

## تخمین ضایعات لغزش پمپ گریز از مرکز در شرایط کاری خارج از نقطه طرح با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی

محسن قادری<sup>۱</sup>، امیر فرهاد نجفی<sup>۲\*</sup>، احمد نوربخش<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\*تهران، صندوق پستی 11365-4563 afnajafi@ut.ac.ir

### چکیده

ضریب لغزش یکی از پارامترهای مهم در طراحی هیدرولیکی و تخمین عملکرد پمپ‌های گریز از مرکز محسوب می‌شود. اطلاع از چگونگی وابستگی این پارامتر به نرخ جریان عبوری از پمپ به منظور پیش‌بینی عملکرد پمپ در شرایط کاری خارج از نقطه طرح امری ضروری است. در این مقاله تغییرات ضریب لغزش در دیهای مختلف برای یک پمپ گریز از مرکز به کمک شبیه‌سازی عددی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، معادلات سه‌بعدی RANS با استفاده از دستگاه معادلات چندگانه و با به کارگیری مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  برای دیهای مختلف، در بازه ۴۵% تا ۱۲۰% دیه نامی، توسط نرم‌افزار CFX حل شده است. صحت حل عددی از طریق مقایسه منحنی‌های مشخصه حاصل از حل عددی با داده‌های تجربی بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد تطبیق خوبی میان مقادیر محاسبه شده از تحلیل عددی و داده‌های آزمایشگاهی برای پیش‌بینی توزیع سرعت، ضرایب لغزش و عملکرد کلی پمپ وجود دارد. همچنین، توانایی مدل‌های مختلف لغزش برای پیش‌بینی روند تغییرات این پارامتر با دیه ارزیابی شده است. این نتایج نشان می‌دهد که حل عددی نسبت به سایر مدل‌های موجود روند تغییرات ضریب لغزش در اثر تغییرات دیه را با دقت بیشتری پیش‌بینی می‌کند.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۳ مهر ۱۳۹۳

پذیرش: ۰۵ آذر ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۱۵ بهمن ۱۳۹۳

کلید واژگان:

پمپ گریز از مرکز

ضریب لغزش

شبیه‌سازی عددی

## Estimation of a centrifugal pump slip factors at off-design conditions using computational fluid dynamics

Mohsen Ghaderi, Amir Farhad Najafi\*, Ahmad Nourbakhsh

Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
\*P.O.B. 11365-4563, Tehran, Iran, afnajafi@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 05 October 2014

Accepted 26 November 2014

Available Online 04 February 2015

Keywords:

Centrifugal Pump

Slip Factor

Numerical Simulation

### ABSTRACT

Slip factor is one of the most important parameters used in centrifugal pumps performance prediction. Knowing this parameter as a function of flow rate seems essential for off-design performance prediction. In this paper, it is intended to establish the slip factor dependence upon flow rate for a centrifugal pump using computational fluid dynamics. For this purpose, the full 3D-RANS equations in coupled with RNG  $k - \epsilon$  turbulence model were solved for several flow rates ranging from 45% to 120% of rated condition by means of a commercial code, CFX. In the steady state, this simulation is defined by means of the multi-reference frame technique, in which the impeller is situated in the rotating reference frame, and the volute is in the fixed reference frame. The validity of the numerical model was confirmed by matching the calculated characteristic curves with the associated experimental data. It was found that there is a good coincidence between the numerical results and available experimental data of global performance, local velocity distribution and slip factors. A comparison was performed among the well-known slip models which reveals, that the slip factor variations can be predicted very well using CFD analysis.

مومنتوم ما بین چرخ و سیال در این پمپ‌ها تحت اثر پدیدهای به نام لغزش قرار دارد. وقوع این پدیده باعث می‌شود که سیال خروجی از چرخ پمپ، با زاویه کمتری نسبت به زاویه خروجی پره از آن خارج شود که در نتیجه میزان انرژی واقعی منتقل شده به سیال همواره از مقدار پیش‌بینی شده باشد. تئوری‌های پایه دارای مقدار کمتری خواهد بود. در دهه‌های اخیر، محققان سیاری برای پیش‌بینی ضریب لغزش روابط متعددی را ارائه کرده‌اند.

