



## طراحی کنترلر PID پیش‌بین غیر خطی جهت کنترل پرواز هماهنگ فضاپیماها

عادل ربیعی<sup>1</sup>، مریم ملک زاده<sup>2\*</sup>، مجید آب نیلی<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

\*اصفهان، صندوق پستی 8174673441، m.malekzadeh@eng.ui.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 شهریور 1393

پذیرش: 02 دی 1393

ارائه در سایت: 25 بهمن 1393

کلید واژگان:

پرواز هماهنگ فضاپیماها

الگوریتم دنبال کردن رهبر

کنترل پیش بین

مشاهده گر غیر خطی اغتشاشات

کنترلر PID پیش بین غیر خطی

## چکیده

در مقاله حاضر، کنترلر PID غیرخطی بر اساس روش کنترلی پیش‌بین برای کنترل پرواز هماهنگ فضاپیماها در حالت دنبال کردن رهبر، طراحی می‌شود. این کنترلر بر اساس معادلات غیرخطی حرکت نسبی هیل در مدارهای دایروی طراحی شده و جهت کنترل اغتشاشات، از ضریبی در ساختار کنترلر استفاده می‌شود. در ابتدا ورودی کنترلی با استفاده از الگوریتم کنترل پیش‌بین بدست می‌آید. در طراحی کنترلر فرض بر آن است که اغتشاشات بصورت پیوسته و آرام به سیستم لحاظ می‌گردد. بجای استفاده از اغتشاشات، تخمین اغتشاشات (خروجی مشاهده گر اغتشاشات) را در قانون کنترلر پیش بین قرار داده و معادلات را به فرمی بازنویسی کرده که ضرایب PID را تشکیل دهند. پایداری دینامیک حلقه بسته سیستم به کمک پایداری دینامیک خطا اثبات می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی، توانایی عملکرد کنترلر PID غیرخطی در تعقیب آرایش مطلوب را نشان می‌دهد. هم چنین تأثیر عوامل مختلف در کیفیت پاسخ‌ها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. با افزایش محدوده زمان پیش‌بینی، زمان نشست و میزان تلاش کنترلی افزایش می‌یابد. مشاهده می‌شود با افزایش ضریب مشاهده گر اغتشاشات، زمان نشست تغییر محسوسی نکرده ولی تلاش کنترلی افزایش چشم گیری را نشان می‌دهد.

## A Nonlinear Predictive PID Controller Design for Spacecraft Formation Flying Control

Adel Rabiei, Maryam Malekzadeh\*, Majid Abnili

Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

\*P.O.B. 8174673441 Isfahan, Iran, m.malekzadeh@eng.ui.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 September 2014  
Accepted 23 December 2014  
Available Online 14 February 2015

**Keywords:**  
Spacecraft formation flying  
Leader - Follower structure  
Predictive control  
Nonlinear disturbance observer  
Nonlinear predictive PID controller

## ABSTRACT

In this paper spacecraft formation flying control in leader - follower structure is investigated. A non-linear PID controller is designed based on predictive control. The formation relative equation is obtained from nonlinear Hill's equation. The control input is achieved using predictive control algorithm. In controller design, disturbances have been replaced by disturbance observer. Equations are rewritten in the form of PID gains. Stability of the closed-loop system is proven by closed-loop error dynamics. Nonlinear PID controller performance in the pursuit of desired arrangement has been tested in simulations. Also, effects of various factors on the quality of response are studied. It is proven that predictive horizon time and disturbance observer gains have the most effect on system response. It is shown that if predictive time increases the settling time increases and control effort decreases if disturbance observer gain increases from a limit, it has no effect on settling time but control effort increases. The simulation shows the ability of this nonlinear control method in tracking.

## 1- مقدمه

از جمله فناوری‌هایی که در دهه اخیر مورد توجه سازمان‌های فضایی بزرگ نظیر سازمان ملی هوانوردی و فضاوردی آمریکا<sup>1</sup> و آژانس فضایی اتحادیه اروپا<sup>2</sup> قرار گرفته است، پرواز هماهنگ فضاپیماهاست. بطور کلی پرواز هماهنگ فضاپیماها به آرایشی از ماهواره‌ها اطلاق می‌شود که ماموریت خاصی را دنبال می‌کنند.

برای اجرای یک ماموریت بزرگ و پیچیده فضایی نیاز به طراحی و

ساخت فضاپیمایی سنگین و غول پیکر است که مراحل طراحی، ساخت، ارسال و نگهداری آن در فضا مشکل، زمانبر و پرهزینه است. برای رفع مشکلات این گونه ماموریت‌ها بار عملیاتی یک ماهواره سنگین و پیچیده را بین چند فضاپیمای کوچکتر تقسیم می‌کنند و از بحث پرواز هماهنگ در فضا جهت انجام ماموریت استفاده می‌شود. از مزایای پرواز هماهنگ ماهواره‌ها می‌توان به:

الف) طراحی ساده‌تر

ب) ساخت مطمئن و کم هزینه تر در قیاس با یک ماهواره سنگین

1- National Aeronautics and Space Administration (NASA)

2- European Space Agency (ESA)

پ) پرتاب سریع فضاییماهای یک آرایش به فضا  
ت) عدم توقف کلی مأموریت به دلیل از کارافتادگی یکی از ماهواره‌ها  
و مهم‌ترین مزیت این فناوری  
ث) قابلیت اطمینان و انعطاف پذیری در پروژه‌های فضایی  
اشاره کرد [1].

از جمله کاربردهای متداول این فناوری مانیتورینگ زمین و اتمسفر اطراف آن، زمین‌سنجی، تصویر برداری و اکتشافات فضایی و تعمیرات و نگهداری فضاییماها در مدار است [1].

مرسوم‌ترین نوع انجام پرواز هماهنگ روش دنبال کردن رهبر<sup>1</sup> است که در این روش ماهواره رهبر در مدار مرجع کنترل شده و سایر فضاییماها در نقش پیرو موقعیت خود را با توجه به فرمان‌های کنترلی دریافتی از ماهواره رهبر تنظیم کرده و مسیر نسبی مطلوب را دنبال می‌کنند [2]. اجرای عملی پرواز هماهنگ بستگی کامل به کنترل آرایشی فضایی ماهواره‌های حاضر در پرواز هماهنگ دارد تا هر ماهواره در مسیر مطلوب تعریف شده حرکت کند.

در سال‌های اخیر تحقیقات گسترده‌ای برای کنترل الگوریتم دنبال کردن رهبر در موضوعاتی نظیر رباتیک [4,3]، زیر دریایی‌ها [5] و ماهواره‌ها انجام شده است. دلیل این توجه فراوان به این الگوریتم از حرکت‌های هماهنگ توجیه‌پذیری، تشکیل سریع و ساده‌تر نسبت به سایر روش‌های انجام حرکت هماهنگ نظیر ساختار مجازی<sup>2</sup> و آرایش رفتاری<sup>3</sup> است. از جمله روش‌های کنترلی که در سال‌های اخیر در حوزه تحقیقات فضایی به آن توجه زیادی شده است، روش حالت‌های وابسته معادلات ریکاتی<sup>4</sup> است. این روش کنترلی توسط ماساری برای الگوریتم دنبال کردن رهبر و در حضور نیروهای خارجی پیاده‌سازی شده است [6]. همچنین ماساری این روش کنترلی را برای پروژه فضایی پروبا-3<sup>5</sup> و تحت تأثیر اغتشاش عدم کروی بودن زمین (J2) به کار برده است [7]. از دیگر روش‌های کنترلی که بر روی این الگوریتم و برای ماهواره‌ها پیاده‌سازی شده، روش کنترل تطبیقی مقاوم [8] و روش مود لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی [9] می‌باشد.

یکی از کنترلرهای محبوب صنعتی کنترلر تناسبی- مشتقی و انتگرالی<sup>6</sup> است. امروزه بیش از 90% کنترلرهای صنعتی بر اساس کنترلرهای PID طراحی و پیاده‌سازی می‌شود. معمولاً کنترلرهای PID خطی با ضرایب ثابت برای کنترل یک فرآیند فیزیکی مشخص کافی هستند. اما در هنگام تغییرات شرایط فیزیکی و پارامترهای محیطی، کنترل مناسب از توانایی آن‌ها خارج می‌شود.

روش‌های متفاوتی جهت ارتقاء کارایی، پایداری و سازگاری کنترلرهای PID ارائه شده که از جمله آنها می‌توان به روش خود تنظیم شونده‌گی<sup>7</sup> [10]، کنترل پیش‌بین<sup>8</sup> [11]، کنترل فازی<sup>9</sup> [12]، شبکه عصبی<sup>10</sup> [13] و غیره اشاره کرد.

