



## بررسی اثر حالت جامع تنش بر حد شکل پذیری ورق آلومینیوم ناهمسانگرد با استفاده از مدل توسعه یافته M-K

سیده مریم میرفلاح نصیری<sup>1</sup>، علی باستی<sup>2\*</sup>، رامین هاشمی<sup>3</sup>، ابوالفضل درویشه<sup>4</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

4- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندر انزلی، بندر انزلی

\* رشت، صندوق پستی 41996-13769، basti@guilan.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 خرداد 1396

پذیرش: 22 مهر 1396

ارائه در سایت: 27 آبان 1396

کلید واژگان:

نمودار حد شکل دهی توسعه یافته

تنش نرمال

تنش برشی در راستای ضخامت

مدل اصلاح شده مارسینیاک-کوزینسکی

### چکیده

در فرآیندهای جدید شکل دهی ورق های فلزی مانند شکل دهی تدریجی و شکل دهی چرخشی کاربرد فرض حالت تنش صفحه ای در مدل مارسینیاک-کوزینسکی به دلیل وجود تنش های نرمال و برشی چندان منطقی نیست. در این نوع فرآیندهای شکل دهی کرنش های حدی به دست آمده بر بهبود شکل پذیری ورق دلالت می کند. حال آن که در پژوهش ها کمتر تأثیر وجود تنش برشی بررسی شده است. نمودار حد شکل دهی توسعه یافته منحنی ارزشمندی است که هر شش مؤلفه تانسور تنش در آن لحاظ شده است. در این مقاله اثر تنش های نرمال و برشی در راستای ضخامت بر کرنش های حدی ورق آلومینیومی AA6011 با استفاده از مدل اصلاح شده M-K و تابع تسلیم غیرایزوتروپیک هیل 48 و به کمک روش حل عددی دستگاه معادلات غیرخطی نیوتن-رافسون بررسی شده است. ابتدا نمودار حد شکل دهی با فرض وجود تنش های برشی در راستای ضخامت ترسیم شد و در ادامه اثر هم زمان تنش نرمال و تنش برشی بر کرنش های حدی بررسی و منحنی های حد شکل دهی توسعه یافته حاصل شد. نتایج نشان می دهد که تنش های برشی ضخامتی موجب افزایش کرنش های حدی می شود، همچنین تأثیر تنش نرمال در مقایسه با تنش برشی بر افزایش شکل پذیری ورق بیشتر است.

## The effective investigation of the general stress state on the forming limit of the anisotropic aluminum sheet by using extended M-K model

Seyedeh Maryam Mirfalah Nasiri<sup>1</sup>, Ali Basti<sup>1\*</sup>, Ramin Hashemi<sup>2</sup>, Abolfazl Darvizeh<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Bandar Anzali, Iran

\*P.O.B. 41996-13769 Rasht, Iran, basti@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 30 May 2017

Accepted 14 October 2017

Available Online 18 November 2017

Keywords:

Generalized Forming Limit Diagram

Normal Stress

Through-Thickness Shear Stress

Modified M-K model

### ABSTRACT

In the new sheet metal forming process as incremental sheet forming and spinning forming, it is not completely correct, in Marciniak-Kuczynski model, to assume that sheet deformation occurs in the plane-stress state, due to being normal compressive stress and through-thickness stress. In this type of forming processes, the obtained limit strains refer to improving the sheet forming. However, in researches the effects of through-thickness shear stresses, also known as out-of-plane shear, have been less studied. The generalized forming limit diagram is a suitable curve that includes all six components of the stress tensor. In this paper, the effect of normal comprehensive and through-thickness shear stresses on the limit strain AA6011 aluminum sheet was investigated to using a modified M-K and the anisotropic Yield function, Hill 48 and by using numerical solutions of nonlinear equations, Newton-Raphson method. First the forming limit diagram was drawn with the assumption that the through-thickness shear stresses and then the effects of normal comprehensive stress and through-thickness shear stress on the limit strains were proved and the generalized forming limit curves were obtained. The results show that forming limits can be increased significantly by both normal compressive stress and through-thickness shear stresses. Also, the effects of normal stress on increasing the formability of sheet compared with the effects of through-thickness shear stress are greater.

### 1- مقدمه

شکل پذیری ورق هاست. نظریه نمودار حد شکل دهی برای نخستین بار توسط کیلر [1] و گودوین [2] مطرح شد، مارسینیاک و کوزینسکی [4,3] این نظریه را بسط دادند و مدلی را با فرض این که عیوب هندسی اولیه سبب شکست در ماده می شود، ارائه کردند که قادر بود گلوبی شدن موضعی را

مطالعات تئوری در زمینه تحلیل حد تحمل یک ورق فلزی در مقابل کرنش های مختلف همگی به تحلیل منحنی های حد شکل دهی برمی گردد. نمودارهای حد شکل دهی ورق فلزی یکی از کارآمدترین راه ها برای بررسی

Please cite this article using:

S. M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, A. Darvizeh, The effective investigation of the general stress state on the forming limit of the anisotropic aluminum sheet by using extended M-K model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 192-198, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

شش مؤلفه تانسور تنش است، مدل مارسینیاک-کوزینسکی تعمیم داده شده است و اثر تنش نرمال و تنش‌های برشی بر کرنش‌های حادی و شکل‌پذیری آلیاژ آلومینیومی AA6011 مورد مطالعه و بررسی تئوری قرار گرفته است.

## 2- محاسبه عددی حد شکل‌دهی

طی یک دهه اخیر نوع جدیدی از فرآیندهای شکل‌دهی با عنوان شکل‌دهی تدریجی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. فرآیند شکل‌دهی تدریجی در سال 1993 برای نخستین بار در کشور ژاپن و توسط یسکی [16] ارائه شد و توسط جسویت و همکاران [17] مورد بحث قرار گرفت. آلوود و همکاران [10] نشان دادند که فرض صفحه‌ای بودن تنش در فرآیندهای شکل‌دهی تدریجی قابل اجرا نیست. حرکت ابزار بر ورق سبب تولید تنش‌های برشی و در نتیجه چرخش‌های محورهای اصلی نسبت به محور نرمال بر ورق می‌شود؛ بنابراین کرنش‌های اندازه‌گیری از سطح ورق کرنش‌های اصلی نخواهند بود. با این حال هر چند که مدل مارسینیاک-کوزینسکی مطابق شکل 1 با فرضیات اولیه خود همیشه پرکاربرد بوده می‌تواند تحت شرایطی با وجود تنش برشی بسط داده شود. با فرض بارگذاری نسبی و وجود تنش‌های برشی در راستای ضخامت، تانسور تنش در ناحیه همگن و سالم (a) به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود.

$$\sigma^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha_{13} \\ 0 & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \sigma_{11}^a \quad (1)$$

