



امیر توحیدی

استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری، تهران
* تهران، صندوق پستی 18155/144، tohidi@iausr.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در مطالعه حاضر اثر جابه‌جایی آشوبناک بر اختلاط درون یک همزن جریان آرام به صورت تجربی و عددی بررسی شده است. همزن شامل دو روتور و یک استاتور استوانه‌ای با سطح مقطع دایروی است به صورتی که می‌توان سرعت چرخش روتورها را با زمان کنترل کرد. این نوع همزن در صنایع غذایی و دارویی کاربرد فراوان دارد. عملکرد همزن به صورت تجربی از طریق تزریق رنگ و ثبت تصاویر مورد بررسی قرار گرفت، و به صورت عددی نیز پارمترهای مؤثر بر اختلاط همانند کشیدگی المان‌های سیال محاسبه و مقاطع پوانکاره رسم گردید. نتایج تجربی نشان می‌دهد با اغتشاش سینوسی اعمال شده به سرعت دورانی روتورها نواحی ضعیف اختلاط در طول زمان از بین رفته و ذرات سیال به خوبی در سطح همزن پخش می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی عددی نیز نشان می‌دهند هنگامی که سرعت دورانی روتورها متغیر است جریان درون همزن حساس به شرایط اولیه است که این امر یکی از شاخصه‌های مهم جریان آشوبناک است، همچنین با محاسبه مقدار کشیدگی المان‌های سیال نشان داده شد که مقدار متوسط نمایی کشیدگی در جریان آشوبناک نسبت به جریان غیرآشوبناک افزایش 2 برابری دارد. در این تحقیق براساس مفاهیم علمی و کاربردی تئوری آشوب در مکانیک سیالات، راندمان همزن‌های دور پایین در اختلاط سیالات بسیار لزج بدون افزایش انرژی مصرفی افزایش چشم‌گیری یافته است.

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 17 شهریور 1396
پذیرش: 05 مهر 1396
ارائه در سایت: 19 آبان 1396
کلید واژگان:
همزن آشوبناک
اختلاط
سیال بسیار لزج
جریان آرام

Experimental and numerical investigation of effect of chaotic flow on mixing of highly viscous fluids

Amir Tohidi

Mechanical Engineering, Yadegar-e-Imam Khomeini (RAH) Shahre Rey Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
* P.O.B. 18155/144, Tehran, Iran, tohidi@iausr.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 September 2017
Accepted 27 September 2017
Available Online 10 November 2017

Keywords:
Chaotic mixer
Mixing
Highly viscous fluid
Laminar flow

ABSTRACT

In this study, the effect of chaotic advection on laminar mixing is analyzed experimentally and numerically. Mixer includes two circular rotors and a circular stator such that that rotational speed of each rotor could be controlled by time. This kind of mixer is widely used in the food and pharmaceutical industry. The performance of the mixer was investigated experimentally with dye injection and image recording. Moreover, the effect of chaotic flow on mixing numerically is studied qualitatively and quantitatively with Lagrangian fluid particle tracing, calculating the stretching rate of fluid elements and Poincare sections. The experimental results indicate that as a result of applying sinusoidal perturbation on rotational velocity of rotors, weak mixing zones will disappear with the passage of time, and fluid particles will be distributed uniformly in the surface of the mixer. Numerical simulation shows that the mixer flow is sensitive to initial condition when rotational velocity of rotors is variable, and this is one of the important factors in chaotic flow. Furthermore, calculation of stretching rate of fluid elements indicates that average exponential value of fluid elements stretching in the chaotic flow is two times more than non-chaotic one. This research, based on scientific concepts and theoretical application of chaos in fluid mechanics, denotes that the efficiency of low-speed mixers in highly viscous fluid mixing is increased without any increase in the consuming energy.

1- مقدمه

آشفته کردن جریان در سیالات با لزجت کم موجب افزایش اختلاط می‌شود، ولی در سیالات بسیار لزج با توجه بالا بودن نرخ اتلاف انرژی در جریان آشفته، یافتن راه‌حلی مناسب برای اختلاط آن‌ها اجتناب‌ناپذیر خواهد بود. اختلاط در جریان‌های آشوبناک نسبت به جریان‌های غیرآشوبناک کارآمدتر است. ذرات نزدیک به هم در جابه‌جایی آشوبناک به صورت نمایی از هم دور می‌شوند. این واگرایی نمایی ذرات منجر به کشیدگی و افزایش نمایی سطح تماس المان‌های سیال می‌شود که موجب کارآمدتر شدن اختلاط

اختلاط سیالات بسیار لزج در صنایع نفت، رنگ، متالورژیکی، دارویی کاربرد وسیعی دارد به همین دلیل شناخت چگونگی اختلاط و تعیین پارامترهای مؤثر و چگونگی تأثیر آن‌ها بر این فرایند از موضوعاتی است که توجه محققان را به خود جلب کرده است. با تحلیل جریان همزن می‌توان مدلی طراحی کرد که سیالات خیلی لزج را در مدت زمان کم و با صرف انرژی اندک به خوبی مخلوط کند.

Please cite this article using:

A. Tohidi, Experimental and numerical investigation of effect of chaotic flow on mixing of highly viscous fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 151-160, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

می‌گردد.

جابه‌جایی آشوبناک در جریان میان استوانه‌های غیرهم‌مرکز از جمله مواردی است که محققین بسیاری در مورد آن مطالعه کرده‌اند. نخستین تحقیق در سال 1984 توسط عارف [1] صورت گرفت که یک همزن را با دو روتور به صورت گردابه‌های نقطه‌ای در یک سیال بدون لزجت به صورت عددی مدل کرده و نشان داد که جریان آشوبناک با غیردائمی شدن جریان ایجاد می‌گردد. سوانسون و اتینو [2] در تحقیقی علاوه بر ارائه دستاوردی تجربی از جریان میان دو استوانه غیرهم‌مرکز، راه‌های تحلیلی و عددی متنوعی نیز برای مطالعه این‌گونه جریان‌ها پیشنهاد کردند. هنگامی که یک یا هر دو استوانه غیرهم‌مرکز با سرعت ثابت می‌چرخند، دمای سیال درون ناحیه چرخشی به دلیل اختلاط در آن ناحیه یکنواخت می‌گردد. این عامل می‌تواند سبب افزایش 50% عدد ناسلت شود که نسبت انتقال حرارت جابه‌جایی به انتقال حرارت هدایت را نشان می‌دهد.

تحقیق رودریگو و همکاران [3] شامل تحلیل تجربی و عددی جریان سیال نیوتنی مابین دو استوانه بود که خلاف جهت همدیگر می‌چرخیدند. استوانه بیرونی با سرعت ثابت می‌چرخد درحالی‌که سرعت چرخش استوانه درونی به طور سینوسی در زمان تغییر می‌کند. آن‌ها پروفیل دمای خروجی از همزن را مورد تحلیل قرار دادند و پراکندگی دمایی سیال را در خروجی همزن برای مقادیر مختلف سرعت‌های چرخشی استوانه بیرونی و درونی محاسبه کردند و نشان دادند که زمانی که حرکت استوانه‌ها به صورت سینوسی است، و جریان آشوبناک شده و اختلاط و انتقال حرارت بهبود می‌یابد.

نیدرکرن و اتینو [5,4] به صورت عددی و تجربی جریان آشوبناک بین دو استوانه غیرهم‌مرکز را برای سیالات غیرنیوتنی نازک‌شونده برشی و ویسکوالاستیک بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که میزان الاستیسیته سیال در جریان‌های خزشی می‌تواند سطحی که در آن جابه‌جایی آشوبناک رخ می‌دهد را افزایش یا کاهش دهد. فانتن و همکاران [6] اختلاط آشوبناک در یک مخزن استوانه‌ای شامل یک دیسک دوار که نقش پره را در داخل این مخزن ایفا می‌کند، بررسی کردند. استوانه و دیسک هر دو سرعت دورانی داشتند. در این مدل اگر دیسک دوار نسبت به محور استوانه با زاویه‌ای مثل α قرار گیرد جابه‌جایی ذرات در حالت جریان پایا می‌تواند آشوبناک شود.