در مطالعاتی که حول روش خود تنظیم شونده‌گی ضرایب PID تا قبل از سال 2009 صورت پذیرفته است، جهت شناسایی رفتار سیستم<sup>11</sup> از بلوکی استفاده می‌شد که رفتار سیستم را حتی در حالت‌های غیرخطی با توجه به نوع سیستم

با تقریب مناسبی به سیستم خطی مدل می‌کرد. ضرایب PID نیز بر اساس همین بلوک شناسایی و پارامترهای زمانی دخیل در شناسایی سیستم طراحی می‌شد [14]. در سال 2009 سان و همکارانش با ارائه مقاله‌ای سطح لغزش-هایی را بر اساس پارامترهای خطا (خطا، دیفرانسیل خطا و انتگرال خطا) معرفی کردند که هدف آن طراحی ضرایب PID در هر لحظه جهت به حداقل رساندن میزان خطا بود [15,16]. مزیت بزرگ این روش نسبت به روش قبلی در نظر گرفتن کلیه خصوصیات غیرخطی مدل و به دنبال آن مقاوم کردن کنترلر طراحی شده در برابر تغییرات محیطی، اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها است.

روش دیگری که برای بهبود عملکرد کنترلر PID مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از یک ضریب غیرخطی بر سر راه خطای ورودی به کنترلر PID است. نقش این ضریب غیرخطی تنظیم میزان خطای ورودی به کنترلر جهت تسریع و رسیدن به جواب مطلوب است. نخستین بار این روش در سال 1998 توسط سراجی ارائه گردید [17]. در سال‌های بعد، این روش با در نظر گرفتن توابع مختلف بهینه سازی شده و روش‌های متفاوتی جهت حصول نتایج مطلوب‌تر نظیر استفاده از ضریب غیرخطی در مسیر دیفرانسیل خطا و طراحی کنترلر PID برای مشتق خطاها ارائه شد [18,19]. بهینه سازی ضریب غیرخطی و در واقع طراحی ضریب غیرخطی متغیر بازمان در تحقیقات جدید این روش کنترلی مورد استفاده قرار گرفته است [20].

روش دیگر طراحی کنترلر PID غیرخطی، طراحی ضرایب PID بر اساس اصول کنترل پیش‌بین است. کنترلرهای پیش‌بین از جمله کنترلرهای مبتنی بر مدل هستند. مزیت این روش کنترلی نسبت به سایر روش‌های کنترلی مبتنی بر مدل، بهینه سازی قانون کنترل بر اساس مینیمم کردن تابع هزینه است [21].

از این روش کنترلی به طور وسیع در فرآیندهای مربوط به نفت و مهندسی شیمی استفاده می‌شود. این روش در دهه اخیر به حوزه هوافضا راه پیدا کرده است. از اولین موارد استفاده از این کنترلر در زمینه تحقیقات فضایی، در سال 1997 توسط کراسیدیس و همکارانش، برای کنترل میزان سرعت زاویه ای ماهواره صلب منتشر شد [22]. روند ورود کنترلر پیش‌بین به حوزه پرواز هماهنگ ماهواره‌ها به گونه‌ای بود که این کنترلرها در ابتدا بر روی سیستم‌های خطی پیاده سازی [23,24] و با گذشت زمان و لزوم مدل سازی دقیق پرواز هماهنگ، کنترلرهای پیش‌بین غیرخطی وارد این عرصه شدند [25, 26].

از جمله معایب روش کنترل پیش‌بین حجم محاسبات زیاد، عدم پیاده‌سازی آسان، هزینه بالای پیاده سازی، تعمیرات و نگهداری کنترلرهایی است که صرفاً بر اساس روش کنترل پیش‌بین طراحی و اجرا شده‌اند. برای حل این مشکل کنترلرهای متداول صنعتی به حوزه کنترل پیش‌بین راه پیدا کرده‌اند. از جمله کنترلرهایی که جهت تعیین ضرایب آن از اصول کنترل پیش‌بین استفاده می‌شود، کنترلرهای PID است. اولین نمونه طراحی ضرایب PID بر اساس کنترلر پیش‌بین توسط روبرو و همکارانش [27] ارائه گردید. روند طراحی کنترلرهای PID پیش‌بین در سال‌های ابتدایی خود صرفاً در سیستم‌های خطی و گسسته خلاصه می‌شد، به گونه ای که مدل غیرخطی فرآیند بر اساس مدل تابع تبدیل به یک سیستم خطی گسسته تبدیل شده و برای آن ضرایب PID پیش‌بین طراحی می‌کردند. مرادی و همکارانش با بهره‌گیری از روش کنترل پیش‌بین عام اقدام به طراحی ضرایب PID متغیر با زمان و برای سیستم‌های خطی گسسته کردند [27].

1- Leader – Follower structure

2- Virtual structure

3- Behavior-based approach

4- State Dependent Riccati Equation (SDRE)

5- PROBA-3

6- Proportional – Integral – Derivative controller (PID controller)

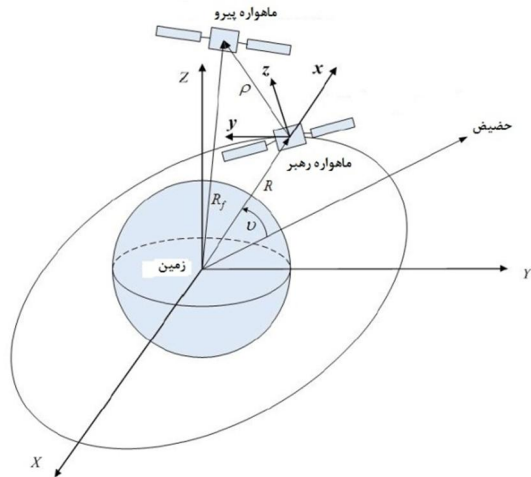
7- Self Tuning PID

8- Predictive PID

9- Fuzzy PID

10- Neural Network PID

11- System Identification



شکل 1 دستگاه افقی محلی - عمودی محلی [9]

گرفتن اثرات خروج از مرکز (e) بصورت رابطه (3) بدست می آید:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 2\dot{\theta}\dot{y} + \ddot{\theta}y + \dot{\theta}^2x - \frac{\mu(R+x)}{\{(R+x)^2 + y^2 + z^2\}^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu}{R^2} + f_{d,x} + \frac{F_x}{m} \\ \ddot{y} &= -2\dot{\theta}\dot{x} - \ddot{\theta}x + \dot{\theta}^2y - \frac{\mu y}{\{(R+x)^2 + y^2 + z^2\}^{\frac{3}{2}}} + f_{d,y} + \frac{F_y}{m} \\ \ddot{z} &= -\frac{\mu z}{\{(R+x)^2 + y^2 + z^2\}^{\frac{3}{2}}} + f_{d,z} + \frac{F_z}{m}\end{aligned}\quad (3)$$

در این معادلات  $r = [x \ y \ z]^T$  بردارهای موقعیت ماهواره پیرو،  $\theta$  و  $\dot{\theta}$  به ترتیب عرض جغرافیایی و سرعت زاویه ای ماهواره رهبر،  $m$  جرم ماهواره پیرو،  $\mu$  ضریب گرانش و  $F = [F_x \ F_y \ F_z]^T \in \mathbb{R}^3$  بردار ورودی کنترل و  $f = [f_x \ f_y \ f_z]^T \in \mathbb{R}^3$  بیانگر عدم قطعیت‌ها نظیر خطای ناشی از مدل کردن، عوامل غیر خطی و اغتشاشات است. مقادیر  $R$  و  $\dot{\theta}$  برای ماهواره رهبر بصورت رابطه (4) می باشد. [9]:

$$\dot{\theta} = \frac{n(1+e\cos v)^2}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad R = \frac{a(1-e^2)}{1-e\cos v}\quad (4)$$

در روابط (4)،  $a$  نیم قطر بزرگ مدار گردش ماهواره رهبر،  $e$  خروج از مرکز مدار،  $v$  زاویه آنومالی حقیقی و  $n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$  فرکانس طبیعی مدار مرجع است. هم چنین باید دقت داشت مقدار  $\dot{\theta}$  برای مدارهای دایروی، برابر  $n$  است. برای اطلاعات بیشتر به مرجع [9] رجوع شود.

