



مدل سازی یک بعدی و بهینه سازی پرتابگر گازی دو مرحله ای به روش پاسخ سطح

محسن محمدی¹، جمال ارغوانی هادی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
 2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
 * تهران، صندوق پستی 11155-9567، arghavani@sharif.edu

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 10 آذر 1394
 پذیرش: 26 دی 1394
 ارائه در سایت: 19 بهمن 1394

کلید واژگان:

پرتابگر گازی دو مرحله ای
 شبیه سازی
 بهینه سازی
 روش پاسخ سطح

چکیده

پرتابگرهای گازی، بخش مهمی از دستگاه های آزمایش ضربه هستند که کاربردهای فراوانی در شناخت خواص مواد دارند. انجام برخی آزمایش ها نیاز به پرتاب در سرعت های بالا دارد که پرتابگرهای تک مرحله ای قادر به پرتاب در چنین محدوده سرعتی نمی باشند، لذا از پرتابگرهای دو مرحله ای بدین منظور استفاده می گردد. پارامترهای متعددی عملکرد این گونه پرتابگرها را تحت تاثیر قرار می دهد. برای تنظیم بهینه این پارامترها، مدل سازی و بهینه سازی پرتابگر امری ضروری و غیر قابل اجتناب است. بدین منظور در این مقاله مدلی یک بعدی برای تعیین کارایی پرتابگر و بهینه سازی آن پیشنهاد می گردد که در آن از اطلاعات تجربی نرخ سوختن جهت مدل سازی احتراق استفاده گردیده است. برای بررسی صحت مدل پیشنهادی و شبیه سازی پرتابگر، نتایج برای چندین حالت با نتایج تجربی مقایسه شده است که نشان می دهد مدل مورد استفاده از دقت کافی برخوردار است. نتایج حاصل از مدل سازی یک بعدی برای بهینه سازی عملکرد پرتابگر و تعیین مقادیر بهینه پارامترهای مختلف استفاده می گردد. علاوه بر این، مدل یک بعدی ارائه شده می تواند برای محاسبات طراحی اولیه پرتابگر و بررسی امکان پذیری ساخت و تخمین هزینه ها مورد استفاده قرار گیرد. در این تحقیق از روش آماری پاسخ سطح برای یافتن مدل های چند جمله ای درجه دو برای پاسخ سرعت و فشار استفاده شده است و سپس از این مدل ها جهت کمیته سازی فشار بیشینه وارد بر پرتابه در شرایط مختلف، از روش سیمپلکس استفاده شده است. در نهایت جهت تسهیل استفاده از پرتابگر گازی دو مرحله ای، منحنی و جدول عملکردی پرتابگر ارائه شده است که برای عملکرد بهینه پرتابگر می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

One-dimensional modeling and optimization of two-stage light gas launcher with response surface methodology

Mohsen Mohammadi, Jamal Arghavani*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
 * P.O.B. 11155-9567, Tehran, Iran, arghavani@sharif.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 01 December 2015
 Accepted 16 January 2016
 Available Online 08 February 2016

Keywords:

Two-stage light gas launcher
 Simulation
 Optimization
 response surface methodology

ABSTRACT

Gas launchers are an important part of impact testing apparatus which have many applications in material parameters identification. Some experiments call for very high velocity which is beyond the limit of one-stage gas launchers; thus, two-stage gas launchers are employed. Several parameters affect the operation of such launchers. For optimum adjustment of such parameters, modeling and simulation is necessary and inevitable. To this end, in this paper, a one dimensional model for a two-stage light gas launcher is proposed and utilized for performance optimization. To simulate combustion, experimental data for burning rate has been used. The proposed model is verified by comparing its predictions with the available experimental data. It is shown that the proposed model is accurate enough to predict the two-stage light gas launcher performance. The results of one dimensional model can be used in the basic design of the launcher to investigate the feasibility of manufacturing and estimate the costs. Moreover, the model is used to optimize the launcher performance as well as to determine optimum parameters. The statistical method of response surface is employed to find suitable second order polynomial models to predict the projectile velocity and maximum base pressure. The presented models are used to maximize the projectile velocity as well as to minimize the maximum projectile base pressure. To this end, Simplex method is employed to minimize the maximum base pressure in different conditions. Finally, the table of optimum conditions is presented to simplify the optimum use of the two-stage light gas launcher.

1- مقدمه

بارگذاری های ضربه ای عمدتاً متفاوت از رفتار آن ها در بارگذاری های استاتیکی در بسیاری از قطعات، سازه های مهندسی و برخی فرآیندهای شکل دهی، بارگذاری ها به صورت ناگهانی و ضربه ای می باشد. رفتار مواد و سازه ها در

Please cite this article using:

M. Mohammadi, J. Arghavani, One-dimensional modeling and optimization of two-stage light gas launcher with response surface methodology, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 129-139, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

که در آن از گاز سبک هلیوم استفاده شد، توسط کروزر و هوم² در سال 1946 ساخته شد [11]. از آن زمان به بعد، پرتابگرهای گازی دومرحله‌ای متنوعی ساخته شده‌اند. تفاوت عمده آن‌ها در نحوه فشرده‌سازی گاز سبک به فشار مورد نیاز برای ایجاد سرعت بالا است. توسعه کامپیوترهای سرعت بالا و روش‌های جدید اندازه‌گیری در دستیابی به فهم بهتر فرآیند پرتاب، که فرآیندی پیچیده است، کمک نموده است. توسعه فناوری پرتابگرهای گازی دومرحله‌ای توسط آزمایشگاه‌های تحقیقاتی در آمریکا، کانادا و انگلستان به منظور حصول سرعتی به بزرگی 11 کیلومتر بر ثانیه، انجام گرفته است [12-14].

با گذشت حدود نیم قرن از عمر پرتابگر گازی دومرحله‌ای، تحقیقات مختلفی (عمدتاً توسط آزمایشگاه‌های سندیا و لوس آلاموس³ آمریکا) انجام گرفته است. امروزه با رشد علمی کشور و نیاز به انجام تحقیقات مورد نیاز صنایع در این حوزه، نیاز به طراحی و ساخت پرتابگر گازی دومرحله‌ای به شدت احساس می‌گردد؛ لذا آزمایشگاه مکانیک ضربه و نفوذ دانشگاه صنعتی شریف برای طراحی و ساخت چنین پرتابگری مطالعات اولیه و امکان سنجی را از سال 1392 شروع نمود. یکی از گام‌های مهم در طراحی پرتابگر مذکور، طراحی اولیه⁴ برای تعیین ابعاد، اندازه‌ها، فشار گاز، خصوصیات مواد مورد نیاز و همچنین بهینه‌سازی راندمان پرتابگر می‌باشد. این اطلاعات در مرحله طراحی جزئیات مورد نیاز خواهد بود.

در این مقاله، هدف ارائه یک مدل ساده یک‌بعدی برای تعیین کارایی پرتابگر پیشنهادی برای ساخت در داخل کشور و همچنین بهینه‌سازی آن با استفاده از روش پاسخ سطح⁵ می‌باشد. برای رسیدن به سرعت بیشینه و حداقل نمودن فشار بیشینه، عملکرد بهینه پرتابگر تعیین خواهد گردید. بدین منظور در سرعت‌های مختلف، پارامترهای پرتابگر تعیین می‌گردند و جدولی جهت استفاده بهینه استخراج می‌گردد. در نهایت نمودار کارکرد بهینه پرتابگر ارائه می‌گردد.

بدین منظور پس از این مقدمه در بخش 2 به معرفی پرتابگر گازی دومرحله‌ای پرداخته می‌شود و سپس در بخش 3 مدل یک‌بعدی پرتابگر و معادلات مربوطه ارائه خواهد شد. در بخش 4 به حل عددی معادلات بدست آمده پرداخته می‌شود و با ارائه نتایج مختلف و مقایسه آن با نتایج موجود، مدل ارائه‌شده صحت‌گذاری می‌گردد. پس از آن در بخش 5 از مدل معرفی شده برای تحلیل و بهینه‌سازی عملکرد پرتابگر با روش پاسخ سطح استفاده می‌شود. در نهایت در بخش 6 جمع‌بندی ارائه می‌گردد.

2- معرفی پرتابگر گازی دومرحله‌ای

اجزای مختلف پرتابگر گازی دومرحله‌ای در شکل 2 نشان داده شده است. قسمت سمت چپ پرتابگر از یک محفظه احتراق و یک لوله تشکیل شده است که همانند پرتابگرهای تک‌مرحله‌ای است با این تفاوت که پرتابه با یک پیستون جایگزین شده و مخزن فشار بالا و شیر با محفظه احتراق جایگزین شده‌اند. لوله‌ای که پیستون درون آن قرار می‌گیرد، لوله پمپ نام دارد. در انتهای لوله پمپ محفظه‌ای با قطر خارجی زیاد قرار دارد که محفظه میانی نام دارد، لوله‌ای که در سمت راست محفظه میانی قرار دارد لوله پرتاب نامیده می‌شود. قبل از پرتاب، ابتدا پرتابه در ابتدای لوله پرتاب قرار داده شده و شیر سریع‌بازشونده در حالت بسته قرار می‌گیرد، این شیر در فشار خاصی باز

منظور آزمایش‌های مختلفی مانند آزمایش ضربه تیلور، آزمایش میله‌های فشاری هاپکینسون، آزمایش سقوط وزنه و آزمایش تست ضربه صفحه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در اغلب آزمایش‌های ضربه از یک دستگاه پرتابگر برای سرعت‌دهی به پرتابه در انجام تست استفاده می‌شود. به همین دلیل پرتابگر قلب اصلی یک دستگاه آزمایش ضربه است. با توجه به جرم و ابعاد پرتابه، سرعت پرتاب و خصوصیات فیزیکی ماده از روش‌های مختلفی برای پرتاب و طراحی پرتابگر استفاده می‌شود [1]. در این میان پرتابگرهای گازی به دلیل سادگی، در دسترس بودن، هزینه پایین و قابلیت کنترل دقیق سرعت به وفور مورد استفاده قرار می‌گیرند.

پرتابگرهای گازی براساس شتاب دادن به یک پرتابه با استفاده از یک گاز فشرده‌شده عمل می‌نمایند. از آنجایی که در حین تبدیل انرژی پتانسیل گاز فشرده به انرژی جنبشی پرتابه برای سرعت‌دهی به آن، بخشی از انرژی نیز می‌بایست صرف سرعت‌دهی به مولکول‌های خود گاز شود، سرعت پرتابه محدود می‌گردد. توزیع مطلوب‌تر انرژی بین گاز و پرتابه برای ایجاد سرعت بیش‌تر با استفاده از گازهای سبک همچون هیدروژن و هلیوم بدست می‌آید [2]. شکل 1 طرح ساده‌ای از پرتابگر گازی تک‌مرحله‌ای را نشان می‌دهد. هم‌اکنون چندین پرتابگر گازی تک‌مرحله‌ای در آزمایشگاه مکانیک ضربه و نفوذ دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف برای انجام تست‌های نفوذ، تست ضربه تیلور و تست هاپکینسون مورد استفاده قرار می‌گیرند. دستگاه پرتابگر گازی مورد استفاده، از گاز سبک برای پرتاب نمونه‌هایی با حداکثر قطر 18 میلی‌متر و وزن 20 گرم تا سرعت نزدیک به 1000 متر بر ثانیه در تست‌های نفوذ استفاده می‌نماید.