### ۱- مقدمه

پمپ‌های گریز از مرکز یکی از تجهیزات ضروری در بسیاری از کاربردهای صنعتی و کشاورزی به شمار می‌آیند. مبنای کارکرد این دسته از پمپ‌ها براساس انتقال مومنتوم زاویه‌ای از چرخ<sup>۱</sup> به سیال عبوری است. میزان تبادل

1- Impeller

Please cite this article using:

M. Ghaderi, A. F. Najafi, A. Nourbakhsh, Estimation of a centrifugal pump slip factors at off-design conditions using computational fluid dynamics, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 199-207, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Ghaderi, A. F. Najafi, A. Nourbakhsh, Estimation of a centrifugal pump slip factors at off-design conditions using computational fluid dynamics, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 199-207, 2015 (In Persian)

های شعاعی، نیمه شعاعی و محوری قابل استفاده بوده و روند تغییرات ضریب لغزش با دیجیتی جریان را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. نوربخش [10] نیز این تغییرات را برای پنج چرخ مختلف به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار داد. او با معروفی ضریب انحراف<sup>7</sup> سعی کرد که روند تغییرات ضریب لغزش با دیجیتی را پیش‌بینی کند.

تاکنون، اغلب مدل‌های لغزش ارائه شده بر پایه مفاهیم تئوریک یا آزمایش‌های زمان‌بر بوده‌اند. با گسترش توان محاسباتی کامپیوترها و همچنین پیشرفت و بهبود الگوریتم‌های عددی، دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان یک ابزار کارآمد در تخمین عملکرد توربوماشین‌ها به کار گرفته شده است. اخیراً تلاش‌هایی به منظور محاسبه ضریب لغزش به کمک روش‌های عددی انجام گرفته است. ان مین گوا و همکارانش [12] یک مدل بهبود یافته برای فن‌های گریز از مرکز با پره دارای انحنای رو به عقب<sup>8</sup> پیشنهاد دادند. آن‌ها از حل عددی برای صحبت‌سنجی مدل خود بهره بردن‌دند. این پژوهش نشان داد فرض حالت دائم برای محاسبه ضرایب لغزش فرضی منطقی است. گوانگ [13] نیز اثر ویسکوزیته و دیجیتی را بر یک پمپ گریز از مرکز بررسی کرده و در نهایت نشان داد که اثر ویسکوزیته بر ضریب لغزش ناچیز است. کاریداد و همکارانش [14] ضرایب لغزش را تحت شرایط تک‌فاز و دو‌فاز مورد بررسی قرار دادند و تاثیر پارامترهایی مثل اندازه حباب‌ها بر ضریب لغزش را ارزیابی نمودند.

در تحقیق حاضر، جریان تراکم ناپذیر، مغفوش و سه بعدی داخل یک پمپ گریز از مرکز با فرض حالت دائم شبیه‌سازی شده است. برای این منظور، معادلات انتقال توسط نرم‌افزار CFX حل شده است. از نتایج آزمایشگاهی موجود [10] برای بررسی صحت نتایج حل عددی استفاده شده است. در ادامه، اثر پروفیل غیریکنواخت سرعت خروجی چرخ بر تغییرات ضریب لغزش مورد مطالعه قرار گرفته است. علاوه بر آن، وابستگی ضریب لغزش به دیجیتی جریان و توانایی مدل‌های لغزش شناخته شده در پیش‌بینی این ارتباط بررسی شده است.

## 2- مشخصات پمپ

یک پمپ صنعتی یک مرحله‌ای و یک مکشی که قبل از توسعه یکی از نویسندها در آزمایشگاه تست شده است [10] به عنوان مدل مورد استفاده برای شبیه‌سازی انتخاب شده است. جزئیات پارامترهای هندسی پمپ مورد استفاده به همراه مشخصه‌های عملکرد آن به طور خلاصه در جدول 1 ارائه شده است. هندسه‌ی سه‌بعدی پمپ مدل و اجزای مختلف تشکیل‌دهنده آن در شکل 1 نشان داده شده است.

## 3- ضریب لغزش

به طور کلی، جریان عبوری از توربوماشین‌های شعاعی هیچگاه به طور کامل توسط سطح پروفیل پره هدایت نمی‌شود (حتی با فرض جریان ایده‌آل) و زاویه خروجی سیال همواره از زاویه خروجی پره اندکی کمتر است. این امر باعث می‌شود که مولفه مماسی سرعت مطلق واقعی همیشه از مقدار محاسبه شده توسط تئوری اویلر کوچک‌تر باشد. این پدیده لغزش نامیده می‌شود. تاکنون، روابط متعددی برای بیان ضریب لغزش ارائه شده است که در این مقاله از رابطه (1) استفاده می‌شود:

$$\sigma = 1 - \frac{\Delta C_{u2}}{u_2} \quad (1)$$

7- Distortion coefficient  
8- Backswept blade

استدولا [1]، پفلایدر [2]، اکارت و همکاران [3]، اشتاینر [4]، بوزمان [5] و ویسنسن [6] از نخستین افرادی بودند که هر کدام روابطی را برای پیش‌بینی ضریب لغزش ارائه کردند. اولين بار بوزمان [5] توانست با به کارگیری تئوری جریان پتانسیل برای تحلیل جریان داخل چرخ، مقدار ضریب لغزش را به خوبی پیش‌بینی و یک رابطه کلی برای پیش‌بینی این فاکتور مهم ارائه نماید. پس از آن، ویسنسن [6] با بررسی تعداد زیادی از داده‌های آزمایشگاهی رابطه دیگری را پیشنهاد داد که با منحنی‌های پیشنهادی بوزمان تطابق خوبی داشت. مدل ویسنسن کامکان به عنوان یکی از پرکاربردترین مدل‌های موجود، مورد استفاده طراحان پمپ-های گریز از مرکز قرار می‌گیرد. پفلایدر [2] نخستین کسی بود که نشان داد جریان پتانسیل در فضای بین پره‌های بدون حرکت و جریان بین پره‌ها در شامل جریان عبوری از بین پره‌های بدون حرکت و جریان مجزا را با فرض مسدود بودن ورودی و خروجی می‌چرخند، محاسبه کرد. جریان شکل گرفته در فضای بین پره‌های چرخان با فرض بسته بودن خروجی و ورودی، گردابه نسبی<sup>1</sup> نام دارد. گردابه نسبی از جمله مفاهیمی است که به طور گسترده در مباحث مرتبط با توربوماشین‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. پفلایدر گردابه نسبی را به عنوان مکانیزم اصلی ایجاد لغزش معرفی نمود. پس از او استدولا [1] با درنظر گرفتن یک گردابه نسبی دایره شکل در نزدیکی خروجی چرخ یک رابطه تقریبی برای تخمین ضریب لغزش ارائه کرد. اکثر روابط پیشنهاد شده برای ضریب لغزش، هر کدام تنها برای کلاس خاصی از چرخ‌ها قابل استفاده هستند. به طور نمونه مدل ویسنسن برای چرخ مدل "0" اکارت<sup>2</sup> به خوبی قابل استفاده است، در حالی که همین مدل برای پیش‌بینی ضریب لغزش چرخ‌های "A" اکارت<sup>3</sup> با خطاهای زیادی همراه است [7].

همچنین، مدل استدولا برای چرخ‌هایی با تعداد پره کم، ضریب لغزش را بیش از حد واقعی خود تخمین می‌زند. اما در سال 2007 بکستروم [8]، تلاش کرد با درنظر گرفتن یک گردابه واحد بر روی کل روتور یک مدل جدید برای محاسبه لغزش ارائه کند. این مدل برای گستره‌ی وسیعی از چرخ‌های گریز از مرکز با هندسه‌های متفاوت قابل استفاده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که تمامی اثرات ایجاد کننده لغزش توسط پارامتری به نام ضریب صلبیت پره<sup>4</sup> کنترل می‌شود.

در گذشته برای طراحی پمپ‌های گریز از مرکز، تنها ملاحظات مربوط به نقطه کار پمپ مد نظر قرار می‌گرفت. این در حالی است که شرایط کاری پمپ‌های مدرن مانند پمپ‌های آب خورشیدی، لازم است که شرایط کاری خارج از نقطه کار نیز به طور کامل مورد بررسی قرار گیرد [9]. بنابراین، دانستن تخمین مناسبی از ضرایب لغزش در دیجیتی مختلف، ضروری به نظر می‌رسد. اغلب مدل‌های لغزش موجود تنها از مشخصات هندسی پره برای پیش‌بینی ضریب لغزش استفاده می‌کنند و این در حالی است که آزمایش‌های [11,10] انجام شده، وابستگی قابل توجه این پارامتر به دیجیتی جریان را آشکار می‌سازد.

