌باشند. به خوبی معلوم است که در میکروساختارهای تحت تحریک الکترواستاتیک، ضریب دی الکتریک سیال پیرامون میکرو ساختار شدیداً بر روی نیروی الکتریکی اعمال شده و در نتیجه بر روی تغییر مکان ساختار تأثیر می‌گذارد. میکرو تیر همچنین در معرض میرایی ساختار می‌باشد [22]. این تأثیر با یک ضریب میرایی معادل  $C$  در واحد طول تقریب زده می‌شود [23]. به وضوح دیده می‌شود که در معادله (1) سفتی خمش تیر شامل دو قسمت می‌باشد، یک قسمت که مرتبط با  $EI$  بوده و سفتی کلاسیک می‌باشد و قسمت دیگر که مرتبط با  $\mu AI^2$  بوده و معرف اثر تنش کوپل بر روی سفتی تیر می‌باشد. اگر پارامتر مقیاس طول برابر با صفر باشد در این صورت معادله (1) به صورت رابطه (2) تبدیل به معادله کلاسیک می‌شود:

$$\bar{E}I \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = \frac{K\epsilon bV^2}{2(g_0 - w(x,t))^2} \quad (2)$$

شرایط مرزی حاکم بر یک میکرو تیر سرگیردار در  $x=0$  و  $x=l$  به صورت روابط (3) نوشته می‌شوند:

$$w(0,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = 0 \quad (3)$$

## 2-2- مواجهه جامد-سیال

همان‌طور که قبلاً هم ذکر گردید، مفهوم جرم افزوده به صورت گسترده در شرایطی که ساختار جامد تحت بارگذاری مایع می‌باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. وقتی که میکرو تیر در محیط سیال ارتعاش می‌نماید، تأثیرات اینرسی سیال بر روی دینامیک تیر، به صورت جرم اضافه شده به جرم تیر مدل‌سازی می‌گردد [24]. در متن حاضر از اثر نیروی میرایی سیال صرف‌نظر می‌گردد. بزرگی جرم اضافه شده به جرم میکرو تیر به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

برای سیال تراکم ناپذیر، غیر وِسکوز، غیر چرخشی و ایستا، نرخ تغییر

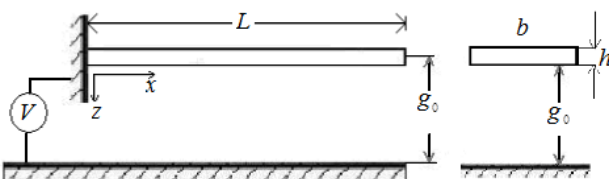


Fig. 1 Schematic of an electrostatically actuated microbeam

شکل 1 نمای شماتیک از یک میکروتیر یک سرگیردار

قادر به تفسیر این رفتار نمی‌باشند و باید از تئوری‌های غیر کلاسیک استفاده نمود [18]. میندلین در سال 1962 تئوری عمومی خود شامل سه فرم معادل را ارائه کرد که اختلاف آنها در عبارت چگالی انرژی کرنشی می‌باشد [19]. عبارت اول شامل گرادیان جابه‌جایی، عبارت دوم شامل گرادیان کرنش و عبارت سوم شامل گرادیان چرخش است. تئوری تنش کوپل بر اساس سومین عبارت از چگالی انرژی کرنشی است، در حالی که دومین عبارت منجر به پیدایش تئوری گرادیان الاستیسیته شده است. در تئوری تنش کوپل دو ثابت غیر کلاسیک الاستیسیته در کنار دو ثابت لامه در روابط ظاهر می‌شود [19]. در سال 2002 یانگ و همکارانش تئوری تنش کوپل اصلاح شده را معرفی کردند که در آن تانسور تنش کوپل یک تانسور متقارن در نظر گرفته شده و در نتیجه فقط یک پارامتر مشخصه طولی در روابط ظاهر شده است [18]. با استفاده از این تئوری پارک و همکارانش رفتار استاتیکی یک تیر ساخته شده از اپوکسی را مطالعه نموده‌اند [20]. کونگ و همکارانش معادلات حاکم و شرایط مرزی حاکم بر یک تیر اولپر-برنولی را با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده به دست آورده و گزارش کردند که سفتی تیر یک ویژگی وابسته به اندازه است [17]. آنچه که مشهود است در تحقیقات قبلی، تأثیر تنش کوپل بر روی مدل‌سازی مواجهه میکروتیرهای الکترواستاتیکی با سیال پیرامون آن، که نمونه آن را می‌توان در سنسورهای جرمی مشاهده نمود، مورد مطالعه جامعی قرار نگرفته است. در مقاله حاضر ضمن استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده برای ارائه مدل ریاضی ارتعاشات یک میکروسنسونور جرمی در داخل یک سیال تراکم ناپذیر، از تئوری آیرودینامیک سه بعدی برای مدل‌سازی مواجهه سیال-جامد استفاده می‌شود. جرم معادل سیال محیطی میکرو سنسونور به صورت یک جرم افزوده محاسبه شده و به جرم میکروتیر اضافه می‌شود. میکروتیر مورد استفاده توسط یک ولتاژ پایه تغییر شکل استاتیکی یافته و سپس با اعمال ولتاژ متناوب مشخصه‌های دینامیکی حول وضعیت تغییر شکل یافته مطالعه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که اعمال تئوری تنش کوپل و تغییر پارامتر مشخصه طولی می‌تواند بر روی میزان محاسبه شده اختلاف فشار سیالی ایجاد شده بین دو طرف میکروتیر تأثیر گذارد.