از نظر تئوری بسته به نوع گاز (سرعت انتشار موج در گاز)، حداکثر سرعت پرتابه از رابطه زیر بدست می‌آید [3]:

$$v_{\max} = \frac{2a_0}{\gamma - 1} \quad (1)$$

که a_0 سرعت انتشار موج در گاز و γ نسبت ظرفیت گرمایی گاز است. بر اساس معادله (1) حداکثر سرعت پرتابه برای هیدروژن 6197، برای هلیوم 2926 و برای هوا 1715 متر بر ثانیه است. با توجه به این معادله، در کاربردهایی که به سرعت پرتاب بزرگ‌تری نیاز باشد، پرتابگر تک‌مرحله‌ای مناسب نخواهد بود و به همین دلیل از پرتابگر گازی دومرحله‌ای استفاده می‌گردد. به عنوان مثال برخورد میکروشهاب‌سنگ‌ها و زباله‌های فضایی باعث کاهش عمر و گاهی تخریب ماهواره‌ها می‌گردند، این پرتابه‌ها به طور میانگین سرعتی در حدود 10 کیلومتر بر ثانیه دارند که می‌توان به وسیله پرتابگرهای دومرحله‌ای این سرعت‌ها را ایجاد کرد و با انجام آزمایش، سپرهای محافظتی مناسب را طراحی نمود [4-6]. معادله حالت مواد در فشارهای بسیار بالا در بسیاری از مسائل فیزیک، ژئوفیزیک و ستاره‌شناسی کاربرد دارد، با استفاده از تراکم شوکی¹ می‌توان به فشار و دماهای بالا رسید. پرتابگر دومرحله‌ای با گاز سبک به دلیل توانایی تولید شوک‌های صفحه‌ای یکی از مهم‌ترین ابزارهای تولید و بررسی تراکم شوکی است [7-10]. اولین پرتابگر گازی دومرحله‌ای

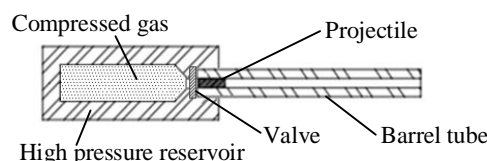


Fig. 1 Scheme of one-stage gas launcher

شکل 1 طرح ساده پرتابگر گازی تک‌مرحله‌ای

1- Shock compression

2- Crozier and Hume
3- Sandia and Los Alamos
4- Basic design
5- Response surface methodology

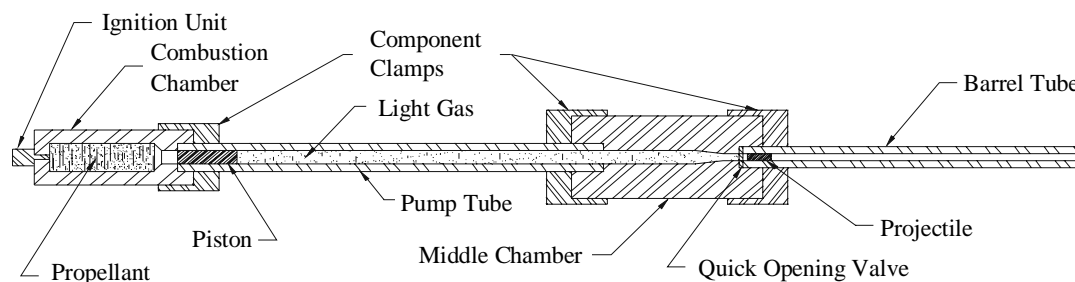


Fig. 2 Different parts of two-stage gas launcher [15]

نیاز به اطلاع از مشخصات عملکردی پرتابگر، دو روش برای طراحی و ساخت مطلوب وجود دارد، اول ساخت با ابعاد تقریبی و رسیدن به ابعاد بهتر با آزمایش و دیگری مدل‌سازی و بهینه‌سازی به منظور رسیدن به تقریب‌های بهتر. قطعات پرتابگر دارای ویژگی‌های خاصی از قبیل تحمل فشار و دمای بالا و مقاومت در برابر سایش هستند که ساخت دستگاه را به فرآیندی پرهزینه تبدیل می‌کند، از این رو روش مناسب‌تر برای تعیین ابعاد دستگاه و ویژگی‌های قطعات مختلف پرتابگر، مدل‌سازی و بهینه‌سازی پرتابگر است.

3- ارائه مدل یک‌بعدی جهت بررسی کارایی پرتابگر

به‌منظور درک بهتر فرآیند پرتاب و اثر هر یک از پارامترهای مؤثر در خروجی پرتابگر، مدل‌سازی‌هایی صورت گرفته است. مدل‌سازی‌ها و شبیه‌سازی‌های انجام‌شده تاکنون به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند:

- 1- مدل‌های مبتنی بر فرض جرم متمرکز 2- روش مشخصه‌ها
- 3- روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، استفانسون¹ و همکاران عملکرد پرتابگر با استفاده از گاز سبک هیدروژن و تراکم شوکی را به روش مشخصه‌ها بررسی کردند. آنان با استفاده از روابط بی‌بعد، اثرات پارامترهای جرم، سرعت پیستون و اثر پیش‌گرم کردن گاز سبک را بر روی عملکرد پرتابگر مورد مطالعه قراردادند و مقادیر را با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه کردند [16]. یک مدل‌سازی یک‌بعدی به روش جرم متمرکز توسط پاتین² و همکاران ارائه شد که فرآیند پرتاب را به چهار قسمت تقسیم کرده و روابط موجود را برای هر یک به‌صورت جداگانه به دست آورده‌اند. درنهایت مسئله به حل دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی می‌انجامد که با حل آن به‌صورت عددی، عملکرد پرتابگر شبیه‌سازی می‌شود [17].

در این قسمت، هدف ارائه مدلی برای پیش‌بینی کارایی پرتابگر گازی دومرحله‌ای می‌باشد. بدین جهت از روش ارائه‌شده توسط پاتین و همکاران [17] استفاده می‌گردد. بدین منظور، معادله مربوط به سوختن پیش‌رانه جامد با توجه به اطلاعات نوع پیش‌رانه مورد استفاده در داخل کشور انتخاب گردیده و پارامترهای آن از اطلاعات تجربی موجود تعیین گردیده است. علاوه بر این، مدل دقیق‌تری از اکستروژن پیستون در محفظه میانی ارائه گردیده است.

به صورت کلی در این مدل چهار فرآیند فیزیکی موجود به‌صورت جداگانه مدل‌سازی می‌شوند. همچنین برای ارتباط دادن این روابط به یکدیگر از روابط ترمودینامیکی و سینماتیکی استفاده می‌شود. معادلات حاصل با استفاده از نرم افزار متلب³ در بخش 4 حل می‌گردد. با حل این مدل، امکان مطالعه عملکرد و بهینه‌سازی پرتابگر مقدور می‌گردد که در

شکل 2 اجزای مختلف پرتابگر دومرحله‌ای [15]

می‌شود. پس از آن پیستون که قسمت عقبی و جلویی لوله پمپ را از هم جدا می‌نماید و نقش آب‌بندی بین گازهای سبک و گازهای سنگین حاصل از احتراق را ایفا می‌کند، در داخل لوله پمپ قرار داده می‌شود. سپس لوله پمپ با گاز سبکی مثل هلیوم با فشار اولیه مورد نیاز پر می‌شود و در نهایت پیش‌رانه در محفظه احتراق قرار داده می‌شود.

مراحل مختلف عملکرد پرتابگر دومرحله‌ای با گاز سبک در شکل 3 مشاهده می‌شود. ابتدا پیش‌رانه جامد محترق شده و شروع به تولید گاز با فشار بالا می‌کند، فشار بالای گازهای حاصل از احتراق، پیستون را درون لوله پمپ جابجا کرده و به آن سرعت می‌دهد. با حرکت پیستون درون لوله پمپ، گاز سبک فشرده شده و به فشار بالایی می‌رسد. هنگامی که فشار گاز سبک به مقدار معینی رسید، شیر سریع‌بازشونده عمل کرده و گاز سبک وارد لوله پرتاب می‌شود و پرتابه را به جلو می‌راند. در هنگام حرکت پرتابه درون لوله پرتاب، پیستون به حرکت خود ادامه می‌دهد و گاز سبک را به صورت پیوسته داخل لوله پرتاب پمپ می‌کند که باعث عدم افت قابل توجه در فشار وارده به پرتابه می‌شود. هنگامی که پیستون به قسمت مخروطی انتهای محفظه میانی می‌رسد دچار تغییر شکل پلاستیک شده و نیروی تغییر شکل و نیروی وارده به آن از طرف سطح مخروطی باعث متوقف کردن پیستون برای جلوگیری از آسیب زدن به لوله پرتاب می‌شود. پرتابه درون لوله پرتاب به حرکت خود ادامه داده و سرعت آن افزایش می‌یابد و در نهایت از لوله پرتاب خارج می‌شود.