که  $\sigma_{11}^a$  تنش در راستای نورد در ناحیه همگن ورق است. تانسور نسبت تنش‌ها متقارن بوده،  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ ، و مؤلفه‌های آن طبق رابطه (2) بیان می‌شود.

$$\alpha_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{11}} \quad (2)$$

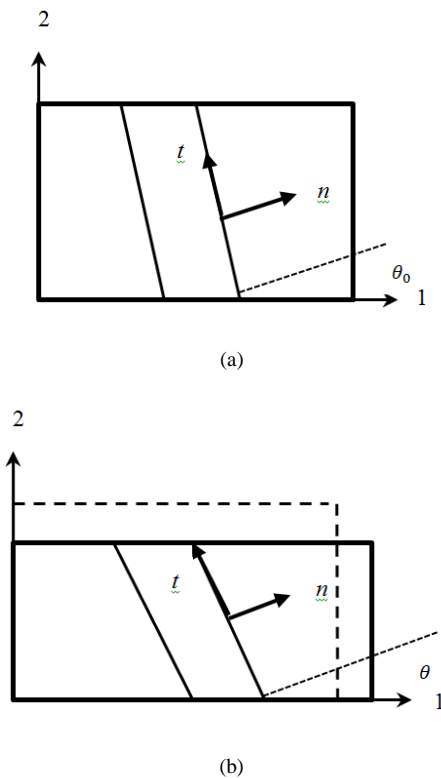


Fig. 1 Scheme of the initial M-K model, a- the undeformed, b- the deformed state

شکل 1 نمای مدل اولیه M-K، الف- پیش از تغییر شکل، ب- پس از تغییر شکل

پیش‌بینی کند. مدل M-K جزء پرکاربردترین مدل‌ها در پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی است. در این زمینه تاکنون پژوهش‌ها و مطالعات متعددی صورت گرفته و تأثیر عوامل گوناگون روی این منحنی‌ها بررسی شده است، اما اشکالی که به بیشتر تحقیقات انجام شده وارد است، حالت تنش است که در تحصیل این منحنی‌ها در نظر گرفته می‌شود. بدین صورت که در استخراج نمودارهای حد شکل‌دهی با صرف‌نظر از تنش‌های نرمال و برشی از برقراری حالت تنش صفحه‌ای که سبب ساده‌تر شدن روابط و محاسبات می‌گردد، بهره گرفته می‌شود. هر چند فرآیندهای بسیاری وجود دارد که استفاده از این فرض در آن‌ها منطقی است، اما در فرآیندهای جدید شکل‌دهی ورق‌های فلزی مانند شکل‌دهی تدریجی و شکل‌دهی چرخشی تماس بین ابزار و قطعه کار سبب ایجاد کرنش‌های برشی در راستای ضخامت بزرگ می‌شود و یا در فرآیندهای هیدروفرمینگ با توجه به فشار بالای سیال و وجود تنش نرمال کاربرد این فرض چندان منطقی نیست.

بانابیک و سوآر [5]، وو و همکاران [6] تأثیر فشار نرمال را بر نمودار حد شکل‌دهی براساس مدل M-K تحلیل و بررسی نمودند. عاصم‌پور و همکاران [7] اثر تنش نرمال را بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6011 و STKM-11A براساس مدل M-K بررسی کردند و نشان دادند که با افزایش تنش نرمال فشاری منحنی حد شکل‌دهی به سمت بالا انتقال می‌یابد و در نتیجه شکل‌پذیری ورق فلزی افزایش می‌یابد. هاشمی و ابری‌نیا [8] اثر تنش نرمال بر منحنی‌های حد کرنش و حد تنش شکل‌دهی فولاد ST12 بررسی کردند و نیز برای این ماده تأثیر مسیر کرنش را برای پیش‌کرنش در دو حالت کشش دومحوری و کشش تک‌محوری نشان دادند، همچنین نورچشمه و گرین [9] اثر مسیر کرنش با بارگذاری غیرتناسبی و تنش نرمال را براساس مدل M-K برای سه نوع ماده AISI-1012، AA6011 و STKM-11A مورد بررسی و تحلیل قرار دادند.

آلوود و همکاران [10، 11] نشان دادند که فرض صفحه‌ای بودن تنش در فرآیندهای شکل‌دهی تدریجی قابل اجرا نیست. حرکت ابزار بر ورق سبب تولید تنش‌های برشی می‌شود؛ کرنش‌های اندازه‌گیری از سطح ورق کرنش‌های اصلی نخواهند بود. آلوود و شوولر [12] مدل M-K را جهت اعمال بارگذاری توسعه دادند که تمام شش مؤلفه تانسور تنش را شامل می‌شود. آن‌ها نمودار حد شکل‌دهی جامعی به نام GFLD پیشنهاد کردند و نشان دادند که تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی، کرنش‌های حادی و در نتیجه شکل‌پذیری ورق را افزایش می‌دهد. ایکنز و همکاران [13، 14] تنش برشی ضخامتی را در مدل M-K اعمال کردند و گلوبی شدن موضعی را در شکل‌دهی ورق‌های فلزی پیش‌بینی کردند و نشان دادند که تنش برشی با تأخیر در وقوع پدیده گلوبی شدن موجب افزایش قابلیت شکل‌پذیری ورق‌های فلزی و در نتیجه افزایش در حدود کرنش می‌شود. غضنفری و همکاران [15] تنش برشی ضخامتی را به صورت تحلیلی در مدل M-K اعمال و مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از آزمون ناکازیم محدود اثرگذاری تنش برشی را شناسایی کردند. در این تحقیق نشان داده شد که لزومی به در نظر گرفتن تنش برشی ضخامتی در فرآیندهایی که این تنش در آن‌ها بیشتر از 10% تنش تسلیم نباشد، نیست.

فرض صفحه‌ای بودن تنش در واقعیت، یک تقریب در بسیاری از فرآیندهای صنعتی است. در واقع تماس ابزار با ورق به دلیل وجود اصطکاک، تنش نرمال و تنش‌های برشی در راستای ضخامت تولید می‌کند. با توجه به این‌که کرنش‌های برشی در راستای ضخامت در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار نگرفته است؛ بنابراین هدف برطرف کردن این ایراد است. از این‌رو در این مقاله با فرض شرایطی که در آن ورق تحت بارگذاری نسبی شامل هر

$$[\sigma^a]_{nt3} = \begin{bmatrix} \sigma_{nn}^a & \sigma_{nt}^a & \sigma_{n3}^a \\ \sigma_{nt}^a & \sigma_{tt}^a & \sigma_{t3}^a \\ \sigma_{n3}^a & \sigma_{t3}^a & \sigma_{33}^a \end{bmatrix}$$

$$= T \begin{bmatrix} \sigma_{11}^a & 0 & \sigma_{13}^a \\ 0 & \sigma_{22}^a & \sigma_{23}^a \\ \sigma_{13}^a & \sigma_{23}^a & \sigma_{33}^a \end{bmatrix} T^T \quad (17)$$

$$[d\varepsilon^a]_{nt3} = T[d\varepsilon^a]_{123}T^T \quad (18)$$

در روابط (18,17) ماتریس دوران  $T$  به صورت رابطه (19) تعریف می‌شود.