### 3- طراحی کنترلر PID پیش بین غیرخطی

در این قسمت بر اساس تئوری کنترل پیش بین عام<sup>5</sup> اقدام به محاسبه ضرائب PID برای سیستم‌های MIMO شده است. ساختار کنترلر به گونه‌ای طراحی می‌شود که در آن اثر اغتشاشات در نظر گرفته شده است (ترکیب کنترلر PID پیش بین به همراه مشاهده گر غیرخطی اغتشاشات). اساس طراحی کنترلرهای پیش بین و کنترلرهایی که بر مبنای کنترل پیش بین طراحی می‌شود بر سه اصل:

ایراد بزرگ این روش طراحی کنترلر، عدم مدل سازی دقیق رفتار سیستم غیرخطی بر اساس سیستم‌های خطی گسسته بود. اولین تحقیقات در زمینه طراحی کنترلر PID پیش بین برای سیستم‌های غیرخطی توسط چن و همکارانش و برای سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی<sup>1</sup> انتشار یافت [28]. فنگ و همکارانش با بهره گیری از روش چن و بازنویسی معادلات بر اساس سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی<sup>2</sup> کنترلر PID پیش بین را برای سیستم‌های غیرخطی طراحی کردند [29].

از جمله مثال‌هایی که برای سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی کنترلر PID پیش بین طراحی شده است می‌توان به سیستم همزن پیوسته راکتورها [30]، ترکیب سوخت و هوا در موتور [31] و خط تولید دارو (نرخ ترکیب مواد) [32] اشاره کرد.

این مقاله به طراحی کنترلر PID غیرخطی مبتنی بر اصول کنترل پیش بین بر روی پرواز هماهنگ فضاییماها پرداخته است. در بخش (2)، معادلات غیرخطی دینامیک پرواز هماهنگ فضاییماها در حالت دنبال کردن رهبر استخراج می‌شود. در بخش (3) روش کنترلی PID غیرخطی پیش بین برای سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی شرح داده شده است. همچنین جهت در نظر گرفتن اثر اغتشاشات در روند طراحی کنترلر، مشاهده گر غیر-خطی اغتشاشات به همراه کنترلر طراحی می‌گردد. بخش (4) مربوط به اعتبارسنجی کنترلر طراحی شده است که نحوه عملکرد کنترلر توسط پیاده سازی بر روی دینامیک غیرخطی پرواز هماهنگ تعیین می‌شود. در بخش (5)، پارامترهای مؤثر در طراحی و نقش آن در نحوه عملکرد کنترلر بحث شده است.

## 2- معادلات دینامیکی غیر خطی پرواز هماهنگ

در این مطالعه، معادلات غیر خطی<sup>6</sup> درجه آزادی پرواز هماهنگ برای بیان دینامیک سیستم در گرفته شده است. با استفاده از معادلات مکانی هیل در دستگاه افقی محلی-عمودی محلی و بیان معادلات بر اساس پارامترهای کپلر (پارامترهای اصلی مدار)، دینامیک پرواز هماهنگ بدست می‌آید.

در شکل 1، دستگاه افقی محلی - عمودی محلی<sup>3</sup> نشان داده شده است. در این شکل راستای  $x$  راستای شعاعی، راستای  $y$  در راستای مسیر حرکت ماهواره رهبر و راستای  $z$  بر اساس یک دستگاه راست گرد تعیین می‌شود (راستای  $z$ ، راستای مومنوم زاویه ای وارده بر ماهواره رهبر است). در این دستگاه هم چنین مختصات مرکزی زمین<sup>4</sup> دیده می‌شود. بر طبق این مختصات فاصله ماهواره رهبر  $R = [R \ 0 \ 0]^T \in \mathbb{R}^3$  و مختصات ماهواره پیرو نسبت به ماهواره رهبر  $r = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$  می‌باشد.

اساس نگارش معادلات پرواز هماهنگ، بیان حرکت نسبی ماهواره‌ها در دستگاه LVLH نسبت به دستگاه ECI است (رابطه (1)).

$$\dot{r} = \dot{R} + \dot{r}\quad (1)$$

که در رابطه (1)،  $R_f$  نمایش موقعیت ماهواره پیرو است.

همانگونه که در مرجع [9] نشان داده شده است، رابطه غیرخطی گردش ماهواره‌ها در مدارهای غیرخطی بصورت رابطه (2) می‌باشد.

$$\ddot{\rho} + 2\omega \times \dot{\rho} + \dot{\omega} \times \rho + \omega \times \omega \times \rho = f_f - f\quad (2)$$

با جایگذاری  $r = [x \ y \ z]^T$  در رابطه (2)، معادلات دینامیکی با در نظر

1- Single-Input and Single-Output (SISO)

2- Multiple-Input and Multiple-Output (MIMO)

3- Local Vertical - Local Horizontal (LVLH)

4- Earth Center Inertial (ECI)

5- Generalized Predictive control (GPC)

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ -J(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1}G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_1 \end{bmatrix} d(t) \quad (11)$$

$$N_1(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = J(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1}B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \quad (12)$$

$$N_2(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = J(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1}B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \quad (13)$$

$$M = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ -J(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1}G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \end{bmatrix} \quad (14)$$

با نوشتن بسط تیلور برای مقادیر خروجی و مقادیر مطلوب می توان نوشت:

$$y(t+\tau) = H(\tau) \bar{Y}(t) \quad (15)$$

$$(16)$$

$$\theta^d(t+\tau) = H(\tau) \bar{W}(t)$$

در حالی که  $\bar{W}(t) = [\theta^d(t) \quad \dot{\theta}^d(t) \quad \ddot{\theta}^d(t)]^T$  تعریف شده است.

$$y(t+\tau) = y(t) + \dot{y}(t-t_0)\tau + \ddot{y}(t-t_0)\frac{\tau^2}{2!} + \dots, t-t_0 = \tau \quad (17)$$

$$y(t+\tau) = \begin{bmatrix} I & \tau & \frac{\tau^2}{2!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (18)$$

بنابراین  $H(\tau)_{n \times 3n}$  بصورت  $H(\tau) = \begin{bmatrix} I & \tau & \frac{\tau^2}{2!} \end{bmatrix}$  تعریف می شود.

با این تعریف تابع هزینه بصورت (19) بازنویسی می شود.

$$J = \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} (\bar{Y}(t) - \bar{W}(t))^T H(\tau)^T H(\tau) (\bar{Y}(t) - \bar{W}(t)) d\tau \quad (19)$$

که حاصل انتگرال فوق بصورت (20) است:

$$J = \frac{1}{2} (\bar{Y}(T_1) - \bar{W}(T_1))^T \bar{H}(T_1, T_2) (\bar{Y}(T_1) - \bar{W}(T_1)) \quad (20)$$

$$(21)$$

$$\bar{H}(T_1, T_2) = \int_{T_1}^{T_2} H(\tau)^T H(\tau) d\tau = \begin{bmatrix} \bar{H}_{11} & \bar{H}_{12} & \bar{H}_{13} \\ \bar{H}_{21} & \bar{H}_{22} & \bar{H}_{23} \\ \bar{H}_{31} & \bar{H}_{32} & \bar{H}_{33} \end{bmatrix}$$

بیان ماتریسی  $\bar{H}(T_1, T_2)$  بصورت رابطه (22) می باشد.

$$\bar{H}_{ij}(T_1, T_2) = \frac{\bar{H}_2^{i+j-1} - \bar{H}_1^{i+j-1}}{(i-1)!(j-1)!(i+j-1)} \quad (22)$$

لذا، کنترلر  $u(t)$  جهت مینیمم سازی تابع هدف بصورت رابطه (23) بدست می آید [22]:

$$u = - \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_1 \end{bmatrix} \bar{H}(T_1, T_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_1 \end{bmatrix} \times H(T_1, T_2) (M + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_2 \end{bmatrix} d - \bar{W}) \quad (23)$$

الف) مدل دینامیکی: مدل می بایستی به خوبی رفتار سیستم را در جهان واقعی توصیف کند.

ب) تابع هزینه (تابع هدف): هدف از تابع هزینه<sup>1</sup> مینیمم سازی قانون کنترل است. در واقع سیگنال های کنترلی بر اساس مینیمم کردن تابع هزینه محاسبه می شود.

ج) روند بهینه سازی: رشته کنترلی کمینه کننده تابع هدف تنها اولین فرمان کنترلی را به فرآیند (مدل) اعمال می کند و در مراحل بعدی مجدداً عملیات بهینه سازی تکرار می گردد.

### الف) کنترل پیش بین

در توصیف دینامیک بسیاری از سیستم های مکانیکی رابطه (5) به چشم می خورد:

$$J(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \ddot{\theta}(t) + G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t)) u(t) + B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t)) d(t) \quad (5)$$

در رابطه (5)،  $\theta \in \mathbb{R}^n$  توصیف کننده حالت های قابل اندازه گیری سیستم

مکانیکی است.  $n$  درجه آزادی سیستم را بیان می کند.  $u(t) \in \mathbb{R}^m$

بردارهای نیرو یا گشتاورهای ورودی به سیستم کنترل می باشد.  $d \in \mathbb{R}^n$

توصیف کننده بردار اغتشاشات ورودی به سیستم،  $J \in \mathbb{R}^{n \times n}$  بیان کننده

ماتریس اینرسی سیستم و ماتریسی معکوس پذیر است. همچنین  $G \in \mathbb{R}^n$

شامل کلیه ترم های کوریولیس، شتاب ها و نیروهای خارجی وارده بر سیستم،

$B_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$  ماتریس ضرایب نیروها و گشتاورهای ورودی به سیستم و

$B_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ماتریسی معکوس پذیر و معرف ماتریس ضرایب اغتشاشات

می باشد.