در سال‌های اخیر، روابط جدیدی با احتساب اثر دیجیتی جریان بر ضریب لغزش ارائه شده است. زوئن [7] با درنظر گرفتن اختلاف فشار دو سطح پره<sup>5</sup> در نزدیکی خروجی چرخ به عنوان عامل اصلی ایجاد لغزش، توانست ضریب لغزش را به صورت تابعی از ضریب جریان<sup>6</sup> محاسبه کند. این مدل برای چرخ-

1- Relative eddy

2- 0 Ekardt

3- A Ekardt

4- Blade solidity

5- Blade loading

6- Exit flow coefficient

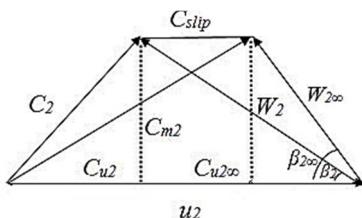
محاسبه سرعت مماسی بهویژه در دبی‌های کم که امکان بازگشت جریان و شکل‌گیری نواحی گردابی در نزدیکی خروجی چرخ وجود دارد، اثرات توزیع غیریکنواخت سرعت را به حساب آورده و پاسخ‌های واقعی‌تری را بدست می‌دهد.

برای روشن‌تر شدن اهمیت موضوع، مقدار هد تئوریک که از کم کردن اثرات لغزش از هد اویلر به دست می‌آید، برای دو حالت مختلف در شکل ۳ ترسیم شده است. در حالت اول ضریب لغزش در تمام شرایط کاری پمپ ثابت و برابر مقدار اندازه‌گیری شده در نقطه کار و در حالت دوم این پارامتر به صورت تابعی از دبی (برگرفته از نتایج اندازه‌گیری شده مرجع [10]) در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است که در این شکل، هد اویلر و هد تئوریک به ترتیب از روابط (۶) و (۷) محاسبه شده‌اند [15].

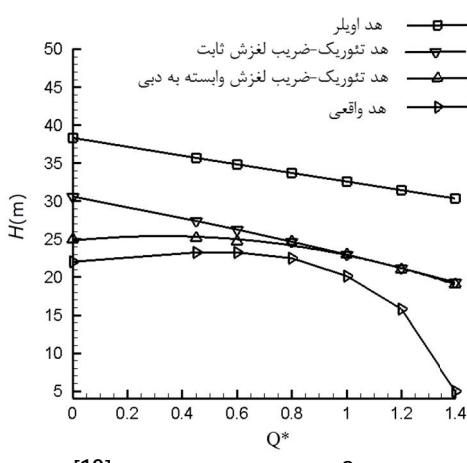
$$H_{Eu} = \frac{u_2 C_{u2\infty} - u_1 C_{u1\infty}}{g} \quad (6)$$

$$H_{th} = \left(1 - \frac{(1-\sigma)u_2}{C_{u2\infty}}\right) H_{Eu} \quad (7)$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، الگوی پیش‌بینی شده به کمک ضریب لغزش متغیر به منحنی هد واقعی نزدیک‌تر است. همچنین، برای دبی‌های کم اختلاف بین منحنی‌های رسم شده افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۴، که شماتیکی از مکانیزم‌های تلفات در یک پمپ گریز از مرکز را نشان می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف این دو منحنی در دبی‌های کم مربوط به در نظر گرفتن بخش عمده‌ای از تلفات گردابه‌ها<sup>۳</sup> است که توسط ضریب لغزش وابسته به دبی لحاظ شده است. در حقیقت، با میانگین‌گیری جرمی از پروفیل سرعت واقعی، اثر مربوط به بخش عمده‌ای از نواحی گردابی که در خروجی چرخ به وجود می‌آیند به صورت غیرمستقیم وارد ضریب لغزش محاسبه شده می‌شود. شایان ذکر است که هنوز رابطه دقیقی برای تخمین این نوع از تلفات پمپ ارائه نشده است.



شکل ۲ مقایسه کلی بین مثلث‌های سرعت واقعی و تثویری در خروجی چرخ [16]

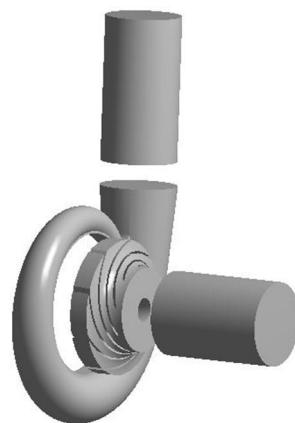


شکل ۳ اثر ضریب لغزش بر هد تثویریک [10]

3- Recirculation loss

جدول ۱ مشخصات هندسی و طراحی پمپ مورد استفاده

پارامتر	مقدار	مقدار
قطر خروجی چرخ	280(mm)	
عرض خروجی چرخ	40 (mm)	
تعداد پره‌ها	8	
زاویه خروجی چرخ	24°	
زاویه همپوشانی پره‌ها	109°	
لقی بین زبانه حلزونی و چرخ <sup>۱</sup>	21/6(mm)	
زاویه نوک زبانه حلزونی <sup>۲</sup>	68°	
ضریب جریان در نقطه کار	0/14	
ضریب هد در نقطه کار	0/48	
سرعت دورانی چرخ	1480(rpm)	
سرعت مخصوص (طبق تعریف موجود در پیوست)	170	