## 2- بیان مسئله

### 1-1- مدل‌سازی میکروتیر الکترواستاتیکی

مدل ارائه شده شامل یک میکروتیر متحرک و یک صفحه ساکن موازی با آن است که در صورت اعمال میدان الکترواستاتیکی، مجموعه به صورت یک خازن عمل نموده که در اثر اعمال اختلاف پتانسیل، الکتروود بالایی به سمت الکتروود پایینی حرکت می‌کند و در ولتاژ معینی نیروهای الکترواستاتیکی بر نیروی الاستیک تیر غلبه پیدا می‌کنند. در این حالت الکتروود متحرک یا همان میکرو تیر ناپایدار شده و به صورت ناگهانی به سمت صفحه پایینی حرکت کرده و به آن می‌چسبد به این پدیده پولین<sup>1</sup> و به ولتاژی که در آن این پدیده رخ می‌دهد، ولتاژ پولین می‌گویند. به طور عمده این عملگرها در دو حالت یک سرگیردار و دو سرگیردار طبقه‌بندی می‌شوند. در متن حاضر میکرو تیر مورد مطالعه در شرایط مرزی یکسر گیردار می‌باشد (شکل 1).

معادله حاکم بر حرکت تیر اولپر برنولی تحت تحریک الکترو استاتیک، با در نظر گرفتن تئوری غیر کلاسیک تنش کوپل اصلاح شده به صورت رابطه (1) نوشته می‌شود [21]:

$$(\bar{E}I + \mu AI^2) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$$

<sup>1</sup> Pull in

$$t^* = \left( \frac{mL^4}{EI + \mu Al^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

بنابراین معادله بی بعد شده ارتعاش میکرو تیر به صورت رابطه (15) نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^4 \hat{w}(\hat{x}, \hat{t})}{\partial \hat{x}^4} + \frac{\partial^2 \hat{w}(\hat{x}, \hat{t})}{\partial \hat{t}^2} + \hat{C} \frac{\partial \hat{w}(\hat{x}, \hat{t})}{\partial \hat{t}} = \alpha \frac{V_{eff}^2}{(1 - \hat{w}(\hat{x}, \hat{t}))^2} \quad (15)$$

که در معادله (15)، روابط (16) برقرارند:

$$\alpha = \frac{\varepsilon L^4}{2g_0^3 \left( \frac{1}{12} h^3 \bar{E} + \mu h l^2 \right)}, \quad \hat{C} = \frac{CL^4}{t^*}, \quad V_{eff} = \sqrt{KV} \quad (16)$$

شرایط مرزی بی بعد شده برای تیر یک سرگیردار در  $\hat{x}=1$  و  $\hat{x}=0$  به صورت روابط (17) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} \hat{w}(0, \hat{t}) = \frac{\partial \hat{w}(0, \hat{t})}{\partial \hat{x}} = 0 \\ \frac{\partial^2 \hat{w}(1, \hat{t})}{\partial \hat{x}^2} = \frac{\partial^3 \hat{w}(1, \hat{t})}{\partial \hat{x}^3} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

### 3- حل عددی معادلات حاکم

در این مرحله به این صورت فرض می‌گردد که ولتاژ تحریک الکترواستاتیک به صورت ترکیبی از ولتاژ جریان DC و AC می‌باشد و میکرو تیر ابتدا تحت تحریک الکترواستاتیک با ولتاژ DC (جریان مستقیم) قرار گرفته و دچار خمش استاتیک می‌شود و پس از انحراف از حالت اولیه، جریان متناوب اعمال شده و تیر تحت تحریک با ولتاژ AC قرار گرفته و شروع به ارتعاش حول وضعیت تغییر شکل یافته استاتیکی می‌نماید. در نهایت تغییر مکان عرضی کلی تیر به صورت ترکیب تغییر مکان استاتیک و دینامیک خواهد بود (رابطه 18):

$$\hat{w}(\hat{x}, \hat{t}) = \hat{w}_s(\hat{x}) + \hat{w}_d(\hat{x}, \hat{t}) \quad (18)$$

که در این معادله  $\hat{w}_s(\hat{x})$  و  $\hat{w}_d(\hat{x}, \hat{t})$  به ترتیب معرف تغییر مکان عرضی استاتیکی و دینامیکی میکرو تیر می‌باشند. معادله استاتیکی با حذف ترم‌های وابسته به زمان از معادله دینامیکی حرکت حاصل می‌گردد (رابطه 19).

$$\frac{d^4 \hat{w}_s(\hat{x})}{d\hat{x}^4} = \alpha \frac{(V_{DC})_{eff}^2}{(1 - \hat{w}_s(\hat{x}))^2} \quad (19)$$