جانا و همکاران [7] به صورت عددی و تجربی اختلاط سیال نیوتنی و همچنین راینال و جنس [8] به صورت عددی اختلاط سیال بدون لزجت درون یک همزن شامل دو استوانه درون یک مخزن را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که با گذرا کردن جریان از طریق متغیر کردن سرعت استوانه‌ها می‌توان جریان را آشوبناک نمود و بدین صورت اختلاط را افزایش داد. کمال آل عمری و وسلی گویر [9] اختلاط دوبعدی و انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی در یک همزن که شامل دو روتور دایروی بود را بررسی کردند. در این همزن روتورها با سرعت نوسانی غیرثابت و دیواره مخزن با سرعت ثابت می‌چرخند. آن‌ها نشان دادند که چرخش دیواره‌ها به صورت یک تابع ناپیوسته سبب بهبود انتقال حرارت در جریان آشوبناک می‌شود، همچنین آن‌ها تأثیر پارامترهای هندسی و فیزیکی روی انتقال حرارت و اختلاط را نیز بررسی کردند و نشان دادند که سیال با چرخش سیلندر بیرونی به همراه دو سیلندر داخلی اختلاط بهتری خواهد داشت.

حسین‌علیپور و همکاران [10,11] به صورت عددی و تجربی اختلاط سیال غیرنیوتنی را درون یک همزن پیوسته آشوبناک بررسی کردند. همزن پیوسته شامل یک روتور مارپیچ درون یک استاتور استوانه‌ای شکل می‌شود

که روتور و استاتور هم مرکز نیستند. آن‌ها نشان دادند که غیرهم‌مرکز بودن روتور مارپیچ و استاتور موجب می‌شود جریان آشوبناک شود و در نتیجه اختلاط بهبود یابد.

همزن استاتیک SMX یکی از دیگر از هندسه‌هایی که به عنوان همزن آشوبناک توسط محققین بررسی شده است که در صنایع شیمیایی برای همگن کردن و پخش مواد در جریان آرام به کار می‌رود. منگ و همکاران [12] همچنین جگاتیسواران و همکاران [13] به صورت عددی نشان دادند جریان درون این همزن در اعداد رینولدز پایین آشوبناک است و برای افزایش اختلاط کافی است ابعاد همزن را بهینه کرد.

افزایش اختلاط در جریان‌های آشوبناک موجب بهبود انتقال حرارت نیز می‌شود که می‌توان به مبدل حرارتی کوپل آشوبناک بررسی شده توسط توحیدی و همکاران [14,15] اشاره کرد. آن‌ها نشان دادند که می‌توان با یک اغتشاش ساده هندسی در مسیر جریان درون یک کانال صاف یا کوپل مارپیچ، انتقال حرارت را با آشوبناک کردن جریان افزایش داد.

در مطالعات اخیر نشان داده شده است که می‌توان جابه‌جایی آشوبناک در جریان سیالات بسیار لزج ایجاد کرد. این پدیده را می‌توان به صورت مسیر آشوبناک ذرات در جریان آرام تحت تأثیر نیروهای ویسکوز توصیف کرد. با آشوبناک کردن جریان آرام با یک طراحی مناسب از مکانیزم اختلاط می‌توان انتقال حرارت را نیز با افزایش کم افت فشار افزایش داد. تحلیل اختلاط در جریان‌های آشوبناک نیازمند شناخت سیستم‌های دینامیکی و ارتباط آن با سینماتیک جریان است. با شناخت میزان تأثیر فرایند کشیدگی کارآمد المان‌های مادی در افزایش اختلاط این پرسش مطرح می‌شود که تحت چه شرایطی یک جریان معین در فضایی پر شده از سیال می‌تواند به حداکثر کشیدگی کارآمد ممکن برای یک سطح مادی برسد؟ اگر چه بیان یک پاسخ کامل برای این پرسش غیرممکن است، ولی در این مقاله سعی می‌شود که به برخی از جوانب مربوط به این مسأله برای درک بهتر اختلاط جریان سیالات بسیار لزج پرداخته شود.

هدف از این مقاله بررسی و شناخت اثر جریان آشوبناک بر اختلاط سیال بسیار لزج و کاهش زمان و انرژی لازم برای اختلاط همگن و مطلوب به صورت عددی و تجربی است. برای اندازه‌گیری عملکرد اختلاط همزن در تست‌های تجربی از روش تریق رنگ استفاده می‌شود، همچنین به صورت عددی جریان درون همزن شبیه‌سازی می‌گردد و پارامترهای کمی و کیفی اختلاط همچون کشیدگی المان‌های سیال و مقاطع پوانکاره محاسبه می‌شوند.

2- هندسه همزن آشوبناک

همزن شامل یک مخزن استوانه‌ای و دو روتور استوانه‌ای با سطح مقطع دایروی است. با طراحی یک مدار الکترونیکی این امکان ایجاد گردید که سرعت چرخش روتورها را با زمان کنترل کرد. تغییر سرعت دورانی روتورها با زمان عامل کلیدی برای ایجاد جابه‌جایی آشوبناک درون همزن است. هندسه همزن آشوبناک در شکل 1 نشان داده شده است. روتورها با شعاع R_i درون مخزن استوانه‌ای با شعاع R_o با فاصله E از مرکز همزن قرار گرفته‌اند. سرعت دورانی روتورها می‌تواند متفاوت باشد، یعنی روتورها به صورت مستقل از هم قابلیت دوران دارند. همزن‌های سیالات بسیار لزج که در صنایع رنگ، پتروشیمی، غذایی و دارویی کاربرد دارند دارای اشکال و هندسه‌های مختلفی است. هندسه مورد استفاده در تحقیق حاضر در صنایع غذایی و دارویی کاربرد فراوان دارد؛ بنابراین از این همزن استفاده شده که دارای هندسه به

برای دوران روتورها از دو موتور DC گیربکس دار (SPG RS42) توسط محور استفاده شده است. محور یک میلگرد فولادی دو پولیشه است که از بالا به محورهای چرخان از طریق کوپل متصل می‌شود. این محورها از طریق یک کوپلینگ با سر شفت موتور کوپل شده‌اند. برای مقید کردن هر محور از دو یاتاقان بلبرینگ UCF 204 استفاده شد. روتورها از نوع تفلون که با اتصال بوش در انتهای تفلون و بسته شدن بر سر شفت متحرک حرکت دورانی را برای ما ایجاد می‌کند.

برای ایجاد حرکت دورانی متغیر سینوسی با زمان روتورها یک مدار الکترونیکی طراحی شد که به چهار قسمت اصلی سازنده موج سینوسی، کنترل‌کننده، راه‌انداز موتور و بازخورد مدار تقسیم می‌شود. برای ایجاد تابع سینوسی از کنترل‌کننده میکرو آتمگا 16 استفاده شده است. ارتباط با کنترل‌کننده میکرو و برنامه‌ریزی آن توسط رایانه و از طریق یک برنامه‌ریز انجام می‌شود که از پروتکل ارتباطی AVRISP mkII بهره می‌برد و توسط کابل یواس‌بی به رایانه متصل می‌شود. برنامه کنترل‌کننده میکرو به زبان برنامه‌نویسی C و با استفاده از برنامه کد و سژن ای‌وی آر نوشته شده است. شکل 2 مدل ایجاد شده همزن آشوبناک در نرم‌افزار سالیدورکز را نشان می‌دهد.