ساخت پرتابگر دومرحله‌ای نیازمند اطلاعات دقیقی از فرآیندهای موجود در پرتابگر است، مشخصات فرآیندهای مختلف در پرتابگر می‌تواند جهت تعیین اندازه و جنس قطعات مختلف پرتابگر به کار رود. با توجه به

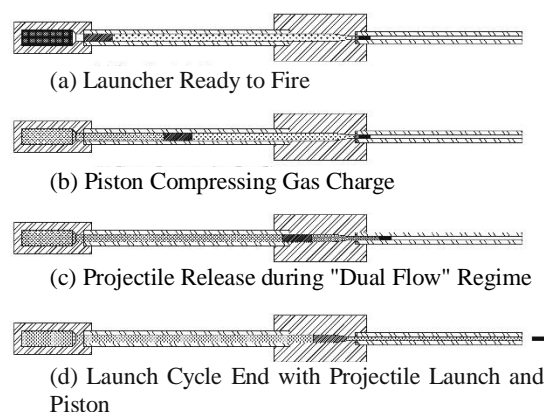


Fig. 3 Light-gas launcher sketches showing various stages in the firing process [15]

شکل 3 مراحل مختلف عملکرد پرتابگر دومرحله‌ای با گاز سبک [15]

1- Stephenson
2- Patin
3- Matlab

بخش 5 ارائه خواهد شد.

$$F_p = R_p T_0 \quad (8)$$

انرژی آزاد شده از گاز حاصل از احتراق به صورت زیر بدست می‌آید.

$$E_1 = N_b c_v (T_0 - T_f) \quad (9)$$

که T_0 دمای اولیه گاز، T_f دمای نهایی گاز و c_v ظرفیت گرمایی گاز در حجم ثابت است. انرژی جنبشی پیستون به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$E_2 = \frac{1}{2} m_p \dot{X}_p^2 \quad (10)$$

که m_p جرم پیستون است. فرض می‌کنیم انرژی اتلافی به صورت درصدی از انرژی جنبشی پیستون و گاز حاصل از احتراق، قابل بیان باشد:

$$E_3 = \frac{1}{2} \beta m_a \dot{X}_p^2 \quad (11)$$

که β ضریب انتقال حرارت است و m_a جرم معادل پیستون و گاز حاصل از احتراق است که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$m_a = m_p + \frac{N_b}{\delta} \quad (12)$$

که δ پارامتر توزیع جرم گاز حاصل از احتراق است. در نهایت انرژی جنبشی گاز حاصل از احتراق به صورت زیر بیان می‌شود.

$$E_4 = \frac{1}{2} \frac{N_b}{\delta} \dot{X}_p^2 \quad (13)$$

با جایگذاری معادلات (7)-(13) در معادله (6)، مشتق‌گیری نسبت به زمان و ساده‌سازی رابطه بدست‌آمده، معادله نرخ تغییرات فشار گاز حاصل از احتراق به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dP_{av}}{dt} \left[V_c + X_p A_{pt} - \frac{C_w - N_b}{\rho_p} \right] = \frac{dN_b}{dt} F_p - (\gamma_p - 1) \times (1 + \beta) m_a \frac{d\dot{X}_p}{dt} \frac{dX_p}{dt} \quad (14)$$

که در این رابطه A_{pt} مساحت سطح مقطع لوله پمپ و γ_p نسبت گرمای ویژه گاز حاصل از احتراق می‌باشد. در این معادله جمله نرخ تولید گاز حاصل از احتراق $\left(\frac{dN_b}{dt}\right)$ از رابطه (5) قابل محاسبه است و شتاب پیستون $\left(\frac{d\dot{X}_p}{dt}\right)$ در ادامه بررسی می‌گردد.

3-3- مدل‌سازی حرکت پیستون

چهار نیروی مختلف در حین پرتاب بر روی پیستون اثر می‌نمایند: (1) نیروی گازهای حاصل از احتراق (2) نیروی اصطکاک (3) نیروی ناشی از فشار گاز سبک (4) نیروی اکستروژن وقتی پیستون به ناحیه مخروطی محفظه میانی پرتابگر می‌رسد.

فشار در طول فرآیند و در نواحی مختلف ممکن است متفاوت باشد، لذا فشار میانگین برای کل ناحیه در نظر گرفته می‌شود. برای لحاظ کردن اثرات گرادیان فشار، رابطه انتشار موج که فشار پشت پیستون را به فشار میانگین ارتباط می‌دهد، مورد استفاده قرار می‌گیرد [21]:

$$P_{pb} = P_{av} \left[1 + \frac{\gamma_p - 1}{2} \frac{\dot{X}_p^2}{\gamma_p F_p} \right]^{\frac{\gamma_p}{\gamma_p - 1}} \quad (15)$$

که P_{pb} فشار وارد بر پشت پیستون است. با دانستن فشار پشت پیستون، نیروی عمل‌کننده گاز حاصل از احتراق بر روی پیستون (F_{p1}) قابل محاسبه می‌باشد:

$$F_{p1} = P_{pb} A_{pt} \quad (16)$$

حرکت پیستون زمانی آغاز می‌شود که فشار گاز حاصل از احتراق به حد معینی برسد. به این فشار، فشار آغاز پرتاب (P_{sp}) می‌گویند. اصطکاک از این نقطه به بعد وارد عمل می‌شود. مقدار اولیه نیروی اصطکاک که باید به‌وسیله فشار آغاز پرتاب بر آن غلبه شود (F_{R1}) برابر است با [18]:

$$F_{R1} = (P_{sp} - P_{LG1}) A_{pt} \quad (17)$$

که P_{LG1} فشار اولیه گاز سبک است. از این پس میزان نیروی اصطکاک (F_{p2}) با توجه به میزان سرعت تغییر می‌کند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

1-3- مدل‌سازی نرخ احتراق

نرخ احتراق پودر بیانگر نرخ تبدیل جرم پیشرانه جامد به گاز فشار بالای حاصل از احتراق می‌باشد که به صورت زیر قابل بیان می‌باشد [18]:

$$\frac{dN_b}{dt} = r S_b \rho_p \quad (2)$$

که در آن S_b سطح محترق ذرات پودر، N_b جرم پودر محترق‌شده، ρ_p چگالی پودر و r رگرسیون سرعت سوختن پیشرانه است. این رگرسیون بسته به پیشرانه مورد استفاده، می‌تواند متفاوت باشد. برای عملکرد مناسب پرتابگر، با بررسی پرتابگرهای مختلف و عملکرد آنها، پیشرانه بدون دود (پیشرانه با پایه دوگانه) با ترکیب 52.25% نیتروسولوز، 42.75% نیتروگلیسرین و 5% دیگر افزودنی‌ها با انرژی 1100 کالری بر گرم استفاده می‌شود. برای این ماده، رگرسیون در فشارهای مختلف متفاوت بوده و می‌توان آن را به صورت معادله زیر بیان نمود [19]:

$$r = \begin{cases} B_1 P_{av}^{N_1} + K_V \dot{X}_p, & P_{av} \leq 11 \text{ bar} \\ B_2 P_{av}^{N_2} + K_V \dot{X}_p, & 11 \text{ bar} \leq P_{av} \leq 141 \text{ bar} \\ B_3 P_{av}^{N_3} + K_V \dot{X}_p, & 141 \text{ bar} \leq P_{av} \end{cases} \quad (3)$$

در این معادله B_1 ، B_2 و B_3 به ترتیب ضریب نرخ احتراق در حالت اول، دوم و سوم، N_1 ، N_2 و N_3 برابر با اندیس نرخ احتراق در حالت‌های مختلف، P_{av} فشار میانگین گاز حاصل از احتراق، X_p موقعیت پیستون و K_V ثابت فرسایش پودر است. از طرفی سطح محترق ذرات پودر با رابطه زیر بدست می‌آید [18]:

$$S_b = \frac{2C_w}{\rho_p w_0} \quad (4)$$

که w_0 ضخامت شبکه‌ای ذرات پودر و C_w جرم اولیه پودر است. با ترکیب روابط (2)، (3) و (4)، نرخ احتراق پیشرانه جامد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dN_b}{dt} = \begin{cases} (B_1 P_{av}^{N_1} + K_V \dot{X}_p) \frac{2C_w}{w_0}, & P_{av} \leq 11 \text{ bar} \\ (B_2 P_{av}^{N_2} + K_V \dot{X}_p) \frac{2C_w}{w_0}, & 11 \text{ bar} \leq P_{av} \leq 141 \text{ bar} \\ (B_3 P_{av}^{N_3} + K_V \dot{X}_p) \frac{2C_w}{w_0}, & 141 \text{ bar} \leq P_{av} \end{cases} \quad (5)$$

به عبارت دیگر معادله (5) نرخ تولید گاز حاصل از احتراق را نشان می‌دهد که برای تعیین فشار گاز تولیدی در بخش بعد مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

2-3- مدل‌سازی گاز حاصل از احتراق

پس از بررسی احتراق پیشرانه، برای تعیین نرخ افزایش فشار گاز حاصل از احتراق از اصل بقای انرژی استفاده می‌شود:

$$E_1 = E_2 + E_3 + E_4 \quad (6)$$

که در آن E_1 انرژی آزاد شده از سوختن پودر، E_2 انرژی جنبشی پیستون، E_3 اتلاف حرارتی و E_4 انرژی جنبشی گاز حاصل از احتراق است. برای توصیف رفتار گاز حاصل از احتراق از معادله حالت نوبل-آبل استفاده می‌گردد [20]:

$$P_{av} (V_c - \eta N_b) = N_b R_p T_0 \quad (7)$$

در این رابطه V_c حجم محفظه احتراق، η حجم کمکی گاز حاصل از احتراق، R_p ثابت گاز و T_0 دمای شعله پودر است. عبارت $R_p T_0$ تحت عنوان نیروی محرک، وابسته به نوع گاز حاصل از احتراق بوده و نشانگر توانایی آزادسازی انرژی توسط جرم مشخصی از گاز است:

که تنش برشی در حین تغییر شکل است. از آنجا که فرآیند اکستروژن با نرخ بسیار بالایی انجام می‌شود باید اثرات اینرسی نیز در نظر گرفته شود. رابطه زیر توان لازم برای غلبه بر نیروهای اینرسی (\dot{W}_k) را ارائه می‌دهد:

$$\dot{W}_k = \frac{1}{2} \rho_{Pm} \pi V_0 R_0^2 (V_e^2 - V_0^2) \quad (27)$$

که ρ_{Pm} چگالی پیستون است. در نهایت نیروی ناشی از اکستروژن (F_{P4}) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_{P4} = \frac{(\dot{W}_i + \dot{W}_{S1} + \dot{W}_{S2} + \dot{W}_{S3} + \dot{W}_k)}{V_{ex}} \quad (28)$$

که کمیت V_{ex} نشان‌دهنده سرعت اکستروژن است. با توجه به نیروهای موجود، شتاب پیستون با استفاده از قانون دوم نیوتن به دست می‌آید:

$$\frac{d^2 X_p}{dt^2} = \frac{(F_{P1} - F_{P2} - F_{P3} - F_{P4})}{m_p} \quad (29)$$

با مشخص شدن شتاب پیستون، تمامی عبارات در معادله (13) معلوم می‌شوند.