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

طی فرآیند تغییر شکل، زاویه راستای شیار،  $\theta$  تابعی از نمو کرنش‌ها در ناحیه همگن بوده و در هر مرحله از بارگذاری طبق رابطه (20) تغییر می‌کند [19].

$$\tan(\theta + d\theta) = \tan(\theta) \frac{1 + d\varepsilon_{11}^a}{1 + d\varepsilon_{22}^a} \quad (20)$$

در این مرحله تمام مؤلفه‌های نمو کرنش و تنش در ناحیه همگن مشخص شده است. در ادامه هفت پارامتر مجهول شامل نمو کرنش مؤثر و مؤلفه‌های تانسور تنش در منطقه شیار باید محاسبه شود. با توجه به شکل 2 با اعمال شرایط تعادل نیرو در راستای شیار روابط (22,21) را داریم.

$$F^b - F^a = 0 \quad (21)$$

$$(F_{nn}^b - F_{nn}^a)^2 + (F_{nt}^b - F_{nt}^a)^2 + (F_{n3}^b - F_{n3}^a)^2 = 0 \quad (22)$$

سه معادله تعادل نیرو از روابط (23-25) استخراج می‌شود.

$$\sigma_{nn}^b t^b = \sigma_{nn}^a t^a \quad (23)$$

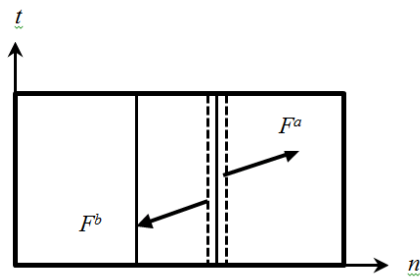
$$\sigma_{nt}^b t^b = \sigma_{nt}^a t^a \quad (24)$$

$$\sigma_{n3}^b t^b = \sigma_{n3}^a t^a \quad (25)$$

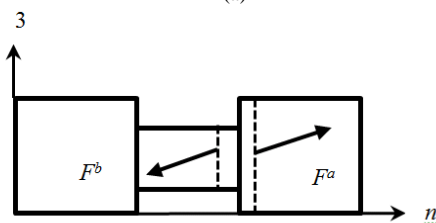
با توجه به این که در مدل اولیه M-K، ضریب نقص اولیه  $f_0 = t_0^b / t_0^a$  است، ضریب نقص مطابق رابطه (26) تعریف می‌شود.

$$f = \frac{t^b}{t^a} = f_0 \exp(\varepsilon_{33}^b - \varepsilon_{33}^a) \quad (26)$$

بنابراین معادلات تعادل نیرو به صورت روابط (27-29) حاصل می‌شود.



(a)



(b)

**Fig. 2** Force equilibrium, a- section sheet in nt coordinate, b- section sheet in n3 coordinates

شکل 2 تعادل نیرو الف- مقطع ورق در صفحه nt، ب- مقطع ورق در صفحه n3

این تانسور در کل فرآیند تغییر شکل ثابت بوده و تنش  $\sigma_{11}^a$  به طور پیوسته افزایش می‌یابد تا تغییر شکل پلاستیک صورت گیرد. در حالت جامعی از بارگذاری و وجود هر شش مؤلفه تانسور تنش هیچ یک از راستاهای اصلی کرنش بر محورهای هندسی ورق، (123)، منطبق نیست؛ بنابراین کرنش‌های موجود در سطح ورق که به وسیله شبکه‌های دایروی حک شده اندازه‌گیری می‌شود، دیگر کرنش‌های اصلی نخواهد بود. می‌توان نشان داد که تحت بارگذاری به صورت رابطه (1)، تنش‌های اصلی در اثر تغییر  $\sigma_{11}^a$  نمی‌چرخد [12]، همچنین نمونه‌های کرنش نیز نسبی بوده [12] و به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود.

$$d\varepsilon_{ij}^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \beta_{13} \\ 0 & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{13} & \beta_{23} & \beta_{33} \end{bmatrix} d\varepsilon_{11}^a \quad (3)$$

مؤلفه‌های تانسور نسبت کرنش‌ها طبق روابط (5,4) تعریف می‌شود.

$$\beta_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}^a}{d\varepsilon_{11}^a} \quad (4)$$

$$\beta_{33} = -(1 + \beta_{22}) \quad (5)$$

روند انجام محاسبات مشابه روندی است که در پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی براساس مدل اولیه M-K ارائه شده است [18]. ابتدا تمامی کرنش‌ها صفر بوده و با انتخاب تابع تسلیم و قانون سخت‌شوندگی مناسب و فرض یک مقدار کوچک برای نمو کرنش مؤثر ناحیه همگن،  $d\varepsilon^a$  محاسبات برای تعیین تنش‌ها و کرنش‌ها در ناحیه همگن آغاز می‌شود. کرنش معادل  $\bar{\varepsilon}^a$  از رابطه (6) محاسبه می‌شود.

$$\bar{\varepsilon}^a|_{\text{new}} = \bar{\varepsilon}^a|_{\text{old}} + d\bar{\varepsilon}^a \quad (6)$$

رابطه کارسختی و تابع تسلیم هیل 48 از روابط (8,7) به دست می‌آید.

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^n \quad (7)$$

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (8)$$

در رابطه کارسختی (7)،  $K, \bar{\sigma}$  و  $n$  به ترتیب تنش مؤثر، ضریب استحکام و توان کارسختی است. در رابطه (8)  $f$  تابع تسلیم و  $F, G, H, L, M, N$  ثابت‌های ناهمسانگردی است.