خروجی سیستم به صورت ترکیب خطی از حالت های سیستم بصورت رابطه (6) قابل بیان است.

$$y = D\theta(t), \quad y \in \mathbb{R}^n \quad (6)$$

جهت سادگی در استخراج معادلات  $D = I_{n \times n}$  در نظر گرفته می شود بنابراین:

$$y = \theta(t) \quad (7)$$

برای یک سیستم MIMO تابع هزینه بصورت رابطه (8) تعریف می شود [29]:

$$J = \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} (\theta(t+\tau) - \theta^d(t+\tau))^T (\theta(t+\tau) - \theta^d(t+\tau)) d\tau \quad (8)$$

در بیان تابع هزینه  $\theta^d \in \mathbb{R}^n$  حالت های مطلوب و  $T_1$  و  $T_2$  مقادیر کمینه و بیشینه زمان های پیش بینی تعریف شده اند.

با دو بار مشتق گیری از خروجی و ترکیب آن با رابطه (5) رابطه (9) تا (14) بدست می آید:

$$\dot{y} = \dot{\theta}(t) \quad (9)$$

$$\ddot{y} = \ddot{\theta}(t) = J(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} (-G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) + B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t)) u(t) + B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t)) d(t)) \quad (10)$$

افزایش می‌یابد).

در بسیاری از سیستم‌های مکانیکی میزان شتاب حالت‌های سیستم  $\ddot{\theta}(t)$  در اختیار نیست. از طرفی بدست آوردن میزان شتاب از روی سرعت همواره مقداری نویز را به سیستم وارد می‌کند. پس می‌توان جهت عدم ورود نویز به سیستم ساختار مشاهده‌گر را بصورت (34) و (35) تغییر داد [33]:

$$\dot{Z} = -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))Z + L(\theta(t), \dot{\theta}(t))[G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) - B_1 u + p(\theta(t), \dot{\theta}(t))] \quad (34)$$

$$\hat{d} = -B_2^{-1}(Z + p(\theta(t), \dot{\theta}(t))) \quad (35)$$

محاسبه  $P(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  جهت حصول پایداری مشاهده‌گر فوق، پارامتر طراحی است و میزان همگرایی سیستم را بیان می‌کند. راهکار دیگر جهت عدم ایجاد نویز اضافی (ورود ترم شتاب به ساختار مشاهده‌گر)، جایگزینی ورودی کنترلی بدست آمده (26) در ساختار مشاهده‌گر (28) و حذف ترم شتاب است. براین اساس با انتگرال گیری از رابطه (35) و جایگذاری  $e(t) = \theta - \theta^d$  بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{d}} &= -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))\hat{d} + L(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} \times \\ &\{J(\theta(t), \dot{\theta}(t))\ddot{\theta} + G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) - B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} \times \\ &\times [j(\theta(t), \dot{\theta}(t))(K_1(\theta - \theta^d) + G(\theta(t), \dot{\theta}(t))) \\ &- B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} \times [j(\theta(t), \dot{\theta}(t))(K_1(\theta - \theta^d) \\ &\Rightarrow \dot{\hat{d}} = -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} [J(\theta(t), \dot{\theta}(t))(K_1(\theta - \theta^d) \\ &+ K_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}^d) + (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}^d))] \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{d} &= -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} \times [J(\theta(t), \dot{\theta}(t))(K_1 \int_0^t e d\tau \\ &+ K_2 \int_0^t \dot{e} d\tau + \int_0^t \ddot{e} d\tau)] + \hat{d}(0) \quad (37) \end{aligned}$$

با فرض اینکه حالت‌های مطلوب بصورت پیوسته دو بار مشتق پذیر باشند، با انتخاب  $\hat{d}(0)$  از رابطه (37)، تخمین اغتشاشات بصورت رابطه (38) بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \hat{d}(0) &= -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \\ &\times [J(\theta(t), \dot{\theta}(t))(e(0) - \dot{e}(0))] \quad (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \hat{d} &= -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \times [J(\theta(t), \dot{\theta}(t))(\dot{e}(t) + K_2 e(t) \\ &+ K_1 \int_0^t e(\tau) d\tau)] \quad (39) \end{aligned}$$

### ج) کنترلر PID پیش بین غیر خطی

همانگونه که بیان شد، مشاهده‌گر طراحی شده بصورت مجانبی پایدار است. بنابراین به کمک این مشاهده‌گر مقدار اغتشاشات قابل تخمین است. با جایگزین کردن مقدار  $\hat{d}$  به جای  $d$  در رابطه (26)، ساختار کنترلر PID پیش-بین بصورت رابطه (40) تعریف می‌گردد [29]:

$$\begin{aligned} u &= P(\theta(t), \dot{\theta}(t))e(t) + D(\theta(t), \dot{\theta}(t))\dot{e}(t) + I(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \int_0^t e(\tau) d\tau \\ &+ N(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \quad (40) \end{aligned}$$

که در این روابط:

$$\begin{aligned} P(\theta, \dot{\theta}) &= B_1(\theta, \dot{\theta})^{-1} [J(\theta, \dot{\theta})K_1 \\ &+ B_2(\theta, \dot{\theta})L(\theta, \dot{\theta})B_2(\theta, \dot{\theta})^{-1} J(\theta, \dot{\theta})K_2] \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\theta, \dot{\theta}) &= B_1(\theta, \dot{\theta})^{-1} [J(\theta, \dot{\theta})K_2 \\ &+ B_2(\theta, \dot{\theta})L(\theta, \dot{\theta})B_2(\theta, \dot{\theta})^{-1} J(\theta, \dot{\theta})] \quad (42) \end{aligned}$$

اگر در معادله (23) مقادیر  $\bar{H}(T_1, T_2)$ ،  $N_1$  و  $N_2$  جایگذاری شود، ورودی کنترلی بصورت رابطه (24) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} u &= -B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} J(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \bar{H}_{33}^{-1} [\bar{H}_{31} \quad \bar{H}_{32} \quad \bar{H}_{33}] \\ &\times \begin{bmatrix} \theta - \theta^d \\ \dot{\theta} - \dot{\theta}^d \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} J(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} (-G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) + B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))d) - \ddot{\theta}^d \end{bmatrix} \quad (24) \end{aligned}$$

$$K_1 = \bar{H}_{33}^{-1} \bar{H}_{31} \quad K_2 = \bar{H}_{33}^{-1} \bar{H}_{32} \quad (25)$$

بر اساس این تعاریف ورودی کنترلی برابر رابطه (26) می‌باشد.

$$\begin{aligned} u &= B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} \{J(\theta(t), \dot{\theta}(t))[K_1(\theta^d - \theta) + K_2(\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) + \ddot{\theta}^d] \\ &+ G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) - B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))d\} \quad (26) \end{aligned}$$

همانگونه که مشاهده می‌شود تنها ضرایبی که طراح با تغییر آن سیستم را کنترل می‌کند،  $K_1$  و  $K_2$  است.

### ب) مشاهده‌گر غیر خطی اغتشاشات

در ورودی کنترلی محاسبه شده اثرات اغتشاشات ( $d$ ) مشاهده می‌شود. لذا نیاز به مشاهده‌گر اغتشاشات جهت تخمین میزان اغتشاش است. با فرض اینکه تمامی حالت‌ها قابل اندازه‌گیری باشند، مشاهده‌گر اغتشاشات طراحی می‌شود. با توجه به رابطه (5) اغتشاشات برابر رابطه (27) می‌باشد.

$$\begin{aligned} d &= B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} [J(\theta(t), \dot{\theta}(t))\ddot{\theta}(t) + G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \\ &- B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))u(t)] \quad (27) \end{aligned}$$

مشاهده‌گر غیر خطی اغتشاشات بصورت (28) تعریف می‌شود [28]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{d}} &= -L(\theta(t), \dot{\theta}(t))\hat{d} + L(\theta(t), \dot{\theta}(t))B_2(\theta(t), \dot{\theta}(t))^{-1} \\ &\times [J(\theta(t), \dot{\theta}(t))\ddot{\theta}(t) + G(\theta(t), \dot{\theta}(t)) - B_1(\theta(t), \dot{\theta}(t))u(t)] \quad (28) \end{aligned}$$

با فرض اینکه اغتشاشات بصورت پیوسته و آرام به سیستم لحاظ می‌گردد، مقدار مشتق اغتشاشات صفر در نظر گرفته می‌شود (رابطه (29)).

$$\dot{d} = 0 \quad (29)$$

میزان خطای مشاهده‌گر بصورت رابطه (30) می‌باشد.

$$\varepsilon(t) = d - \hat{d} \quad (30)$$

با استفاده از روابط (27) و (28) و جایگزینی در معادله (30)، معادله دینامیک خطای مشاهده‌گر بصورت رابطه (31) بدست می‌آید:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{d} - \dot{\hat{d}} = L(\theta(t), \dot{\theta}(t))\hat{d} - L(\theta(t), \dot{\theta}(t))d \quad (31)$$

لذا دینامیک خطای مشاهده‌گر برابر است با:

$$\dot{\varepsilon}(t) + L(\theta(t), \dot{\theta}(t))\varepsilon = 0 \quad (32)$$

از دینامیک خطای سیستم این گونه برداشت می‌شود که مشاهده‌گر طراحی شده (28) پایدار مجانبی است اگر و تنها اگر ماتریس  $L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  در محدوده پیش بینی هرویتز باشد. به بیان دیگر مشاهده‌گر طراحی شده پایدار مجانبی است اگر و تنها اگر بخش حقیقی مقادیر ویژه  $L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  به ازای تمامی محدوده پیش بینی مثبت باشد.

