



مدلسازی اثرات آسیب پیشرونده غیرایزوتروپ بر رفتار الاستوپلاستیک کامپوزیت‌های زمینه فلزی

حسین محمدی رکن آبادی¹، محمد جواد محمودی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، صندوق پستی 167651719، mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 اردیبهشت 1395

پذیرش: 21 تیر 1395

ارائه در سایت: 24 مرداد 1395

کلید واژگان:

کامپوزیت زمینه فلزی

مکانیک آسیب پیوسته

میکرومکانیک

آسیب غیرایزوتروپ

چکیده

هدف این مقاله بررسی آسیب پیشرونده در یک لایه کامپوزیتی زمینه فلزی با استفاده از کوپل روش میکرومکانیکی و دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته می‌باشد. روش میکرومکانیکی، روش بر پایه المان حجمی نماینده معروف به روش سلول واحد ساده شده می‌باشد که قابلیت بررسی پیشرونده بودن آسیب و رفتار پلاستیک در المان حجمی نماینده را دارد. آسیب‌مورد بررسی به صورت ایزوتروپ و غیرایزوتروپ بر اساس دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته می‌باشد. کامپوزیت مورد بررسی کامپوزیت کربن/آلومینیم می‌باشد. رفتار زمینه به صورت ایزوتروپ و الاستوپلاستیک و رفتار الیاف به صورت ایزوتروپ عرضی و الاستیک و آرایش الیاف درون زمینه به صورت منظم می‌باشد. مدل رفتار الاستوپلاستیک زمینه به صورت رفتار دوخطی و روش حل، روش تقریب متوالی می‌باشد. با توجه به مطالعات پیشین در دسترس، کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم جهت اعتبارسنجی و مقایسه با داده‌های تجربی مورد توجه قرار می‌گیرد. اثر درصد حجمی الیاف در روند پیشروی آسیب مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش بارگذاری طولی و عرضی، متغیر آسیب در جهات الیاف وعمود بر الیاف رشد کرده و مدول یانگ طولی و عرضی مؤثر کامپوزیت کاهش می‌یابد. همچنین نتایج تأیید می‌کنند که در بارگذاری طولی و در نظرگیری آسیب غیرایزوتروپ، پیشروی آسیب در جهت الیاف بیشتر از رشد آن در جهت عمود بر الیاف می‌باشد، در حالیکه تحت بارگذاری عرضی رشد آسیب در جهات عمود بر الیاف سریع‌تر است.

Modeling of the effects of progressive anisotropic damage on the elastoplastic behavior of metal matrix composites

Hossein Mohammadi-Roknabadi, Mohammad Javad Mahmoodi*

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

* P.O.B. 167651719, Tehran, Iran, mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 01 May 2016

Accepted 11 July 2016

Available Online 14 August 2016

Keywords:

Matrix metal composite

Continuum damage mechanics

Micromechanics

Anisotropic damage

ABSTRACT

The aim of this paper is investigation of progressive damage in a metal matrix composite lamina using coupling of micromechanical method and continuum damage mechanics viewpoint. The micromechanical method is a representative volume element- based method known simplified unit cell method which possesses the capability of investigating progressive damage and plastic behavior in the representative volume elements. The studied damage is isotropic and anisotropic based on continuum damage mechanics viewpoint. Composite system under investigation is Carbon/Aluminum composite. The matrix behavior is considered as isotropic and elastoplastic and the fiber behavior is transversely isotropic and elastic. The fiber arrangement within the matrix is regular. The matrix elastoplastic behavior model is included as bi-linear behavior and solution method is successive approximation method. According to available previous studies, Silicon-carbide/Titanium composite system is noted for validation and comparison with experimental data. Also, the effect of fiber volume fraction on the damage progression routine is studied. The results show that by increasing the longitudinal and transverse loadings, the damage variable grows the fiber direction and perpendicular to the fiber direction and the axial and transverse Young's modulus decrease subsequently. Also, the results prove that in longitudinal loading, considering anisotropic damage, damage progression in the fiber direction is more than its growth, perpendicular to the fiber direction. Whereas, under transverse loading, damage growth in perpendicular to the fiber direction is faster.

1- مقدمه

کاربرد زیادی در صناعی مانند خودروسازی و نظامی دارند، بنابراین تحلیل

کامپوزیت‌های زمینه فلزی به دلیل خواص مکانیکی و فیزیکی فوق العاده آن‌ها از اهمیت خاصی برخوردار بوده و توسط محققین زیادی مورد تحلیل

Please cite this article using:

H. Mohammadi-Roknabadi, M. J. Mahmoodi, Modeling of the effects of progressive anisotropic damage on the elastoplastic behavior of metal matrix composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 65-74, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

روش‌های عددی به اثبات رسیده است. روش میکرومکانیکی مورد استفاده در این مقاله، روش سلول واحد ساده‌شده⁷ می‌باشد [27-30] که یک مدل تحلیلی میکرومکانیکی بوده که رفتار کلی کامپوزیت را از ریزساختارهای تشکیل دهنده آن استخراج می‌نماید. اخیراً از مدل سلول واحد ساده شده جهت پیش‌بینی رفتار کامپوزیت‌های زمینه فلزی با الیاف آلیاژ حافظه‌دار و همچنین در تحلیل ویسکوالاستیک کامپوزیت‌های تقویت شده با نانوتیوب‌های کربنی استفاده شده است [1, 31]. با استفاده از فرضیات این مدل و ارتباط آن با دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته می‌توان روند آسیب را در متغیر آسیب بررسی کرد.

در این مقاله یک المان حجمی نماینده که جنس زمینه‌ی آن آلومینیم با رفتار ایزوتروپ و الاستوپلاستیک و جنس الیاف در آن کربن با رفتار ایزوتروپ عرضی و الاستیک و با درصد حجمی 30% است، یک بار تحت بار طولی و بار دیگر تحت بارگذاری عرضی قرار می‌گیرد و با استفاده از روش‌های سلول واحد ساده شده و دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته پیشروی آسیب در جهات اصلی روی زمینه کامپوزیت و همچنین اثرات ناشی از وجود آسیب روی مدول یانگ ماده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه ابتدا دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته بررسی می‌شود، سپس روش سلول واحد ساده شده و فرضیات آن بیان می‌گردد و در انتها چگونگی ارتباط این دو روش بیان می‌شود. در انتها نیز نتایج بررسی می‌گردد.

2- دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته

رابطه بین تنش موثر $\bar{\sigma}$ و تنش σ به صورت رابطه (1) می‌باشد [5]:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (1)$$

که در آن D متغیر آسیب می‌باشد و طبق مدل لمتق به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود [5]:

$$D = \frac{A_0 - A_{eff}}{A_0} \quad (2)$$

صورت کسر فوق مساحت آسیب و مورخ آن مساحت کل را نشان می‌دهد، یکی از اثرات آسیب کاهش مدول یانگ است. پس از ایجاد آسیب در قطعه مدول یانگ شروع به کاهش می‌کند به طوریکه می‌توان آسیب را از رابطه (3) به دست آورد [5]:

$$D = 1 - \frac{E_D}{E} \quad (3)$$

که در آن E_D مدول یانگ پس از آسیب و E مدول یانگ اولیه ماده است. در مراجع [5, 4] رابطه (4) زیر برای بررسی متغیر آسیب پیشنهاد شده است:

$$dD = d\varepsilon^p \left(-\frac{Y}{S}\right)^s \quad (4)$$

که در آن s و S پارامترهای ماده، ε^p کرنش پلاستیک معادل⁸ و Y مطابق رابطه (5) تعریف می‌شود [5]:

$$Y = -\frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \quad (5)$$

که در آن σ_H میانگین تنش‌های اصلی، σ_{eq} تنش معادل وان میسر، ν ضریب پواسون و E مدول یانگ ماده می‌باشد. همچنین برای آسیب غیرایزوتروپ رابطه (6) پیشنهاد می‌شود [5]:

$$dD = |d\varepsilon^p| \left(-\frac{Y}{S}\right)^s \quad (6)$$

قرار گرفته‌اند [1]. برای استفاده قابل اطمینان از کامپوزیت‌های زمینه فلزی تحلیل دقیق آن‌ها در شرایط و بارگذاری‌های مختلف ضروری است [2]. بنابراین باید آسیب ابتدایی و نهایی در این نوع کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری‌های مختلف مورد بررسی قرار گیرد [2]. در پژوهش‌های انجام گرفته روی کامپوزیت‌های زمینه فلزی، ابتدا اثر آسیب‌های زمینه بر خواص مکانیکی چندلایه مورد بررسی قرار می‌گیرد و در ادامه جداسازی بین لایه‌های مورد بررسی قرار می‌گیرد [3]. چرا که یکی از مهم‌ترین و رایج‌ترین شکل آسیب در کامپوزیت‌ها آسیب‌های روی زمینه هستند. این آسیب‌ها یک عامل مهم رفتار غیرخطی در کامپوزیت با اجزای الاستیک می‌باشند [3]. یکی از روش‌هایی که در سال 1958 میلادی مطرح شد و اخیراً مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته¹ می‌باشد [3-6]. از این دیدگاه برای حل مسائل مختلفی از جمله آسیب در کامپوزیت‌های الاستیک با اثرات حرارتی [7, 8] حل مسائل مختلف خستگی [9] و همچنین شکست مواد ترد استفاده شده است [10, 11]. در ادامه ویاجیس² و همکارانش روابطی برای آسیب در کامپوزیت‌ها و فلزات نرم به دست آوردند [12, 13]. همچنین مزایای مدل میکرومکانیک بر مدل پیوسته برای کامپوزیت‌ها نیز توسط ویاجیس و همکارانش مورد بررسی قرار گرفته است [14, 15]. در بسیاری از فرمول‌نویسی‌های روش مکانیک آسیب پیوسته برای توضیح آسیب از تانسور مرتبه 4 استفاده شده است که تفسیر آن سخت و دشوار است، در حالیکه استفاده از متغیرهای آسیب اسکالر ساده‌تر می‌باشد [16, 5]. همچنین کاربرد مکانیک آسیب پیوسته روی مواد کامپوزیتی نیز مورد بررسی قرار گرفته است [17]. در این روش فاکتوری به نام متغیر آسیب تعریف می‌شود که در روابط بنیادی ماده وارد شده و با افزایش کرنش پلاستیک معادل، رشد می‌کند [4]. یکی از امتیازات ویژه این روش تاثیر آسیب بر استحکام ماده هنگام رشد آسیب است، به گونه‌ای که در مدل‌سازی‌ها، هنگامی که آسیب در نقطه‌ای از قطعه ایجاد شد، پارامترهای استحکامی مانند مدول یانگ کمتر از حالت اولیه می‌شود [4, 5].

مدل‌های میکرومکانیکی عددی [18, 19] و تحلیلی [20, 21] متعددی جهت پیش‌بینی پاسخ کامپوزیت‌های دو فازی تحت شرایط بارگذاری مختلف حرارتی و مکانیکی ارائه شده است. مدل‌های استوانه‌ای و سلول واحد³ دو گروه عمده از مدل‌های میکرومکانیکی تحلیلی با فرضیات ساده شونده‌ی هندسه کامپوزیت‌ها هستند. در مدل‌های استوانه‌ای، هندسه‌ی المان حجمی نماینده کامپوزیت شامل الیافی با مقطع دایروی احاطه شده با زمینه‌ای با مقطع دایروی می‌باشد [22]. در مدل‌های سلول واحد، سطح مقطع المان حجمی نماینده⁴ کامپوزیت شامل الیاف مستطیلی احاطه شده با مواد زمینه به صورت مستطیلی می‌باشد. روش سلولی⁵ [23, 24] و روش سلولی تعمیم یافته⁶ [25, 26] جز معروف‌ترین مدل‌های سلول واحد هستند. یک مدل میکرومکانیکی تحلیلی بر پایه‌ی روش سلول واحد نیز در [27] به‌منظور مطالعه رفتار کامپوزیت‌های زمینه فلزی ارائه شده است. روابط اولیه این مدل میکرومکانیکی، المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل 4 سلول بود که یکی از آن‌ها شامل الیاف و بقیه را مواد زمینه تشکیل می‌داد [27]. قابلیت کاربرد این مدل در پیش‌بینی رفتار مواد مرکب دو فازی تحت شرایط مختلف بارگذاری با توجه به اعتبارسنجی‌های انجام گرفته با داده‌های تجربی و

¹ Continuum Damage Mechanics

² Voyiadjis

³ Unit Cell Model

⁴ Representative Volume Element

⁵ Method of Cell

⁶ Generalized Method of Cell

⁷ Simplified Unit Cell

⁸ Equivalent plastic strain

که $|d\epsilon^p|$ مقادیر ویژه $d\epsilon^p$ می‌باشد.

3- بررسی مدل میکرومکانیک

1-1- فرضیات روش سلول واحد ساده شده

جهت مدلسازی صحیح برای انتقال تنش ماکروسکوپی از یک لایه به یک لایه دیگر در سازه‌های کامپوزیتی لازم است روشی به کار گرفته شود که مکانیزم‌های آسیب هر یک از لایه‌های چندلایه که ناشی از بارگذاری عمومی درون صفحه‌ای یا در جهت ضخامت است را به درستی پیش‌بینی کند. بنابراین رفتار هر لایه باید به صورت مجزا بررسی شود. روش‌های حل بر پایه سلول واحد، قابلیت پیش‌بینی افت خواص و تعریف پارامترهای آسیب ناشی از زوال خواص مکانیکی را در کامپوزیت‌ها داراست. این روش، یک مدل بر پایه المان حجمی نماینده می‌باشد. المان حجمی نماینده شامل کوچکترین بخش تکرار شونده و در عین حال جامع اطلاعات می‌باشد. علت تعریف المان نماینده برای کاهش محاسبات ریاضی است [30-27]. در این مدل مطابق شکل 1، المان حجمی نماینده مکعب مستطیلی به عمق واحد در نظر گرفته شده که طول آن در راستای x برابر L_c و عرض آن در راستای y برابر L_r می‌باشد. تعداد تقسیمات در راستای x برابر با c و طول این تقسیمات برابر a_i می‌باشد. همچنین تعداد تقسیمات در راستای y برابر با r و طول این تقسیمات برابر b_j می‌باشد. در این مدل الیاف و زمینه به طور کاملاً متصل به هم فرض می‌شوند و تغییرات جابجایی در داخل سلول‌های المان نماینده خطی فرض می‌شود.

در این مقاله کلیه تقسیمات در راستای x دارای مقدار برابر a و کلیه تقسیمات در راستای y برابر b می‌باشد. نحوه تقسیم‌بندی سلول‌ها و همچنین نحوه قرارگیری الیاف‌ها، متناظر توزیع مربعی الیاف در زمینه با توجه به درصد حجمی الیاف در شکل 2 نشان داده شده است.

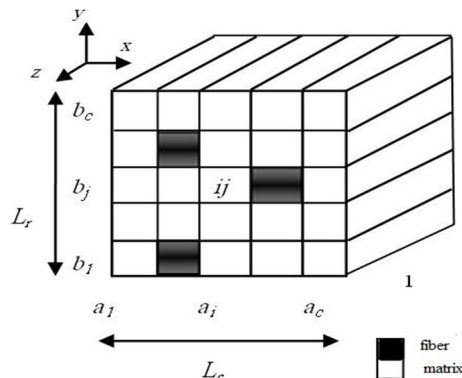


Fig. 1 Geometry of the cells in the representative volume element

شکل 1 هندسه سلول‌ها در المان حجمی نماینده

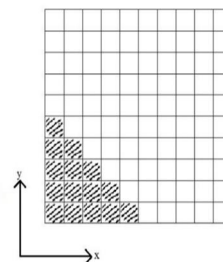


Fig. 2 Fibers arrangement within the matrix corresponding to square regular distribution in the representative volume element

شکل 2 آرایش متناظر توزیع منظم مربعی الیاف در زمینه در المان نماینده

2-3- معادلات حاکم در روش سلول واحد ساده شده

برای انجام محاسبات مقادیر اولا تنش و کرنش هر سلول ثابت فرض می‌شود. همچنین فرض می‌شود که تنش‌های نرمال بر المان نماینده هیچ گونه تنش برشی داخل سلول‌ها ایجاد نمی‌کند [30-27]. S_x و S_y و S_z به ترتیب تنش‌های جمعی (تنش ماکرو) روی المان نماینده در جهات x, y, z می‌باشند. این مقادیر در واقع همان تنش‌های اعمالی بر کل کامپوزیت هستند. از معادله تعادل تنش‌های داخلی در سلول‌ها و تنش‌های خارجی اعمالی، در مرز المان نماینده رابطه (7) به دست می‌آید [30-27]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^c \sigma_y^{i1} a_i &= S_y L_c \\ \sum_{j=1}^r \sigma_x^{1j} b_j &= S_x L_r \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j a_i \sigma_z^{ij} &= S_z L_r L_c \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن برای مثال σ_z^{ij} تنش داخلی در راستای x برای سلول ij می‌باشد.