3-4- مدل‌سازی حرکت پرتابه

سه نیرو بر پرتابه عمل می‌کنند: (1) نیروی ناشی از فشار گاز سبک (2) نیروی ناشی از فشرده شدن گاز پیش روی پرتابه (در صورتی که در خلأ نباشد) (3) نیروی اصطکاک. فشار گاز سبک وابسته به حرکت پیستون و پرتابه است و از رابطه تراکم آیزنتروپیک گاز ایده‌آل به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$P_{LG} = P_{LG_i} \left[\frac{V_{LG_i}}{V_{LG_i} - X_p A_{pt} + X_s A_{it}} \right]^{\gamma_{LG}} \quad (30)$$

که در آن X_s موقعیت پرتابه و A_{it} مساحت سطح مقطع لوله پرتاب است. البته این فشار مقدار میانگین است و برای در نظر گرفتن گرادبان فشار، از رابطه انتشار موج در گاز به شکل زیر استفاده می‌گردد:

$$P_{Sb} = P_{LG} \left[1 + \frac{\gamma_{LG} - 1}{2} \frac{X_p^2}{\gamma_{LG} R_{LG} T_{LG}} \right]^{\frac{\gamma_{LG}}{\gamma_{LG} - 1}} \quad (31)$$

که P_{Sb} فشار وارده به پشت پرتابه است. در نهایت نیروی وارد بر پرتابه از طریق گاز سبک (F_{S1}) برابر خواهد بود با:

$$F_{S1} = P_{Sb} A_{it} \quad (32)$$

اگر پیش روی پرتابه خلأ نباشد، وقتی پرتابه شتاب می‌گیرد، امواج فشاری با هم جمع شده و یک موج شوک پیش روی پرتابه ایجاد می‌کنند. در این حالت فشار ایجاد شده در جلوی پرتابه (P_{Sf}) به وسیله رابطه زیر به فشار لوله پرتاب ارتباط می‌یابد [12]:

$$P_{Sf} = P_{it} \left[1 + \left(\frac{X_s}{a_1} \right)^2 \frac{\gamma_1 (\gamma_1 + 1)}{4} + \frac{\gamma_1 X_s}{a_1} \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_1 + 1}{4} \right)^2 \left(\frac{X_s}{a_1} \right)^2} \right] \quad (33)$$

در این رابطه P_{it} فشار متوسط هوای جلوی پرتابه در لوله پرتاب، a_1 سرعت صوت در هوا و γ_1 نسبت گرمای ویژه هوا است. بنابراین نیروی ناشی از هوای پیش روی پرتابه (F_{S2}) برابر خواهد بود با:

$$F_{S2} = P_{Sf} A_{it} \quad (34)$$

در نهایت نیروی اصطکاک (F_{S3}) به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_{S3} = \pi \mu_m (D_{it})^2 P_{Sb} \quad (35)$$

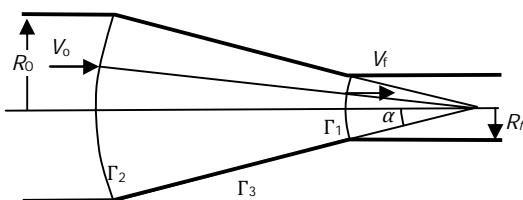


Fig. 4 Conical section of middle chamber in flow field

شکل 4 ناحیه مخروطی محفظه میانی در میدان جریان

$$F_{P2} = F_{R1} - \dot{X}_p F_{R2} \quad (18)$$

که F_{R2} ضریب استهلاک سرعت می‌باشد و به صورت نسبت F_{R1} به حداکثر سرعت پیستون تعریف می‌گردد:

$$F_{R2} = \frac{F_{R1}}{\sqrt{2 F_p \frac{C_w}{m_p}}} \quad (19)$$

لوله پمپ حاوی گاز سبکی است که پرتابه را به حرکت درمی‌آورد. فرض می‌شود که گاز سبک به صورت غیر لزج یعنی گاز ایده‌آل با گرمای ویژه ثابت است، فشرده شدن گاز و سایر فرآیندهای چرخه، آیزنتروپیک در نظر گرفته می‌شوند و شیر سریع‌بازشونده ناگهانی باز می‌شود. فشار گاز سبک تا حدی افزایش می‌یابد که شیر سریع‌بازشونده عمل کرده و باز شود. وقتی که پیستون با فشار گاز حاصل از احتراق به سمت انتهای لوله حرکت می‌کند، گاز سبک فشرده می‌شود. سرعت پیستون در این حالت در مقایسه با سرعت صوت در گاز سبک کوچک‌تر بوده و فشرده شدن بدون شوک به عنوان یک فرآیند آیزنتروپیک قابل مدل‌سازی است. این افزایش فشار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{LG} = P_{LG_i} \left[\frac{V_{LG_i}}{V_{LG_i} - X_p A_{pt}} \right]^{\gamma_{LG}} \quad (20)$$

در این رابطه P_{LG} فشار گاز سبک، V_{LG_i} حجم اولیه گاز سبک و γ_{LG} نسبت گرمای ویژه آن است. به دلیل وجود گرادبان فشار در طول فرآیند، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$P_{Pf} = P_{LG} \left[1 + \frac{\gamma_{LG} - 1}{2} \frac{X_p^2}{\gamma_{LG} R_{LG} T_{LG}} \right]^{\frac{\gamma_{LG}}{\gamma_{LG} - 1}} \quad (21)$$

که T_{LG} دما، R_{LG} ثابت گاز سبک و P_{Pf} فشار پیش روی پیستون است. با این تعریف نیروی حاصل از فشار گاز سبک (F_{P3}) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_{P3} = P_{Pf} A_{pf} \quad (22)$$

که A_{pf} سطح پیش روی پیستون است. نیروی دیگر بر پیستون ناشی از نیروهای اکستروژن است. در این قسمت فرض می‌شود که ماده تشکیل‌دهنده پیستون غیرقابل تراکم و به صورت پلاستیک کامل رفتار می‌کند و از معیار تسلیم فون‌میزس پیروی می‌نماید.

وقتی پیستون به ناحیه مخروطی محفظه میانی می‌رسد، دچار تغییر شکل شده و یک الگوی جریان ایجاد می‌گردد. برای محاسبه نیروی داخلی تغییر شکل ماده پیستون از رابطه زیر استفاده می‌گردد [22]:

$$\dot{W}_i = 2\pi \sigma V_0 R_0^2 \ln \left(\frac{R_0}{R_e} \right) \quad (23)$$

در این رابطه σ تنش تسلیم ماده پیستون، V_0 سرعت پیستون در حال ورود به ناحیه مخروطی، R_0 شعاع ورودی مخروطی، R_e شعاع وجه پیستون در زمان اکستروژن و \dot{W}_i توان مورد نیاز برای این تغییر شکل است که در شکل 4 پارامترهای هندسی مشاهده می‌شوند. همچنین توانی صرف غلبه بر عدم پیوستگی سرعت در سطوح Γ_1 و Γ_2 (به ترتیب \dot{W}_{S1} و \dot{W}_{S2}) که به ترتیب در خروجی و ورودی ناحیه مخروطی قرار دارند، می‌شود و با روابط زیر قابل محاسبه است [22].

$$\dot{W}_{S1} = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{3}} V_f R_f^2 \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right] \quad (24)$$

$$\dot{W}_{S2} = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{3}} V_0 R_0^2 \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right] \quad (25)$$

در این روابط V_f سرعت پیستون در حال خروج از مخروطی، R_f شعاع خروجی مخروطی و α نیم‌زاویه قسمت مخروطی شکل است. علاوه بر این، وقتی پیستون وارد ناحیه مخروطی می‌شود، باید بر نیروی اصطکاک در سطح Γ_3 که دیواره مخروطی است غلبه کند. توان لازم برای غلبه (\dot{W}_{S3}) از رابطه زیر به دست می‌آید [22]:

$$\dot{W}_{S3} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_m V_0 R_0^2 \cot \alpha \ln \left(\frac{R_0}{R_e} \right) \quad (26)$$

جدول 1 مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی برای سرعت پرتابه

Table 1 Comparison of simulation and experimental results for projectile velocity

شماره آزمایش	1	2	3	4	5
جرم پیش‌رانه جامد (kg)	0.7	0.65	0.7	1.25	0.6
جرم پیستون (kg)	3.401	2.5	3.4	5.625	3.175
جرم پرتابه (kg)	0.05	0.06	0.055	0.03	0.068
فشار پاره شدن دیسک (ksi)	12	6	12	12	12
فشار اولیه گاز هلیوم (psi)	300	200	200	250	200
فشار در لوله پرتاب (psi)	0	0	0	0	0
سرعت تجربی [17] (m/s)	2895	2987	2987	3444	2377
سرعت پیش‌بینی‌شده (m/s)	2871	2652	2844	3729	2453
درصد خطا	0.83	11.20	4.77	8.28	3.18

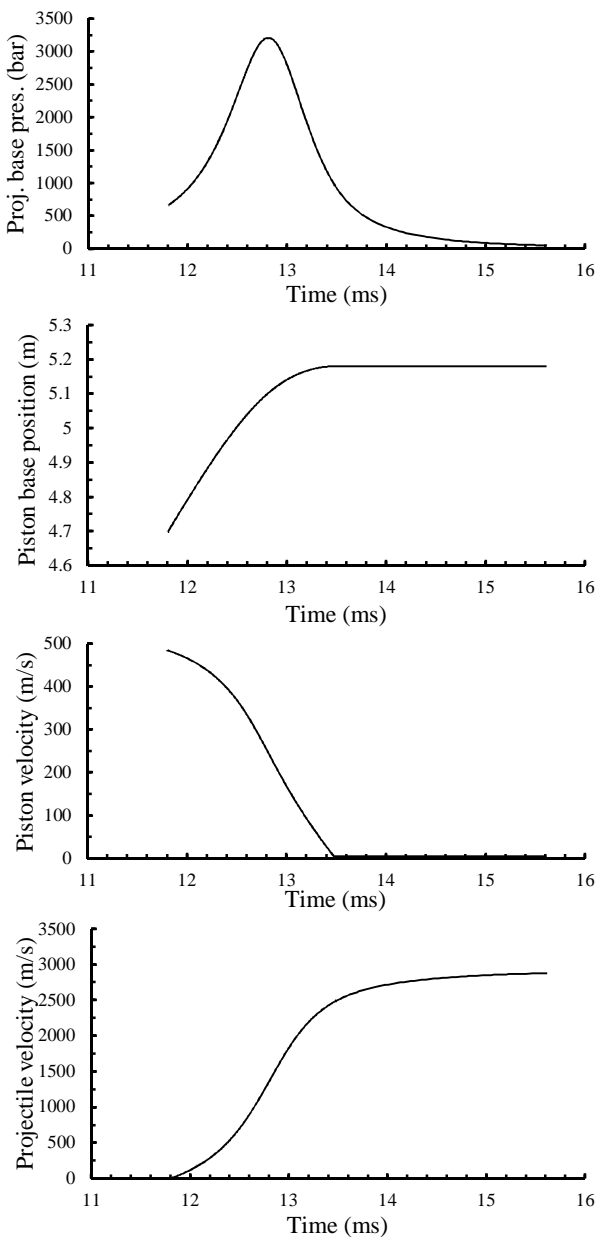


Fig. 5 Important launcher variables vs. time

شکل 5 تغییرات متغیرهای مهم پرتابگر بر حسب زمان

حرکت پرتابه به آن داده شده است و از این جا به بعد سرعت پرتابه تغییر خاصی نمی‌کند.