ساده‌ترین انتخاب جهت برآوردن شرط منفی معین بودن ماتریس

$L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  عبارت است از:

$$L(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = C = \text{diag}\{c_1, \dots, c_i, \dots, c_n\} \quad , \quad c_i > 0 \quad (33)$$

میزان سرعت هم‌گرایی مشاهده‌گر طراحی شده به ضرایب  $c_i$  وابسته است (به هر میزان که ضرایب  $c_i$  بزرگتر باشد دینامیک خطای مشاهده‌گر پایدارتر می‌شود اما باید دقت داشت تلاش کنترلی نیز به همراه افزایش مقدار  $c_i$  ها

بدست می آید.

همانگونه که مشاهده می شود:

الف) دینامیک حلقه بسته سیستم پایدار است تا زمانی که  $C_i$  و  $T$  مثبت باشد.

ب) زمانی که مقادیر  $C_i$  ها در مقایسه با دو قطب دیگر بزرگ انتخاب شود، تأثیر کمی در پاسخ سیستم دارد به گونه ای که با افزایش مقادیر  $C_i$  ها میرایی سیستم در مقدار 0/684 ثابت باقی می ماند.

ج) برای زمان های پیش بینی کوتاه تر همگرایی سیستم به مقدار مطلوب سریعتر اتفاق می افتد.

#### 4- شبیه سازی

در این بخش به اعتبارسنجی کنترلر طراحی شده بر روی پرواز هماهنگ پرداخته می شود.

بر اساس معادله (4) پارامترهای پرواز هماهنگ به فرم (48) نوشته می شود:

$$J = I_{3 \times 3}, B_1 = \frac{1}{m} I_{3 \times 3}, B_2 = I_{3 \times 3} \quad (48)$$

$$G = \begin{bmatrix} -2\dot{\theta}\dot{y} - \ddot{\theta}y - \dot{\theta}^2x + \frac{\mu(R+x)}{\{(R+x)^2 + y^2 + z^2\}^{\frac{3}{2}}} - \frac{\mu}{R^2} \\ 2\dot{\theta}\dot{x} + \ddot{\theta}x - \dot{\theta}^2y + \frac{\mu y}{\{(R+x)^2 + y^2 + z^2\}^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\mu y}{\{(R+x)^2 + y^2 + z^2\}^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix} \quad (49)$$

هم چنین اطلاعات مداری ماهواره رهبر که در شبیه سازی ها به کار رفته است عبارت است از:

$$a = R = 600 \text{ km}, e = 0, \Omega = i = \omega = M = 0 \quad (50)$$

جرم ماهواره پیرو  $m_f = 100 \text{ kg}$  و کلیه سیستم های کنترل و هدایت ماهواره ها بر اساس داده های مرجع [9] تعیین شده است.

در حرکت ماهواره ها در مدارهای پایین ( $a \leq 2000 \text{ km}$ )، اغتشاشات اعمالی به ماهواره ناشی از اثر تشعشعات خورشیدی، جاذبه ماه، جاذبه خورشید، نیروهای آیرودینامیکی اتمسفر و اثر ناشی از ناهمگونی زمین می باشد. همانگونه که در شکل 3 نشان داده شده است، اغتشاش غالب ورودی به ماهواره ها، اغتشاشی مربوط به عدم کروی بودن زمین ( $J_2$ ) است که مقدار آن در پایین ترین مدارها بیشتر از  $J_2 \leq 10^{-2}$  نیست [34].

در کلیه شبیه سازی ها این اغتشاش معادل  $J_2 = 10^{-2}$  لحاظ شده است.

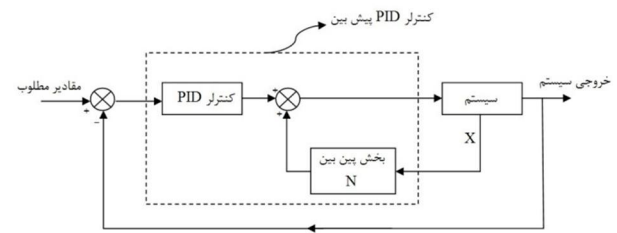
مانورهای مطلوب در قسمت شبیه سازی مانورهای بزرگ و به مقدار  $x = 50 \text{ (m)}$ ,  $y = 40 \text{ (m)}$ ,  $z = 60 \text{ (m)}$  در نظر گرفته شده است.

در کنترلر طراحی شده، حوزه پیش بینی ( $T_1, T_2$ ) و میزان ضریب مشاهده گر در ساختار کنترلر ( $L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  توسط طراح و بسته به تلاش کنترلی، میزان فراجاهش، زمان نشست پاسخ ها و بزرگی اغتشاشات وارده به سیستم تعیین می گردد. بنابراین شبیه سازی ها نیز بر اساس تغییرات این پارامترها انجام می شود. در شکل های 4 تا 6 محدوده پیش بینی 5 ثانیه و در شکل های 7 تا 14 محدوده پیش بینی 25 ثانیه در نظر گرفته شده است.

$$I(\theta, \dot{\theta}) = B_1(\theta, \dot{\theta})^{-1} B_2(\theta, \dot{\theta}) L(\theta, \dot{\theta}) B_2(\theta, \dot{\theta}) J(\theta, \dot{\theta}) K_1 \quad (43)$$

$$N(\theta, \dot{\theta}) = B_1(\theta, \dot{\theta})^{-1} [J(\theta, \dot{\theta}) \ddot{\theta}^d + G(\theta, \dot{\theta})] \quad (44)$$

بنابراین می توان نمودار بلوکی کنترلر PID پیش بین را به شکل 2 ترسیم نمود:



شکل 2 دیاگرام بلوکی کنترلر PID پیش بین

ترم های کنترلر PID بدست آمده وابستگی کامل به حالت های سیستم و زمان پیش بینی دارند. همچنین  $N(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  به عنوان ترم پیش بین در ساختار کنترلر PID وارد شده است.

#### بررسی پایداری سیستم حلقه بسته کنترلر پیش بین

اطمینان از پایداری دینامیک حلقه بسته کنترلرهای پیش بین یکی از مسائل مهم در طراحی این دسته از کنترلرها است. در این قسمت اثبات می شود که دینامیک حلقه بسته کنترلر طراحی شده پایدار است.

جهت سادگی در اثبات روابط، محدوده پیش بینی  $T_1 = 0$  و  $T_2 = T$  در نظر گرفته شده است. تمامی نتایج بدست آمده از این قسمت قابل تعمیم برای  $T_1 \neq 0$  می باشد.

معادله حلقه بسته سیستم (5) تحت اثر کنترلر (40) بصورت (45) نوشته می شود [29]:

$$J(\theta, \dot{\theta})(\ddot{\theta} + (K_2 + c)\dot{\theta} + (K_1 + cK_2)\theta + cK_1 \int_0^t e(\tau) d\tau) = 0 \quad (45)$$

با محاسبه مقادیر  $K_1$  و  $K_2$  به کمک روابط (21)-(24) و با در نظر گرفتن اینکه ماتریس  $\bar{H}$  به صورت قطری تعریف می شود خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_1(i, i) = \frac{10}{3T^2}, & i = 1, \dots, n \\ K_1(i, j) = 0, & i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j \\ K_2(i, i) = \frac{5}{2T}, & i = 1, \dots, n \\ K_2(i, j) = 0, & i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j \end{cases}$$

بنابراین دینامیک خطای حلقه بسته (45) بصورت (46) جداسازی می شود:

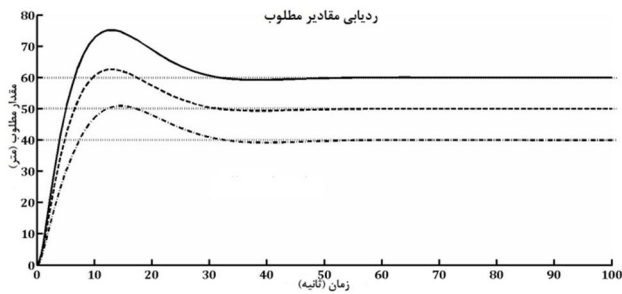
$$\ddot{e}_i + \left(\frac{2.5}{T} + c_i\right)\dot{e}_i + \left(\frac{10}{3T^2} + c_i \frac{2.5}{T}\right)e_i + c_i \frac{10}{3T^2} \int_0^t e_i(\tau) d\tau = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (46)$$

و بر این اساس معادله مشخصه سیستم بصورت رابطه (47) می باشد.