رابطه (8) از تعادل تنش‌ها در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور بدست می‌آید [31,30]:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{1j} &= \sigma_x^{ij} \quad (i > 1) \\ \sigma_y^{i1} &= \sigma_y^{ij} \quad (j > 1) \end{aligned} \quad (8)$$

با فرض اتصال کامل لایه‌های میانی، تغییر مکان المان نماینده در یک جهت برابر مجموع تغییر مکان سلول‌های یک ردیف در همان جهت است، پس طبق رابطه (9) می‌توان نوشت [33-31]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^c a_i \epsilon_x^{i1} &= \sum_{i=1}^c a_i \epsilon_x^{ij} = L_c \bar{\epsilon}_x \quad (j > 1) \\ \sum_{j=1}^r b_j \epsilon_y^{1j} &= \sum_{j=1}^r b_j \epsilon_y^{ij} = L_r \bar{\epsilon}_y \quad (i > 1) \\ \epsilon_z^{ij} &= \bar{\epsilon}_z \quad (i > 1, j > 1) \end{aligned} \quad (9)$$

برای سلول‌هایی که زمینه هستند باید اثرات پلاستیسیته نیز در نظر گرفته شود. رابطه تنش-کرنش ترموالاستیک به صورت رابطه (9) بیان می‌شود [34]:

$$\epsilon^{ij} = S^{ij} \sigma^{ij} + \alpha^{ij} \Delta T + \epsilon_p^{ij} + \epsilon_0^{ij} \quad (10)$$

در آن S^{ij} ماتریس نرمی، ضریب انبساط حرارتی، ΔT تغییرات دما، ϵ_0^{ij} بردار کرنش پلاستیک و $d\epsilon^{ij}$ بردار نمو کرنش پلاستیک می‌باشند. از رابطه (10) رابطه‌ی (11) برای سلول‌های ایزوتروپ زمینه به دست می‌آید [1]:

$$\begin{aligned} \epsilon_x^{ij} &= \frac{1}{E_{ij}} [\sigma_x^{ij} - \nu_{ij} (\sigma_y^{ij} + \sigma_z^{ij}) + \alpha^{ij} \Delta T + \epsilon_x^{p(ij)} + d\epsilon_x^{p(ij)}] \\ \epsilon_y^{ij} &= \frac{1}{E_{ij}} [\sigma_y^{ij} - \nu_{ij} (\sigma_x^{ij} + \sigma_z^{ij}) + \alpha^{ij} \Delta T + \epsilon_y^{p(ij)} + d\epsilon_y^{p(ij)}] \\ \epsilon_z^{ij} &= \frac{1}{E_{ij}} [\sigma_z^{ij} - \nu_{ij} (\sigma_y^{ij} + \sigma_x^{ij}) + \alpha^{ij} \Delta T + \epsilon_z^{p(ij)} + d\epsilon_z^{p(ij)}] \end{aligned} \quad (11)$$

با ترکیب روابط (8) و (9) و (11) رابطه (12) حاصل می‌گردد [1]:

$$\sum_{i=1}^c \left\{ \frac{a_i}{E_{i1}} \sigma_x^{i1} - \frac{a_i}{E_{ij}} \sigma_x^{1j} - \frac{a_i}{E_{i1}} \nu_{i1} \sigma_y^{i1} + \frac{a_i}{E_{ij}} \nu_{ij} \sigma_y^{ij} - \frac{a_i}{E_{i1}} \nu_{i1} \sigma_z^{i1} + \frac{a_i}{E_{ij}} \nu_{ij} \sigma_z^{ij} \right\} + a_i (\epsilon_x^{p(i1)} + d\epsilon_x^{p(i1)}) - a_i (\epsilon_x^{p(ij)} + d\epsilon_x^{p(ij)}) = a_i (\alpha^{ij} - \alpha^{i1}) \Delta T \quad (j \neq 1)$$

جدول 1 خواص اجزای سازنده کامپوزیت‌های کربن/آلومینیم [4] و سیلیکون کارباید/تیتانیوم [37]

Table 1 Properties of the C/Al [4] and SiC/Ti composites constituents [37]

ماده	کربن (الیاف)	آلومینیم (زمینه)	سیلیکون کارباید (الیاف)	تیتانیوم (زمینه)
مدول یانگ طولی (GPa)	388.2	72.4	409	107
مدول یانگ عرضی (GPa)	7.6	72.4	409	107
نسبت پواسون طولی	0.44	0.33	0.2	0.3
نسبت پواسون عرضی	0.45	0.33	0.2	0.3
ضریب سخت شوندگی (GPa)	-	11.7	-	0.5
تنش تسلیم (MPa)	-	286.7	-	910

مثال، مدول یانگ طولی بدون اثر فاز میانی در مقایسه با مدول یانگ طولی با فاز میانی با ضخامت موثر 0.1 حدود 8% بیشتر است در حالی که برای مدول یانگ عرضی حدود 24% بیشتر است [33]. همچنین هرچه مدول یانگ فاز میانی بیشتر در نظر گرفته شود، پاسخ‌ها به حالتی که فاز میانی در نظر گرفته نمی‌شود، نزدیکتر است [33]. در مقاله حاضر، سیستم کامپوزیت مورد نظر به صورت دو ماده الیاف و زمینه کنار هم با اتصال قوی در نظر گرفته می‌شود و فاز میانی در نظر گرفته نمی‌شود [40].

5- ترکیب روش میکرومکانیک و دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته

در قسمت 3 شرایط مرزی و فرضیات برای حل مسئله مورد نظر بیان شد. در این قسمت به نحوه ارتباط بین روش سلول واحد ساده شده و دیدگاه مکانیک آسیب پیوسته با وجود آسیب پرداخته می‌شود. رابطه بین تنش موثر $\bar{\sigma}$ و تنش σ در حالت کلی به صورت رابطه (15) می‌باشد [4]:

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{1-D} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (15)$$

و در نهایت رابطه تنش- کرنش به صورت رابطه (16) به دست می‌آید [4]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{1-D} \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \end{pmatrix} \quad (16)$$

که در آن λ و μ ثوابت لامه هستند. حال با معکوس کردن رابطه (16) و به دست آوردن کرنش‌ها و جایگذاری آن‌ها در معادله (9) و همچنین استفاده از معادلات (4) و (7) و (8) و (12) می‌توان مجهولات مورد نظر شامل تنش‌ها و متغیرهای آسیب را به دست آورد. در حالتی که آسیب به صورت غیرایزوتروپ باشد معادلات به صورت رابطه (17) اصلاح می‌شوند [4]:

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (17)$$

که در آن ضرایب ماتریس متقارن $[K]$ به صورت رابطه (18) تعریف می‌شوند [4]:

$$K_{11} = \frac{4}{9(1-D_1)} + \frac{1}{9(1-D_2)} + \frac{1}{9(1-D_3)} + \frac{1}{3(1-\eta D_H)}$$

$$K_{12} = -\frac{1}{9(1-D_1)} - \frac{1}{9(1-D_2)} + \frac{1}{9(1-D_3)} + \frac{1}{3(1-\eta D_H)}$$

$$K_{13} = -\frac{1}{9(1-D_1)} + \frac{1}{9(1-D_2)} - \frac{1}{9(1-D_3)} + \frac{1}{3(1-\eta D_H)}$$

$$K_{22} = \frac{1}{9(1-D_1)} + \frac{1}{9(1-D_2)} + \frac{1}{9(1-D_3)} + \frac{1}{3(1-\eta D_H)}$$

$$K_{23} = \frac{1}{9(1-D_1)} - \frac{1}{9(1-D_2)} - \frac{1}{9(1-D_3)} + \frac{1}{3(1-\eta D_H)}$$

$$\sum_{j=1}^r \left\{ -\frac{b_j}{E_{1j}} v_{1j} \sigma_x^{1j} + \frac{b_j}{E_{ij}} v_{ij} \sigma_x^{ij} + \frac{b_j}{E_{1j}} \sigma_y^{11} - \frac{b_j}{E_{ij}} \sigma_y^{ij} - \frac{b_j}{E_{1j}} v_{1j} \sigma_z^{1j} + \frac{b_j}{E_{ij}} v_{ij} \sigma_z^{ij} \right\} + b_j (\varepsilon_y^{p(1j)} + d\varepsilon_y^{p(1j)}) - b_j (\varepsilon_y^{p(ij)} + d\varepsilon_y^{p(ij)}) = b_j (\alpha^{ij} - \alpha^{1j}) \Delta T \quad (i \neq 1)$$

$$\sum_{j=1}^r \left\{ -\frac{1}{E_{11}} \sigma_x^{11} + \frac{v_{ij}}{E_{ij}} \sigma_x^{ij} - \frac{1}{E_{11}} \sigma_y^{11} + \frac{v_{ij}}{E_{ij}} \sigma_y^{ij} + \frac{1}{E_{11}} \sigma_z^{11} + \frac{1}{E_{ij}} \sigma_z^{ij} \right\} + (\varepsilon_z^{p(11)} + d\varepsilon_z^{p(11)}) - (\varepsilon_z^{p(ij)} + d\varepsilon_z^{p(ij)}) = (\alpha^{ij} - \alpha^{11}) \Delta T \quad (i \neq 1, j \neq 1) \quad (12)$$

بنابراین دستگاه رابطه (13) با $rc+r+c$ معادله و با همین تعداد

مجهولات بدست می‌آید:

$$[A]_{m \times m} \{\sigma\}_{m \times 1} + [B]_{m \times n} \{\varepsilon^p\}_{n \times 1} + d\varepsilon^p = \{F\}_{m \times 1} \quad (13)$$

که در آن σ و ε^p به ترتیب ضرایب تنش و کرنش و F نیز به ترتیب بار تنش و نیرو و $m = r \times c + r + c$ (تعداد سلول‌های الیاف - rc) $n = 3$ می‌باشند.