در این رابطه μ_m ضریب اصطکاک و D_{1t} قطر لوله پرتاب است. به‌طور مشابه، با به‌کارگیری قانون دوم نیوتن، شتاب پرتابه به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d^2 X_S}{dt^2} = \frac{(F_{S1} - F_{S2} - F_{S3})}{m_S} \quad (36)$$

در این رابطه m_S جرم پرتابه است.

3-5- جمع‌بندی مدل‌سازی پرتابگر

در این بخش معادلات پرتابگر جمع‌بندی می‌گردد. این معادلات عبارت‌اند از: (1) معادله نرخ سوختن پیش‌رانه جامد (2) نرخ تغییرات فشار گاز حاصل از احتراق (3) معادله حرکت پیستون (4) معادله حرکت پرتابه، که به صورت زیر قابل ارائه می‌باشند:

$$\begin{cases} \frac{dN_b}{dt} = \begin{cases} (B_1 P_{Av}^{N_1} + K_V \dot{X}_P) \frac{2C_w}{w_0}, & P_{Av} \leq 11 \text{ bar} \\ (B_2 P_{Av}^{N_2} + K_V \dot{X}_P) \frac{2C_w}{w_0}, & 11 \text{ bar} \leq P_{Av} \leq 141 \text{ bar} \\ (B_3 P_{Av}^{N_3} + K_V \dot{X}_P) \frac{2C_w}{w_0}, & 141 \text{ bar} \leq P_{Av} \end{cases} \\ \frac{dP_{Av}}{dt} \left[V_c + X_P A_{Pt} - \frac{C_w - N_b}{\rho_p} \right] = \frac{dN_b}{dt} F_p - (\gamma_p - 1)(1 + \beta) m_a \frac{dX_P}{dt} \frac{dX_P}{dt} \\ \frac{d^2 X_P}{dt^2} = \frac{(F_{P1} - F_{P2} - F_{P3} - F_{P4})}{m_P} \\ \frac{d^2 X_S}{dt^2} = \frac{(F_{S1} - F_{S2} - F_{S3})}{m_S} \end{cases} \quad (37)$$

معادلات (37) غیر خطی و کوپل می‌باشند و لذا می‌بایستی به‌طور عددی و همزمان حل شوند که در بخش بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

4- حل عددی و اعتبارسنجی مدل

برای حل معادلات دیفرانسیل (37) از تابع اودی‌ای 45 نرم‌افزار متلب که دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی را حل می‌کند، استفاده می‌شود. ضرایب تجربی موجود در معادلات (ضریب انتقال حرارت β در معادله (11) و ضریب اصطکاک μ_m در معادله (35)) می‌بایست تعیین گردند. جهت تعیین این ضرایب با استفاده از روش حداقل مربعات، اختلاف نتایج مرجع [17] در شرایط مختلف با حل عددی کمینه شده و ضرایب مورد نظر تخمین زده شد. برای صحت‌سنجی نتایج به‌دست‌آمده از مدل، خروجی‌ها با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. در جدول 1 داده‌های آزمایشگاهی سرعت خروجی پرتابه برای پرتابگر گازی دومرحله‌ای مرجع [17] و مقادیر شبیه‌سازی‌شده متناظر با شرایط آزمایش مقایسه گردیده و خطای نسبی محاسبه شده‌است. در بیشترین حالت، خطای سرعت به میزان 11 درصد است و در بهترین حالت این مقدار به 0.8 درصد می‌رسد. یکی از منابع خطا نبود اطلاعات دقیق از برخی پارامترهای موردنیاز شبیه‌سازی است که با استفاده از مقادیر تقریبی این شبیه‌سازی‌ها انجام شده‌است.

برای تبیین بهتر فرآیند پرتاب در پرتابگر، در شکل 5 برای آزمایش 3 جدول 1 نمودارهای فشار وارده بر پرتابه، سرعت پیستون، مکان پیستون و همچنین سرعت پرتابه، از زمان پاره شدن دیسک تا خروج پرتابه از لوله پرتاب ارائه شده است. مشاهده می‌گردد که با پاره شدن دیسک و شروع حرکت پرتابه به دلیل اینکه هنوز پرتابه سرعت نگرفته است و پیستون در حال حرکت است، گاز سبک متراکم‌تر شده و فشار افزایش می‌یابد. در ادامه با حرکت پرتابه و کاهش سرعت پیستون، فشار کاهش می‌یابد؛ که اکستروژن شدن پیستون درون محفظه مخروطی تا حدی از کاهش سریع فشار پشت پرتابه جلوگیری می‌کند. هنگامی که پیستون از حرکت می‌ایستد فشار با نرخ بیشتری کاهش می‌یابد، در این هنگام، بیشتر انرژی مورد نیاز جهت

5- تحلیل و بهینه‌سازی پرتابگر با استفاده از روش پاسخ سطح

به دلیل تعدد پارامترهای درگیر در عملکرد پرتابگر و برهمکنش آن‌ها، بررسی عملکرد پرتابگر در اثر عوامل مختلف دشوار است و نمی‌توان از روش‌های ساده مانند تغییر یک پارامتر در هر زمان جهت تحلیل کارایی پرتابگر استفاده نمود. همچنین دستگاه معادلات دیفرانسیل قابلیت حل تحلیلی ندارد و به صورت عددی حل شده‌است و حلی زمانبر است، لذا بهینه‌سازی عملکرد پرتابگر با استفاده از روش‌هایی مثل الگوریتم ژنتیک نیز عملاً ناکارآمد است، به همین جهت از روش‌های طراحی آزمایش استفاده می‌شود. این روش‌ها با تعدادی مشاهده و آزمایش، عملکرد یک سیستم را تعیین می‌نمایند. در بین روش‌های طراحی آزمایش‌ها، روش‌های پاسخ سطح به دلیل کارایی بالا در تعیین تاثیرات برهمکنشی عوامل و به‌ویژه عوامل درجه دو، از اهمیت و کاربرد زیادی برخوردار است.

در این قسمت به بهینه‌سازی عملکرد پرتابگر با مشخصات ارائه‌شده در جدول 2 خواهیم پرداخت و از نرم افزار دیزاین اکسپرت 7.0 برای انجام محاسبات آماری و بهینه‌سازی استفاده می‌گردد. قدم اول در استفاده از روش پاسخ سطح، تعیین متغیرهای مستقل موثر بر تابع هدف و محدود کردن دامنه آزمایش است. متغیرهای جرم پیش‌رانه، جرم پیستون، فشار اولیه گاز سبک، فشار دیسک پاره شونده و جرم پرتابه به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شده‌اند. مهمترین متغیر عملکردی پرتابگر، سرعت پرتابه است. البته فشار بیشینه وارد بر پرتابه نیز از دیگر متغیرهای عملکردی مهم در پرتابگرها می‌باشد. رفتار پرتابگر در شرایط مختلف متفاوت بوده و میزان فشاری که به پرتابه وارد می‌شود می‌تواند بسیار متغیر باشد. در برخی از آزمایش‌ها از پرتابه‌های آسیب پذیر استفاده می‌شود به همین جهت فشاری که به پرتابه وارد می‌شود، می‌تواند بسیار تعیین کننده باشد، چرا که اگر فشار بیشینه وارد بر پرتابه مقدار زیادی باشد می‌تواند به نابودی پرتابه در حین پرتاب بیانجامد. در هنگام پرتاب در سرعت‌های مختلف، فشار بیشینه وارد بر پرتابه، متفاوت خواهد بود. حالت‌های مختلفی وجود دارد که می‌توان یک پرتابه را به سرعت مورد نظر رساند، حالتی مناسب است که در حین عمل کمترین فشار بیشینه به پرتابه اعمال شود. به این منظور، فشار بیشینه وارد بر پرتابه به عنوان متغیر هدف دیگر انتخاب گردیده است. تحلیل عملکرد پرتابگر با دو هدف بهینه‌سازی سرعت و کمینه‌سازی فشار بیشینه وارد بر پرتابه انجام می‌گیرد. متغیرهای مستقل همراه با محدوده و سطوح آزمایش در جدول 3 مشاهده می‌شوند.

جدول 2 ابعاد هندسی پرتابگر مورد استفاده

Table 2 Geometrical properties of selected launcher

قطعه	طول (m)	قطر (m)	زاویه
محفظه احتراق	1.2	0.24	-
محفظه میانی	0.7	-	3.9
لوله پمپ	5.5	0.09	-
لوله پرتاب	8	0.03	-
پیستون	0.428	0.09	-

جدول 3 گستره آزمایش و سطوح متغیرهای مستقل

Table 3 Experiment domain and parameters treatments

متغیرهای مستقل	متغیرهای طراحی واحد	بازه و سطوح متغیرها		
		-1	0	1
C_w	A	0.4	0.75	1.1
m_p	B	2.5	3.75	5
P_i	C	400	750	1100
P_{rup}	D	5	15	25
m_s	E	0.01	0.02	0.03

قدم بعدی در استفاده از روش پاسخ سطح، انتخاب طراحی آزمایش مناسب و انجام آزمایش است. به این منظور از طراحی آزمایش باکس-بنکن² با 46 آزمایش جهت بررسی پارامترهای پنجگانه انتخابی استفاده می‌گردد. مزیت این طراحی آزمایش، امکان بررسی اثرات برهم‌کنشی و مرتبه دو با تعداد کمی آزمایش است. ماتریس آزمایش و مقادیر بدست آمده سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه در جدول 4 مشاهده می‌گردد. برای انجام رگرسیون و بدست آوردن معادله پاسخ‌های مورد انتظار، می‌بایست مدل مناسب انتخاب گردد. به این منظور چندجمله‌ای درجه دو زیر به عنوان مدل در نظر گرفته شده‌است.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq k} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (38)$$