رابطه (19) یک معادله دیفرانسیل غیر خطی با مشتقات جزئی می‌باشد که معرف تغییر مکان عرضی تیر ( $\hat{w}_s$ ) در حالت استاتیک می‌باشد. استفاده مستقیم از روش‌های تفاضل محدود و گالرکین برای حل معادله فوق، منجر به استخراج معادلات جبری غیر خطی می‌گردد. لذا در متن حاضر برای حل معادله (19) از روشی استفاده می‌گردد که شامل دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول، روش مرحله به مرحله خطی‌سازی (SSLM) مورد استفاده قرار می‌گیرد [28] و سپس روش عددی گالرکین برای حل معادله خطی بدست آمده در هر مرحله مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای استفاده از روش (SSLM) فرض بر این می‌باشد که  $\hat{w}_s^k$  تغییر مکان میکرو تیر مطابق ولتاژ اعمال شده  $V_{DC}^k$  می‌باشد. بنابراین با افزایش ولتاژ اعمالی و رسیدن به مقدار جدید (رابطه 20)، تغییر مکان به صورت رابطه (20) نوشته می‌شود [28]:

$$(V_{DC}^{k+1})_{eff} = (V_{DC}^k)_{eff} + (\delta V_{DC})_{eff} \quad (20)$$

انرژی جنبشی نسبت به زمان هر بخشی از سیال، با کار انجام گرفته توسط فشار در سطح آن برابر می‌باشد [25]:

$$\frac{dE_K}{dt} = - \iint V_z \Delta P dS \quad (4)$$

که در آن  $E_K$  انرژی جنبشی سیال است.  $V_K$  سرعت عمودی ذرات سیال می‌باشد.  $S$  نشان دهنده سطح مواجهه سیال جامد می‌باشد.  $\Delta P$  نشان دهنده فشار اعمال شده از خارج بر ذرات  $dS$  مرزی و در حال انجام کار می‌باشد. با فرض تیر به صورت رابطه سیال-جامد و بادر نظر گرفتن ارتعاشات کوچک، انتگرال رابطه (4) به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود [26]:

$$\iint V_z \Delta P dS = \int_0^b \int_0^L \frac{\partial w}{\partial t} \Delta P dx dy \quad (5)$$

که در آن  $\partial W / \partial t$  سرعت عمودی تیر می‌باشد. نرخ تغییر انرژی جنبشی نسبت به زمان تیر در حال ارتعاشی که در هر واحد سطح دارای جرمی معادل جرم اضافی  $M$  می‌باشد به صورت رابطه (6) نوشته می‌شود [9]:

$$\frac{dE_K}{dt} = M \int_0^b \int_0^L \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx dy \quad (6)$$

بنابراین با توجه به روابط (4) تا (6) می‌توان عبارتی مطابق رابطه (7) برای جرم اضافی بدست آورد:

$$M = - \frac{\int_0^b \int_0^L \frac{\partial w}{\partial t} \Delta P dx dy}{\int_0^b \int_0^L \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx dy} \quad (7)$$

با استفاده از تئوری آیرودینامیک سه بعدی برای سیال ایستا،  $\Delta P$  به صورت رابطه (8) نوشته می‌شود [7]:

$$\Delta P(\hat{x}, \hat{y}, t) = \frac{\rho_F L}{\pi} \bar{A} \int_0^1 \int_0^1 \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_{(\hat{x}, \hat{y})=(\xi, \eta)} d\xi d\eta \quad (8)$$

که در آن  $\xi$  و  $\eta$  متغیرهای ساختگی می‌باشند.  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$  مختصات بی بعد هستند که مطابق روابط (9,10) با  $x, y$  رابطه دارند:

$$\hat{x} = \frac{x}{L}, \quad \hat{y} = \frac{y}{b} \quad (9)$$

$$R = \sqrt{(\hat{x} - \xi)^2 + \bar{A}^2 (\hat{y} - \eta)^2} \quad (10)$$

در معادله (8)،  $\rho_F$  دانسیته سیال اطراف تیر می‌باشد.  $\bar{A}$  نسبت ابعاد تیر بوده و معادل  $b/L$  می‌باشد و واحد  $\Delta P$  نیز  $(N/m^2)$  می‌باشد. در این مرحله جرم افزوده محاسبه شده بایستی به جرم تیر اضافه گردد، بنابراین معادله (1) به صورت رابطه (11) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} (\bar{E}I + \mu Al^2) \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \\ = \frac{K \varepsilon b V^2}{2(g_0 - w(x, t))^2} \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن رابطه (12) برقرار است:

$$m = \left( \rho h + \frac{\mu}{\pi} \rho_F L \right) b \quad (12)$$

$\mu$  نیز جرم اضافی بی‌بعد شده بوده و به صورت  $\mu = M\pi/\rho_F L$  نوشته می‌شود [27].

برای سهولت در کار و برای ساده‌سازی رابطه (11) از متغیرهای بی‌بعد مطابق روابط (13) استفاده می‌گردد:

$$\hat{w} = \frac{w}{g_0}, \quad \hat{t} = \frac{t}{t^*} \quad (13)$$

در رابطه (13)  $t^*$  پریود مشخصه سیستم بوده و به صورت رابطه (14) نوشته می‌شود.

(28)، معادله (29) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^4(\widehat{w}_s + \widehat{w}_d)}{\partial \widehat{x}^4} + \left(\frac{\partial^2 \widehat{w}_d}{\partial \widehat{t}^2}\right) + \widehat{C} \frac{\partial \widehat{w}_d}{\partial \widehat{t}} = \alpha \left[ \frac{(V_{DC})_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s)^2} + \frac{2(V_{DC})_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s)^3} \widehat{w}_d + \frac{2(V_{DC})_{eff}(V_A)_{eff} \sin \widehat{\Omega} t}{(1 - \widehat{w}_s)^2} \right] \quad (29)$$

در رابطه (29)،  $\widehat{\Omega}$  فرکانس تحریک بی بعد بوده و به صورت رابطه (30) نوشته می‌شود:

$$\widehat{\Omega} = \frac{\Omega}{\sqrt{\frac{EI + \mu A l^2}{mL^4}}} \quad (30)$$