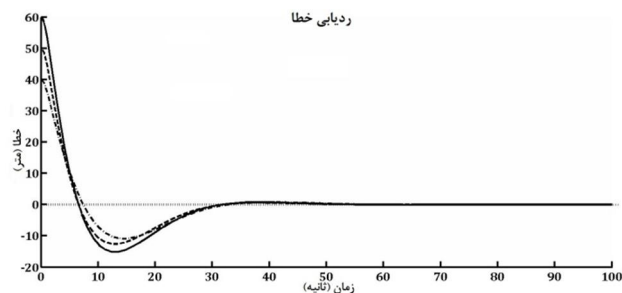
$$S^3 + \left(\frac{2.5}{T} + c_i\right)S^2 + \left(\frac{10}{3T^2} + c_i \frac{2.5}{T}\right)S + c_i \frac{10}{3T^2} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (47)$$

که ریشه های معادله مشخصه :

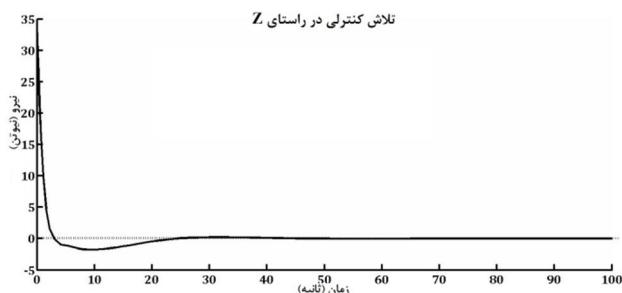
$$S_1 = -c_i, \quad S_{2,3} = \frac{-1.25 \pm 1.3307j}{T}, \quad i = 1, \dots, n$$



شکل 7 ردیابی مقادیر مطلوب (زمان پیش بینی 25 ثانیه)

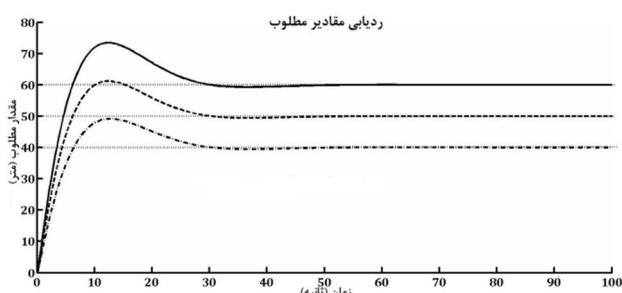


شکل 8 دنبال کردن خطا (زمان پیش بینی 25 ثانیه)

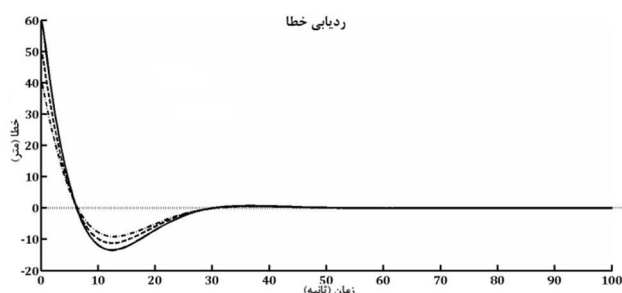


شکل 9 تلاش کنترلی در راستای Z (زمان پیش بینی 25 ثانیه)

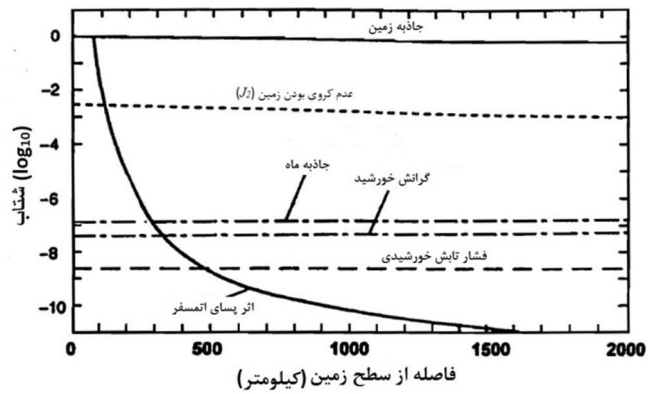
$$T_1 = 0, T_2 = 25s \quad , \quad L(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = 25 \times I_{3 \times 3} \quad (\text{ج})$$



شکل 10 ردیابی مقادیر مطلوب - ضریب مشاهده گراغتاشاش کوچک

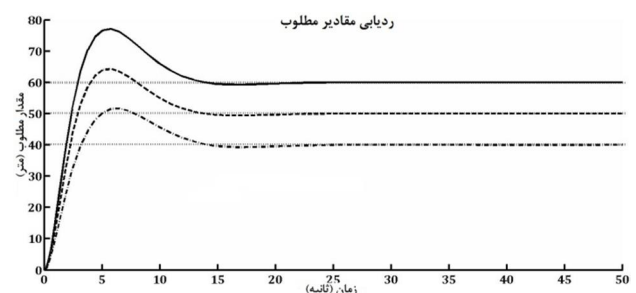


شکل 11 دنبال کردن خطا - ضریب مشاهده گراغتاشاش کوچک

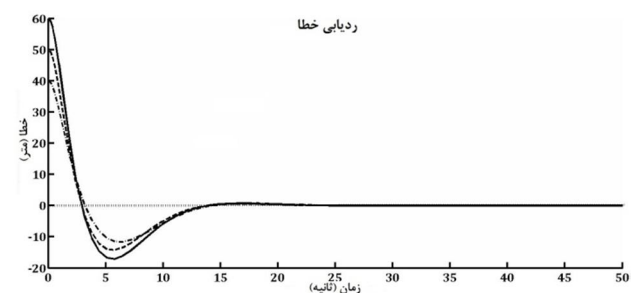


شکل 3 اغتشاشات وارده بر ماهواره‌ها بر حسب مسافت از سطح زمین [34]

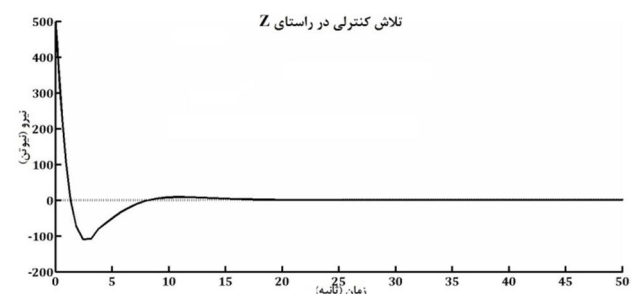
$$T_1 = 0, T_2 = 5s \quad , \quad L(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = 5 \times I_{3 \times 3} \quad (\text{الف})$$



شکل 4 ردیابی مقادیر مطلوب (زمان پیش بینی 5 ثانیه)



شکل 5 دنبال کردن خطا (زمان پیش بینی 5 ثانیه)



شکل 6 تلاش کنترلی در راستای Z (زمان پیش بینی 5 ثانیه)

$$T_1 = 0, T_2 = 25s \quad , \quad L(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = 5 \times I_{3 \times 3} \quad (\text{ب})$$



بخش‌های دیگر شبیه‌سازی مربوط به قس‌تهایی است که با ثابت نگه داشتن حوزه پیش‌بینی مقدار ضریب مشاهده‌گر در ساختار کنترلر  $L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  را تغییر می‌دهیم. بزرگی این ضریب که جهت سادگی اثبات پایداری دینامیک حلقه بسته به صورت قطری نوشته شده است، نشان دهنده ورود اغتشاشات بزرگ‌تر به سیستم است.