5- سیال مورد مطالعه و رنگ

با توجه به شفافیت، ویسکوزیته بالا و نیوتنی بودن گلیسرین، در این مطالعه از سیال گلیسرین با خلوص 99.7% شرکت مرک با چگالی 1200 kg/m^3 و ویسکوزیته $0.81 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ استفاده شد. از پودر فلورسنت (آرون یونیورسال) برای تهیه رنگ جهت تزریق در گلیسرین استفاده شد. از آن‌جا که نمی‌توان رنگ ایجاد کرد که دقیقاً هم‌چگالی با گلیسرین باشد؛ بنابراین تهیه رنگ بدین صورت انجام شد که پودر فلورسنت، گلیسرین و آب با نسبت‌های مختلف مخلوط، سپس درون گلیسرین ساکن تزریق می‌شود، به نحوی که تا مدت زمان حداقل 10 دقیقه جابه‌جا نشود. با انجام آزمایش‌های متعدد جهت هم‌چگالی شدن فلورسنت با گلیسرین، پودر فلورسنت با استفاده از آسیاب سیاره‌ای به طور کامل آسیاب شد و با درصد‌های مشخص آب و گلیسرین ترکیب گشت. سپس توسط یک همزن آزمایشگاهی به مدت 2 ساعت هم خورد تا پودر فلورسنت به طور یکنواخت توزیع شود. رنگ تهیه شده با استفاده از سرنگ به گلیسرین تزریق گردید.

6- تست تجربی اختلاط

برای بررسی عملکرد اختلاط همزن در تست‌های تجربی از روش تزریق

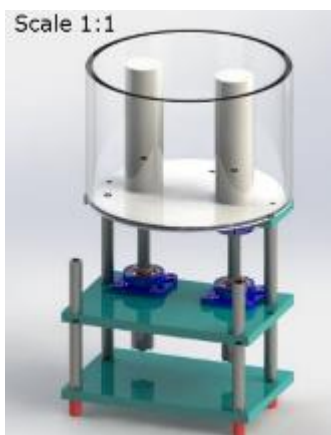


Fig 2 chaotic mixer assembled

شکل 2 دستگاه مونتاژ شده همزن آشوبناک

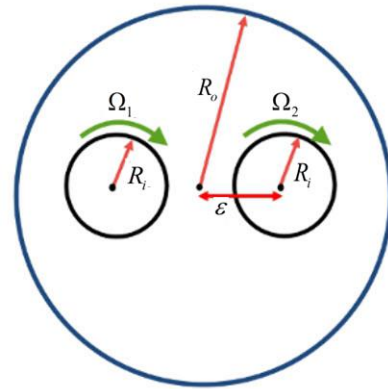


Fig 1 Chaotic mixer geometry

شکل 1 هندسه همزن آشوبناک

نسبت ساده‌ای است تا بتوان مفاهیم تئوری آشوب و ارتباط آن با سینماتیک و دینامیک سیالات را بیان نمود، همچنین هدف از استفاده از استوانه‌ها به عنوان روتور میزان اثرگذاری جابه‌جایی آشوبناک بر اختلاط بدون استفاده از پره است.

3- شرایط مرزی و اعداد بی‌بعد

عملکرد همزن در 2 حالت مورد بررسی قرار گرفت:

- حالت 1: سرعت دورانی روتورها ثابت، مساوی و هم‌جهت در نظر گرفته شد. در این حالت هر دو روتور با سرعت ثابت 20 rpm دوران می‌کنند.
- حالت 2: سرعت روتورها هم‌جهت است، ولی با زمان تغییر کرده و با سرعت دورانی سینوسی بیان شده در روابط (2,1) می‌چرخند.

$$\Omega_1 = 20 + 10 \times \sin(\omega \times t) \quad (1)$$

$$\Omega_2 = 20 - 10 \times \sin(\omega \times t) \quad (2)$$

در این معادلات Ω_1 و Ω_2 سرعت دورانی روتورها، t زمان و $\omega = 2\pi/T$ است که در آن T مقدار نوسانات زمانی را مشخص می‌کند. در این مطالعه مقدار T برابر 12 ثانیه در نظر گرفته شده است. بازه سرعت موتورهای همزن مورد مطالعه با توجه به سرعت متوسط همزن‌های سیالات بسیار لزج (همچون همزن خمیر نان) انتخاب شد.

برای محاسبه عدد رینولدز در هندسه همزن [7] از رابطه (3) استفاده شد که شامل سرعت دورانی استوانه‌هاست.

$$\text{Re} = \frac{\sqrt{(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)} R_i^2 (R_o - R_i)}{v} \quad (3)$$

R_i شعاع روتورها، R_o شعاع استاتور و v ویسکوزیته سینماتیکی سیال است. رابطه (4) برای محاسبه عدد استروهل در هندسه همزن [7] استفاده گردید.

$$\text{St} = \frac{(R_o - R_i)}{\sqrt{(\Omega_A^2 + \Omega_B^2)} R_i^2 T} \quad (4)$$

عدد رینولدز با توجه به شرایط مرزی اعمال شده بین 13.2 تا 16.7 و عدد استروهل بین 0.09 تا 0.012 تغییر می‌کند.

4- طراحی و ساخت دستگاه

استاتور با شعاع $R_o = 150 \text{ mm}$ و روتورها با شعاع $R_i = 35 \text{ mm}$ و فاصله $\epsilon = 75 \text{ mm}$ از مرکز همزن به عنوان نقاط ثابت طراحی انتخاب گردید.



Fig 4 Dye mixing in the mixer with constant speed of rotors

شکل 4 اختلاط رنگ در همزن با سرعت دورانی ثابت روتورها

اساسی حاکم بر حرکت جریان لزج عبارت از روابط (6,5) است [16].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0 \quad (5)$$

رنگ استفاده شده است. بدین منظور مقدار 2 cc رنگ با استفاده از سرنگ در عمق میانی و فاصله 10 سانتی متری از مرکز همزن تزریق شده و هر 4 ثانیه یکبار از پخش رنگ درون همزن عکس برداری گردید. عکس نمونه‌ها با استفاده از دوربین کنون پاورشات جی 10 با وضوح 14.7 مگاپیکسل، بزرگ‌نمایی اپتیکال 5x، سرعت عکس برداری 0.7 فریم در ثانیه و قابلیت فیلم برداری VGA با سرعت 30 فریم در ثانیه ثبت شد. شکل 3 نحوه آماده سازی و نورپردازی همزن آشوبناک برای انجام تست‌های تجربی را نشان می‌دهد. برای نورپردازی از دو پروژکتور 800 وات استفاده شد که با زاویه 45 درجه نسبت به سطح همزن قرار گرفتند تا علاوه بر روشنایی از ایجاد سایه روی سطح همزن جلوگیری شود. دوربین عمود بر سطح همزن ثابت شد و با وصل شدن دوربین به رایانه به صورت اتوماتیک هر 4 ثانیه عکس برداری شد.

6-1- نتایج تجربی

شکل‌های 4 و 5 اختلاط رنگ برحسب زمان برای حالت 1 (سرعت دورانی ثابت) و حالت 2 (سرعت دورانی متغیر سینوسی) را نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود در حالت اول که روتورها با سرعت ثابت می‌چرخند رنگ در همان ناحیه تزریق شده شروع به چرخش حول خود می‌کند. این ناحیه یک ناحیه مرده اختلاط محسوب می‌شود. سیالی که در این ناحیه قرار دارد با سیال نواحی دیگر تماس ندارد و اختلاط به خوبی انجام نمی‌گیرد. شکل 5 نتایج اختلاط رنگ درون همزن در حالت دوم را نشان می‌دهد. با متغیر کردن سرعت روتورها برحسب زمان مشاهده می‌شود رنگ به تدریج از ناحیه اولیه تزریق شده جدا شده و وارد نواحی دیگر می‌شود که این به معنای از بین بردن ناحیه مرده اختلاط در حالت 1 و یکنواخت‌تر شدن اختلاط است. تغییر سینوسی سرعت دورانی روتورها به صورتی است که سرعت دورانی روتورها برعکس هم تغییر می‌کنند، یعنی هنگامی که سرعت یک روتور افزایش می‌یابد سرعت روتور دیگر کاهش می‌یابد. اغتشاش اعمال شده در سرعت دورانی روتورها سبب می‌شود تا جریان آشوبناک گردد. در جریان آشوبناک جریان حساس به شرایط اولیه می‌شود، یعنی ذراتی که بسیار به هم نزدیک هستند مسیره‌های کاملاً متفاوتی را طی می‌کنند. ذرات نزدیک روتور به سمت استاتور رفته و ذرات نزدیک استاتور به سمت روتورها حرکت می‌کنند که این امر موجب اختلاط همگن می‌گردد.