برای حل معادله (30)، روش گالرکین بر اساس مدل کاهش مرتبه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$\widehat{w}_d(\widehat{x}, \widehat{t})$  بر مبنای فضای تابعی می‌تواند به صورت رابطه (31) تعریف گردد:

$$\widehat{w}_d(\widehat{x}, \widehat{t}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\widehat{t}) \varphi_n(\widehat{x}) \quad (31)$$

$\widehat{w}_d(\widehat{x}, \widehat{t})$  با تقریب  $N$  جمله به شکل رابطه (32) نوشته می‌شود:

$$\widehat{w}_d(\widehat{x}, \widehat{t}) = \sum_{n=1}^N a_n(\widehat{t}) \varphi_n(\widehat{x}) \quad (32)$$

با اعمال رابطه (32) در رابطه (29) و ضرب  $\varphi_i(\widehat{x})$  به عنوان تابع وزن در روش گالرکین و سپس انتگرال‌گیری از نتیجه حاصل از  $\widehat{x}=0$  تا  $\widehat{x}=1$ ، مجموعه معادلات جبری خطی به صورت رابطه (33) حاصل می‌گردند:

$$\sum_{n=1}^N M_{in} \ddot{a}_n(\widehat{t}) + \sum_{n=1}^N C_{in} \dot{a}_n(\widehat{t}) + \sum_{n=1}^N K_{in} a_n(\widehat{t}) = F_i(\sin \widehat{\Omega} \widehat{t}) \quad (33)$$

که در معادله (33)، می‌توان روابط (34) را نوشت:

$$M_{in} = \int_0^1 \varphi_n(\widehat{x}) \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} \quad (34-الف)$$

$$C_{in} = \widehat{C} \int_0^1 \varphi_n(\widehat{x}) \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} \quad (34-ب)$$

$$K_{in} = \int_0^1 \varphi_n^{(iv)}(\widehat{x}) \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} - \alpha \frac{2(V_{DC})_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s)^3} \int_0^1 \varphi_n(\widehat{x}) \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} \quad (34-ج)$$

$$F_i = \alpha \frac{2(V_{DC})_{eff}(V_A)_{eff}}{(1 - \widehat{w}_s)^2} \int_0^1 \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} \quad (34-د)$$

به منظور تعیین فرکانس طبیعی میکرو تیر برای یک ولتاژ جریان مستقیم داده شده، ارتعاش آزاد میکرو تیر در نظر گرفته شده و از تأثیر میرایی و نیروی تحریک صرف‌نظر می‌گردد. پس با توجه به رابطه (33)،  $i$  امین فرکانس طبیعی میکرو تیر به صورت رابطه (35) نوشته می‌شود:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{K_{ii}}{M_{ii}}} \quad (35)$$

نهایتاً با حل معادلات حاکم، پاسخ فرکانسی سیستم با در نظر گرفتن تأثیر جرم افزوده، همچنین ولتاژ DC و نیز تنش کوپل مورد مطالعه قرار گرفته و تأثیر تنش کوپل بر روی مواجهه سیال جامد بررسی می‌شود.

#### 4- نتایج و بحث روی آنها

برای نمایش نتایج عددی آنالیز ارائه شده در پژوهش حاضر، یک میکرو تیر یک سرگیردار از جنس طلا با مشخصات ارائه شده در جدول 1 در نظر گرفته

$$\widehat{w}_s^{k+1} = \widehat{w}_s^k + \delta \widehat{w} = \widehat{w}_s^k + \psi(\widehat{x}) \quad (21)$$

با در نظر گرفتن معادله (21) نهایتاً معادله (19) به صورت رابطه (22) نوشته می‌شود.

$$\frac{d^4 \widehat{w}_s^{k+1}}{d\widehat{x}^4} = \alpha \frac{(V_{DC}^{k+1})_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s^{k+1})^2} \quad (22)$$

با در نظر گرفتن مقدار اندک برای  $(\delta V_{DC})_{eff}$ ، انتظار می‌رود که  $\psi(\widehat{x})$  به اندازه کافی کوچک باشد، از این رو با استفاده از تئوری حساب تغییرات<sup>1</sup> و بسط سری تیلور، حول  $\widehat{w}_s^k$  تا مرتبه اول و با در نظر گرفتن مقدار مناسب  $(\delta V_{DC})_{eff}$ ، معادله خطی برای محاسبه  $\psi(\widehat{x})$  به صورت رابطه (23) نوشته می‌شود:

$$L(\psi) = \frac{d^4 \psi(\widehat{x})}{d\widehat{x}^4} - 2\alpha \frac{(V_{DC}^k)_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s^k)^3} \psi - 2\alpha \frac{(V_{DC}^k)_{eff}(\delta V_{DC})_{eff}}{(1 - \widehat{w}_s^k)^2} = 0 \quad (23)$$

برای حل معادله (23) از روش گالرکین استفاده می‌گردد.  $\psi(\widehat{x})$  بر مبنای فضای تابعی می‌تواند به صورت رابطه (24) تعریف گردد [29]:

$$\psi(\widehat{x}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n(\widehat{x}) \quad (24)$$