شکل ۱ اجزای پمپ شبیه‌سازی شده

که در رابطه (۱)،  $\Delta C_{u2}$  سرعت لغزش نام داشته و از رابطه (۲) محاسبه می‌شود:

$$\Delta C_{u2} = C_{u2\infty} - C_{u2} \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $C_{u2}$  سرعت مماسی مطلق واقعی و  $C_{u2\infty}$  سرعت مماسی مطلق محاسبه شده از مثلث سرعت اویلر می‌باشند. شکل ۲ اختلاف بین مثلث‌های سرعت واقعی و اویلر در خروجی چرخ را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن مثلث سرعت اویلر و با توجه به شکل ۲، رابطه (۳) بدست می‌آید:

$$C_{u2\infty} = u_2 - \frac{u_2 \varphi}{\tan \beta_{2\infty}} \quad (3)$$

که در آن  $\varphi$  ضریب بی‌بعد دبی در خروجی چرخ بوده و به صورت رابطه ذیل تعریف می‌شود:

$$\varphi = \frac{C_{m2}}{u_2} \quad (4)$$

با در نظر گرفتن معادلات (۱) و (۳) می‌توان ضریب لغزش را از رابطه (۵) حساب کرد:

$$\sigma = \frac{\varphi}{\tan \beta_{2\infty}} + \frac{\overline{C}_{u2}}{u_2} \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $\overline{C}_{u2}$  از میانگین‌گیری جرمی سرعت مماسی در خروجی چرخ محاسبه خواهد شد. باید توجه داشت که با میانگین‌گیری جرمی تمامی آثار مربوط به نایکنواختی سرعت در خروجی چرخ لحاظ خواهد شد. این شیوه‌ی

1- Impeller-tongue radial gap  
2- Tongue tip angle

این امر باعث پایداری حل عددی و همگرایی بهتر شبیه‌سازی عددی خواهد شد [20].

### 5- شبکه‌بندی دامنه محاسباتی

همان‌گونه که در شکل 1 نشان داده شد، دامنه محاسباتی شامل چرخ، محفظه حلزونی، لوله ورودی و لوله خروجی است. در این شبیه‌سازی از جریان نشستی عبوری از فضای بین دیوارهای جانی چرخ و محفظه صرف‌نظر شده است. دامنه حل از طریق ترکیبی از شبکه‌های باسازمان<sup>6</sup> و بدون‌سازمان<sup>7</sup> گستته‌سازی شده است. به دلیل پیچیدگی‌های هندسی محفظه حلزونی این قسمت توسط المان‌های چهاروجهی<sup>8</sup> و سایر اجزا از جمله چرخ پمپ، بوسیله المان‌های شش وجهی<sup>9</sup> گستته‌سازی شده‌اند. برای اطمینان از دقت حل عددی، لازم است اثر اندازه المان‌ها بر پارامترهای مسئله بررسی شود. در همین راستا، شبیه‌سازی برای سه شبکه با تعداد المان‌های مختلف تکرار شده است. نتایج آزمون استقلال از شبکه در جدول 2 نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد المان‌ها از حدود دو میلیون المان، پارامترهای محاسبه شده تغییر محسوسی نمی‌کنند. شایان ذکر است که مقادیر هد موجود در این جدول بیانگر هد کل پمپ هستند و به کمک رابطه (8) محاسبه می‌شوند.

$$H = \frac{(P_{tot})_{outlet} - (P_{tot})_{inlet}}{\rho g} \quad (8)$$

با توجه به ملاحظات فوق، شبکه نهایی شامل 2297807 المان است که از این تعداد 365945 المان در لوله ورودی، 1128651 المان در چرخ پمپ و 803211 المان در محفظه حلزونی و لوله خروجی قرار دارند. شکل 5 یک نمای کلی از شبکه تولید شده در اجزای مختلف پمپ را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که ماکریزی عدم قطعیت شبکه مذکور مطابق با معیار GCI و بر مبنای برونیایی ریچاردسون برابر با 1/63% است [21].