7- روش عددی

با توجه به پایین بودن عدد رینولدز و کوچک بودن نسبت اختلاف شعاع روتور و استاتور به عمق همزن (نسبت 1 به 3)، از جریان و اختلاط در بعد سوم صرف‌نظر می‌گردد و شبیه‌سازی به صورت دو بعدی انجام می‌شود. معادلات

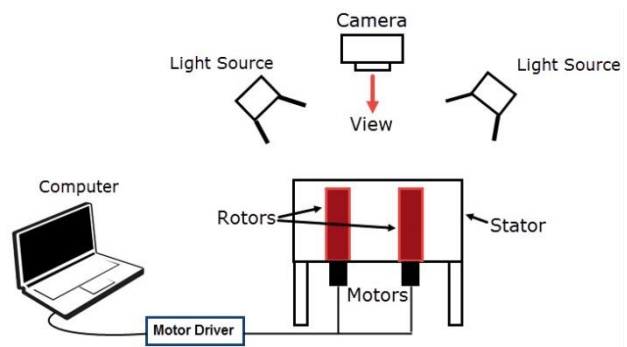


Fig 3 Schematic of the chaotic mixing flow apparatus

شکل 3 شماتیک دستگاه همزن آشوبناک در تست تجربی

با بی‌بعدسازی معادله مومنوم، رابطه (6) به صورت رابطه (7) در می‌آید.

[16]

$$\text{St} \frac{DV^*}{Dt^*} + (V^* \cdot \nabla) V^* = -Eu \nabla P^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 V^* \quad (7)$$

با توجه به Eu ، Re و St به ترتیب اعداد اولر، رینولدز و استروهل است. با توجه با این که در مطالعه حاضر عدد استروهل در رابطه (4) بین 0.012 تا 0.09 تغییر می‌کند می‌توان از ترم گذرا نسبت به ترم جابه‌جایی در رابطه (7) صرف‌نظر کرد و مسأله را به صورت شبه پایا حل کرد، یعنی حل گذرا به صورت مجموع چندین حل پایا در لحظه‌های متوالی در نظر گرفت.

با توجه به این که کاربرد تئوری آشوب در مکانیک سیالات براساس دیدگاه لاگرانژی بنا شده و بنابراین ردگیری ذرات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، همچنین با توجه به ماهیت جریان آشوبناک، هر خطایی در جریان آشوبناک به صورت نمایی رشد می‌کند، روش عددی محاسبات باید دارای بیشترین دقت جهت محاسبه ردگیری ذرات باشد. به همین جهت برای محاسبه میدان جریان درون همزن از نرم‌افزار انسیس (فلوترن) استفاده شده است که براساس روش عددی المان محدود کار می‌کند.

با توجه به این که شکل هندسه و جریان ساده است، روش SUPG برای گسسته‌سازی معادلات برای همگرایی مسأله گزینه مناسبی است، به همین جهت روابط (6,5) با فرضیات جریان آرام به روش SUPG گسسته گردید. دستگاه معادلات مومنوم به روش TDMA، معادلات فشار به روش PCG محاسبه گردیدند. برای شبیه‌سازی از سیستم مختصات کارترین استفاده شده است. معیار همگرایی برای هر درجه آزادی در هر تکرار به صورت رابطه (8) محاسبه می‌شود.

$$M_\theta = \frac{\sum_{i=1}^N |\phi_i^k - \phi_i^{k-1}|}{\sum_{i=1}^N |\phi_i^k|} \leq 10^{-8} \quad (8)$$

که θ درجه آزادی فشار و سرعت جریان است. N تعداد کل گره‌های المان محدود و k شماره تکرار فعلی حل است. معیار همگرایی M_θ بیانگر تغییرات متغیر از تکرار فعلی k -ام و تکرار قبلی $(k-1)$ -ام است که با تقسیم شدن بر مقدار فعلی متغیر نرمالیزه می‌شود. معیار همگرایی برای تمامی N گره المان محدود اعمال می‌شود.

7-1- استقلال از مش

هندسه‌هایی که با المان‌های چهار وجهی مش‌بندی می‌شوند می‌توانند موجب حل‌هایی با کیفیت‌تر همراه با تعداد سلول و گره کمتری نسبت به المان‌های سه وجهی شوند. برای استفاده از مش چهار وجهی باید هندسه به یک سری از سطوح منظمی تقسیم شود تا بتوان بر آن مش سازمان‌یافته ایجاد کرد. شکل (6-a) هندسه تقسیم‌بندی شده برای مش چهار وجهی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود هندسه همزن به 18 سطح تقسیم شده است. شکل (6-b) مش سازمان‌یافته ایجاد شده با استفاده از المان‌های چهار وجهی را نشان می‌دهد.

برای بررسی استقلال پاسخ‌ها از مش، میدان جریان برای چهار مش‌بندی با تعداد 833، 1088، 1377 و 1700 المان حل گردید، سپس سرعت در هشت گره که در شکل (6-a) شماره‌گذاری شده است، با یکدیگر مقایسه شد. شکل 7 نتایج استقلال از مش را نشان می‌دهد. حداکثر خطای نسبی سرعت مش‌بندی با تعداد 833 و 1088، 1088 و 1377 و همچنین 1377 و 1700 المان به ترتیب برابر 1.4، 1.1 و 0.8 است. با توجه به این که خطای نسبی سرعت بین مش‌های با تعداد 1377 و 1700 المان کمتر از 1% خطاست؛ بنابراین در محاسبات از مش با تعداد المان 1377 استفاده گردید.



Fig 5 Dye mixing in the mixer with sinusoidal speed of rotors

شکل 5 اختلاط رنگ در همزن با سرعت دورانی متغیر سینوسی روتورها

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 V \quad (6)$$

ρ چگالی سال، V سرعت سیال، P فشار و μ ویسکوزیته سیال است.

بردار متناظر با آن المان در میدان جریان بوده و در یک موقعیت دلخواه در میدان قرار داده شده و همراه آن کشیده می‌شود. در این حالت کشیدگی بردار یادشده توسط روابط (10) محاسبه خواهد شد.

$$\frac{dl_x}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} l_x + \frac{\partial u}{\partial y} l_y \quad (10-a)$$

$$\frac{dl_y}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} l_x + \frac{\partial v}{\partial y} l_y \quad (10-b)$$

در آن l_x و l_y مؤلفه‌های بردار در هر لحظه است. اندازه المان‌ها با انتگرال‌گیری از روابط (10) در طول زمان به دست خواهد آمد. اگر بردار اولیه برداری با طول l_0 در نظر گرفته شود مقدار کشیدگی و عدد نمایی لیاپانف برابر با روابط (11-13) خواهد بود.

$$str_t = \frac{|l_t|}{|l_0|} \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln(str_t) \quad (12)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \lambda \quad (13)$$

str_t مقدار کشیدگی یک المان سیال در هر گام زمانی و l_0 برابر با طول اولیه بردار، t گام زمانی، λ عدد نمایی لیاپانف و $\bar{\lambda}$ مقدار متوسط نمایی لیاپانف برای N المان سیال است.

3-7- اعتبارسنجی

جریان درون همزن با سرعت متغیر سینوسی روتورها برای اعتبارسنجی نتایج عددی شبیه‌سازی گردید، سپس تعداد 69 ذره از سیال با آرایش اولیه یک دایره و با مختصات رنگ تزریق شده در تست تجربی به صورت لاگرانژی ردگیری شدند. موقعیت اولیه ذرات ردگیری شده به صورت دایره در نظر گرفته شد تا بتوان از تغییرات زمانی این دایره به عنوان ثبت تغییرات یک المان دایروی سیال استفاده و با نتایج تجربی مقایسه کرد. شکل 8 مقایسه نتایج عددی و تجربی در زمان‌های یکسان را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج تطابق بسیار خوبی دارند که بیانگر دقت خوب محاسبات عددی است.