با توجه به رابطه (1) و تنش مؤثر محاسبه شده توسط قانون کارسختی، مؤلفه‌های تنش در منطقه سالم (a) با توجه به تابع تسلیم به صورت روابط (10,9) تعیین می‌شود.

$$\sigma_{11}^a = \sqrt{2}\bar{\sigma}^a [F(\alpha_{22} - \alpha_{33})^2 + G(\alpha_{33} - 1)^2 + H(1 - \alpha_{22})^2 + 2L\alpha_{23}^2 + 2M\alpha_{13}^2]^{-0.5} \quad (9)$$

$$\sigma_{ij}^a = \alpha_{ij}\sigma_{11}^a \quad (10)$$

با در نظر گرفتن قانون جریان،  $d\varepsilon_{ij} = d\bar{\varepsilon}(\partial f / \partial \sigma_{ij})$ ، مؤلفه‌های نمو کرنش در ناحیه همگن با توجه به تابع تسلیم هیل 48 به صورت روابط (11-16) محاسبه می‌شود.

$$d\varepsilon_{11}^a = \frac{H(\sigma_{11} - \sigma_{22}) - G(\sigma_{33} - \sigma_{11})}{2\bar{\sigma}^a} d\bar{\varepsilon}^a \quad (11)$$

$$d\varepsilon_{22}^a = \frac{F(\sigma_{22} - \sigma_{33}) - H(\sigma_{11} - \sigma_{22})}{2\bar{\sigma}^a} d\bar{\varepsilon}^a \quad (12)$$

$$d\varepsilon_{33}^a = \frac{G(\sigma_{33} - \sigma_{11}) - F(\sigma_{22} - \sigma_{33})}{2\bar{\sigma}^a} d\bar{\varepsilon}^a = -(d\varepsilon_{11}^a + d\varepsilon_{22}^a) \quad (13)$$

$$d\varepsilon_{23}^a = \frac{L\sigma_{23}}{2\bar{\sigma}^a} d\bar{\varepsilon}^a \quad (14)$$

$$d\varepsilon_{13}^a = \frac{M\sigma_{13}}{2\bar{\sigma}^a} d\bar{\varepsilon}^a \quad (15)$$

$$d\varepsilon_{12}^a = \frac{N\sigma_{12}}{2\bar{\sigma}^a} d\bar{\varepsilon}^a = 0 \quad (16)$$

با ماتریس دوران می‌توان تانسور تنش و کرنش در ناحیه همگن (a) را براساس سیستم مختصات ناحیه شیار (nt3) به صورت روابط (18,17) محاسبه کرد.

با اضافه کردن مؤلفه‌های بردار  $\delta X$  به مؤلفه‌های متناظر در بردار  $X$  مقادیر جدید برای تکرار بعدی در روش نیوتن-رافسون طبق رابطه (41) حاصل می‌شود.

$$X_{\text{new}} = X_{\text{old}} + \delta X \quad (41)$$

بدیهی است که هدف از این روش یافتن ریشه معادلات است؛ بنابراین معیار خارج شدن از حلقه می‌تواند به صورت رابطه (42) تعریف شود.

$$\max_{1 \leq i \leq N} |F_i| \leq \epsilon \quad (42)$$

مجهولات ناحیه شیار در روش تکراری نیوتن-رافسون از رابطه (43) به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{tt}^b \\ d\bar{\epsilon}^b \end{bmatrix}_{\text{new}} = \begin{bmatrix} \sigma_{tt}^b \\ d\bar{\epsilon}^b \end{bmatrix}_{\text{old}} - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_{tt}^b} & \frac{\partial F_1}{\partial d\bar{\epsilon}^b} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_{tt}^b} & \frac{\partial F_2}{\partial d\bar{\epsilon}^b} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

در روابط (36,35) واضح است که  $f$  تابعی از مجهولات  $\sigma_{tt}^b$  و  $d\bar{\epsilon}^b$  است و باید در هر مرحله مجدداً از رابطه (26) محاسبه و بازیابی شود.

پس از خارج شدن از حلقه محاسبات بایدی موضعی شدن مورد بررسی قرار گیرد. با توجه به ثابت بودن نسبت تنش در قسمت همگن و قانون جریان، نسبت نمو کرنش نیز در این ناحیه عددی ثابت خواهد بود. به تدریج با ادامه بارگذاری، کرنش‌ها در داخل شیار متمرکز می‌شود. از اینرو ضخامت شیار در قسمت ناهمگن نسبت به ضخامت ناحیه همگن کاهش بیشتری می‌یابد. سرانجام تغییر شکل در منطقه شیار نزدیک به حالت کرنش صفحه‌ای خواهد شد که این متناظر با گلوبی شدن موضعی است. باراتاداروچا و همکاران [20] نشان دادند زمانی که نمو کرنش مؤثر در ناحیه ناهمگن به 10 برابر متناظر آن در ناحیه همگن برسد گلوبی شدن اتفاق می‌افتد.

$$\frac{d\bar{\epsilon}^b}{d\bar{\epsilon}^a} \geq 10 \quad (44)$$

طبق معیارهای یادشده کرنش‌های اصلی در ناحیه همگن متناظر با زمان گلوبی شدن بیانگر نقطه‌ای در نمودار حد شکل‌دهی مربوط به یک مسیر کرنش است. تحلیل برای مسیری کرنش متفاوت بین کشش تک‌محوری ( $\alpha_{22} = 0$ ) تا کشش یکسان دومحوری ( $\alpha_{22} = 1$ ) تکرار شده و بدین ترتیب یک منحنی حد شکل‌دهی ترسیم می‌شود.

### 3- نتایج و بحث

در فرآیندهای تغییر شکل نوین مانند شکل‌دهی تدریجی، تغییر شکل پلاستیک با باریک‌شوندگی یکنواخت تا گسیختگی ادامه می‌یابد و تا پیش از گسیختگی هیچ‌گونه باریک‌شوندگی موضعی صورت نمی‌پذیرد. در واقع جلوگیری از گلوبی شدن موضعی در این فرآیندها را می‌توان ناشی از ناتوانی رشد نواحی باریک شده دانست. اگر شرایط برای گلوبی شدن موضعی در ناحیه تماس ابزار با ورق که دچار تغییر شکل پلاستیک شده فراهم شود، به دلیل آن‌که تنش‌ها در نواحی مجاور آن کم‌تر است به نوعی مانع از رشد ناحیه باریک شده می‌شود، اما در فرآیندهای شکل‌دهی مرسوم به دلیل بارگذاری یکنواخت، تفاوت تغییر شکل پلاستیک ایجاد شده در نواحی مختلف ورق بسیار کمتر از فرآیندهای تغییر شکل تدریجی است. از آنجایی که شاخص‌ترین نمونه از حدود گلوبی شدن، منحنی حد شکل‌دهی مرسوم است؛ بنابراین لازم است که فرض‌های موجود در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی مرسوم را یعنی فرض‌های بارگذاری نسبی، انجام تغییر شکل به وسیله نیروهای خارجی بدون وجود هیچ‌گونه خمش نادیده گرفتن تنش‌ها و کرنش‌های برشی در راستای ضخامت و حالت تنش صفحه‌ای تغییر داد [11].