که در این معادله  $\varphi_n(\widehat{x})$  عبارت است از  $n$  امین تابع شکل که متناظر با شرایط مرزی میکرو تیر می‌باشد. با انتخاب  $N$  جمله سری فوق به شکل رابطه (25) تقریب زده می‌شود:

$$\psi(\widehat{x}) = \sum_{n=1}^N a_n \varphi_n(\widehat{x}) \quad (25)$$

با اعمال رابطه (25) در رابطه (23) و ضرب  $\varphi_i(\widehat{x})$  به عنوان تابع وزن در روش گالرکین و سپس انتگرال‌گیری از نتیجه حاصل از  $\widehat{x}=0$  تا  $\widehat{x}=1$ ، مجموعه معادلات جبری خطی به صورت رابطه (26) حاصل می‌گردند:

$$\sum_{n=1}^N K_{in} a_n = F_i \quad (26)$$

که در آن می‌توان روابط (27) را نوشت:

$$K_{in} = \int_0^1 \varphi_n^{(iv)}(\widehat{x}) \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} - 2\alpha \frac{(V_{DC}^k)_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s^k)^3} \int_0^1 \varphi_n(\widehat{x}) \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} - 2\alpha \frac{(V_{DC}^k)_{eff}(\delta V_{DC})_{eff}}{(1 - \widehat{w}_s^k)^2} \int_0^1 \varphi_i(\widehat{x}) d\widehat{x} \quad (27)$$

در هر مرحله با جایگذاری  $\psi(\widehat{x})$  محاسبه شده در معادله (20)،  $\widehat{w}_s$  برای هر  $(V_{DC})_{eff}$  داده شده بدست می‌آید. از آنجایی که ولتاژ جریان متناوب استفاده شده در این مدل نسبت به ولتاژ جریان مستقیم به اندازه کافی کوچک می‌باشد، با خطی سازی رابطه (15) نسبت به  $\widehat{w}_s$  محاسبه شده، ارتعاشات خطی کوچک با استفاده از رابطه (28) مورد مطالعه قرار می‌گیرند:

$$\frac{\partial^4(\widehat{w}_s + \widehat{w}_d)}{\partial \widehat{x}^4} + \left(\frac{\partial^2 \widehat{w}_d}{\partial \widehat{t}^2}\right) + \widehat{C} \frac{\partial \widehat{w}_d}{\partial \widehat{t}} = \alpha \left[ \frac{(V_{DC})_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s)^2} + \frac{2(V_{DC})_{eff}^2}{(1 - \widehat{w}_s)^3} \delta \widehat{w} + \frac{2(V_{DC})_{eff}}{(1 - \widehat{w}_s)^2} \delta V_{eff} \right] \quad (28)$$

در رابطه (28)،  $\delta V_{eff} = (V_{AC})_{eff}$  و  $\delta \widehat{w} = \widehat{w}_d$  می‌باشند.

با اعمال ولتاژ جریان متناوب  $(V_{AC})_{eff} = (V_A)_{eff} \sin \widehat{\Omega} t$  در معادله

<sup>1</sup> Calculus of Variation

شده است. لازم به توضیح می‌باشد که عرض تیر در نسبت ابعاد مختلف تغییر نموده و میرایی ساختار به صورت 0.5% از میرایی بحرانی تیر منحرف نشده تخمین زده می‌شود [22]. فرض می‌گردد که در مدل ارائه شده، میکروتیر در هر دو محیط خلاء و آب با ضریب دی الکتریک (K) به ترتیب 1 و 78 ارتعاش می‌نماید. برای اعتباربخشی نتایج استاتیکی با نتایج ارائه شده در کارهای قبلی، یک میکروتیر با مشخصات استفاده شده توسط رضازاده و همکارانش در سال 2011 ( $\rho = 2331 \text{ kg/m}^3$ ,  $b = 50 \mu\text{m}$ ,  $E = 169 \text{ GPa}$ ,  $L = 150 \mu\text{m}$ ,  $h = 3 \mu\text{m}$ ,  $\nu = 0.06$ ) در نظر گرفته می‌شود [30]. در جدول 2 ولتاژ پولین محاسبه شده برای میکرو تیر کلاسیک، با نتایج استخراج شده از کار موجود برای میکروتیر یکسر گیردار با مشخصات ذکر شده در بالا مقایسه شده است. نتایج به خوبی نشانگر این واقعیت است که بین نتایج حاصل از این پژوهش برای ولتاژ پولین و نتایج تحقیقات قبلی [30] تطابق خوبی وجود دارد.

همچنین برای اعتباربخشی تحقیقات دینامیکی انجام گرفته در این مقاله، مقدار جرم افزوده برای میکرو تیر یکسر گیردار با مشخصات ارائه شده در مقاله رضازاده و همکارانش در سال 2009 ( $L = 400 \mu\text{m}$ ,  $h = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $E = 169 \text{ GPa}$ ,  $\rho = 2331 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 0.06$ ,  $g_0 = 2 \mu\text{m}$ ) برای نسبت ابعاد مختلف محاسبه می‌شود [27]. فرض می‌گردد که میکرو تیر در یک مود طبیعی ارتعاش می‌نماید. شکل 2 مقادیر جرم افزوده بی بعد محاسبه شده در متن حاضر و مقادیر جرم افزوده بی بعد محاسبه شده توسط رضازاده و همکارانش در سال 2009 را نشان می‌دهد [27]. شکل 2 به خوبی مشخص کننده این واقعیت است که بین نتایج متن حاضر و نتایج مرجع [27] تطابق خوبی وجود دارد.