4-7- نتایج عددی

وجود نقاط هاپربولیک در جریان یکی از تعاریف مهم جریان آشوبناک است که می‌تواند نقش اساسی در مکانیزم اختلاط داشته باشد. نقطه هاپربولیک ذرات سیال را در دو مسیر به سوی خود جذب می‌کند و در دو مسیر دیگر از خود دور می‌کند. این مسیرها به ترتیب مانیفولد‌های پایدار و ناپایدار یک نقطه هاپربولیک نامیده می‌شوند. مکانیزم کشیده شدن سیال بدین ترتیب است که اگر المانی از سیال در نزدیک یک نقطه هاپربولیک قرار گیرد، سطح المان سیال با توجه به غیرقابل تراکم بودن سیال تغییر نمی‌کند؛ بنابراین المان سیال بر مانیفولد‌های پایدار نقطه هاپربولیک نازک و نازک‌تر می‌شود. پس المان سیال باید طولانی و طولانی‌تر شود تا سطح آن ثابت بماند. در نتیجه مکانیزم کشیده شدن اتفاق می‌افتد که یک فرآیند اساسی در اختلاط است. با وجود این مکانیزم کشیده شدن به منظور دست یافتن به اختلاط خوب کافی نیست، بلکه علاوه بر کشیده شدن، المان‌های سیال باید تحت تأثیر مکانیزم تا شدن نیز قرار گیرند. مکانیزم تا شدن در اثر تقاطع مانیفلد پایدار با مانیفلد ناپایدار به وجود می‌آید.

شکل 9 خطوط جریان درون همزن برای حالت I (دور ثابت) را نشان می‌دهد. همان‌طور که از روی خطوط جریان مشخص است این مدل در هر

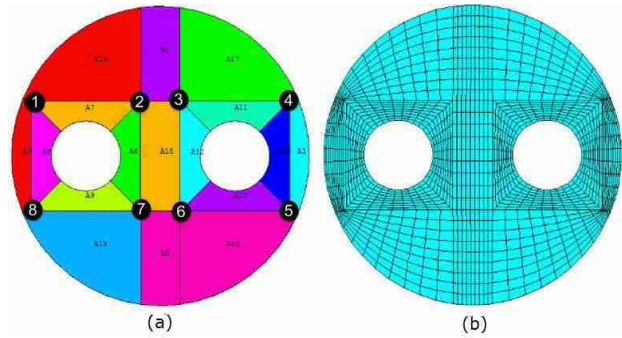


Fig 6 a- Divided geometry b- Mesh of mixer geometry

شکل 6 الف- هندسه تقسیم‌بندی شده، ب- مش‌بندی هندسه همزن

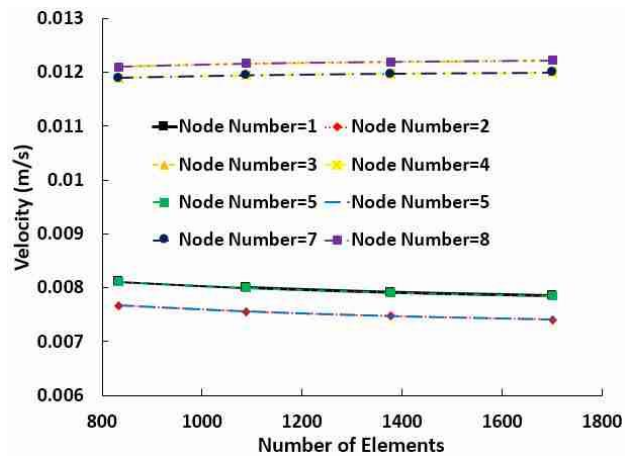


Fig 7 Mesh Independence Study

شکل 7 بررسی استقلال از مش

2-7- ردگیری ذرات و محاسبه کشیدگی

به منظور ردگیری ذرات به صورت لاگرانژی، بعد از حل اولبری جریان، از دستگاه روابط (9) انتگرال‌گیری شده و موقعیت ذره با گذشت زمان مشخص می‌شود.

$$u = \frac{dx}{dt}, v = \frac{dy}{dt} \quad (9)$$

که u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در راستای x و y است. نیدرکرن و اتینو [11] دقت روش‌های انتگرال‌گیری رانگ کوتاه مرتبه دوم و سوم را مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که روش‌های انتگرال‌گیری مرتبه بالا برای ردگیری ذرات در جریان آشوبناک مناسب‌تر است. در این مطالعه برای انتگرال‌گیری از روش رانگ کوتاه مرتبه چهار استفاده شده است. روش انتگرال‌گیری دیگری که مورد بررسی قرار گرفت روش آدامز بود. این روش در هر گام زمانی تنها دو مرتبه میان‌یابی می‌کند. در صورتی که رانگ کوتاه مرتبه چهار در هر گام زمانی چهار مرتبه میان‌یابی می‌کند. از طرفی با گام زمانی برابر مقدار خطای هر دو روش تقریباً برابر است؛ بنابراین در گام‌های اول ردگیری به علت نداشتن اطلاعات قدم‌های قبلی از رانگ کوتاه استفاده می‌گردد و در قدم‌های بعدی روش آدامز به کار می‌رود. با این روش زمان محاسبات نصف حالتی است که از روش رانگ کوتاه استفاده شود.

اختلاط آشوبناک با استفاده از نرخ نمایی کشیدگی المان‌های سیال مشخص می‌شود. یک المان سیال در جریان آشوبناک نه تنها کشیده می‌شود، بلکه به دلیل تغییرات متوالی جهت میدان جریان تغییر جهت نیز می‌دهد. تغییر جهت منجر به تا شدن خطوط ماده و ایجاد مکانیزم نعل اسبی می‌شود. برای محاسبه میزان کشیدگی یک المان مادی چنین فرض می‌شود که یک

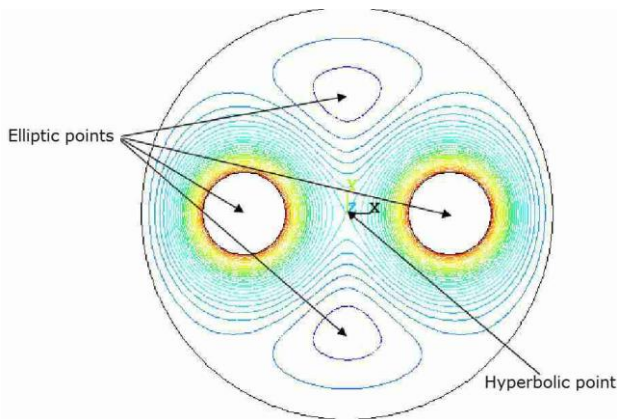


Fig 9 Streamline inside the mixer in mode 1 (constant rotor speed)
 شکل 9 خطوط جریان درون همزن در حالت 1 (سرعت دورانی ثابت)

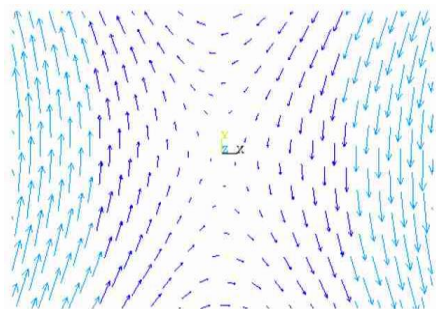


Fig 10 Velocity vectors near the hyperbolic point
 شکل 10 بردارهای سرعت در نزدیکی نقطه هایپربولیک

زمانی قبل) با تغییر مکان این نقطه به ترتیب مانیفولدهای ناپایدار یا پایدار فعلی را قطع می‌کنند. این تقاطع باعث کشیدن و تا شدن‌های مکرر می‌گردد. نقاط پرپودیک بیضوی که در بالا و پایین قرار دارند با اعمال شرایط مرزی نوسانی سینوسی همانند نقطه هایپرپولیک تغییر مکان می‌دهند. با تغییر مکان این نقاط محدوده تحت تأثیر آن‌ها نیز تغییر می‌کند. در نتیجه ذراتی که در لحظه قبل در نواحی جدا شده تحت تأثیر این نقاط گیر افتاده و از بقیه جریان جدا شده بودند با تغییر مکان نقاط پرپودیک بیضوی از محدوده تحت تأثیر این نقاط جدا شده و با بقیه جریان مخلوط می‌شوند. در حقیقت اعمال شرایط مرزی نوسانی در طول زمان باعث می‌گردد تأثیر این نقاط بر روی اختلاط کاهش یابد.