### 6- معادلات حاکم

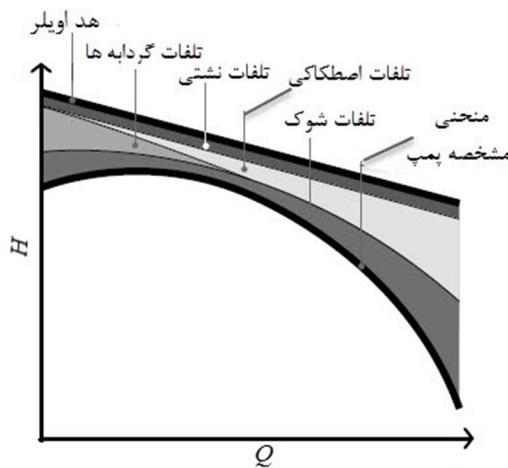
برای محاسبه میدان جریان داخل پمپ، معادلات بقای جرم، مومنتوم و معادلات انتقال پارامترهای جریان متلاطم برای دامنه محاسباتی حل شده‌اند. به منظور احتساب اثر چرخش چرخ پمپ، لازم است از دستگاه مختصات ثابت و چرخان (دستگاه مختصات‌های چندگانه) برای انجام محاسبات استفاده شود. در این مدل، اثر چرخش اجزای چرخان به صورت یک ترم چشممه شامل نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس<sup>10</sup> در سمت راست معادله مومنتوم ظاهر خواهد شد. به این ترتیب معادلات پیوستگی و مومنتوم برای سیال تراکم ناپذیر و با فرض حالت دائم به صورت رابطه (9) و (10) نوشته می‌شوند [19].

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (9)$$

جدول 2 آزمون استقلال از شبکه

گشتاور چرخ (بیوتون متر)	ضریب لغزش	هد پمپ (متر)	تعداد المان‌ها
24/253	0/7881	22/012	1219325
23/375	0/7851	21/822	2297807
23/345	0/7853	21/835	3107651

6-Structured grid  
7- Unstructured grid  
8- Tetrahedrons  
9- Hexahedrons  
10- Coriolis force



شکل 4 نحوه انتگرال مکانیزم‌های مختلف تلفات بر عملکرد پمپ گریز از مرکز [16]

### 4- آنالیز عددی

در این مقاله جریان پایه، سبعدی، تراکم ناپذیر و مغذوش داخل یک پمپ گریز از مرکز توسط نرمافزار CFX شبیه‌سازی شده است. برای حل معادلات انتقال از روش حجم محدود بر پایه المان محدود<sup>1</sup> استفاده شده است. برای مدل‌سازی جریان متلاطم، مدل  $k - \epsilon$  RNG انتخاب شده است. این مدل با بهره‌گیری از یک روش قدرتمند آماری از طریق مرتبط کردن نرخ کرنش و ویسکوزیته افتشاری، نارسایی‌های مدل  $k - \epsilon$  استاندارد در جریان‌های مارپیچی<sup>2</sup> و گرادیان فشارهای معکوس را برطرف نموده و به عنوان یک گزینه مناسب برای شبیه‌سازی توربوماشین‌ها تاکنون بارها مورد استفاده قرار گرفته است [18,17]. در سطوح جامد از توابع دیوار خود مقیاس<sup>3</sup> بهره برده شده که با توجه به مقدار  $u^+$  در اولین سلول روی سطح جامد از ناحیه رینولدز پایین به تابع دیوار لگاریتمی تغییر وضعیت می‌دهد [19]. از روش دستگاه مختصات‌های چندگانه<sup>4</sup> برای شبیه‌سازی همزمان اجزای ساکن و دوار استفاده شده است. برای اتصال قسمت‌های ثابت و چرخان، سطح مشترک رتور ساکن به کار برده شده که این روش در تعیین برهم‌کنش اجزای ثابت و متحرک و تشخیص تغییرات محلی در خروجی چرخ نسبت به سایر روش‌ها دارای یک برتری نسبی است [19]. شرایط مرزی فشار سکون ثابت در ورود، دی جرمی ثابت در خروج و شرط عدم لغزش در دیوارهای جامد اعمال شده است. معیار همگرایی برابر<sup>5</sup> 10 در نظر گرفته شده است. این نکته نیز قابل ذکر است که در بررسی پمپ با فرض حالت دائم، میدان جریان تنها برای یک وضعیت مشخص و با توجه به نحوه قرارگیری اجزای ثابت و دوار نسبت به یکدیگر تعیین خواهد شد. بررسی‌های گذشته نشان داده است که در حل حالت دائم پمپ‌ها، وضعیت پره‌های چرخ و محفظه حلزونی در تعیین میدان جریان داخل پمپ، محل و میزان ناحیه چرخانی در محفظه حلزونی نقش تعیین کننده‌ای دارد [18]. لذا، در این مقاله برای تمامی حالات وضعیت پره‌ها و محفظه حلزونی نسبت به یکدیگر تغییری نمی‌کنند. علاوه‌بر آن، لازم است مرزهای ورودی و خروجی به سمت بالادست و پایین دست اندکی ادامه پیدا کنند (اصفه کردن لوله‌های ورود و خروج به مدل) تا از وقوع نواحی گردابی در نزدیکی مرزها، علی‌الخصوص در دی‌های کم، جلوگیری شود که