پلاستیسیته استفاده شده در این مقاله وابسته به زمان نیست و دارای سخت شوندگی¹ خطی است. بمنظور حل دستگاه معادلات تکرارشونده و اصلاح شونده با توجه به پارامتر آسیب، روش تقریب متوالی² [35] به همراه معیار تسلیم فن-مایرز³ استفاده می‌شود. با توجه به اینکه ماده به کار رفته شده برای الیاف در این مقاله کربن با خواص ایزوتروپ عرضی⁴ می‌باشد، معادلات مربوط به سلول‌هایی که الیاف می‌باشند به صورت رابطه (14) می‌باشد [36]:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_T} \sigma_x - \nu_T \frac{\sigma_y}{E_T} - \nu_L \frac{\sigma_z}{E_L}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_T} \sigma_y - \nu_T \frac{\sigma_x}{E_T} - \nu_L \frac{\sigma_z}{E_L}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_L} \sigma_z - \nu_L \frac{\sigma_x}{E_L} - \nu_L \frac{\sigma_y}{E_L}$$

$$E_x = E_y = E_T; E_z = E_L; \nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu_L; \nu_{xy} = \nu_T \quad (14)$$

که اندیس L نمایانگر خواص طولی و اندیس T نشان‌دهنده خواص عرضی می‌باشد. به طور مثال E_L مدول یانگ طولی و E_T مدول یانگ عرضی می‌باشد.

4- نوع کامپوزیت

سیستم کامپوزیت اصلی مورد مطالعه، کامپوزیت کربن/آلومینیم با درصد حجمی الیاف 30% می‌باشد. همچنین برای مقایسه نتایج مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی با توجه به در دسترس بودن نتایج آزمایشگاهی در مرجع [37]، کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم با درصد حجمی الیاف 33%، مورد توجه قرار می‌گیرد. خواص اجزای سازنده این کامپوزیت‌ها در جدول 1 نشان داده شده است.

در این میان، شایان ذکر است که با توجه به فرایند ساخت کامپوزیت‌های زمینه فلزی الیافی که در دما و فشار بالا صورت می‌گیرد، لایه نازکی بین الیاف و زمینه معروف به فاز میانی⁵ بوجود می‌آید [38-40]. بطور عمده این فازهای میانی به دو دلیل به وجود می‌آیند [40]. یکی به دلیل واکنش و نفوذ شیمیایی بین فاز تقویت و زمینه و دوم، به علت استفاده از روش‌های محافظ بر فاز تقویت در حین فرآیند تولید جهت اطمینان از اتصال مناسب بین فاز تقویت و زمینه. در [39,38,33] نشان داده شده است که شدت اثر فاز میانی بر مدول یانگ کامپوزیت از زاویه بارگذاری 0 درجه (بارگذاری طولی) تا 90 درجه (بارگذاری عرضی) افزایش می‌یابد. به طور

¹ Hardening

² Successive approximation

³ Von-Mises yield criterion

⁴ Transverse isotropic

⁵ Interphase

شکل 4 نمودار تنش-کرنش برای حالتی که تمامی سلول‌ها آلومینیم و آسیب به صورت غیر ایزوتروپ و ایزوتروپ می‌باشد را نشان می‌دهد. همچنین مقایسه‌ای با روش سلولی و حالتی که آسیب وجود ندارد انجام می‌شود. با دقت در شکل 5 مشخص می‌گردد که برای هر دو حالت آسیب ایزوتروپ و غیرایزوتروپ نمودار تنش-کرنش یکسان بوده و نسبت به حالتی که آسیب وجود ندارد، مقدار تنش کاهش یافته است. این مقدار کاهش یافته در قسمت پلاستیک نمودار تنش-کرنش مشخص‌تر است. مقدار تنش در نقطه پایانی نمودار در حالتی که آسیب وجود ندارد برابر است با $\sigma_z = 414$ MPa و در وجود آسیب ایزوتروپ و غیر ایزوتروپ این مقدار به $\sigma_z = 330.9$ MPa کاهش می‌یابد. بنابراین مقدار کاهش تنش در وجود آسیب تقریباً مقدار قابل توجهی است.

شکل 5 نمودار تنش-کرنش کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم و

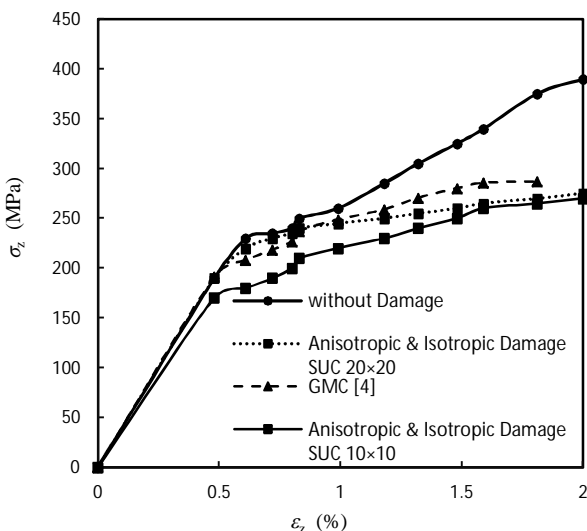


Fig. 4 Aluminum stress-strain diagram under uniaxial loading with isotropic and anisotropic damage and also without damage

شکل 4 نمودار تنش-کرنش آلومینیم تحت بار تک جهته در حالت آسیب ایزوتروپ و غیرایزوتروپ و همچنین در نبود آسیب

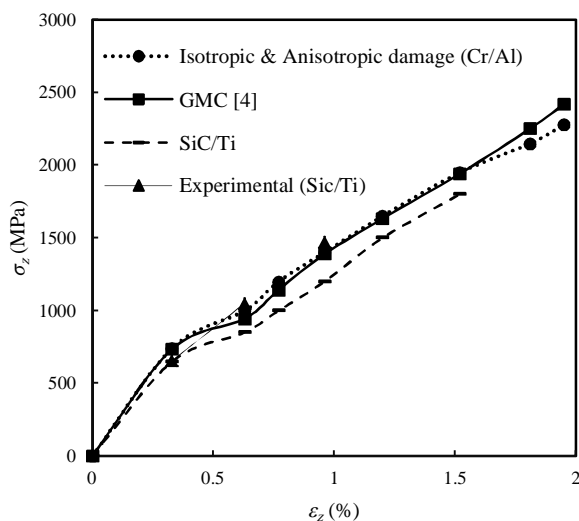


Fig. 5 Carbon/aluminum and silicon-carbide/titanium stress-strain diagram under axial loading

شکل 5 نمودار تنش-کرنش کربن/آلومینیم و سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بار طولی

$$K_{33} = \frac{1}{9(1-D_1)} + \frac{1}{9(1-D_2)} + \frac{4}{9(1-D_3)} + \frac{1}{3(1-\eta D_H)}$$

$$D_H = \frac{D_1 + D_2 + D_3}{3}$$

خاصیت ماده $\eta =$ (18)

و در نهایت رابطه تنش-کرنش به صورت رابطه (19) به دست می‌آید [4]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \end{Bmatrix}$$

که:

$$[L] = [K]^{-1}$$

(20)

باید توجه داشت برای آسیب غیرایزوتروپ، روند قبلی حل استفاده می‌شود ولی به جای رابطه (4) از رابطه (6) استفاده می‌شود.