در این مقاله اثر تنش نرمال و تنش‌های برشی در راستای ضخامت بر

$$\sigma_{nn}^b = \frac{\sigma_{nn}^a}{f} \quad (27)$$

$$\sigma_{nt}^b = \frac{\sigma_{nt}^a}{f} \quad (28)$$

$$\sigma_{n3}^b = \frac{\sigma_{n3}^a}{f} \quad (29)$$

همچنین در مدل اولیه M-K فرض می‌شود که نمو کرنش‌ها در راستای شیار در دو منطقه سالم و شیار برابر است؛ بنابراین شرط سازگاری کرنش در راستای شیار به صورت رابطه (30) بیان می‌شود.

$$d\epsilon_{tt}^b = d\epsilon_{tt}^a \quad (30)$$

در مدل توسعه‌یافته M-K با حضور شش مؤلفه تانسور تنش، با فرض ترکشن صفحه‌ای یکنواخت در هر دو ناحیه همگن و غیرهمگن و بر سطح ورق روابط (32,31) نتیجه می‌شود.

$$\sigma_{33}^b = \sigma_{33}^a \quad (31)$$

$$\sigma_{t3}^b = \sigma_{t3}^a \quad (32)$$

روابط (27-32) شش رابطه بین تنش و نمو کرنش منطقه سالم و شیار ارائه می‌کند. در نهایت با رابطه تساوی تنش مؤثر به دست آمده از رابطه کارسختی و تابع تسلیم می‌توان تنش و کرنش در ناحیه غیرهمگن را محاسبه نمود. در روابط (34,33) دستگاه معادلات غیرخطی با مجهولات  $d\bar{\epsilon}^b$  و  $\sigma_{tt}^b$  ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^b &= K(\bar{\epsilon}^b + d\bar{\epsilon}^b + \epsilon_0)^n = \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} [F(\sigma_{tt}^b - \sigma_{33}^b)^2 + G(\sigma_{33}^b - \sigma_{nn}^b)^2 + H(\sigma_{nn}^b - \sigma_{tt}^b)^2 \\ & + 2L(\sigma_{t3}^b)^2 + 2M(\sigma_{n3}^b)^2 + 2N(\sigma_{nt}^b)^2]^{0.5} \end{aligned} \quad (33)$$

$$d\epsilon_{tt}^a = d\epsilon_{tt}^b = \frac{F(\sigma_{tt}^b - \sigma_{33}^b) - H(\sigma_{nn}^b - \sigma_{tt}^b)}{2\bar{\sigma}^b} d\bar{\epsilon}^b \quad (34)$$

بنابراین دستگاه معادلات به صورت روابط (36,35) خواهد بود.

$$\begin{aligned} F_1 &= K(\bar{\epsilon}^b + d\bar{\epsilon}^b + \epsilon_0)^n - \frac{1}{\sqrt{2}} [F(\sigma_{tt}^b - \sigma_{33}^a)^2 \\ & + G(\sigma_{33}^a - \frac{\sigma_{nn}^a}{f})^2 + H(\frac{\sigma_{nn}^a}{f} - \sigma_{tt}^b)^2 + 2L(\sigma_{t3}^a)^2 \\ & + 2M(\frac{\sigma_{n3}^a}{f})^2 + 2N(\frac{\sigma_{nt}^a}{f})^2]^{0.5} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= d\epsilon_{tt}^a - \frac{\sqrt{2}}{2} [F(\sigma_{tt}^b - \sigma_{33}^a) - H(\frac{\sigma_{nn}^a}{f} - \sigma_{tt}^b)] \\ & [F(\sigma_{tt}^b - \sigma_{33}^a)^2 + G(\sigma_{33}^a - \frac{\sigma_{nn}^a}{f})^2 + H(\frac{\sigma_{nn}^a}{f} - \sigma_{tt}^b)^2 \\ & + 2L(\sigma_{t3}^a)^2 + 2M(\frac{\sigma_{n3}^a}{f})^2 + 2N(\frac{\sigma_{nt}^a}{f})^2]^{-0.5} d\bar{\epsilon}^b = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

به طور کلی برای  $N$  تابع  $N$  با  $N$  متغیر به صورت  $F_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0, i = 1, 2, \dots, N$  را می‌توان به صورت رابطه (37) بسط داد.

$$F_i(X + \delta X) = F_i(X) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \delta x_j + O(\delta X^2) \quad (37)$$

که فرم ماتریسی رابطه (37) به صورت رابطه (38) نوشته می‌شود.

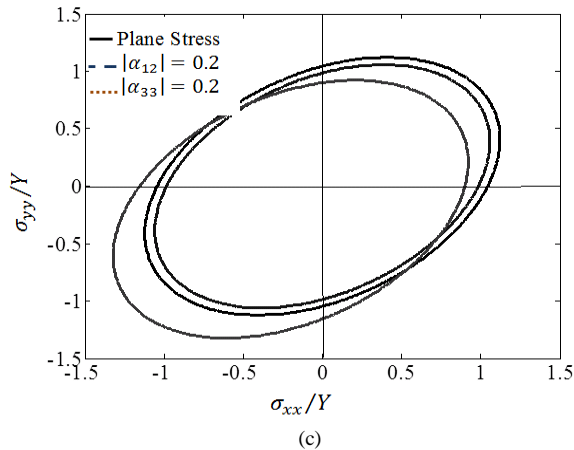
$$F(X + \delta X) = F(X) + J \cdot \delta X + O(\delta X^2) \quad (38)$$

در رابطه (38)،  $X$  معرف یک بردار شامل متغیرهای  $x_i$  و  $F$  برداری شامل توابع  $F_i$  و  $J$  ماتریس ژاکوبین است. با صرف‌نظر از عبارت‌هایی با مرتبه  $\delta X^2$  و بالاتر و با توجه به این‌که  $F(X + \delta X) = 0$ ، رابطه (38) به صورت رابطه (39) ساده می‌شود.

$$J \cdot \delta X = -F(X) \quad (39)$$

بنابراین رابطه (40) را به صورت زیر داریم.

$$\delta X = -J^{-1} \cdot F \quad (40)$$



**Fig. 3** The components of stress tensor effects on the yield surfaces for AA6011, a- the effects of normal stress, b- the effects of shear stress, c- comparison of normal stress and through-thickness shear stress effect

شکل 3 اثر مؤلفه‌های تانسور تنش بر سطح تسلیم AA6011، الف- اثر تنش نرمال، ب- اثر تنش برشی، ج- مقایسه اثر تنش نرمال و تنش برشی در راستای ضخامت

همان‌طور که شکل 3-a نشان می‌دهد حضور تنش نرمال سبب انتقال سطح تسلیم در راستای نیمساز ربع اول دستگاه مختصات شده و تغییرات سطح تسلیم مشابه رفتار ماده در زمان کارسختی سینماتیک است. از شکل 3-b نتیجه می‌شود که حضور تنش برشی سبب کاهش سطح تسلیم شده و تغییرات سطح تسلیم مشابه رفتار ماده در زمان کارسختی ایزوتروپیک است. شکل 3-c مقایسه بین حضور و عدم حضور مؤلفه‌های تانسور تنش را بر سطح تسلیم ماده نشان می‌دهد.