اما برای بررسی دقیق تاثیر  $L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  بر روی پاسخ‌ها و اثبات این موضوع که با بزرگ فرض کردن ضرایب  $L(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = \text{diag}(C_i)$  هانسبت به دو ریشه دیگر معادله مشخصه سرعت همگرایی جواب‌ها تغییر نمی‌کند، مقادیر  $L(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  به ترتیب  $L_1 = 25 \times I_{3 \times 3}$  و  $L_2 = 150 \times I_{3 \times 3}$  در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل‌های 10 و 13 این موضوع که با بزرگتر شدن مقادیر  $C_i$  ها سرعت همگرایی جواب‌ها تغییر نمی‌کند، به خوبی نشان داده می‌شود. همچنین نکته مهم دیگری که در این قسمت شبیه‌سازیها به چشم می‌خورد، میزان رشد شدید تلاش کنترلی با افزایش مقدار  $L$  است به گونه ای که با رشد 6 برابری در مقدار  $L$  تلاش کنترلی بیش از 50 برابر افزایش را نشان می‌دهد.

همچنین با در نظر گرفتن نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی و نتایج شبیه سازی در [35] عملکرد کنترلر طراحی شده در مقایسه با طراحی کنترلر PID بر اساس روش خطی سازی پس‌خوراند مطلوب‌تر اعلام می‌شود. این مقایسه بر اساس کیفیت جواب‌های بدست آمده در ردیابی مقادیر مطلوب انجام شده است.

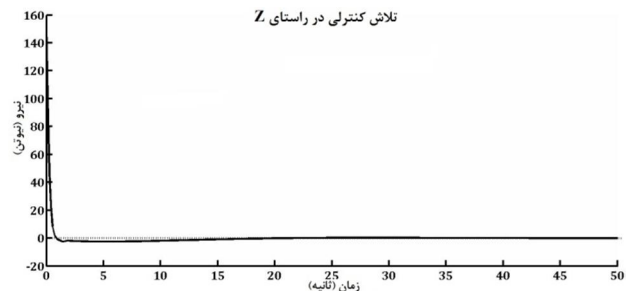
با توجه به بخش‌های شبیه‌سازی می‌توان نتیجه کلی را به این صورت بیان کرد که میزان تلاش کنترلی با مقدار اغتشاشات ورودی به سیستم و سرعت همگرایی با حوزه پیش‌بینی رابطه مستقیم دارد. بنابراین باید در نظر داشت که طراح بسته به سرعت همگرایی و میزان اغتشاشات ورودی به سیستم و همچنین محدودیتی که در سیستم‌های کنترلی مشاهده می‌کند، می‌بایستی محدوده پیش‌بینی و ضریب اغتشاشات را در ساختار کنترلر طراحی کند.

## 5- نتیجه گیری

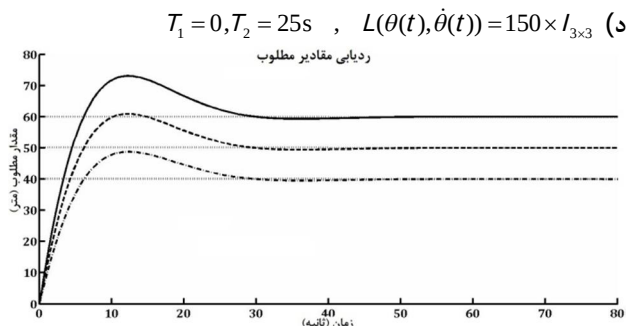
در این مقاله، موضوع کنترل پرواز هماهنگ فضاییماها در حالت دنبال کردن رهبر مورد بررسی قرار گرفت. کنترلر PID پیش‌بین غیرخطی پرواز هماهنگ ماهواره‌ها در مدارهای دایروی طراحی شده است. روند طراحی کنترلر فوق بر اساس اصول کنترل پیش‌بین است. همچنین در قسمتی که نیاز به ورود ترم اغتشاشات به ساختار کنترلر احساس شده، از مشاهده‌گر غیرخطی اغتشاشات جهت تخمین میزان اغتشاش ورودی به سیستم استفاده شده است. با ورود مقادیر تخمین زده شده از اغتشاشات به کنترلر پیش‌بین، معادلات به فرمی بازنویسی شده است که از آن ضرایب PID غیرخطی استخراج می‌شود. پایداری سیستم حلقه بسته بر اساس پایداری دینامیک خطای حلقه بسته اثبات شده است. در کنترلر طراحی شده محدوده پیش‌بینی و ضریب مشاهده‌گر اغتشاش در ساختار کنترلر به عنوان پارامترهای طراحی بیان شده و تاثیر پارامترهای طراحی بر روی جواب‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مطلوب کنترلر طراحی شده و چگونگی حصول نتایج مطلوب را مورد بررسی قرار داده است.

## 6- فهرست علائم

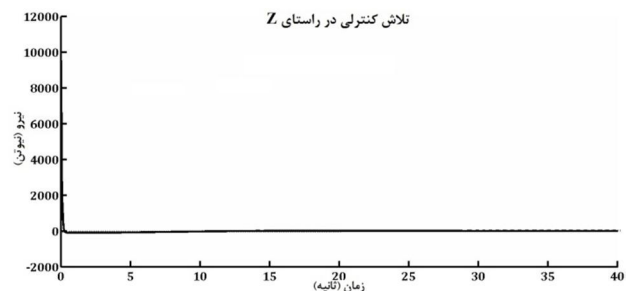
|       |                                                     |
|-------|-----------------------------------------------------|
| $a$   | نیم قطر بزرگ مدار گردش ماهواره‌ها (m)               |
| $B_1$ | ماتریس ضرایب نیروها و شتاب‌های خارجی وارده بر سیستم |



شکل 12 تلاش کنترلی در راستای Z - ضریب مشاهده‌گر اغتشاش کوچک



شکل 13 ردیابی مقادیر مطلوب - ضریب مشاهده‌گر اغتشاش بزرگ



شکل 14 تلاش کنترلی در راستای Z - ضریب مشاهده‌گر اغتشاش بزرگ

در این بخش کنترلر PID غیر خطی طراحی شده بر روی دینامیک پرواز هماهنگ فضاییماها اعتبارسنجی می‌شود. برای این منظور تأثیر محدود زمان پیش‌بینی در بخش‌های (الف) و (ب) و همچنین تأثیر ضریب مشاهده‌گر اغتشاش به کار رفته در ساختار کنترلر در بخش‌های (ج) و (د) مورد بررسی قرار گرفت.

در شکل‌های 4 تا 6 محدوده پیش‌بینی 5 ثانیه و در شکل‌های 7 تا 9 محدوده پیش‌بینی 25 ثانیه در نظر گرفته شده است. با نگاهی دقیق به نمودارهای فوق، میزان زمان‌های نشست، تلاش کنترلی، سرعت کاهش خطا و تفاوت در این نمودارها به وضوح دیده می‌شود. در بررسی پایداری کنترلر طراحی شده بیان شد، هر چه محدوده پیش‌بینی کوتاه‌تر در نظر گرفته شود همگرایی سیستم به مقادیر مطلوب سریع‌تر اتفاق می‌افتد. در واقع هر چه دینامیک حلقه بسته به سمت پایداری بیشتر (وجود ریشه‌های معادله مشخصه در مقادیر منفی کوچکتر) میل کند، سرعت همگرایی به مقادیر مطلوب نیز بیشتر می‌شود. گواه این ادعا شکل‌های 4، 7، 5 و 8 می‌باشد. همانگونه که مشاهده می‌شود، با کاهش محدوده پیش‌بین زمان نشست کوچکتر و تلاش کنترلی بیشتر می‌شود. در واقع هر چه سرعت همگرایی به مقادیر مطلوب بیشتر باشد، به دنبال آن تلاش کنترلی نیز بیشتر می‌شود (شکل‌های 6 و 9).

کلیه شبیه‌سازی‌ها با در نظر گرفتن ورودی اغتشاش انجام شده است و با اعمال اغتشاشات، تغییر محسوس در پاسخ سیستم مشاهده نمی‌شود.