6- بحث و نتایج

ابتدا برای اثبات درستی روند حل نموداری برای حساسیت به مش بندی ترسیم شده است. در شکل 3 برای حالت‌های 3×3 ، 10×10 ، 20×20 ، 30×30 و 50×50 و در حالتی که 30% سلول‌ها الیاف می‌باشند، مدول یانگ طولی استخراج شده است. با دقت در شکل 3 نتیجه گیری می‌شود که حل با تعداد سلول 20×20 کافی و منطقی می‌باشد. چرا که پاسخ در این حالت به پاسخ در تعداد سلول‌های بالاتر نزدیک و همچنین سرعت همگرایی مسئله نیز مناسب است. همچنین شکل‌های 4 و 9 که در ادامه متن ارائه می‌گردند، و مقایسه‌ی صورت گرفته با روش سلولی نیز ثابت می‌کنند با در نظرگیری اثرات پلاستیسیته و همچنین روند پیشروی آسیب، کماکان تعداد سلول 20×20 کافی است. در این مقاله یک المان حجمی نماینده حاوی 20×20 سلول با درصد حجمی الیاف 30% تحت بار مکانیکی در جهت الیاف (جهت طولی) و سپس در جهت عمود بر الیاف (جهت عرضی) در دمای 21°C قرار گرفته و نمودارها برای حالتی که تمام سلول‌ها زمینه (آلومینیم) یا ترکیب آلومینیم و کربن (کامپوزیت) می‌باشد، استخراج شده‌اند. همچنین در حالتی که آسیب روی زمینه وجود دارد تغییرات مدول یانگ بررسی می‌شود و نتایج با روش سلولی مقایسه می‌شود.

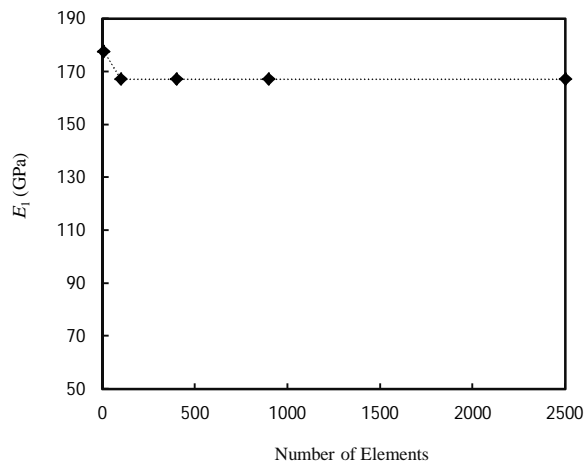


Fig. 3 Variations of the composite axial Young's modulus versus number of cells of the representative volume element

شکل 3 تغییرات مدول یانگ طولی کامپوزیت در برابر تغییر تعداد سلول‌های المان حجمی نماینده

همه سلول‌ها آلومینیم است در ابتدا 72.4 GPa است که با افزایش بارگذاری و پیشروی آسیب در کرنش طولی $\epsilon_z = 2\%$ این مقدار به 52.11 GPa کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل 8 مشخص است شیب کاهش مدول یانگ با پیشروی بارگذاری و افزایش کرنش طولی بیشتر می‌شود. این شیب در قسمت الاستیک تقریباً ثابت است و رفته رفته و با افزایش آسیب، این شیب، افزایش می‌یابد.

شکل 8 روند کاهش مدول یانگ طولی کامپوزیت‌های کربن/آلومینیم و سیلیکون کارباید/تیتانیوم را در بارگذاری طولی نشان می‌دهد. با دقت در شکل 8 مشخص می‌گردد مدول یانگ طولی کامپوزیت کربن/آلومینیم در حالتی که درصد حجمی الیاف 30% است قبل از شروع بارگذاری مقدار آن $E_1 = 167.12$ GPa بوده که با افزایش آسیب به $E_1 = 147.15$ GPa کاهش می‌یابد. مدول یانگ طولی کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم در حالتی که درصد حجمی الیاف 33% است قبل از شروع بارگذاری مقدار آن $E_1 = 209.92$ GPa بوده که با افزایش آسیب به $E_1 = 157.65$ GPa کاهش می‌یابد. مدول یانگ کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم برای نتایج آزمایشگاهی دارای مقدار اولیه $E_1 = 198$ GPa است. در این حالت نیز مانند حالتی که تمام سلول‌ها آلومینیم هستند شیب تغییرات مدول یانگ ابتدا تقریباً ثابت بوده و با افزایش آسیب در المان نماینده، شیب تغییرات افزایش می‌یابد. از تغییر روند مدول یانگ در آلومینیم و کامپوزیت کربن/آلومینیم می‌توان نتیجه گرفت هر چه بارگذاری و رشد آسیب افزایش یابد روند کاهش مدول یانگ سریعتر می‌شود.

در ادامه به روند تغییر متغیرهای آسیب در دو حالت ایزوتروپ و غیرایزوتروپ برای کامپوزیت کربن/آلومینیم پرداخته می‌شود. شکل 9 روند رشد متغیر آسیب را در حالتی که آسیب روی زمینه‌ی کامپوزیت کربن/آلومینیم و به صورت ایزوتروپ بوده را نمایش می‌دهد. با دقت در شکل 9 نتیجه‌گیری می‌شود که روند رشد متغیر آسیب در کرنش طولی $\epsilon_z = 0.44$ شروع می‌شود و در کرنش طولی $\epsilon_z = 2\%$ مقدار آن به $D = 0.2536$ می‌رسد. روند افزایش متغیر آسیب برای بارگذاری طولی تقریباً یکنواخت می‌باشد و نتایج با مدل سلولی نیز مقایسه شده است.

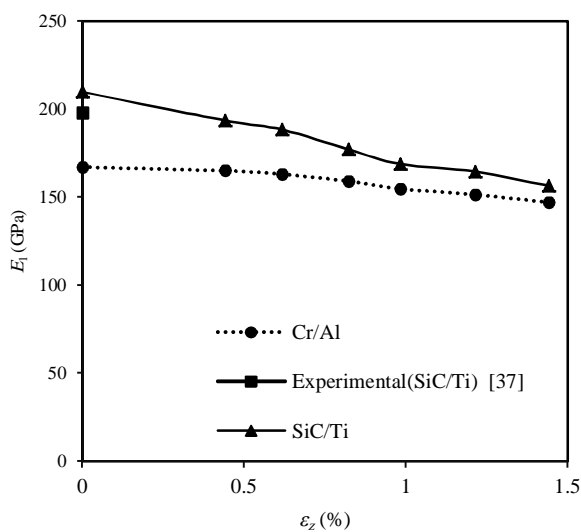


Fig. 8 Variations of axial Young's moduli of carbon/aluminum and silicon-carbide/titanium composites versus axial strain under axial loading

شکل 8 تغییرات مدول یانگ طولی کربن/آلومینیم و سیلیکون کارباید/تیتانیوم برحسب کرنش طولی در بارگذاری طولی

کامپوزیت کربن/آلومینیم را تحت بارگذاری طولی نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 5 مشخص است نمودار تنش-کرنش کامپوزیت کربن/آلومینیم برای هر دو آسیب ایزوتروپ و غیرایزوتروپ برهم منطبق است. برای سیلیکون کارباید/تیتانیوم نتایج به دست آمده از مدل حاضر در مقاله با نتایج آزمایشگاهی در [37] مقایسه شده است.

در ادامه تاثیر درصد حجمی الیاف در روند رشد آسیب کامپوزیت کربن/آلومینیم بررسی می‌شود. بدین منظور در یک بارگذاری خاص درصد حجمی الیاف تغییر داده شده و تغییرات آسیب بررسی می‌شود. شکل 6 درصد حجمی کربن (الیاف) بر حسب آسیب را در بارگذاری $S_z = 1000$ MPa نشان می‌دهد. با دقت در شکل 6 نتیجه‌گیری می‌شود که افزایش درصد حجمی الیاف باعث کاهش متغیر آسیب در هر دو جهت الیاف و عمود بر الیاف می‌شود. برای درصد حجمی 6% متغیرهای آسیب برابر $D_1 = 0.1801$ و $D_2 = D_3 = 0.1141$ هستند، در صورتی که متغیرهای آسیب برای درصد حجمی الیاف 36% به $D_1 = 0.1271$ و $D_2 = D_3 = 0.0771$ می‌رسند. بنابراین افزایش درصد حجمی الیاف تاثیر قابل توجهی در روند تغییرات متغیرهای آسیب در جهات الیاف و عمود بر الیاف دارد.