### 3-1- اثر تنش نرمال فشاری بر FLD

شکل 4 نتایج تجربی و عددی کرنش‌های حدی را برای آلیاژ آلومینیومی AA6011 تحت شرایط تنش نرمال فشاری 6MPa ( $|\alpha_{33}| = 0.11$ ) نشان می‌دهد. نتایج تحلیلی با حل معادلات غیرخطی مدل بهبودیافته M-K به روش نیوتن-رافسون و فرض استفاده از معیار تسلیم هیل 48 ترسیم شده است. مقایسه میان نتایج تجربی [21]، نتایج عددی عاصم‌پور و همکاران [7] و نتایج عددی این مقاله بیانگر صحت نتایج است.

با به کارگیری تنش نرمال فشاری مختلف (نسبت متفاوت تنش نرمال به تنش در راستای خورد) اثر تنش نرمال در راستای ضخامت بر حد شکل‌پذیری ورق AA6011 براساس مدل بهبودیافته M-K در شکل 5 بررسی و محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با اعمال تنش نرمال نمودار حد شکل‌دهی به سمت بالا و راست منتقل می‌شود و در نتیجه شکل‌پذیری افزایش می‌یابد که مطابق با نتایج به دست آمده توسط سایر محققان است.

### 3-2- اثر تنش برشی بر FLD

شکل‌های 6 و 7 اثر تنش برشی در راستای ضخامت مختلف را،  $\alpha_{13} = \alpha_{23} \neq 0$ ، بر شکل‌پذیری ورق AA6011 مورد بررسی قرار می‌دهد. این تنش‌ها شامل تنش برشی در صفحه‌ای که نرمال این صفحه منطبق بر راستای کرنش صفحه‌ای بیشترین است و  $\sigma_{13}$ ، تنش برشی در صفحه‌ای که نرمال این صفحه منطبق بر راستای کرنش صفحه‌ای کمترین است. می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تنش برشی کرنش‌های حدی افزایش می‌یابد و نمودار حد شکل‌دهی به سمت بالا منتقل می‌شود. حضور هم‌زمان تنش‌ها برش در راستای ضخامت  $\sigma_{13}$  و  $\sigma_{23}$  موجب شکل‌پذیری بیشتر ورق می‌شود.

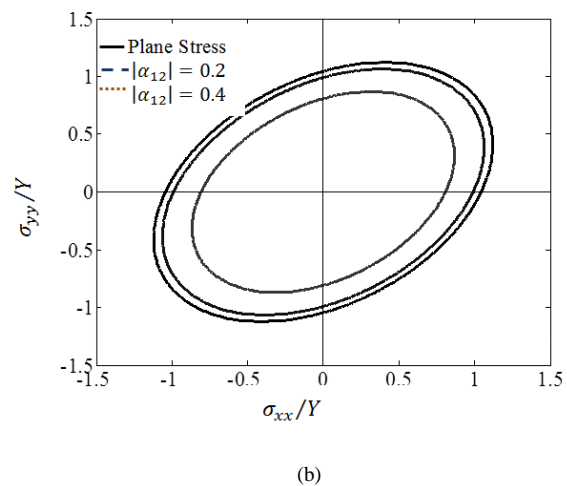
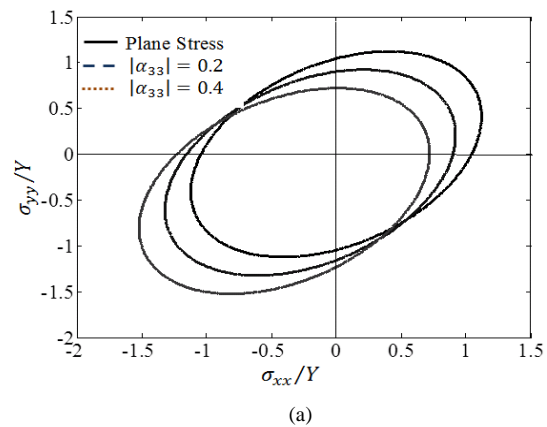
کرنش‌های حدی و نمودار حد شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیومی AA6011 مورد بررسی قرار گرفته است. خواص مکانیکی ورق آلومینیومی AA6011 در جدول 1 ارائه شده است.

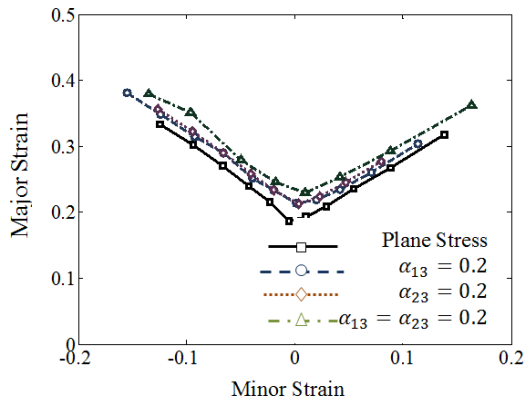
اثر تنش نرمال و تنش برشی بر سطح تسلیم AA6011 در شکل 3 نشان داده شده است. وجود مؤلفه‌های تنش نرمال و برشی سبب کاهش تنش تسلیم کششی می‌شود. اگر ناحیه‌ای از ورق تا سطحی کمتر از تنش تسلیم کشیده شود حتی یک تنش برشی نسبتاً کوچک نیز کافی است تا سبب شروع تغییر شکل پلاستیک شود؛ بنابراین حتی اضافه کردن یک تنش برشی نسبتاً کوچک قادر به موضعی کردن تغییر شکل است. اگر تنش برشی به دلیل جابه‌جایی مماسی و به وسیله حرکت ابزار بر سطح ورق تولید شود، با رشد ناحیه‌ای که دچار گلوبی شدن شده، محل تماس ابزار با ورق به تدریج در این ناحیه کاهش می‌یابد؛ بنابراین مقدار تنش برشی با رشد ناحیه باریک شده تغییر می‌کند. تنش تسلیم کششی در صفحه با حذف مؤلفه تنش برشی دوباره افزایش یافته و تا زمانی که تنش‌های موجود در صفحه به حدی نرسند تا منجر به شروع تغییر شکل پلاستیک شود، تغییر شکل پایدار می‌ماند. نتیجه حاصل از وجود چنین شرایطی افزایش در حدود گلوبی شدن است.