- [11] J. Prakash, K. Srinivasan, Design of nonlinear PID controller and nonlinear model predictive controller for a continuous stirred tank reactor, *ISA Transactions*, Vol. 48, No. 3, pp. 273-282, 2009.
- [12] M. El-Bardini, A. M. El-Nagar, Interval type-2 fuzzy PID controller for uncertain nonlinear inverted pendulum system, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 3, pp.732-743, 2014.
- [13] J. Kang, W. Meng, A. Abraham, H. Liu, An adaptive PID neural network for complex nonlinear system control, *Neurocomputing*, Vol. 135, July 2014, pp. 79-85, 2014.
- [14] A. Altınten, F. Ketevenlioglu, S. Erdogan, H. Hapoglu, M. Albaz, Self-tuning PID control of jacketed batch polystyrene reactor using genetic algorithm, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 138, No. 2, pp. 490-497, 2008.
- [15] D. Sun, S. Hu, X. Shao, Ch. Liu, Global Stability of a Saturated Nonlinear PID Controller for Robot Manipulators, *Ieee Transactions On Control Systems Technology*, Vol. 17, No. 4, pp. 892-899, 2009.
- [16] M. Moradi, Self-tuning PID controller to three-axis stabilization of a satellite with unknown parameters, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 49, March 2013, pp. 50-56, 2013.
- [17] H. Seraji, A New Class of Nonlinear PID Controllers with Robotic Applications, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 15, No. 3, pp. 161-181, 1998.
- [18] Y.X. Su, B.Y. Duan, C.H. Zheng, Nonlinear PID control of a six-DOF parallel manipulator, *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, Vol. 151, No. 1, pp. 95-102, 2004.
- [19] Y.X. Su, D. Sun, B.Y. Duan, Design of an enhanced nonlinear PID controller, *Mechatronics*, Vol. 15, No. 2, pp. 1005-1024, 2005.
- [20] M. Korkmaz, O. Aydogdu, H. Dogan, Design and Performance Comparison of Variable Parameter Nonlinear PID Controller and Genetic Algorithm Based PID Controller, *Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA)*, pp. 1-5, 2012.
- [21] A. Ghaffari, A. R. Khodayari, S. Salehinia, M. Nouri-Khajavi, M.R. Arbab Tafti, Model Predictive Control System Design using ARMAX Identification Method for Car-following Behavior, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions*, Vol. 20, No. 1, pp. 48-71, 2013.
- [22] J. L. Crassidis, F. L. Markley, T. C. Anthony, S. F. Andrews, Nonlinear Predictive Control of Spacecraft, *Journal Of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 6, pp. 1096-1103, 1997.
- [23] H. Donglei, C. Xibin, Predictive control for satellite formation keeping, *Journal of Systems Engineering and Electronics*, Vol. 19, No. 1, pp.161-166, 2008.
- [24] F. Gavilan, R. Vazquez, E. F. Camacho, Chance-constrained model predictive control for spacecraft rendezvous with disturbance estimation, *Control Engineering Practice*, Vol. 20, No. 2, pp. 111-122, 2012.
- [25] S. Kim, H. Oh, A. Tsourdos, Nonlinear Model Predictive Coordinated Standoff Tracking of a Moving Ground Vehicle, *Journal Of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 2, pp. 557-566, 2013.
- [26] D. Morgan, S. J. Chung, F. Y. Hadaegh, Model Predictive Control of Swarms of Spacecraft Using Sequential Convex Programming, *Journal Of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, No. 3, pp. 1-16, 2014.
- [27] M. H. Moradi, M. R. Katebi, M. A. Johnson, Predictive PID Control: A new algorithm, *The 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 01)*, pp. 764-769, 2001.
- [28] W. H. Chen, D. J. Balance, P. J. Gawthrop, J. J. Gribble, J. O'Reilly, Nonlinear PID predictive controller, *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, Vol. 146, No. 6, pp. 603-702, 1999.
- [29] W. Feng, J. O'Reilly, D. J. Balance, MIMO nonlinear PID predictive controller, *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, Vol. 149, No. 3, pp. 203-208, 2002.
- [30] J. Prakash, K. Srinivasan, Design of nonlinear PID controller and nonlinear model predictive controller for a continuous stirred tank reactor, *ISA Transactions*, Vol. 48, No.1, pp. 273-282, 2009.
- [31] S. Saraswati, S. Chand, Online linearization-based neural predictive control of air-fuel ratio in SI engines with PID feedback correction scheme, *Neural Comput & Applications*, Vol. 19, No.2, pp.919-933, 2010.
- [32] R. Singh, M. Ierapetritou, R. Ramachandran, System-wide hybrid MPC-PID control of a continuous pharmaceutical tablet manufacturing process via direct compaction, *European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics*, Vol. 19, No. 2, pp.1-18, 2013.
- [33] J. Yang, Sh. Li, W. H. Chen, Nonlinear disturbance observer-based control for multi-input multi-output nonlinear systems subject to mismatching condition, *International Journal of Control*, Vol. 85, No. 8, pp. 1071-1082, 2012.
- [34] C. D. Brown, *Elements of Spacecraft Design*, first Edition, pp. 45-148, American Institute of Aeronautics and Astronautics. Inc. Reston. Virginia, 2002.
- [35] R. Kristiansen, P. Nicklasson, Spacecraft formation flying : A review and new results on state feedback control, *Acta Astronautica*, Vol. 65, No. 2, pp. 1537-1552, 2009.

|                         |                                                                         |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $B_2$                   | ماتریس ضرائب اغتشاشات                                                   |
| $d$                     | بردار اغتشاشات (N-N.m)                                                  |
| $e$                     | خروج از مرکز مدار گردش ماهواره‌ها                                       |
| $f$                     | بردار عدم قطعیت‌ها (N)                                                  |
| $F$                     | بردار ورودی کنترلی (N)                                                  |
| $G$                     | ماتریس شتاب‌ها و کلیه نیروهای خارجی وارده بر سیستم (m.s <sup>-2</sup> ) |
| $J$                     | ماتریس اینرسی سیستم                                                     |
| $J_2$                   | اغتشاش مربوط عدم کروی بودن زمین (N)                                     |
| $n$                     | فرکانس طبیعی گردش ماهواره‌ها (rad.s <sup>-1</sup> )                     |
| $n$                     | درجه آزادی سیستم دینامیکی                                               |
| $r$                     | بردار موقعیت ماهواره پیرو (m)                                           |
| $R$                     | بردار موقعیت ماهواره رهبر (m)                                           |
| $T_1$                   | کمینه زمان پیش‌بین                                                      |
| $T_2$                   | بیشینه زمان پیش‌بینی                                                    |
| $u(t)$                  | بردار نیرو و گشتاورهای ورودی به سیستم (N-N.m)                           |
| $y$                     | خروجی سیستم                                                             |
| علایم یونانی            |                                                                         |
| $\rho$                  | بردار موقعیت مکانی دستگاه LVLH (m)                                      |
| $\nu$                   | زاویه آنومالی حقیقی (rad)                                               |
| $\theta$                | عرض جغرافیایی (rad)                                                     |
| $\dot{\theta} = \omega$ | سرعت زاویه‌ای ماهواره رهبر (rad.s <sup>-1</sup> )                       |
| $\mu$                   | ضریب گرانش زمین (N.m <sup>2</sup> .kg <sup>-1</sup> )                   |
| $\theta$                | حالت‌های قابل اندازه‌گیری سیستم                                         |
| بالانویس‌ها             |                                                                         |
| $d$                     | بیان کننده مقادیر مطلوب سیستم                                           |
| زیرنویس‌ها              |                                                                         |
| $f$                     | نماد ماهواره پیرو                                                       |

## 7- مراجع

- [1] A. Imani, M. Bahrami, Robust control for spacecraft formation flying by optimization sliding mode controller, *JSSST*, Vol. 6, No. 1, pp. 69-75, 2013. (In Persian)
- [2] T. Alfriend, S. Vadali, P. Gurfil, J. How, L. Breger, *Spacecraft Formation Flying*, First Edition, pp. 59-82, Oxford: Elsevier, 2010
- [3] Z. Peng, G. Wen, A. Rahmani, Y. Yu, Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots based on a bioinspired neuro dynamic based approach, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 61, No. 9, PP. 988-996, 2013.
- [4] D. Zhao, Q. Zhu, N. Li, S. Li, Synchronized control with neuro-agents for leader-follower based multiple robotic manipulators, *Neuro computing*, Vol.124, No.9, PP. 149-161, 2014.
- [5] R. Cui, S. Ge, B. How, Y. Choo, Leader-follower formation control of under actuated autonomous underwater vehicles, *Ocean Engineering*, Vol. 37, No. 17, PP. 1491-1502, 2010.
- [6] M. Massari, F. Bernelli-Zazzera, Nonlinear Control of Formation Flying with State Constraints, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 35, No. 6, PP. 1919-1925, 2012.
- [7] M. Massari, M. Zamaro, Application of SDRE technique to orbital and attitude control of spacecraft formation flying, *Acta Astronautica*, Vol. 94, No. 1, PP. 409-420, 2014.
- [8] X. Dong, X. Cao, J. Zhang, L. Shi, A Robust Adaptive Control Law for Satellite Formation Flying, *Acta Automatica Sinica*, Vol. 39, No. 2, PP. 128-137, 2013.
- [9] J. Bae, Y. Kim, Adaptive controller design for spacecraft formation flying using sliding mode controller and neural networks, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, PP. 578-603, 2012.
- [10] C. Y. Jin, K. H. Ryu, S. W. Sung, J. Lee, I. B. Lee, PID auto-tuning using new model reduction method and explicit PID tuning rule for a fractional order plus time delay model, *Journal of Process Control*, Vol. 24, No. 1, pp. 113-128, 2014.