که در آن، k تعداد متغیرها، β_0 بخش ثابت، β_i ضرایب پارامترهای خطی، β_{ij} ضرایب اثرات متقابل پارامترها، β_{ii} ضرایب جملات درجه دو، x_i متغیرهای مورد مطالعه و ε نیز باقیمانده نتایج آزمایش را نشان می‌دهد. پس از بدست آوردن داده متناظر با هر یک از نقاط، می‌بایست یک معادله ریاضی برازش شود تا رفتار پاسخ هر یک از سطوح مورد بررسی را توصیف نماید [23]. به بیان دیگر می‌بایست تخمینی از مقادیر ضرایب مربوط به هر یک از جملات معادله (38) بدست آید. به این منظور مدل انتخاب‌شده با روش آماری حداقل مربعات حل می‌شود. در این روش فرض می‌شود که خطاها دارای میانگین صفر و واریانس نامعلوم ولی یکسانی هستند. نتایج بدست آمده از این روش برای پاسخ‌های سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} V = & 3175.199 + 3822.382 A + 38.11983 B \\ & + 0.401506 C \\ & - 36.9032 D - 96221.5 E - 139.903 A B \\ & + 0.342034 A C \\ & + 4.982946 A D + 302.6955 A E + 0.09218 B C \\ & + 0.864529 B D + 3986.563 B E - 0.00698 C D \\ & - 14.1303 C E + 90.10955 D E - 1318.85 A^2 \\ & - 12.558 B^2 \\ & - 0.00029 C^2 + 0.186088 D^2 + 1061172 E^2 \quad (39) \\ P = & -739.166 + 7085.071 A - 378.747 B \\ & + 1.20241 C - 169.65 D \\ & + 114688.6 E - 705.453 A B + 0.751973 A C \\ & - 257.237 A D \\ & + 110918.4 A E + 0.126417 B C + 18.66571 B D \\ & + 1112.6 B E \\ & - 0.0355 C D - 4.86117 C E - 6563.08 D E \\ & + 139.8072 A^2 \\ & + 38.81555 B^2 - 0.00049 C^2 + 9.710588 D^2 \\ & - 1010618 E^2 \quad (40) \end{aligned}$$

یکی از روش‌های قابل اطمینان برای بررسی کیفیت مدل برازش‌شده، استفاده از تحلیل واریانس است. ایده اصلی تحلیل واریانس، مقایسه تغییرات حاصل از تغییر متغیرها، با تغییرات ناشی از خطای ذاتی موجود در اندازه‌گیری و تولید پاسخ‌ها است. با استفاده از مقایسه واریانس‌ها، این امکان فراهم می‌آید که اهمیت رگرسیون استفاده‌شده برای پیش‌بینی پاسخ ناشی از واریانس‌های آزمایش تعیین گردد [24]. لذا با استفاده از تحلیل واریانس، رگرسیون انجام‌شده تحلیل گردیده است و نتایج تحلیل واریانس پاسخ سرعت و فشار به ترتیب در جدول‌های 5 و 6 بیان گردیده است. مقدار احتمال $F <$ برای این مدل‌ها کمتر از 0.05 بوده که نشان می‌دهد با اطمینان بیش از 95 درصد، نتایج قابل استناد است. این نتایج نشان می‌دهد با سطح اطمینان 99.99 درصد مدل از نظر آماری قابل توجه است. مقدار R^2 نزدیک 1 بوده که تطابق خوبی بین مدل و مقادیر شبیه‌سازی‌شده را نشان می‌دهد. در واقع این مقدار بیان می‌کند که مدل رگرسیون‌شده،

جدول 4 ماتریس آزمایش و پاسخ‌های متناظر

Table 4 Experiment matrix and corresponding responses

P	V	E	D	C	B	A	#
(bar)	(m/s)	(kg)	(bar)	(bar)	(kg)	(kg)	
2320.74	3172.75	0.03	15	400	3.75	0.75	1
2193.45	3593.47	0.02	15	750	3.75	0.75	2
5716.71	3930.45	0.02	5	750	2.5	0.75	3
1281.67	3245.98	0.02	25	400	3.75	0.75	4
2730.19	3131.36	0.03	15	750	2.5	0.75	5
1654.43	3475.18	0.02	15	400	5	0.75	6
1009.23	2832.73	0.02	15	750	5	0.4	7
3026.59	4481.49	0.01	5	750	3.75	0.75	8
1799.94	4199.20	0.01	15	750	2.5	0.75	9
3687.47	4082.91	0.02	15	1100	3.75	1.1	10
2193.45	3593.47	0.02	15	750	3.75	0.75	11
1866.65	4260.27	0.01	15	1100	3.75	0.75	12
2122.46	3497.03	0.02	15	400	2.5	0.75	13
2193.45	3593.47	0.02	15	750	3.75	0.75	14
2378.53	3674.50	0.02	15	1100	5	0.75	15
2193.45	3593.47	0.02	15	750	3.75	0.75	16
1744.21	2960.08	0.03	25	750	3.75	0.75	17
1234.42	3896.34	0.01	25	750	3.75	0.75	18
876.31	2633.52	0.02	25	750	3.75	0.4	19
2174.34	3179.71	0.02	5	750	3.75	0.4	20
1300.04	2819.26	0.02	15	1100	3.75	0.4	21
2363.95	3770.63	0.02	25	750	3.75	1.1	22
934.41	3443.13	0.01	15	750	3.75	0.4	23
2877.17	3896.76	0.02	15	400	3.75	1.1	24
5028.50	3924.63	0.02	5	1100	3.75	0.75	25
2336.14	4598.60	0.01	15	750	3.75	1.1	26
1752.19	3332.13	0.02	25	1100	3.75	0.75	27
1416.29	3304.82	0.02	25	750	5	0.75	28
858.20	2800.71	0.02	15	400	3.75	0.4	29
2625.34	3535.03	0.02	15	1100	2.5	0.75	30
1434.85	4121.07	0.01	15	750	5	0.75	31
2420.73	3252.56	0.03	15	750	5	0.75	32
2797.26	3208.28	0.03	15	1100	3.75	0.75	33
4130.08	3648.71	0.03	15	750	3.75	1.1	34
4046.40	4078.10	0.02	15	750	2.5	1.1	35
2193.45	3593.47	0.02	15	750	3.75	0.75	36
2727.08	3909.68	0.02	15	750	5	1.1	37
6161.61	3509.20	0.03	5	750	3.75	0.75	38
2193.45	3593.47	0.02	15	750	3.75	0.75	39
1322.07	4026.91	0.01	15	400	3.75	0.75	40
1094.02	2756.33	0.02	15	750	2.5	0.4	41
7263.30	4247.06	0.02	5	750	3.75	1.1	42
1749.59	3309.12	0.02	25	750	2.5	0.75	43
4450.12	3882.92	0.02	5	750	5	0.75	44
1175.50	2489.00	0.03	15	750	3.75	0.4	45
4061.04	3740.78	0.02	5	400	3.75	0.75	46

توصیف خوبی از پاسخ سرعت و فشار نشان می‌دهد. برای مشخص شدن بهتر اثرات پارامترهای اساسی بر عملکرد پرتابگر، دو پاسخ سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه بر حسب فشار اولیه گاز سبک، فشار پاره شدن دیسک، جرم پیشران، با جرم پرتابه 10 گرمی و جرم پیستون 2.5 کیلوگرمی بررسی گردید. با استفاده از مدل بدست آمده از آزمایش، در شکل 6 (a) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر سرعت بیان شده‌است که نشان می‌دهد افزایش فشار اولیه باعث کاهش سرعت شده و افزایش فشار پاره شدن دیسک به افزایش سرعت کمک می‌کند. در شکل 6 (c) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه بیان شده‌است که نشان می‌دهد افزایش فشار اولیه، باعث کاهش فشار بیشینه وارد بر پرتابه شده و افزایش فشار پاره شدن دیسک به افزایش فشار بیشینه وارد بر پرتابه کمک می‌کند. شکل 6 (b) اثر فشار اولیه و جرم پیشران بر سرعت را نمایش می‌دهد، مشاهده می‌شود که با افزایش جرم پیشران و کاهش فشار اولیه، سرعت پرتابه افزایش می‌یابد. شکل 6 (d) اثر فشار اولیه و جرم پیشران بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه را نمایش می‌دهد، مشاهده می‌شود که با افزایش جرم پیشران و کاهش فشار اولیه، فشار بیشینه وارد بر پرتابه افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه افزایش سرعت پرتابه و کاهش فشار بیشینه وارد بر پرتابه مورد نظر می‌باشد، در نمودارهای شکل 6 مشاهده می‌شود که اثرات پارامترها بر سرعت و فشار بیشینه مخالف هم هستند. لذا به دو روش می‌توان بررسی را انجام داد. در روش اول

می‌بایست بهینه‌سازی به صورت چند هدفه انجام گیرد و در روش دوم می‌توان سرعت یا فشار بیشینه را به صورت قید در نظر گرفت و بهینه‌سازی را به صورت تک هدفه انجام داد. در ادامه برای بهینه‌سازی از روش دوم استفاده خواهد شد.

پس از اطمینان از صحت مدل‌سازی انجام‌شده به وسیله تحلیل واریانس، می‌توان از مدل ارائه‌شده به عنوان ابزاری جهت بهینه‌سازی سیستم استفاده نمود. اکنون به بررسی محدوده سرعت قابل دستیابی با پرتابگر با مشخصات ارائه‌شده در جدول 2 می‌پردازیم. لذا برای یافتن محدوده سرعت قابل دستیابی، جرم پرتابه در 5 سطح دسته‌بندی شده و برای هر حالت بهینه‌سازی انجام می‌گیرد. در این قسمت به روش سیمپلکس تابع چندجمله‌ای درجه دو بهینه‌سازی شده‌است. بیشینه سرعت قابل دستیابی برای جرم‌های مختلف در نمودار شکل 7 ارائه شده است. مشاهده می‌شود که با کاهش جرم پرتابه از 30 به 10 گرم، سرعت بیشینه از حدود 3600 متر بر ثانیه به حدود 5000 متر بر ثانیه می‌رسد. با استفاده از این نمودار، آزمایش کننده به قابلیت پرتابگر پی برده و مشخص می‌شود که این پرتابگر با چه میزان جرمی در چه محدوده سرعتی می‌تواند پرتاب را انجام دهد. مقادیر پارامترهای متناظر با سرعت‌های بیشینه در جدول 7 بیان شده‌است. با استفاده از این جدول، مقادیر بهینه پارامترها برای جرم‌های مشخص، تعیین می‌شود. همچنین در این جدول مقادیر شبیه‌سازی شده (با استفاده از مدل یک‌بعدی) با مقادیر پیش‌بینی‌شده (تحلیل آماری پاسخ سطح) مقایسه شده‌است و در بیشترین حالت خطای سرعت، 2.2 درصد است، که تطابق مدل با شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

با توجه به اینکه بیشتر پارامترهای مورد بررسی اثری مخالف در اهداف مورد نظر (بیشینه‌سازی سرعت و کمینه‌سازی فشار بیشینه) دارند، برای انجام بهینه‌سازی، مقدار سرعت به صورت قید ثابت در نظر گرفته شد و به کمینه‌سازی فشار بیشینه وارد بر پرتابه پرداخته شد. جدول 8 مقادیر بدست آمده از بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در سطوح مختلف سرعت و به ازای جرم‌های مختلف، هر یک از پارامترها باید در چه سطحی قرار گیرند که فشار بیشینه وارد بر پرتابه کمینه گردد. این جدول برای تنظیمات دستگاه پرتابگر برای انجام تست ضربه از اهمیت زیادی برخوردار

جدول 5 تحلیل واریانس مدل درجه دو برای سرعت پرتابه

Table 5 Analysis of variances for second order polynomial model of projectile velocity