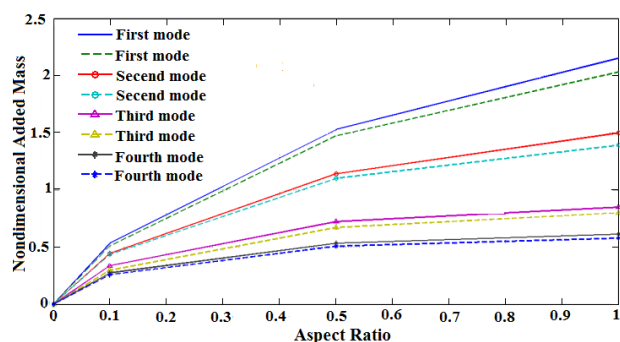


Fig. 2 variation of the nondimensional added mass versus the aspect ratio and order of the natural mode using the Three-dimensional linear aerodynamic theory; calculated results (dotted lines) and the results obtained by Reza zadeh et al. [27] (continues lines)

شکل 2 تغییر جرم افزوده در مقابل نسبت ابعاد با استفاده از تئوری ایرودینامیک سه بعدی برای مدهای طبیعی مختلف، نتایج محاسبه شده در مقاله حاضر (خطوط خط چین) و نتایج محاسبه شده توسط رضازاده و همکارانش [27]. (خطوط ممتد)

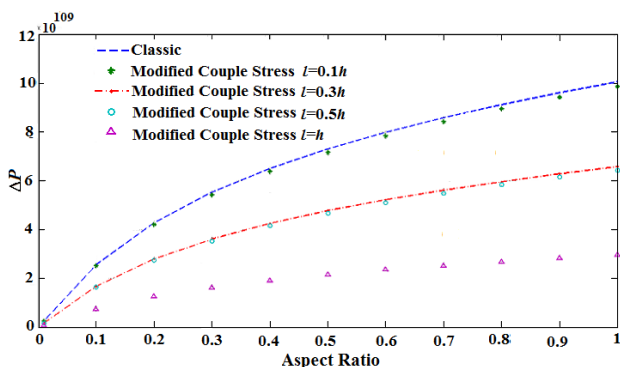


Fig. 3 Dependence of the  $\Delta P$  on the aspect ratio for classic and modified couple stress beam models considering various length scale parameters

شکل 3 وابستگی  $\Delta P$  محاسبه شده به نسبت ابعاد برای مدل‌های تیر کلاسیک و تنش کوپل اصلاح یافته با در نظر گرفتن مقیاس‌های طول مختلف

در این قسمت اندازه اختلاف فشار بین دو طرف صفحه  $\Delta P$  ( $\text{N/m}^2$ ) برای میکرو تیر یکسر گیردار با مشخصات ارائه شده در جدول 1 با استفاده از روش ایرودینامیک سه بعدی و برای نسبت ابعاد مختلف محاسبه می‌شود. شکل 3 نشانگر نتایج مربوط به محاسبه  $\Delta P$  با استفاده از تئوری ایرودینامیک سه بعدی برای مدل‌های تیر کلاسیک و تنش کوپل اصلاح شده با در نظر گرفتن پارامتر مقیاس طول مختلف می‌باشد. به وضوح دیده می‌شود که

جدول 1 مقادیر متغیرهای طراحی [21].

جدول 2 مقایسه ولتاژ پولین برای میکروتیر یک سرگیردار

Table 1 The values of design variables

مقادیر	متغیرهای طراحی
541.8 $\mu\text{m}$	طول
2.68 $\mu\text{m}$	ضخامت
2.83 $\mu\text{m}$	فاصله اولیه
27 GPa	مدول الاستیسیته
98.5 GPa	مدول برشی
19300 kg/m	دانسیته
8.85 PF/m	ضریب گذردهی خلاء
0.44	نسبت پواسون

Table 2 Comparison of the pull-in voltage for a cantilever microbeam

ولتاژ پولین (V)	نتایج
16.93	کار حاضر
17	رضازاده و همکارانش [30]
16.9	شبیه‌سازی کوسولو [30]
16.8	مدل دوبعدی فرم بسته [30]

معادلات حاکم از مدل کاهش مرتبه مبتنی بر گالرکین برای حل آن‌ها استفاده شد. نتایج نشان دادند که اعمال تئوری تنش کوپل اصلاح شده علیرغم تغییر میزان اختلاف فشار ایجاد شده، تغییری در میزان جرم افزوده ایجاد نمی‌کند که دلیل آن را می‌توان در رابطه حاکم برای محاسبه جرم افزوده در تئوری آیرودینامیک سه بعدی یافت. همچنین نتایج نشان دادند که وجود جرم افزوده باعث تغییر در کیفیت نمودارهای پاسخ فرکانسی سیستم می‌شود. همچنین در نظر گرفتن تنش کوپل و افزایش اندازه پارامتر مشخصه طولی نسبت به ضخامت میکروتیر باعث افزایش سفتی سیستم و در نتیجه کاهش دامنه ارتعاشی و شیفت نمودارهای پاسخ فرکانسی به سمت راست گردید.