یکی دیگر از اثرات رشد آسیب کاهش مدول یانگ ماده می‌باشد. همان‌طور که شکل 7 نشان می‌دهد با افزایش بارگذاری طولی و رشد کرنش طولی مدول یانگ آلومینیم کاهش می‌یابد. مدول یانگ المان نماینده در حالتی که

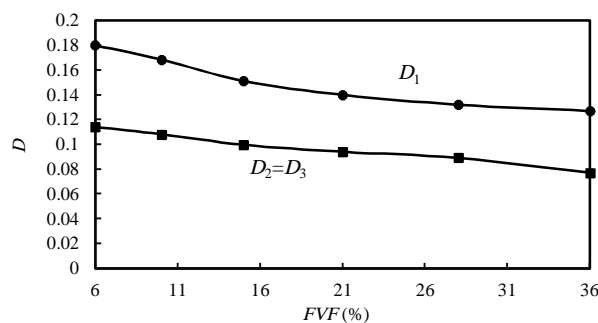


Fig. 6 Variations of the Carbon/Aluminum composite damage variables versus fiber volume fraction

شکل 6 تغییرات متغیر آسیب کامپوزیت کربن/آلومینیم بر حسب تغییرات درصد حجمی الیاف

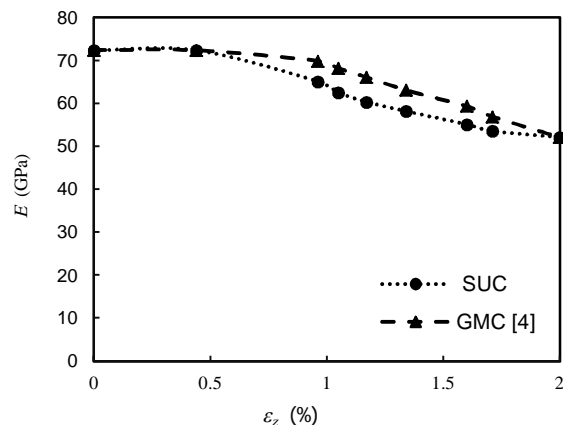


Fig. 7 Variations of Young's moduli of aluminum versus strain under uniaxial loading

شکل 7 تغییرات مدول یانگ آلومینیم برحسب کرنش در بارگذاری تک‌جهته

همانطور که مشخص است پیشروی آسیب در جهات عمود بر الیاف کمتر از پیشروی آن در راستای الیاف است.

همانطور که شکل 11 نشان می‌دهد روند تغییرات آسیب در جهات عمود بر الیاف نیز بدین صورت است که ابتدا این مقدار صفر بوده و در کرنش $\varepsilon_z = 0.44\%$ شروع به رشد می‌کند. این مقدار در کرنش $\varepsilon_z = 2\%$ به مقدار $D_3 = D_2 = 0.1505$ می‌رسد.

برای فهم و مقایسه‌ی بهتر، تغییرات متغیر آسیب در جهات الیاف و عمود بر الیاف روی یک نمودار رسم شده و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. شکل 12 روند تغییرات متغیر آسیب کامپوزیت کربن/آلومینیم در جهات الیاف و عمود بر الیاف برای بارگذاری طولی و توزیع مربعی الیاف با درصد حجمی 30% را نشان می‌دهد. با دقت در شکل 12 نتیجه‌گیری می‌شود در بارگذاری طولی پیشروی آسیب در جهت الیاف بیشتر از پیشروی آن در جهت عمود بر الیاف است. بدین صورت که در کرنش $\varepsilon_z = 2\%$ مقدار آسیب در جهت الیاف $D_1 = 0.261$ و در جهات عمود بر الیاف $D_3 = D_2 = 0.150$ است.

در انتها به بررسی بارگذاری عرضی روی کامپوزیت کربن/آلومینیم با درصد حجمی الیاف 30% و کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم با درصد حجمی الیاف 33% پرداخته می‌شود. بدین منظور المان نماینده‌ی حجمی تحت بار عرضی قرار داده می‌شود و نمودار تنش-کرنش برای آن در حالت

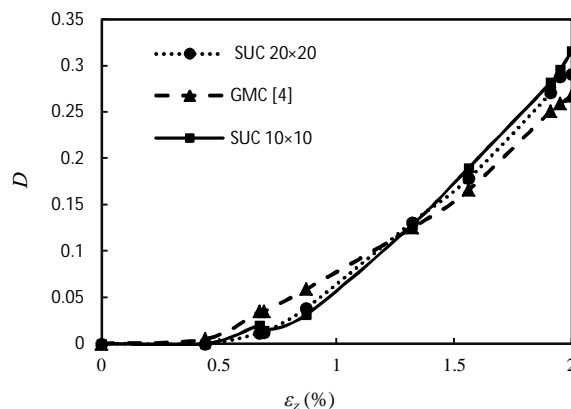


Fig. 9 Variations of damage variable versus axial strain in isotropic damage under axial loading

شکل 9 تغییرات متغیر آسیب برحسب کرنش طولی در حالت آسیب ایزوتروپ برای بارگذاری طولی

در اینجا به بررسی آسیب غیرایزوتروپ روی زمینه‌ی کامپوزیت کربن/آلومینیم پرداخته می‌شود. بدین منظور روند رشد آسیب در جهات الیاف و عمود بر الیاف مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل 10 روند تغییرات متغیر آسیب در جهت الیاف برای بارگذاری طولی و آرایش مربعی الیاف روی زمینه با درصد حجمی 30% را نمایش می‌دهد. کربن به کار رفته در الیاف کامپوزیت دارای خواص ایزوتروپ عرضی است. با دقت در شکل 10 نتیجه‌گیری می‌شود مقدار متغیر آسیب در جهت الیاف ابتدا صفر بوده و با افزایش بارگذاری و افزایش کرنش این مقدار در کرنش $\varepsilon_z = 0.44\%$ شروع به رشد کرده و در انتهای نمودار و در کرنش $\varepsilon_z = 2\%$ به مقدار $D_1 = 0.2614$ می‌رسد. با دقت در شکل‌های 10 و 11 مشاهده می‌شود که نتایج برای آسیب ایزوتروپ و آسیب در جهت الیاف یکسان است.

شکل 11 روند تغییرات آسیب در جهات عمود بر الیاف کامپوزیت کربن/آلومینیم را نشان می‌دهد. همانطور که شکل 11 نشان می‌دهد روند تغییرات آسیب در هر دو جهت عمود بر الیاف به صورت یکسان است.

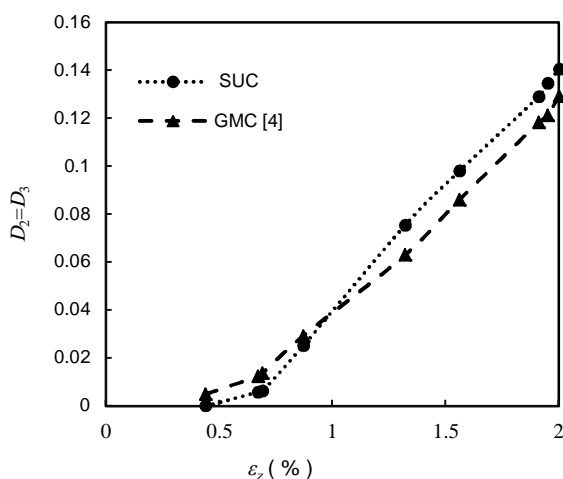


Fig. 11 Variations of damage variable versus axial strain in transverse direction under axial loading

شکل 11 تغییرات متغیر آسیب برحسب کرنش طولی در جهات عمود بر الیاف برای بارگذاری طولی

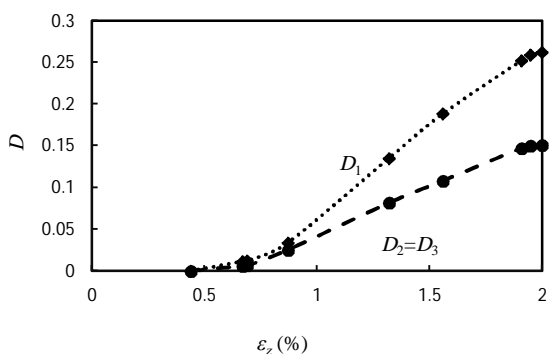


Fig. 12 Variations of damage variables versus axial strain in longitudinal and transverse direction under axial loading

شکل 12 تغییرات متغیر آسیب برحسب کرنش طولی در جهات الیاف و عمود بر الیاف برای بارگذاری طولی

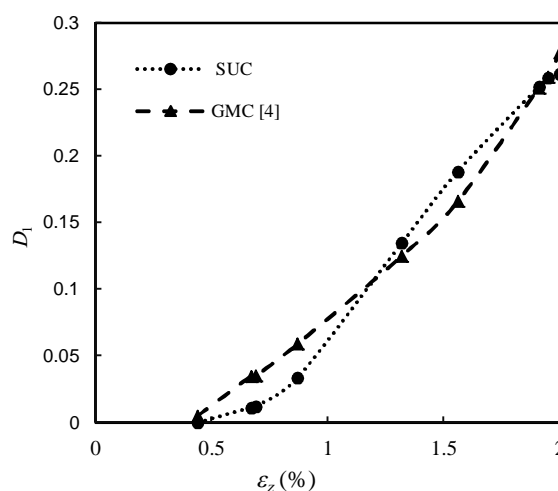


Fig. 10 Variations of damage variable versus axial strain in fiber direction under axial loading

شکل 10 تغییرات متغیر آسیب برحسب کرنش طولی در جهت الیاف برای بارگذاری طولی

در ابتدا و قبل از شروع بارگذاری برابر $E_2 = 37.55$ GPa بوده، با افزایش بارگذاری و کرنش عرضی و پیشرفت آسیب به $E_2 = 24.69$ GPa کاهش می‌یابد. همچنین مدول یانگ عرضی کامپوزیت کارباید/تیتانیوم در ابتدا و قبل از شروع بارگذاری برابر $E_2 = 154.33$ GPa بوده که با افزایش بارگذاری و کرنش عرضی و پیشرفت آسیب به $E_2 = 127.69$ GPa کاهش می‌یابد. مقدار آزمایشی مدول یانگ عرضی کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم برابر $E_2 = 143$ GPa است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در بارگذاری عرضی فارغ از جهت بارگذاری مدول یانگ در راستای بارگذاری کاهش می‌یابد.