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	احتمال F
مدل	10848853.2	20	542442.7	643.45	<math>< 0.0001</math>
باقیمانده	21075.712	25	843.0285		
عدم برازش	21075.712	20	1053.786		
خطای خالص	0	5	0		
مجموع	10869928.9	45			

$$C.V. = \% 0.815291122, R^2 = 0.998061099$$

جدول 6 تحلیل واریانس مدل درجه دو برای فشار بیشینه وارد بر پرتابه

Table 6 Analysis of variances for second order polynomial model of maximum projectile base pressure

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	احتمال F
مدل	90519707.82	20	4525985	62.405	<math>< 0.0001</math>
باقیمانده	1813141.699	25	72525.67		
عدم برازش	1813141.699	20	90657.08		
خطای خالص	0	5	0		
مجموع	92332849.52	45			

$$C.V. = \% 10.76189888, R^2 = 0.980362983$$

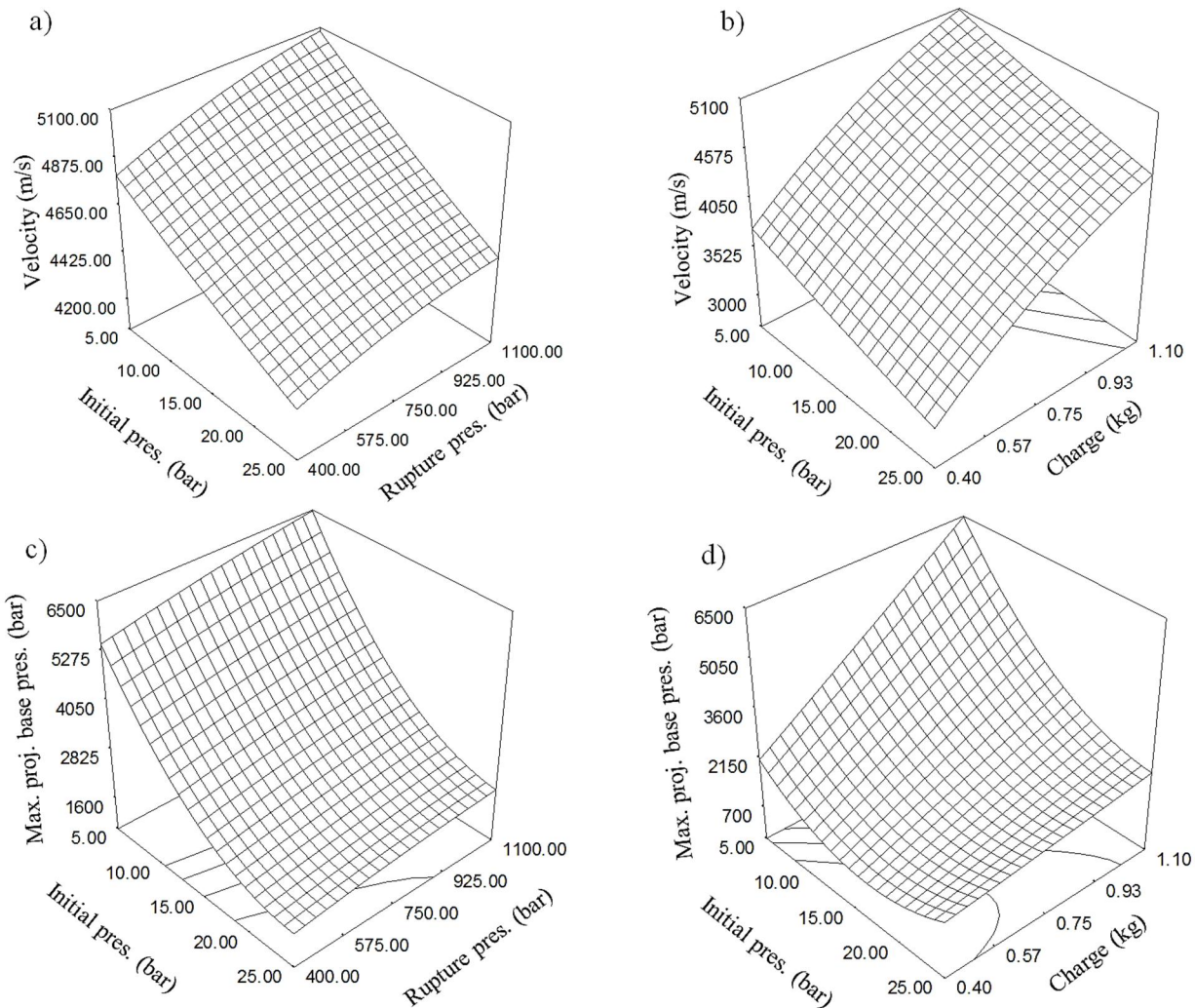


Fig. 6 Different parameters effect on projectile velocity and maximum projectile base pressure: a) initial light gas pressure and rupture disk pressure on velocity b) initial light gas pressure and charge mass on velocity c) initial light gas pressure and rupture disk pressure on maximum pressure d) initial light gas pressure and charge mass on max. pressure

شکل 6 اثر پارامترهای مختلف بر سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه: (a) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر سرعت، (b) اثر فشار اولیه و جرم پیشرانه بر سرعت، (c) اثر پارامترهای فشار اولیه و فشار پاره شدن دیسک بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه و (d) اثر فشار اولیه و جرم پیشرانه بر فشار بیشینه وارد بر پرتابه

انجام شد و در حالت دوم سرعت به صورت قید در نظر گرفته شد و بهینه‌سازی به منظور رسیدن به فشار بیشینه کمتر انجام گردید و نتایج ارائه شد. با استفاده از جداول و نمودارهای ارائه‌شده که پارامترهای بهینه را نشان

است. شکل 8 نمودار فشار بهینه بر حسب سرعت در جرم‌های مختلف پرتابه را نشان می‌دهد. با استفاده از این نمودار می‌توان برای تست یک پرتابه با جرم مشخص و سرعت مورد نظر، میزان فشار حداکثری وارد بر پرتابه را تعیین نمود.

6- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله مدل یک‌بعدی پرتابگر دو مرحله‌ای مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور فرآیند احتراق، فشار حاصل از گازهای احتراق، حرکت پیستون و حرکت پرتابه مدل‌سازی گردید. در مدل‌سازی نرخ سوختن از اطلاعات تجربی استفاده شد و با استفاده از روابط شکل‌دهی، کار پلاستیک پیستون محاسبه گردید. در نهایت چهار معادله دیفرانسیل غیرخطی کوپل به‌دست آمد که به روش عددی حل گردید. سپس با مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی موجود در مقالات، صحت مدل مورد تایید قرار گرفت. به منظور بهینه‌سازی و بررسی پارامترهای مختلف بر عملکرد پرتابگر، از طراحی آزمایش‌ها به روش پاسخ سطح استفاده گردید. مدل ریاضی مناسب با استفاده از رگرسیون بدست آمد و با تحلیل واریانس، مناسب بودن آن تایید گردید. به دلیل دو هدفه بودن بهینه‌سازی (بیشینه‌سازی سرعت و کمینه‌سازی فشار بیشینه)، در حالت اول فقط بر اساس سرعت، بهینه‌سازی

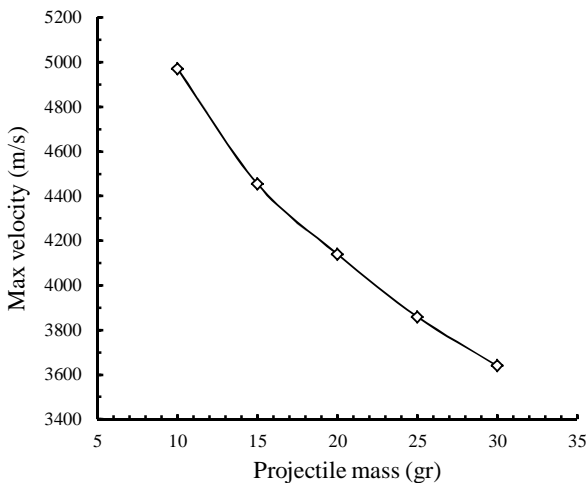


Fig. 7 Maximum velocity vs. projectile mass

شکل 7 بیشینه سرعت قابل دستیابی بر حسب جرم پرتابه

جدول 7 سرعت‌های بیشینه پیش‌بینی‌شده و شبیه‌سازی‌شده و پارامترهای متناظر با هر یک به ازای جرم‌های مختلف پرتابه

Table 7 Predicted maximum velocity, its corresponding parameters and simulation results with different projectile masses

خطا %		پیش‌بینی‌شده		شبیه‌سازی‌شده		P_i (bar)	P_{rup} (bar)	m_p (kg)	C_w (kg)	m_s (kg)
V_p	P_{max}	V_p (m/s)	P_{max} (bar)	V_p (m/s)	P_{max} (bar)					
2.196	16.25	5084	6474	4972	5422	5	1098.07	2.53	1.1	0.01
0.62	3.83	4428	3765	4455	3620	12.38	1099.97	4.17	1.1	0.015
0.84	2.81	4106	3933	4140	3822	13.21	1099.97	4.62	1.1	0.02
0.21	6.72	3851	4046	3860	3774	14.12	1099.91	5	1.1	0.025
0.444	7.81	3656	4063	3639	3746	15.39	1062.34	5	1.1	0.03

جدول 8 مقادیر بهینه سرعت و فشار و پارامترهای متناظر با جرم‌های پرتابه مختلف

Table 8 Predicted optimum velocity and pressure, and its corresponding parameters with different projectile masses

شبیه‌سازی‌شده		D (bar)	C (bar)	B (kg)	A (kg)	پیش‌بینی‌شده		m_s (gr)	#
P_{max} (bar)	V_p (m/s)					P_{max} (bar)	V_p (m/s)		
5422.322	4971.921	5	1098.07	2.53	1.1	6474.416	5083.551		1
5086.911	4970.054	5.32	887.03	2.87	1.1	5853.141	5000		2
1929.869	4441.97	19.69	1089.84	4.89	1.1	1677.208	4500	10	3
1171.484	3963.4	19.81	400.04	4.99	0.92	795.9335	4000		4
737.8826	3465.398	13.49	400.04	4.38	0.46	477.7002	3500		5
601.6314	3221.114	16.93	400.01	4.96	0.4	478.4116	3236.138		6
3620.721	4454.963	12.38	1099.97	4.17	1.1	3764.942	4427.655		7
2017.051	4033.404	22.07	744.42	5	1.1	1529.971	4000	15	8
1103.498	3473.013	17.54	400.81	4.99	0.69	974.7029	3500		9
731.8052	2968.887	16.4	400.01	3.6	0.4	532.5877	3000		10
3822.413	4140.051	13.21	1099.97	4.62	1.1	3932.996	4105.755		11
3206.325	4026.339	16.84	1099.96	4.76	1.1	3001.454	4000		12
1632.113	3523.815	24.64	400.01	4.94	1.01	1274.548	3500	20	13
1014.124	3030.324	17.62	400	4.19	0.52	889.0388	3000		14
1101.067	2598.026	21.72	1098.8	2.5	0.4	822.4393	2500		15
3774.45	3859.542	14.12	1099.91	5	1.1	4046.208	3851.427		16
2308.206	3555.576	24.74	654.82	4.92	1.1	1736.374	3500		17
1232.133	2993.684	21.07	400.12	4.55	0.65	1118.487	3000	25	18
817.3516	2517.891	18.76	400.51	3.5	0.4	559.9762	2500		19
3746.208	3639.496	15.39	1062.34	5	1.1	4063.462	3655.721		20
2951.388	3497.244	21.31	955.89	5	1.1	2573.328	3500		21
1392.691	2941.459	24.2	400.2	4.81	0.77	1192.803	3000	30	22
955.2476	2525.416	20.58	400.13	3.88	0.47	628.0783	2500		23
1089.895	2300.411	23.02	1088.8	2.5	0.4	423.0224	2000		24