شکل 11 خطوط جریان درون همزن را برای حالت 2 (سرعت دورانی متغیر سینوسی) نشان می‌دهد. در جریان سه بعدی برای آشوبناک شدن نیازی به وابسته بودن جریان به زمان نیست و پایا بودن جریان کافی است، ولی در جریان‌های دو بعدی برای ایجاد حرکت آشوبناک ذرات، جریان باید وابسته به زمان باشد. با ایجاد یک اغتشاش در میدان جریان از طریق سینوسی کردن سرعت روتورها محل ایجاد گردابه‌ها با گذشت زمان تغییر کرده و به سمت چپ و راست متمایل می‌شود که این امر موجب می‌شود تا ذرات بتوانند از تله گردابه خارج شوند.

یکی از علائم رفتارهای آشوبناک، حساسیت به شرایط اولیه است، یعنی دو مسیر متفاوت برای دو ذره با فاصله بسیار کم در یک جریان آشوبناک وجود دارد که به سرعت واگرا شده و با یک نرخ نمایی از هم فاصله می‌گیرند. معمولاً واگرایی شرایط اولیه توسط عددی به نام مقدار نمایی لیاپانف بیان می‌شود که مربوط به کشیدگی یک رشته از شرایط اولیه است. شرط آشوبناک بودن یک جریان، مثبت بودن این مقدار نمایی لیاپانف است.

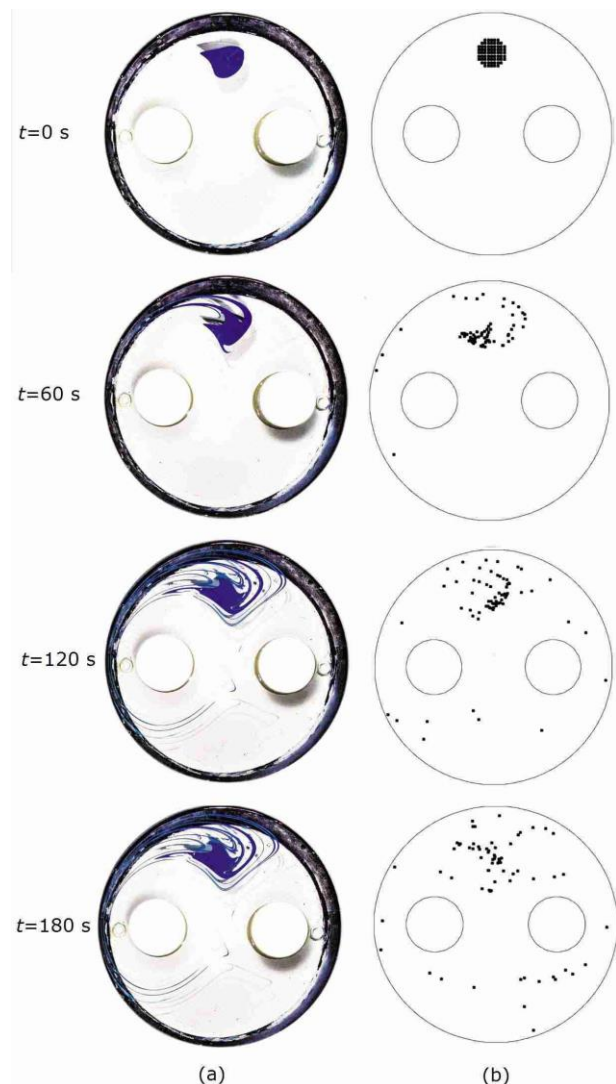


Fig 8 Comparing of a- experimental and b- numerical results of mixing for sinusoidal rotor speed mode

شکل 8 مقایسه نتایج الف- تجربی و ب- عددی اختلاط برای حالت سرعت سینوسی روتورها

لحظه، چهار نقطه بیضوی و یک نقطه هایپرپولیک دارد. نقطه هایپرپولیک در مرکز دستگاه مختصات قرار گرفته و دو نقطه بیضوی در بالا و پایین محور افقی و دو نقطه بیضوی دیگر در مراکز دو استوانه داخلی است. نقاط بیضوی نقاطی از جریان است که جریان حول آن‌ها به عنوان یک نقطه ثابت دوران می‌کند و از آن خارج نمی‌شود. عدم خروج ذرات سیال از این نواحی سبب به اصلاح جریان‌های آشوبناک می‌شود، جزایری ایجاد شوند که ذرات سیال به خارج آن رفت و آمد ندارند و به عنوان نواحی مرده اختلاط شناخته می‌شوند. در شکل 10 بردارهای سرعت در نزدیک نقطه هایپرپولیک نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود جذب و دفع ذرات سیال به خوبی در این شکل مشخص است.

برای بهبود اختلاط باید یک اغتشاش هندسی یا سرعت در شرایط مرزی ایجاد نمود تا بتوان نقاط هایپرپولیک و بیضوی را جابه‌جا کرد. برای این کار در حالت 2 از اغتشاش سینوسی در سرعت روتورها استفاده شده است. در اثر سرعت‌های نوسانی که دو استوانه داخلی دارند، نقطه هایپرپولیک تغییر مکان می‌دهد. مکان این نقطه بر محور افقی تغییر می‌کند، در یک لحظه مانیفولدهای پایدار یا ناپایدار مربوط به نقطه هایپرپولیک قبلی (مربوط به گام

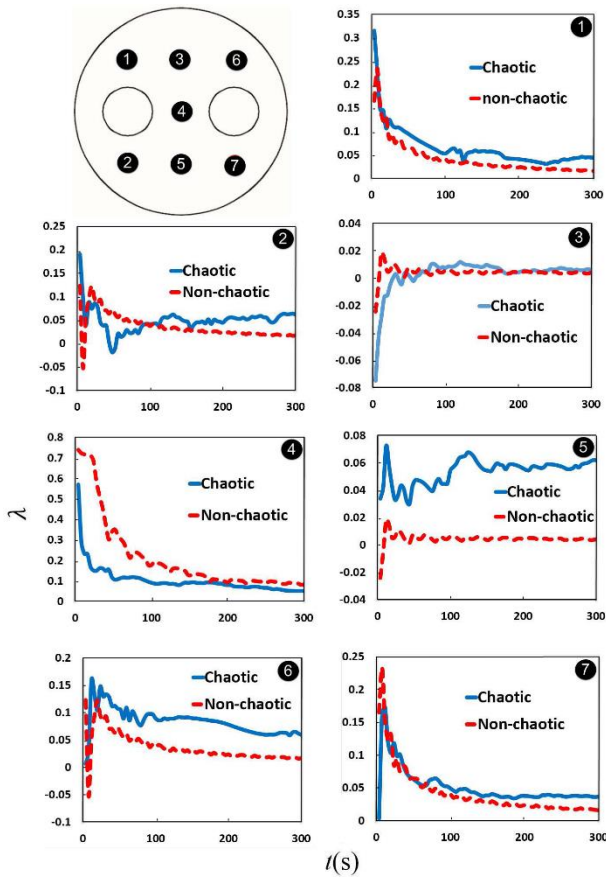


Fig 12 Exponential value of fluid elements stretching in the non-chaotic and chaotic mixer