همچنین تغییرات متغیر آسیب کامپوزیت کربن/آلومینیم تحت بارگذاری عرضی نسبت به کرنش عرضی روی شکل 15 نمایش داده شده است. همانطور که در شکل مشخص است در این حالت رشد آسیب در جهات عمود بسیار سریع‌تر از جهت طولی است. به طوری که مقدار آسیب در کرنش $\epsilon_x = 2\%$ در جهت یانگ $D_2 = D_3 = 0.150$ است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در بارگذاری عرضی رشد آسیب در جهت بارگذاری بیشتر از جهت عمود بر آن است.

همانطور که در شکل 15 مشخص است در بارگذاری عرضی متغیر آسیب در حالتی که آسیب به صورت ایزوتروپیک فرض می‌شود، بر D_2 منطبق است. در حالیکه در بارگذاری طولی تک جهته آسیب ایزوتروپیک بر D_1 منطبق است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در بارگذاری تک‌جهته آسیب ایزوتروپیک بر آسیب غیرایزوتروپیک که هم جهت با بارگذاری است، منطبق است. با مقایسه‌ی شکل‌های 4، 12، 13 و 15 مشخص می‌شود رشد آسیب در جهت بارگذاری برای بارگذاری عرضی بیشتر از بارگذاری طولی است و همچنین این رشد آسیب در تنش‌های عملی کمتری اتفاق می‌افتد.

7- جمع‌بندی

در این مقاله یک المان حجمی نماینده از جنس کامپوزیت کربن/آلومینیم با درصد حجمی 30% که دو فازی است تحت بارگذاری طولی و عرضی قرار گرفته و به روند رشد آسیب روی زمینه (آلومینیم) هم‌زمان با افزایش بارگذاری و افزایش کرنش پرداخته می‌شود. زمینه‌ی کامپوزیت، آلومینیم با خواص ایزوتروپ و الاستوپلاستیک و الیاف آن کربن با خواص ایزوتروپ عرضی و الاستیک است. توزیع الیاف روی زمینه به صورت آرایش مربعی است. ابتدا به بحث حساسیت مش‌بندی پراخته شده و مشاهده شد که با تقسیم‌بندی المان حجمی نماینده به 20×20 نتایج قابل اعتماد هستند.

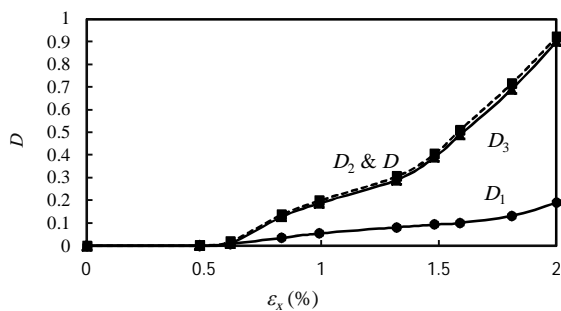


Fig. 15 Variations of the composite damage variables versus transverse strain in longitudinal and transverse direction under transverse loading

شکل 15 تغییرات متغیر آسیب کامپوزیت برحسب کرنش عرضی در جهت الیاف و عمود بر الیاف برای بارگذاری عرضی

بدون آسیب و همچنین حضور آسیب‌های ایزوتروپیک و غیرایزوتروپیک رسم شده و نتایج با مدل سلولی برای کامپوزیت کربن/آلومینیم مقایسه می‌شوند. شکل 13 نمودار تنش-کرنش کامپوزیت کربن/آلومینیم با درصد حجمی الیاف 30% را در بارگذاری عرضی نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است در بارگذاری عرضی نیز هنگامی که آسیب ایزوتروپیک یا غیرایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شود، تنش‌ها کاهش می‌یابند. به طور مثال در کرنش $\epsilon_x = 2\%$ در حالت عدم وجود آسیب مقدار تنش عرضی برابر $\sigma_x = 390$ MPa است، در حالیکه در حضور آسیب این مقدار تا $\sigma_x = 275$ MPa کاهش می‌یابد. همچنین همانطور که در شکل 13 مشخص است آسیب ایزوتروپ و غیرایزوتروپ روی نمودار تنش-کرنش تاثیر مشابهی دارند. همچنین در شکل 14 مشاهده می‌شود هنگام بارگذاری عرضی نیز مدول یانگ کامپوزیت کاهش می‌یابد. مدول یانگ عرضی کامپوزیت کربن/آلومینیم

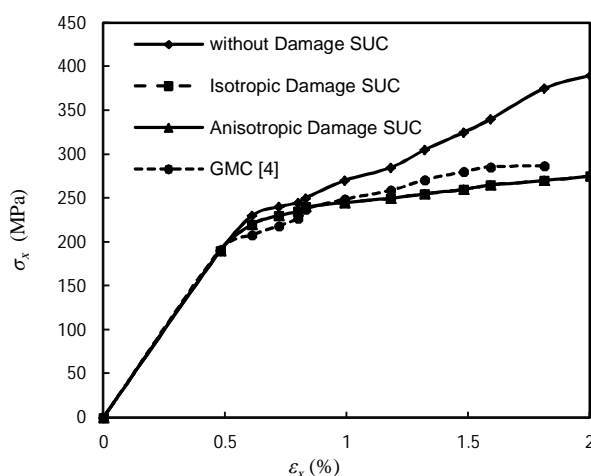


Fig. 13 Carbon/aluminum composite stress-strain diagram under transverse loading with isotropic and anisotropic damage and also without damage

شکل 13 نمودار تنش-کرنش کامپوزیت کربن/آلومینیم تحت بار عرضی در حالت آسیب ایزوتروپ و غیرایزوتروپ و همچنین در نبود آسیب

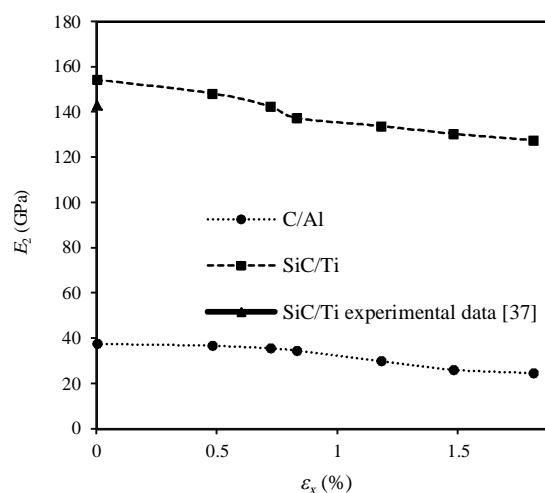


Fig. 14 Variations of transverse Young's moduli of carbon/aluminum and silicon carbide/titanium versus transverse strain under transverse loading

شکل 14 تغییرات مدول یانگ عرضی کربن/آلومینیم و سیلیکون کارباید/تیتانیوم برحسب کرنش عرضی در بارگذاری عرضی