### 6- فهرست علائم

$b$	عرض تیر (m)
$h$	ارتفاع تیر (m)
$E$	مدول الاستیسیته (GPa)
$l$	پارامتر مشخصه طولی
$A$	سطح مقطع ( $m^2$ )
$V$	ولتاژ
$g_0$	فاصله اولیه بین تیر و الکتروود پایینی
$I$	ممان اینرسی
$E_K$	انرژی جنبشی سیال
$V_K$	سرعت عمودی ذرات سیال
$S$	سطح مواجهه سیال-جامد
$\bar{A}$	نسبت ابعاد تیر

### علائم یونانی

$\mu$	مدول برشی (GPa)
$\rho$	چگالی میکروتیر ( $kgm^{-3}$ )
$K$	ضریب دی الکترونیک
$\rho_F$	چگالی سیال ( $kgm^{-3}$ )
$\theta$	نسبت پواسون
$\varepsilon$	ضریب گذردهی خلاء

### بالانویس‌ها

$k$	شمارش مرحله
-----	-------------

### زیرنویس‌ها

eff	مؤثر
-----	------

### 7- مراجع

- [1] D. DiLella, L. J. Whitman, R. J. Colton T.W. Kenny, W.J. Kaiser, E.C. Vote, J.A. Podosek, L.M. Miller, A micromachined magnetic-field sensor, based on an electron tunneling displacement transducer, *Journal of Sensors and actuators*, Vol. 86, No. 1-2, pp. 8–20, 2000.
- [2] Johannes A. N. Hengstler, *Influence of the fluid-structure interaction on the vibrations of structures*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Zurich University, Switzerland, 2013.
- [3] Gerard A. Maugin, *Continuum Mechanics Through The Ages-From The Renaissance To The Twentieth Century, From Hydraulics To Plasticity*, Solid Mechanics and Its Applications, pp. 38-42, Switzerland: Springer, 2016.
- [4] Jones RT, *Properties of low-aspect ratio pointed wings at speeds below and above the speed of sound*, Technical Report 835, NASA, 1946.
- [5] Miles JW, On the aerodynamic instability of thin panels, *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 23, No. 1, pp. 771–791, 1956.
- [6] Kornecki A, Dowell EH, O'brien J, On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 47, No. 2, pp. 163–178, 1976.
- [7] Lucey AD, Carpenter PW, The hydroelastic stability of three dimensional

نسبت به محیط خلاء بیشتر می‌باشد. در نتیجه این واقعیت باعث افزایش سفتی الکتریکی و کاهش سفتی کل سیستم می‌شود. شکل 4 نشانگر این واقعیت است که ارتعاش میکروتیر در داخل آب با در نظر گرفتن تأثیر جرم افزوده باعث کاهش فرکانس طبیعی مدل می‌شود.

شکل 5 نشانگر پاسخ فرکانسی ارتعاش میکروتیر در داخل آب با در نظر گرفتن تأثیر جرم افزوده و استفاده از تئوری تنش کوپل می‌باشد. در شکل 5 به خوبی مشخص است که حداکثر دامنه نوسان میکروتیر مدل‌سازی شده با تئوری کلاسیک نسبت به حداکثر دامنه نوسان میکروتیر مدل‌سازی شده با تئوری تنش کوپل اصلاح یافته بزرگتر است. دامنه نوسان میکروتیر مدل‌سازی شده با تئوری تنش کوپل اصلاح یافته بستگی به مقدار نسبت  $l/h$  دارد به طوری که با افزایش نسبت  $l/h$  دامنه نوسانات کاهش می‌یابد. همچنین همان‌گونه که در شکل مشخص است در نظر گرفتن تنش کوپل و افزایش پارامتر مشخصه طولی باعث افزایش فرکانس رزونانسی و شیفت نمودارها به سمت راست می‌شود.

### 5- نتیجه گیری

در تحقیق ارائه شده به بررسی تأثیر تنش کوپل بر روی مواجهه سیال-جامد در یک میکروتیر الکترواستاتیکی پرداخته شد. از تئوری آیرودینامیک سه بعدی برای محاسبه اختلاف فشار بین دو طرف تیر و در نتیجه جرم افزوده اعمال شده به ارتعاشات میکروتیر استفاده شد. به دلیل ماهیت غیر خطی

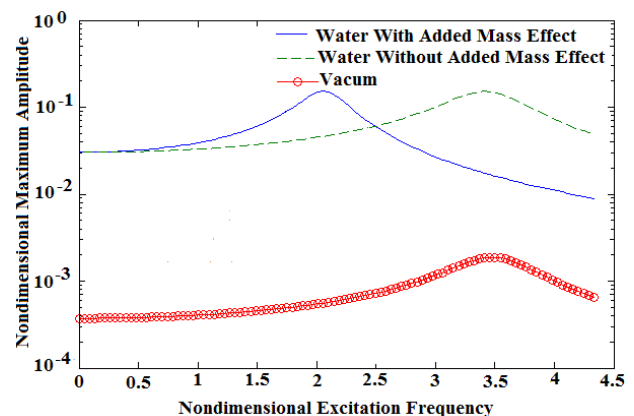


Fig. 4 The effects of the added mass on the frequency response of the microbeam

شکل 4 تأثیر جرم افزوده بر روی پاسخ فرکانسی میکروتیر

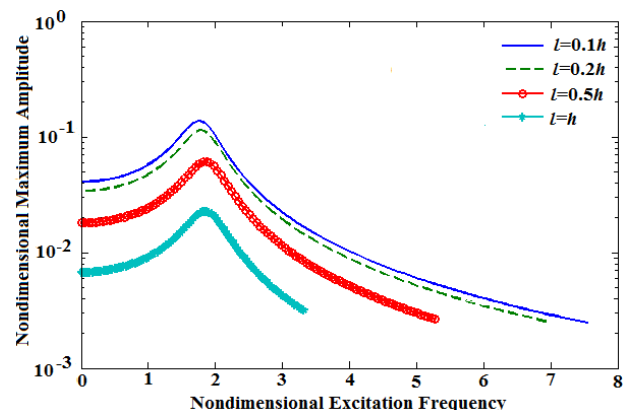


Fig. 5 The effects of the length scale parameter on the frequency response of the microbeam