**جدول 1** خواص مکانیکی آلیاژ AA6011 [21]

**Table 1** Mechanical property Alloy AA6011 [21]

	K (MPa)
	254.9
$n$	0.265
$\epsilon_0$	0
$R$	0.574





**Fig. 7** The effect of through-thickness shear stresses,  $\sigma_{13}$  and  $\sigma_{23}$ , on FLD for alloy AA6011

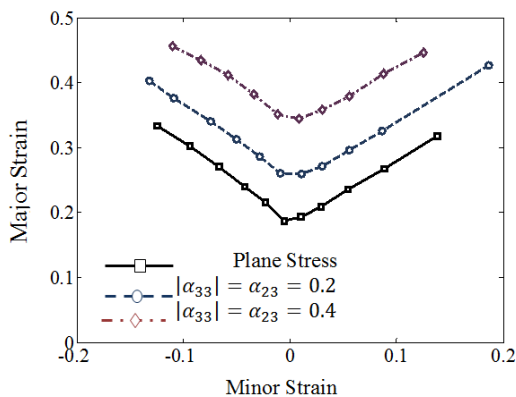
شکل 7 اثر تنش‌های برشی در راستای ضخامت،  $\sigma_{13}$  و  $\sigma_{23}$ ، بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6011

در این حالت جامع از بارگذاری که شامل تمامی مؤلفه‌های تانسور تنش است، مدل اصلاح شده M-K و همچنین معیار تسلیم ناهمسانگرد هیل 48 استفاده شده است. واضح است که حضور هم‌زمان تنش نرمال،  $\sigma_{33} \neq 0$ ، و تنش‌های برشی در راستای ضخامت،  $\sigma_{13} = \sigma_{23} \neq 0$ ، به دلیل کاهش تنش تسلیم کششی موجب افزایش کرنش‌های حدی و در نتیجه افزایش شکل‌پذیری ورق می‌شود. از آنجایی که تنش نرمال در مقایسه با تنش برشی، مطابق شکل 3، منجر به کاهش بیشتر در تنش تسلیم کششی می‌شود؛ بنابراین شکل‌پذیری ورق بیشتر تحت تأثیر تنش نرمال است.

جدول 2 درصد افزایش مقدار کرنش در حالت کرنش صفحه‌ای،  $FLD_0$ ، را برای انواع بارگذاری‌های فرض شده در این تحقیق، وجود تنش برشی در جهات مختلف و وجود هم‌زمان تنش نرمال فشاری و تنش‌های برشی در راستای ضخامت مختلف نشان می‌دهد. با اعمال تنش‌های نرمال فشاری و برشی در راستای ضخامت کرنش‌های حدی آلیاژ AA6011 افزایش قابل توجهی می‌یابد.

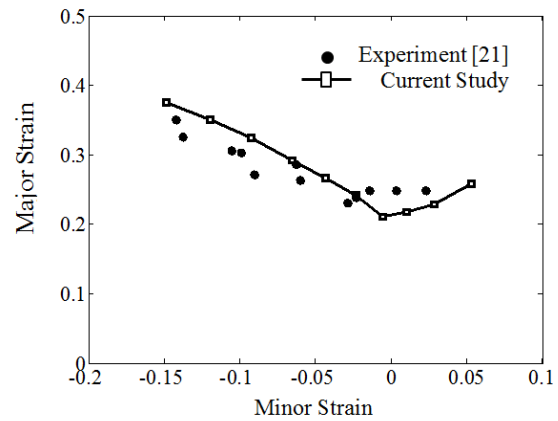
#### 4- نتیجه‌گیری

با توجه به تأثیر تنش برشی در راستای ضخامت در افزایش شکل‌پذیری ورق‌های فلزی طی فرآیندهای شکل‌دهی نوین مانند شکل‌دهی تدریجی و



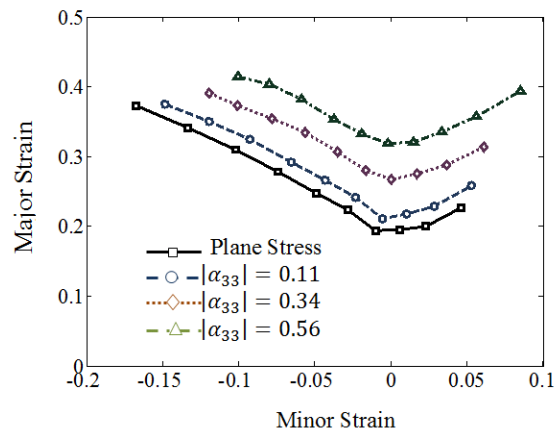
**Fig. 8** The effect of normal and through-thickness shear stresses,  $\sigma_{33}$  and  $\sigma_{23}$ , on FLD for alloy AA6011

شکل 8 اثر تنش‌های نرمال و برشی،  $\sigma_{33}$  و  $\sigma_{23}$ ، بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6011



**Fig. 4** Compare experimental and numerical results normal stress effects on FLD for alloy AA6011

شکل 4 مقایسه نتایج تجربی و عددی اثر تنش نرمال بر FLD آلیاژ AA6011

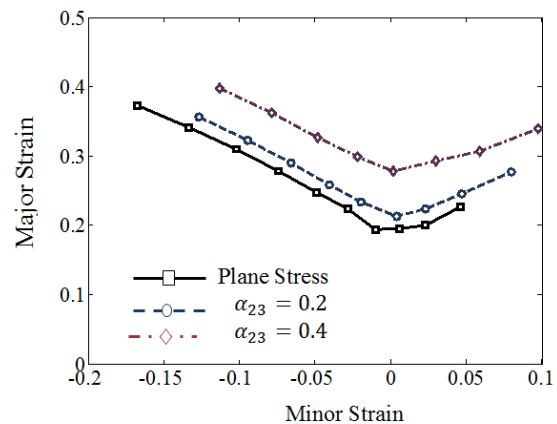


**Fig. 5** Compressor normal stress effects on FLD for alloy AA6011

شکل 5 اثر تنش نرمال فشاری بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6011

#### 3-3- اثر تنش نرمال و تنش برشی بر FLD

بررسی اثر هم‌زمان تنش نرمال فشاری و تنش‌های برشی در راستای ضخامت،  $\alpha_{33} \neq 0$  و  $\alpha_{13} = \alpha_{23} \neq 0$ ، بر کرنش‌های حدی آلیاژ AA6011 در شکل‌های 8 و 9 ارائه شده است.



**Fig. 6** Through-thickness shear stress effects,  $\sigma_{23}$ , on FLD for alloy AA6011

شکل 6 اثر تنش برشی در راستای ضخامت  $\sigma_{23}$  بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6011

تنش‌های برشی در راستای ضخامت نقش پررنگ‌تری را ایفا می‌کند.