- همچنین برای درست‌نمایی مدل، روند کاهش مدول یانگ آلومینیم و روند رشد آسیب با روش سلولی مورد مقایسه قرار گرفته است. برای مقایسه‌ی نتایج با نتایج آزمایشگاهی کامپوزیت سیلیکون کارباید/تیتانیوم با درصد حجمی 33% مورد توجه قرار گرفت. سپس به بررسی روند رشد آسیب به صورت ایزوتروپ روی زمینه (آلومینیم) و نحوه رشد و تغییرات آن پرداخته شد. در ادامه به آسیب غیرایزوتروپ روی زمینه کامپوزیت کربن/آلومینیم و نحوه پیشروی آن در جهت الیاف و عمود بر الیاف پرداخته شد. نتایج مهم به‌دست آمده از این مقاله در چند بند مطابق زیر خلاصه می‌شود:
- 1- با در نظرگیری آسیب ایزوتروپ و غیر ایزوتروپ در نمودار تنش- کرنش مقدار تنش لازم جهت افزایش کرنش کاهش قابل توجهی دارد. این نکته بدان معنی است که سطح زیر نمودار تنش-کرنش هنگام وجود آسیب کاهش یافته است و در واقع انرژی کرنشی که معرف سطح زیر نمودار تنش کرنش است هنگام وجود آسیب کاهش می‌یابد. همچنین نتایج ثابت کردند هر دو نوع آسیب ایزوتروپ و غیرایزوتروپ تاثیر یکسانی روی نمودار تنش-کرنش آلومینیم و کامپوزیت کربن/آلومینیم دارند.
 - 2- با افزایش بارگذاری مدول یانگ آلومینیم کاهش می‌یابد. همچنین افزایش بارگذاری طولی و عرضی مدول یانگ کامپوزیت کربن/آلومینیم و سیلیکون کارباید/تیتانیوم در جهت بارگذاری، شروع به کاهش می‌کند.
 - 3- برای بارگذاری طولی، رشد آسیب در جهت الیاف سریعتر از رشد آن در جهت عمود بر الیاف است. در حالیکه برای بارگذاری عرضی رشد آسیب در جهات عمود بر الیاف، بیشتر از رشد آن در جهت الیاف است.
 - 4- به طور کلی نتیجه‌گیری می‌شود که رشد متغیرهای آسیب در بارگذاری عرضی سریع‌تر از رشد آن در بارگذاری طولی است. همچنین متغیر آسیب ایزوتروپیک در هر نوع بارگذاری، منطبق بر متغیر آسیب غیرایزوتروپیک است که در جهت بارگذاری است.
- ### 8- مراجع
- [1] S. Moghbeli, M. J. Mahmoodei, An efficient micromechanics based algorithm to predict the response of metal matrix composites activated shape memory alloy fiber, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 67-77, 2015. (in Persian).
 - [2] M. J. Mahmoodei, M. M. Aghdam M. Shakeri, The effects of interfacial debonding on the elastoplastic response of unidirectional silicon carbide-titanium composites, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 224, No. 2, pp. 259-269, 2010.
 - [3] A. Farokhabadi, H. Hosseini-Toudeshky, B. Mohammadi, Damage analysis of laminated composites using a new coupled micro-meso approach, *Procedia Engineering*, Vol. 33, No. 7, pp. 420-443, 2010.
 - [4] J. Aboudi, The effect of anisotropic damage evolution on the behavior of ductile and brittle matrix composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 48, No. 14-15, pp. 2102-2119, 2011.
 - [5] J. Lemaitre, R. Desmorat, *Engineering damage mechanics, ductile, creep, fatigue and brittle failures*, pp. 1.5-1.22, Springer, Berlin. 2005.
 - [6] P. I. Kattan, G. Z. Voyiadjis, A Plasticity-Damage Theory for Large Deformation of Solids-II. Applications to Finite Simple Shear, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 31, No. 1, pp. 183-199, 1993.
 - [7] D. H. Allen, C. E. Harris, S. E. Groves, A thermomechanical constitutive theory for elastic composites with distributed damage-1.: theoretical formulation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 23, No. 9, pp. 1301-1318, 1987.
 - [8] D. H. Allen, C. E. Harris, S. E. Groves, R. G. Novel, Characteristics of stiffness loss in cross-ply laminates with curved matrix cracks, *Journal of Composite Materials*, Vol. 22, No. 1, pp. 71-80, 1988.
 - [9] J. L. Chaboche, Continuum damage mechanics: Present state and future trends, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 105, No. 1, pp. 199-233, 1987.
 - [10] T. R. K. Abu Al-Rub, G. Z. Voyiadjis, On the coupling of anisotropic damage and plasticity models for ductile materials, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 11, pp. 2611-2643, 2003.
 - [11] G. Z. Voyiadjis, T. Park, Local and interfacial damage analysis of metal matrix composites, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 33 No. 11, pp. 1595-1621, 1995.
 - [12] G. Z. Voyiadjis, P. I. Kattan, Damage of fiber-reinforced composite materials with micromechanical characterization, *International Journal Solids Structures*, Vol. 30, No. 20, pp. 2757-2778, 1993.
 - [13] G. Z. Voyiadjis, Z. Guelzim, A coupled incremental damage and plasticity theory for metal matrix composites, *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, Vol. 6, No. 3, pp. 193-220, 1996.
 - [14] G.Z. Voyadjis, B. Deliktas, A coupled anisotropic damage model for the inelastic response of composite materials, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 183, No. 3-4, pp 159-199, 2000.
 - [15] G. Z. Voyadjis, B. Deliktas, A cyclic anisotropic plasticity model for metal-matrix composites, *International Journal of plasticity*, Vol. 12, No. 1 pp. 69-91, 1996.
 - [16] G. Z. Voyadjis, P. I. Kattan, *Damage mechanics*, pp.3.113- 3.129, Boca Raton, FL: Taylor and Francis (CRC Press), 2005.
 - [17] R. Haj-Ali, J. Aboudi, Formulation of the high-fidelity generalized method of cells with arbitrary cell geometry for refined micromechanics and damage in composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, No. 25-26, pp. 3447-3461, 2010.
 - [18] P. J. Hine, H. R. Lusti, A. A. Gusev, Numerical simulation of the effects of volume fraction, aspect ratio and fibre length distribution on the elastic and thermoelastic properties of short fibre composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 10, pp. 1445-1453, 2002.
 - [19] M. Bayat, M. M. Aghdam, A Micromechanics-based analysis of effects of square and hexagonal fiber Arrays in fibrous composites using DQEM", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 32, No. 10, pp. 32-40, 2012.
 - [20] R. Hil, A self-consistent mechanics of composite materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, No. 4, pp. 213-222, 1965.
 - [21] Z. Hashin, B. W. Rosen, The elastic moduli of fiber-reinforced materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 223-232, 1964.
 - [22] M. Uemura, H. Iyama, Y. Yamaguchi, Thermal residual stresses in filamentwound carbon-fiber-reinforced composites, *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 2, No. 3-4, pp. 393-412, 1979.
 - [23] J. Aboudi, Closed form constitutive equations for metal matrix composites, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 25, No. 9, pp. 1229-1240, 1987.
 - [24] J. Aboudi, Micromechanical analysis of composites by the method of cells, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, No. 7, pp. 193-221, 1989.
 - [25] R. Haj-Ali, J. Aboudi, Nonlinear micromechanical formulation of the high fidelity generalized method of cells, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 13, pp. 2577-2592, 2009.
 - [26] B. A. Bednarczyk, S. M. Arnold, Transverse tensile and creep modeling of continuously reinforced titanium composites with local debonding, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 7, pp. 1987-2017, 2002.
 - [27] M. M. Aghdam, D. J. Smith, M. J. Pavier, Finite element micromechanical modelling of yield and collapse behaviour of metal matrix composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, No. 3, pp. 499-528, 2000.
 - [28] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodei, Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 86-97, 2013 (in Persian).
 - [29] M. J. Mahmoodei, M. M. Aghdam M. Shakeri, Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading, *Materials and Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 829-836, 2010.
 - [30] M. J. Mahmoodei, M. M. Aghdam, Damage analysis of fiber reinforced Ti-alloy subjected to multi-axial loading—A Micromechanical Approach, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, No. 27, pp. 7983-7990, 2011.
 - [31] R. Ansari, M. M. Hassanzadeh Aghdam, Effects of regular and random distribution of silica nanoparticles on the thermo-elastic and viscoelastic properties of polymer nanocomposites- micromechanics-based analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 99-107, 2015. (in Persian).
 - [32] R. Ansari, M. M. Hassanzadeh Aghdam, Micromechanics-based viscoelastocastic analysis of carbon nanotube-reinforced composites subjected to uniaxial and biaxial loading, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 90, No. 1, pp. 512-522, 2016.
 - [33] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodei, The interphase effects on the properties of composites with fiber random distribution under off-axis loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 217-226, 2015. (in Persian).
 - [34] M. M. Aghdam, A. Dezhestan, Micromechanics based analysis of randomly distributed fiber reinforced composites using simplified unit cell model, *Composite Structures*, Vol. 71, No. 3-4, pp. 327-332, 2005.
 - [35] A. Mendelson, *Plasticity: theory and application*, pp. 9.164-9.171 Macmillan Krieger, Malabar, New York, 1968.
 - [36] R. M. Jones, *Mechanics of composite materials*, second edition, pp. 2.55-2.74, Taylor & Francis, Blacksburg, Virginia 1999.
 - [37] M. P. Thomas, *Tensile properties of Ti-6-4/SM 1240 titanium metal matrix composite with off-axis fiber*. SMC Technical report No. DERA/SMC/SM2/TR 970145, defense evaluation and reserch agency, Farnborough, UK; 1997.

- of particulate composites with imperfect interfacial bonds, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 14, pp. 4179–4191, 2005.
- [40] T. W. Clyne, p. j. Withers, *An introduction to metal matrix composites*, pp. 1.1-1.7, Cambridge University Press, 1993.
- [38] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodi, R. Ansari, Interphase effects on the thermomechanical properties of three-phase composites, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-11, 2015.
- [39] S. Nie, C. Basaran, A micromechanical model for effective elastic properties