شکل 5 تأثیر پارامتر مقیاس طول بر روی پاسخ فرکانسی میکروتیر

- [18] F. Yang, A.C.M. Chong, D.C.C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 10, pp. 2731–2743, 2002.
- [19] R. D. Mindlin, Micro-structure in linear elasticity, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 16, No. 1, pp. 51–78, 1964.
- [20] S. K. Park, X. L. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 2355–2359, 2006.
- [21] M. Fathalilou, M. Sadeghi, G. Rezazadeh, M. Jalilpour, A. Naghilou, S. Ahouighazvin, Study on the pull-in instability of gold micro-switches using variable length scale parameter, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 3, No. 2, pp. 114–123, 2011.
- [22] Lynch JP, Partridge A, Law KH, Kenny TW, Kiremidjian AS, EDCarryer, Design of piezoresistive MEMS-based accelerometer for integration with wireless sensing unit for structural monitoring, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 108–114, 2003.
- [23] Younis MI, Abdel-Rahman EM, Nayfeh A, A reduced-order model for electrically actuated microbeam-based MEMS, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 12, No. 5, pp. 672–680, 2003.
- [24] R. Shabani, H. Hatami, F. G. Golzar, S. Tariverdilou, G. Rezazadeh, Coupled vibration of a cantilever micro-beam submerged in a bounded incompressible fluid domain, *Journal of acta mechanica*, Vol. 224, No. 4, pp. 841–850, 2013.
- [25] Y. Yadykin, V. Tenetov, D. Levin, The added mass of a flexible plate oscillating in a fluid, *Journal of Fluids and Structures* Vol. 17, No. 1, pp. 115–123, 2003.
- [26] White FM, *Viscous fluid flow*, pp. 59–74, New York: Mcgraw-hill, 1991.
- [27] Ghader Rezazadeh, Mohammad Fathalilou, Rasool Shabani, Saeid Tarverdilou, Soheil Talebian, Dynamic characteristics and forced response of an electrostatically-actuated microbeam subjected to fluid loading, *Journal of Microsystem Technologies* Vol. 15, No. 9, pp. 1355–, 2009.
- [28] Rezazadeh GH, Tahmasebi A, Zubtsov M, Application of piezoelectric layers in electrostatic MEM actuators: controlling of pull-in voltage, *Journal of Microsystem Technologies*, Vol. 12, No. 12, pp. 1163–1170, 2006.
- [29] Nayfeh A. H, Mook D.T, *Nonlinear oscillations*, pp. 163–200, New York: Wiley Interscience, 1979.
- [30] Ghader Rezazadeh, Mohammad Fathalilou, Morteza Sadeghi, Pull-in voltage of electrostatically-actuated microbeams in terms of lumped model pull-in voltage using novel design corrective coefficients, *Journal of Sensing and Imaging* Vol. 12, No. 3, pp. 117–131, 2011.
- disturbances of a finite compliant wall, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 165, No. 3, pp. 527–552, 1998.
- [8] Lindholm US, Kana DD, Chu WH, Abramson HN, Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water, *Journal of Ship Research*, Vol. 9, No. 1, pp. 11–22, 1965.
- [9] Minami H, Added mass of a membrane vibrating at finite amplitude, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 12, No. 7, pp. 919–932, 1998.
- [10] Michael Valentine Requa, *Parametric Resonance in Microcantilevers with Application in Mass Sensing*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, California University, Santabarbara, California, 2001.
- [11] Ergin A, Ugurlu B, Linear vibration analysis of cantilever plates partially submerged in fluid, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 17, No. 7, pp. 927–939, 2003.
- [12] Takahito Ono and Masayoshi Esashi, Mass sensing with resonating ultra-thin silicon beams detected by a double-beam laser Doppler vibrometer, *Journal of Measurement. Science and Technology Publishing by Institute of Physics*, Vol. 15, No. 10, pp. 1977–1981, 2004.
- [13] Thomas Braun, Viola Barwich, Murali Krishna Ghatkesar, Adriaan H. Bredekamp, Christoph Gerber, Martin Hegner, Hans Peter Lang, *Micromechanical Mass Sensors for Biomolecular Detection in a Physiological Environment*, Physical Review E 72, 031907, National Center of Competence for Research in Nano science, University of Basel IBM Zurich Research Laboratory, Switzerland, 2005.
- [14] Thomas P. Burg, Member, IEEE, Amir R. Mirza, Nebojsa Milovic, Christine H. Tsau, George A. Popescu, John S. Foster, Scott R. Manalis, Vacuum-Packaged Suspended Microchannel Resonant Mass Sensor for Biomolecular Detection, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 15, No. 6, pp. 1466–1476, 2006.
- [15] Ghader Jabbari, Rasool Shabani, Ghader Rezazadeh, Frequency response of an electrostatically actuated micro resonator in contact with incompressible fluid, *Journal of Micro system Technologies* Vol. 17, No. 1, pp. 115–123, 2016.
- [16] Ghader Jabbari, Rasool Shabani, Ghader Rezazadeh, Nonlinear vibrations of an electrostatically actuated microresonator in an incompressible fluid cavity based on the modified couple stress theory, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 11, No. 4, pp. 041029-1-8, 2016
- [17] S. Kong, S. Zhou, Z. Nie, K. Wang, The size-dependent natural frequency of Bernoulli Euler micro-beams, *Journal of Engineering Science*, Vol. 46, No. 5, pp. 427–437, 2008.