شکل 12 مقدار نمایی کشیدگی المان‌های سیال در همزن غیرآشوبناک و آشوبناک

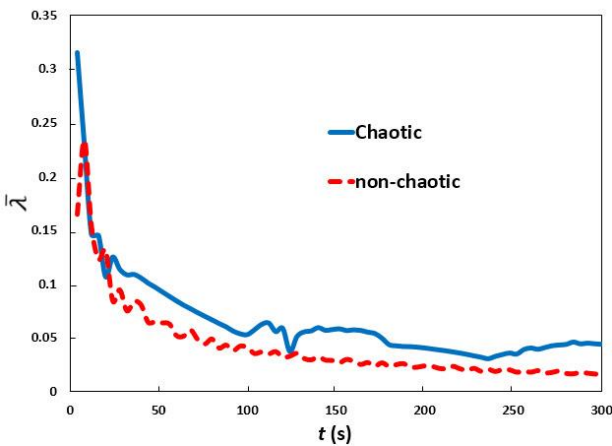


Fig 13 Average exponential value of fluid elements stretching in the normal and chaotic mixer

شکل 13 مقدار متوسط نمایی کشیدگی المان‌های سیال در همزن غیرآشوبناک و آشوبناک

مدت زمان 300 ثانیه ردگیری شده و موقعیت ذرات هر 4 ثانیه یکبار ثبت می‌گردد. شکل 13 موقعیت‌هایی که 69 ذره در طول مدت 300 ثانیه در آن حضور داشته‌اند را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقطع پوانکاره مربوط به همزن در حالت 1 (سرعت دورانی ثابت) نشان می‌دهد که ذرات سیال درون جریان ثانویه گرفتار می‌شوند و تنها در قسمت کوچکی از همزن پخش می‌گردند. توزیع ضعیف ذرات در مقطع پوانکاره نشان‌دهنده

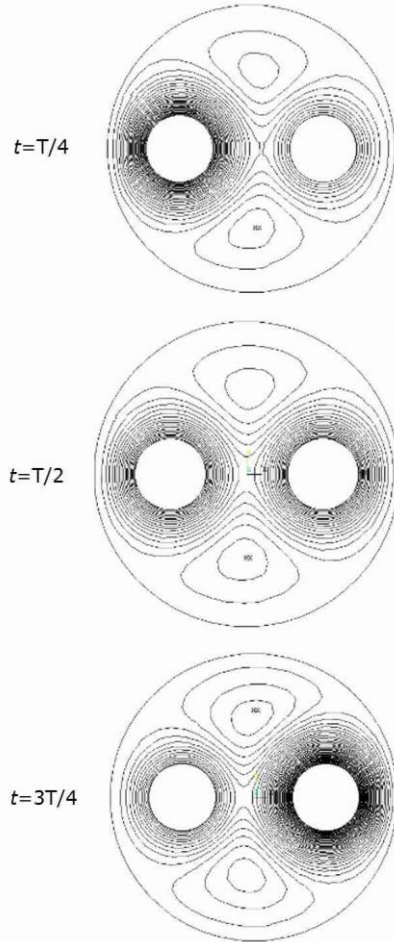


Fig 11 Streamlines for mode 1 (sinusoidal speed of rotor)

شکل 11 خطوط جریان برای حالت سرعت دورانی متغیر سینوسی

خاصیت واگرایی نمایی ذرات سیال در جریان‌های آشوبناک موجب افزایش نمایی سطح تماس المان‌های سیال شده و در نتیجه فرایند اختلاط را بهبود می‌بخشد.

برای محاسبه عملکرد اختلاط همزن تعداد 7 المان با موقعیت اولیه نشان داده شده در شکل 12 در نظر گرفته شده، سپس کشیدگی این المان‌ها با زمان محاسبه گردید. شکل 12 تغییرات نمایی کشیدگی المان‌های سیال در حالت آشوبناک و غیرآشوبناک را نشان می‌دهد. تغییر سرعت روتورها با زمان به صورت سینوسی منجر به افزایش کشیدگی المان‌های سیال می‌شود. کشیدگی المان‌ها در لحظات اول اختلاط در هر دو حالت 1 (سرعت دورانی ثابت) و 2 (سرعت دورانی متغیر سینوسی) به صورت تقریباً برابر و یکسان کشیده می‌شوند، ولی با گذشت زمان با توجه به غیرآشوبناک بودن جریان در حالت 1 مقدار نمایی کشیدگی المان‌ها به سمت صفر میل می‌کند، در حالی که در جریان آشوبناک عدد نمایی کشیدگی المان‌ها به سمت عدد غیر صفر میل می‌کند. مقدار متوسط کشیدگی 7 المان در هر دو حالت 1 و 2 در شکل 13 رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار متوسط نمایی کشیدگی در جریان آشوبناک نسبت به جریان غیرآشوبناک در مدت زمان 300 ثانیه افزایش 2 برابری داشته است.

برای بررسی کیفی اختلاط و حساسیت به شرایط اولیه جریان می‌توان از مقطع پوانکاره استفاده نمود. برای ایجاد یک مقطع پوانکاره تعداد 69 ذره از سیال با آرایش اولیه یک دایره در مختصات رنگ تزریق شده در تست تجربی

به ذرات سیال در جریان آشوبناک غیرپریودیک است.

8- نتیجه گیری

خاصیت واگرایی نمایی ذرات سیال در جریان‌های آشوبناک موجب افزایش نمایی سطح تماس المان‌های سیال شده و در نتیجه فرایند اختلاط را بهبود می‌بخشد. هر معادله دیفرانسیل معمولی از دیدگاه تئوری دینامیک سیستم‌ها همانند روابط (9) برای ایجاد دینامیک‌های انتگرالی ناپذیر و آشوبناک کافی است. در جریان سه بعدی برای آشوبناک شدن نیازی به وابسته بودن جریان به زمان نیست و پایا بودن جریان کافی است، ولی جریان در جریان‌های دو بعدی برای ایجاد حرکت آشوبناک ذرات باید وابسته به زمان باشد، چراکه جابه‌جایی دو بعدی پایا انتگرال پذیر است. در این مطالعه اثر ایجاد جریان آشوبناک بر اختلاط سیالات بسیار لزج در یک همزن آرام به صورت تجربی و عددی بررسی شده است. همزن شامل دو روتور استوانه‌ای است که می‌تواند به صورت مستقل و با سرعت‌های مختلف حرکت کند. نتایج تجربی نشان می‌دهد هنگامی که جریان پایاست و روتورها با سرعت دورانی ثابت می‌چرخند جریان‌های ثانویه‌ای ایجاد و موجب می‌شود تا ذرات سیال از این نواحی خارج نشوند و به اصطلاح نواحی مرده اختلاط ایجاد کنند که عملکرد اختلاط همزن را کاهش می‌دهد. برای افزایش عملکرد اختلاط سرعت روتورها به صورت تابع سینوسی از زمان تغییر داده شد تا جریان وابسته به زمان شوند. با اغتشاش سینوسی وارد شده به سرعت روتورها نواحی مرده اختلاط در طول زمان از بین رفته و ذرات سیال به خوبی در کل همزن پخش می‌شوند. اختلاط جریان درون همزن جهت بررسی کمی برای هر دو حالت سرعت دورانی ثابت و سرعت دورانی متغیر شبیه‌سازی شد. ردگیری لاگرانژی ذرات، محاسبه کشیدگی المان‌های سیال و مقاطع پوانکاره نشان می‌دهد که اختلاط در جریان آشوبناک نسبت به جریان غیرآشوبناک به صورت چشمگیری بهبود می‌یابد. نتایج این مطالعه را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- اختلاط همگن سیالات بسیار لزج بسیار دشوار است؛ بنابراین در این مقاله از تئوری آشوب به عنوان یک راه حل جهت افزایش اختلاط استفاده گردید.
- اثر جابه‌جایی آشوبناک بر اختلاط سیالات بسیار لزج با ارائه طرحی از یک همزن آشوبناک به صورت تجربی و عددی بررسی گردید.
- نتایج تجربی نشان می‌دهند که آشوبناک کردن جریان از طریق اعمال اغتشاش سینوسی بر سرعت روتورها، نواحی ضعیف اختلاط را از بین برده و اختلاط را به نحو چشمگیری بهبود می‌دهد.
- نتایج عددی نیز بیانگر پخش همگن ذرات سیال در کل همزن و افزایش 2 برابری نرخ نمایی کشیدگی المان‌های سیال در جریان آشوبناک نسبت به جریان غیرآشوبناک است.