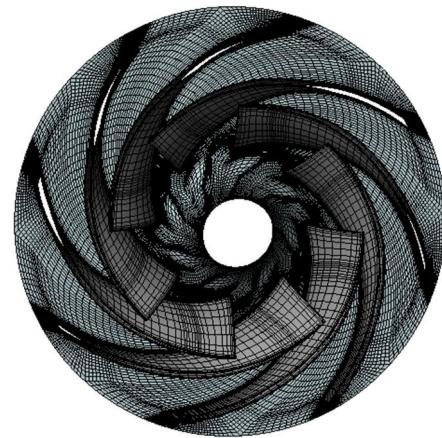
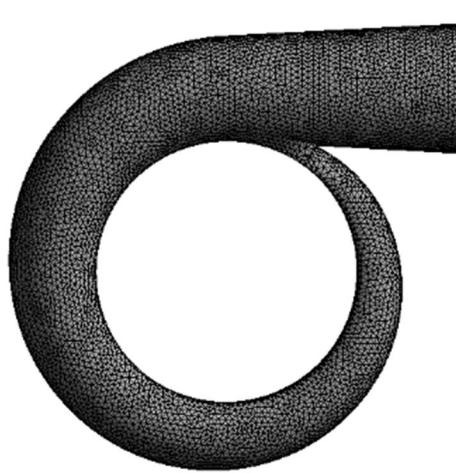
1- Finite element based finite volume

2- Swirl flow

3- Scalable wall function

4- Multiple reference frame model

5- Frozen rotor interface



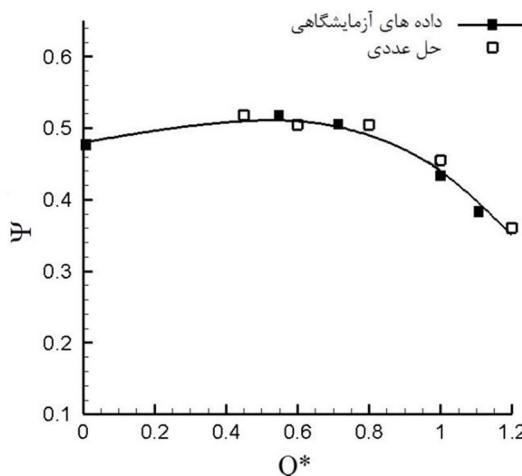
شکل ۵ نمایی از شبکه تولید شده

همگرایی حل عددی به وجود خواهد آورد [23]. ضمناً، جزئیات مربوط به عدم قطعیت‌ها و خطاهای آزمایش‌ها را می‌توان در مرجع [10] یافت. به منظور محاسبه بازده هیدرولیکی از نتایج تحلیل عددی، از رابطه (15) استفاده می‌شود که در آن بازده هیدرولیکی به صورت نسبت توان خروجی پمپ مدل شده به توان ورودی آن تعریف می‌شود.

$$\eta_h = \frac{\rho g Q H}{M \omega} \quad (15)$$

در رابطه (15)،  $M$  نشان‌دهنده گشتاور اعمال شده بر روی چرخ است که از انتگرال گیری تنش‌ها بر روی مجموع سطوح چرخ (شامل پره‌ها، هاب<sup>4</sup> و شroud<sup>5</sup>) محاسبه می‌شود.

با توجه به محدودیت مدل عددی در تقریب برخی از مکانیزم‌های تلفات از قبیل تلفات مکانیکی در باتاقان‌ها، تلفات نشتر<sup>6</sup> و تلفات دیسکی<sup>7</sup>، برای محاسبه بازده کل پمپ لازم است که مقادیر تلفات فوق از روابط نیمه تجربی جایگزین شود. مینگاؤ و همکارانش [24] موفق شدند که بازده کل را به صورت تابعی از سایر تلفات به صورت رابطه (16) محاسبه کنند.