### 5- منابع

- [1] S. P. Keeler, W. A. Backofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, *Transactions of American Society of Metals*, Vol. 56, No. 11, pp. 25-48, 1963.
- [2] G. M. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, *Society of Automotive Engineers*, Vol. 77 (A), No. 680093, pp. 380-387, 1968.
- [3] Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the processes of stretch forming sheet metal, *Mechanical Sciences*, Vol. 9, No. 9, pp. 609-620, 1967.
- [4] Z. Marciniak, K. Kuczynski, T. Pokora, Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension, *Mechanical Sciences*, Vol. 15, No. 10, pp. 789-805, 1973.
- [5] D. Banabic, S. Soare, On the effect of the normal pressure upon the forming limit strains, *Hora P (ed) Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes*, Interlaken: Switzerland, pp. 199-204, September 1-5, 2008.
- [6] P. D. Wu, J. D. Embury, D. J. Lloyd, Y. Huang, K.W. Neale, Effects of superimposed hydrostatic pressure on sheet metal formability, *Plasticity*, Vol. 25, No. 9, pp. 1711-1725, 2008.
- [7] A. Assempour, H. Khakpour Nejadkhaki, R. Hashemi, Forming limit diagrams with the existence of through-thickness normal stress, *Computational Materials Science*, Vol. 48, No. 3, pp. 504-508, 2010.
- [8] R. Hashemi, K. Abrinia, Analysis of the extended stress-based forming limit curve considering the effects of strain path and through-thickness normal stress, *Materials and Design*, Vol. 54, No. 1, pp. 670-677, 2014.
- [9] M. Nurcheshmeh, D. E. Green, The effect of normal stress on the formability of sheet metals under non-proportional loading, *Mechanical Sciences*, Vol. 82, No. 1, pp. 131-139, 2014.
- [10] J. M. Allwood, D. R. Shouler, A. E. Tekkaya, The increased forming limits of incremental sheet forming processes, *Key Engineering Materials*, Vol. 344, No. 1, pp. 621-628, 2007.
- [11] J. M. Allwood, D. R. Shouler, Paddle forming: A novel class of sheet metal forming processes, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 54, No. 1, pp. 257-260, 2007.
- [12] J. M. Allwood, D. R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, *Plasticity*, Vol. 25, No. 7, pp. 1207-1230, 2009.
- [13] P. Eyckens, A. Van Bael, P. Van Houtte, Marciniak-Kuczynski type modelling of the effect of through-thickness shear on the forming limits of sheet metal, *Plasticity*, Vol. 25, No. 12, pp. 2249-2268, 2009.
- [14] P. Eyckens, A. Van Bael, P. Van Houtte, An extended Marciniak-Kuczynski model for anisotropic sheet subjected to monotonic strain paths with through-thickness shear, *Plasticity*, Vol. 27, No. 10, pp. 1577-1597, 2011.
- [15] A. Ghazanfari, A. Assempour, M. Habibi, R. Hashemi, Investigation on the effective range of the through thickness shear stress on forming limit diagram using a modified Marciniak-Kuczynski model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 137-143, 1395. (In Persian)
- [16] H. Iseki, K. Kato, S. Sakamoto, Forming limit of flexible and incremental sheet metal bulging with a spherical roller, *Advanced Technical Plastics*, Vol. 1, No. 1, pp. 1635-1640, 1993.
- [17] J. Jeswiet, F. Micari, G. Hirt, A. Bramley, J. Duflou, J. Allwood, Asymmetric single point incremental forming of sheet metal, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 54, No. 2, pp. 88-114, 2005.
- [18] S. M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets, *Modares of Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 393-401, 2015. (In Persian)
- [19] R. Sowerby, J. L. Duncant, Failure in Sheet Metal in Biaxial Tension, *Mechanical Sciences*, Vol. 13, No. 3, pp. 217-229, 1971.
- [20] A. Barata da Rocha, F. Barlat, J. M. Jalinear, Prediction of the Forming Limit Diagram of Anisotropic Sheets in Linear and Non-linear Loading, *Material Science Engineering*, Vol. 68, No. 2, pp. 151-164, 1984.
- [21] Y. M. Hwang, Y. K. Lin, H. C. Chuang, Forming limit diagrams of tubular materials by bulge tests, *Materials Processing Technology*, Vol. 209, No. 11, pp. 5024-5034, 2009.

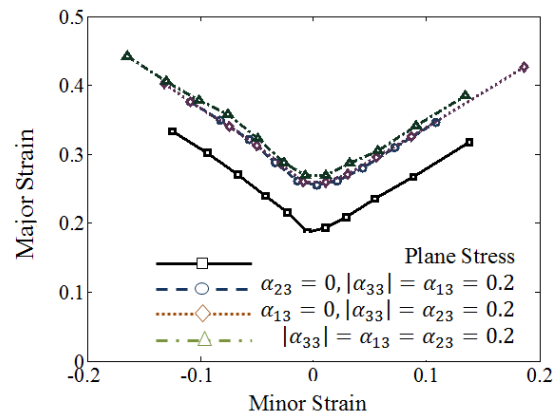


Fig. 9 The concurrent effect of compressor normal stress and through-thickness shear stresses on FLD for alloy AA6011

شکل 9 اثر هم‌زمان تنش نرمال فشاری و تنش‌های برشی در راستای ضخامت بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6011

جدول 2 درصد افزایش FLD<sub>0</sub> به ازای مقادیر مختلف نسبت تنش نرمال و برشی،

Table 2 Percentage of FLD<sub>0</sub> increase for different values of the normalized normal and shear stresses,  $\alpha_{ij}$

درصد افزایش FLD <sub>0</sub>	بارگذاری
13.9%	$\alpha_{13} = 0.2$
14.4%	$\alpha_{23} = 0.2$
22.5%	$\alpha_{13} = \alpha_{23} = 0.2$
36.5%	$ \alpha_{33}  = \alpha_{13} = 0.2$
38.4%	$ \alpha_{33}  = \alpha_{23} = 0.2$
43.6%	$ \alpha_{33}  = \alpha_{13} = \alpha_{23} = 0.2$

شکل‌دهی چرخشی، مدل اولیه مارسینیاک-کوزینسکی برای شرایط جامع بارگذاری شامل تمامی مؤلفه‌های تانسور تنش و استفاده از معیار تسلیم ناهمسانگرد هیل 48 اصلاح و توسعه داده شد. نتایج حاصل از بررسی اثر تنش‌های برشی بر کرنش‌های حدی بیانگر اثر مثبت این تنش‌ها بر افزایش شکل‌پذیری ورق آلومینیومی AA6011 است. به طوری که با فرض شرایط بارگذاری  $\alpha_{13} = \alpha_{23} = 0.2$ ، حدود 22.5% افزایش در FLD<sub>0</sub> رخ می‌دهد. همچنین با اعمال شرایط بارگذاری  $|\alpha_{33}| = \alpha_{13} = \alpha_{23} = 0.2$ ، مقدار کرنش در حالت کرنش صفحه‌ای بیش از 43% افزایش می‌یابد. نمودارهای حد شکل‌دهی توسعه‌یافته‌ای که برای ورق AA6011 ترسیم شده، نشان می‌دهد که FLD تحت تنش نرمال فشاری و تنش‌های برشی در راستای ضخامت در بالاترین سطح قرار می‌گیرد و میزان انتقال سطح FLD به سمت بالا با حضور تنش نرمال در مقایسه با حضور تنش برشی بیشتر است؛ بنابراین می‌توان بیان نمود که تنش نرمال در افزایش شکل‌پذیری AA6011 در مقایسه با