9- تقدیر و تشکر

تحقیق بالا برگرفته از طرح پژوهشی (طراحی و ساخت یک همزن آشوبناک برای سیالات بسیار لزج) است که با حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد یادگار امام خمینی^(ه) شهری به اجرا در آمده است، بدین‌وسیله از آن واحد دانشگاهی تقدیر و تشکر به عمل می‌آید.

10- مراجع

[1] H. Aref, Stirring by chaotic advection, *Fluid Mechanics*, Vol. 143, No. 1, pp. 1-21, 1984.

اختلاط ضعیف همزن غیرآشوبناک است. اغتشاش سینوسی سرعت برحسب زمان در همزن آشوبناک، ذرات سیال را قادر می‌سازد تا بتوانند از تله جریان ثانویه رها شوند. مسیر ذرات به صورت نمایی از هم فاصله گرفته و در نتیجه توزیع یکنواخت‌تری نسبت به همزن معمولی دارند. شکل 14 نشان می‌دهد که ذرات سیال در طول زمان در جریان آشوبناک از تمام سطح همزن عبور کرده‌اند که بیانگر بهبود اختلاط جریان است.

برای ذرات سیال می‌توان با توجه به موقعیت و سرعت آن‌ها فضایی معرفی نمود که وضعیت سیستم در آن فضا توسط یک نقطه مشخص می‌شود. این فضا را فضای حالت می‌گویند. فضای حالت سرعت برحسب مکان 69 ذره سیال که به مدت 300 ثانیه در هر دو حالت سرعت دورانی ثابت (غیرآشوبناک) و سرعت دورانی متغیر (آشوبناک) ردگیری شده‌اند در شکل 15 مشاهده می‌شود. هر دو فضای حالت $(\dot{X} - X)$ و $(\dot{Y} - Y)$ برای جریان غیرآشوبناک به صورت پریودیک است و مسیرهای طی شده در فضای حالت به صورت حلقه‌های بسته حول یک نقطه ایجاد شده‌اند که این امر ناشی از حرکت ذرات سیال در جریان ثانویه‌ای حول نقاط بیضوی است که در آن به تله افتاده و توانایی خروج از آن را ندارند، در حالی ذرات سیال در جریان آشوبناک حرکتی نامنظم دارند و در تمامی سطح همزن پخش می‌شوند؛ بنابراین سرعت‌های مختلفی را تجربه می‌کنند، در نتیجه فضای حالت مربوط

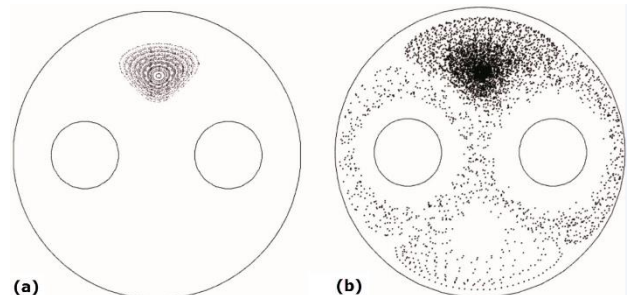


Fig 14 Poincaré section of fluid particles trajectories in a) non-chaotic mixer b) chaotic mixer

شکل 14 مقطع پوانکاره برای مسیر ذرات سیال درون همزن ال غیرآشوبناک و ب- آشوبناک

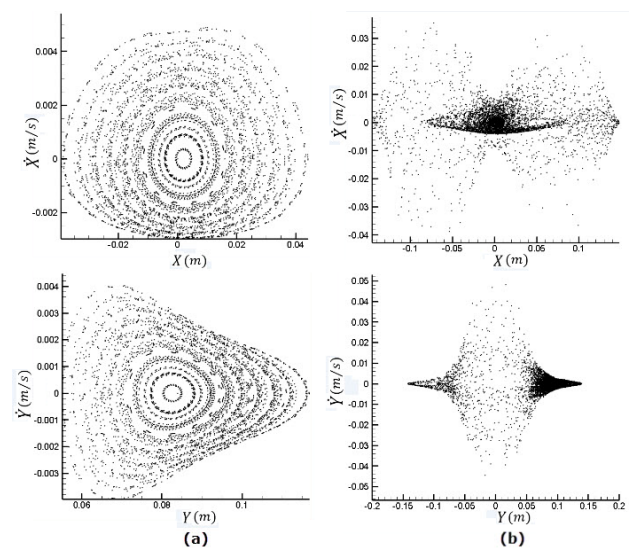


Fig 15 Phase state of fluid particles in a- non-chaotic mixer, b- chaotic mixer

شکل 15 فضای حالت ذرات سیال درون همزن الف- غیرآشوبناک، ب- آشوبناک

- [10] S. M. Hosseinalipour, A. Tohidi, P. R. Mashaei, A. S. Mujumdar, Experimental investigation of mixing in a novel continuous chaotic mixer, *Chemical Engineering*, Vol. 31, No. 10, pp. 1757-1765, 2014.
- [11] S. M. Hosseinalipour, A. Tohidi, M. Shokrpour, N. M. Nouri, Introduction of a chaotic dough mixer, part A: mathematical modeling and numerical simulation, *Mechanical Science and Technology*, Vol. 27, No. 5, pp. 1329-1339, 2013.
- [12] H. Meng, X. Jiang, Y. Yu, Z. Wang, J. Wu, Laminar flow and chaotic advection mixing performance in a static mixer with perforated helical segments, *Chemical Engineering*, Vol. 34, No. 5, pp. 1328-1336, 2017.
- [13] S. Jegatheeswaran, F. Ein-Mozaffari, J. Wu, Efficient mixing of yield-pseudoplastic fluids at low Reynolds numbers in the chaotic SMX static mixer, *Chemical Engineering*, Vol. 317, No. 1, pp. 215-231, 2017.
- [14] A. Tohidi, S. Hosseinalipour, P. Taheri, N. Nouri, A. Mujumdar, Chaotic advection induced heat transfer enhancement in a chevron-type plate heat exchanger, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, No. 11, pp. 1535-1548, 2013.
- [15] A. Tohidi, S. Hosseinalipour, M. Shokrpour, A. Mujumdar, Heat transfer enhancement utilizing chaotic advection in coiled tube heat exchangers, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 76, pp. 185-195, 2015.
- [16] F. M. White, *Viscous Fluid Flow*, pp. 78-82, McGraw-Hill Higher Education, 2006.
- [2] P. Swanson, J. Ottino, A comparative computational and experimental study of chaotic mixing of viscous fluids, *Fluid Mechanics*, Vol. 213, No. 1, pp. 227-249, 1990.
- [3] A. Rodrigo, J. Mota, A. Lefevre, J. Leprevost, E. Saadjan, Chaotic advection in a three-dimensional stokes flow, *AIChE*, Vol. 49, No. 11, pp. 2749-2758, 2003.
- [4] T. Niederkorn, J. Ottino, Mixing of a viscoelastic fluid in a time-periodic flow, *Fluid Mechanics*, Vol. 256, No. 1, pp. 243-268, 1993.
- [5] T. C. Niederkorn, J. M. Ottino, Chaotic mixing of shear-thinning fluids, *AIChE*, Vol. 40, No. 11, pp. 1782-1793, 1994.
- [6] G. Fountain, D. Khakhar, I. Mezic, J. Ottino, Chaotic mixing in a bounded three-dimensional flow, *Fluid Mechanics*, Vol. 417, No. 1, pp. 265-301, 2000.
- [7] S. C. Jana, G. Metcalfe, J. Ottino, Experimental and computational studies of mixing in complex Stokes flows: the vortex mixing flow and multicellular cavity flows, *Fluid Mechanics*, Vol. 269, No. 1, pp. 199-246, 1994.
- [8] F. Raynal, J. Gence, Efficient stirring in planar, time-periodic laminar flows, *Chemical Engineering Science*, Vol. 50, No. 4, pp. 631-640, 1995.
- [9] K. El Omari, Y. Le Guer, Alternate rotating walls for thermal chaotic mixing, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 1, pp. 123-134, 2010.