- B ضریب نرخ سوختن
- C_w جرم اولیه پیش‌ران (kg)
- D قطر (m)
- E_1 انرژی داخلی گاز پیش‌ران ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
- E_2 انرژی جنبشی پیستون ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
- E_3 اتلاف حرارتی از دیواره ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
- E_4 انرژی جنبشی گاز پیش‌ران ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
- F نیرو (kgms^{-2})
- F_p ثابت نیرویی پیش‌ران (m^2s^{-2})
- F_{R1} نیروی اصطکاک ایستایی پیستون (kgms^{-2})
- F_{R2} ضریب استهلاک سرعت
- K_V ثابت سوختن سایشی
- m جرم (kg)
- m_a شبه جرم (kg)
- N اندیس نرخ سوختن
- N_b جرم گاز پیش‌ران (kg)
- P فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
- r رگرسیون سرعت سوختن پیش‌ران (ms^{-1})
- R ثابت ویژه گاز ($\text{m}^2\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$)
- R_0 شعاع ابتدای ناحیه مخروطی (m)
- R_f شعاع انتهای ناحیه مخروطی (m)
- R_e شعاع خروجی اکستروژن (m)
- R_H شعاع لوله پرتاب (m)

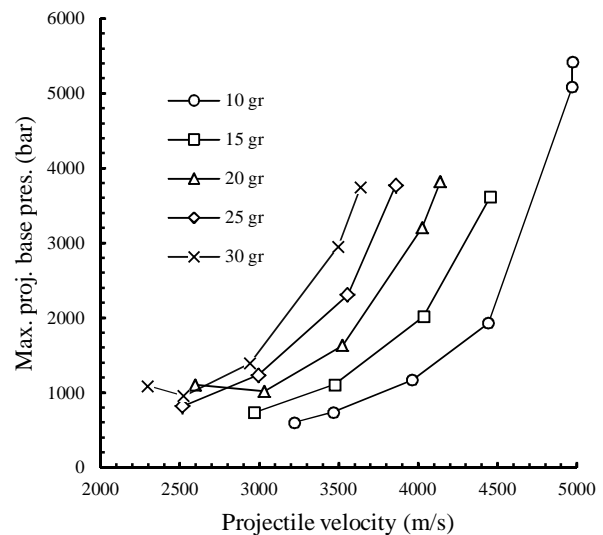


Fig. 8 Velocity and max. base pressure in optimum points with different projectile masses

شکل 8 سرعت و فشار بیشینه وارد بر پرتابه در نقاط بهینه با جرم‌های پرتابه مختلف

می‌دهند، این امکان فراهم می‌آید که با تنظیم مناسب پارامترهای موثر بر عملکرد پرتابگر، آزمایش‌ها با کمترین فشار وارد بر پرتابه، در سرعت‌های معلوم و با جرم‌های مشخص انجام گردد.

7- فهرست علائم

A سطح مقطع (m^2)

اصطکاک بر پیستون	sP	سطح احتراقی (m^2)	S_b
گاز سبک بر پرتابه	S1	زمان (s)	t
گاز در لوله پرتاب بر پرتابه	S2	متوسط دما (K)	T
اصطکاک بر پرتابه	S3	سرعت (ms^{-1})	V
پشت پرتابه	Sb	حجم محفظه احتراق (m^3)	V_c
جلوی پرتابه	Sf	حجم گاز سبک (m^3)	V_{LG}
		حجم اولیه گاز سبک (m^3)	V_{LG_i}
		ضخامت دانه‌های سوخت (m)	w_0
		توان تغییر شکل (kgm^2s^{-3})	\dot{W}_i
		توان غلبه بر اینرسی (kgm^2s^{-3})	\dot{W}_k
		توان عدم پیوستگی سرعت سطح یک (kgm^2s^{-3})	\dot{W}_{S1}
		توان عدم پیوستگی سرعت سطح دو (kgm^2s^{-3})	\dot{W}_{S2}
		توان غلبه بر اصطکاک داخلی (kgm^2s^{-3})	\dot{W}_{S3}
		مکان (m)	X

8- مراجع

- [1] L. C. Chhabildas, M. D. Knudson, *Techniques to launch projectile plates to very high velocities*, in: *High-Pressure Shock Compression of Solids VIII*, Eds., pp. 143-199: Springer, 2005.
- [2] H. Krier, M. Summerfield, Interior ballistics of guns, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 66, 1979.
- [3] H. Bernier, *Scaling and Designing Large-Bore Two-Stage High Velocity Guns*, in: *High-Pressure Shock Compression of Solids VIII*, Eds., pp. 37-83: Springer, 2005.
- [4] A. Stülp, V. Hohler, E. Schneider, K. Weber, Debris cloud expansion studies, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 543-553, 1990.
- [5] A. J. Piekutowski, Characteristics of debris clouds produced by hypervelocity impact of aluminum spheres with thin aluminum plates, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 573-586, 1993.
- [6] N. Kawai, K. Tsurui, S. Hasegawa, E. Sato, Single microparticle launching method using two-stage light-gas gun for simulating hypervelocity impacts of micrometeoroids and space debris, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 81, No. 11, pp. 115105, 2010.
- [7] A. H. Jones, W. Isbell, C. Maiden, Measurement of the Very-High-Pressure Properties of Materials using a Light-Gas Gun, *Journal of Applied Physics*, Vol. 37, No. 9, pp. 3493-3499, 1966.
- [8] G. Lyzenga, T. J. Ahrens, Multiwavelength optical pyrometer for shock compression experiments, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 50, No. 11, pp. 1421-1424, 1979.
- [9] N. Holmes, J. Moriarty, G. Gathers, W. Nellis, The equation of state of platinum to 660 GPa (6.6 Mbar), *Journal of Applied Physics*, Vol. 66, No. 7, pp. 2962-2967, 1989.
- [10] T. Moritoh, N. Kawai, K. G. Nakamura, K. I. Kondo, Projectile acceleration aiming at velocities above 9 km/s by a compact gas gun, *Shock Compression of Condensed Matter-2001: 12th APS Topical Conference*. Vol. 620, No. 1, AIP Publishing, 2002.
- [11] W. Crozier, W. Hume, High-velocity light-gas gun, *Journal of Applied Physics*, Vol. 28, No. 8, pp. 892-894, 1957.
- [12] A. E. Seigel, *The theory of high speed guns*, DTIC Document, 1965.
- [13] B. Lexow, M. Wickert, K. Thoma, F. Schäfer, M.H. Poelchau, T. Kenkmann, The extra-large light-gas gun of the Fraunhofer EMI: Applications for impact cratering research, *Meteoritics & Planetary Science*, Vol. 48, No. 1, pp. 3-7, 2013.
- [14] A. C. Mueller, E. M. Fernando, *The Dynamics of Projectiles Launched by a Two-Stage Light-Gas Gun*. DTIC Document, 1991.
- [15] H. F. Swift, *Light-Gas Gun Technology: A Historical Perspective*, in: *High-Pressure Shock Compression of Solids VIII*, Eds., pp. 1-35: Springer, 2005.
- [16] W. Stephenson, R. Knapp, *Performance of a two-stage launcher using hydrogen*, DTIC Document, 1962.
- [17] R. Patin, R. Courter, *A one-dimensional simulation model for a two-stage light gas gun with deformable piston*, Aerospace Sciences Meetings in: *24th Aerospace Sciences Meeting*, Eds.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1986.
- [18] O. K. Heiney, Ballistics Applied to Rapid-Fire Guns, *Progress in Astronautics & Aeronautics*, Vol. 66, 1979.
- [19] G. Lengellé, J. Duterque, J. Trubert, *Combustion of solid propellants*, DTIC Document, 2002.
- [20] I. A. Johnston, *The Noble-Abel equation of state: Thermodynamic derivations for ballistics modelling*, DTIC Document, 2005.
- [21] M. B. Giles, N. A. Pierce, Analytic adjoint solutions for the quasi-one-dimensional Euler equations, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 426, pp. 327-345, 2001.
- [22] S. Kalpakjian, S. R. Schmid, C.-W. Kok, *Manufacturing processes for engineering materials*: Pearson-Prentice Hall, 2008.
- [23] D. Baş, İ. H. Boyacı, Modeling and optimization I: Usability of response surface methodology, *Journal of Food Engineering*, Vol. 78, No. 3, pp. 836-845, 2007.
- [24] M. A. Bezerra, R. E. Santelli, E. P. Oliveira, L. S. Villar, L. A. Escalera, Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry, *Talanta*, Vol. 76, No. 5, pp. 965-977, 2008.

علائم یونانی

نیم‌زاویه مخروطی (rad)	α
ضریب انتقال حرارت	β
نسبت ظرفیت گرمایی گاز	γ
پارامتر توزیع جرم	δ
حجم کمکی (m^3kg^{-1})	η
چگالی (kgm^{-3})	ρ
تنش تسلیم ($kgm^{-1}s^{-2}$)	Σ
تنش تسلیم برشی ($kgm^{-1}s^{-2}$)	σ_m
ضریب اصطکاک	μ_m

زیر نویس‌ها

ابتدایی	0
متوسط	av
خروجی اکستروژن	e
اکستروژن	ex
نهایی	f
گاز سبک	LG
اولیه	i
گاز درون لوله پرتاب	l
لوله پرتاب	lt
گاز پیش‌رانه	p
لوله پمپ	pt
پیستون	P
گاز پیش‌رانه بر پیستون	P1
اصطکاک بر پیستون	P2
گاز سبک بر پیستون	P3
اکستروژن بر پیستون	P4
پشت پیستون	Pb
جلوی پیستون	Pf
جنس پیستون	Pm