شکل 6 مقایسه منحنی مشخصه هد-دی برای حل عددی و داده‌های آزمایشگاهی

4- Hub  
5- Shroud  
6- Leakage loss  
7- Disk friction loss

$$\rho \nabla (\vec{U} \otimes \vec{U}) = -\nabla p + \mu_{eff} \nabla \cdot (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) + B \quad (10)$$

که در رابطه (10)  $\otimes$  ضرب تانسوری،  $\vec{U}$  بردار سرعت،  $\mu_{eff}$  ویسکوزیته موثر با احتساب اثر جریان متلاطم و  $B$  ترم چشممه شامل آثار چرخش که به صورت رابطه (11) نوشته می‌شود.

$$B = -\rho(2\vec{\omega} \times \vec{U} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \quad (11)$$

ویسکوزیته موثر نیز از مجموع ویسکوزیته دینامیکی  $\mu$  و ویسکوزیته آشفتگی  $\mu$  به دست می‌آید. ویسکوزیته آشفتگی با توجه به مدل آشفتگی تعیین می‌شود که برای مدل  $\epsilon - k$  از طریق رابطه (12) به انرژی جنبشی جریان مغشوش<sup>1</sup> و نرخ اتلاف<sup>2</sup> مرتبط می‌شود.

$$\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (12)$$

که در رابطه (12)  $c_\mu$  یک ثابت تجربی است. مقادیر  $\epsilon$  و  $k$  نیز از حل دو معادله انتقال به صورت رابطه (13) و (14) محاسبه می‌شوند.

$$\nabla \cdot (\rho \vec{U} k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + p_k - \rho \epsilon \quad (13)$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{U} \epsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + \frac{\epsilon}{k} (c_{\epsilon 1} p_k - c_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (14)$$

در مدل  $\epsilon - k$ ،  $RNG$   $k$ ،  $c_{\epsilon 2}$ ،  $\sigma_k$  و  $\sigma_\epsilon$  ثابت‌های نیمه تجربی و  $p_k$  نرخ تولید آشفتگی به علت اثرات مرتبط با جریان لرج و تغییرات چگالی است.  $c_{\epsilon 1}$  نیز از طریق یک رابطه نیمه تجربی محاسبه می‌شود [22].

## 7- نتایج

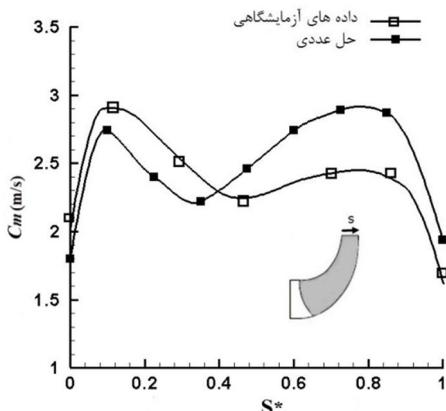
برای تأیید صحت نتایج عددی، منحنی مشخصه‌های پمپ مدل شده با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده مقایسه شده‌اند. شکل 6 منحنی هد-دبی را برای نتایج محاسبه شده از حل عددی (معادله 8) و داده‌های تجربی مقایسه می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی [10] و نتایج عددی در محدوده 0/45 تا 1/2 دی‌نامی وجود دارد. همچنین، پیشینه خطای نسی هد محاسبه شده در این بازه کمتر از 5% است که حاکی از دقت قابل قبول مدل عددی مورد استفاده است. باید توجه داشت که با کاهش بیشتر نرخ جریان، ماهیت جریان به جریان گذرا<sup>3</sup> متمایل شده و فرض حالت دائم به تدریج اعتبار خود را از دست می‌دهد که مشکلاتی را در

1- Turbulent kinetic energy  
2- Dissipation rate  
3- Unsteady flow

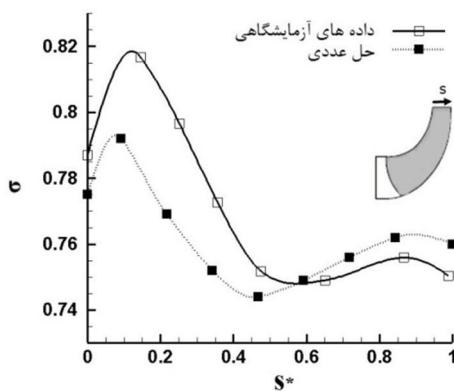
تغییرات موضعی ضریب لغزش برای نقطه طراحی در شکل 9 نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل پیداست، بیشینه مقدار ضریب لغزش موضعی در نزدیکی شروود قرار دارد که مقدار و موقعیت آن با نتایج حل عددی تطابق خوبی دارد. همچنین، حل عددی روند تغییرات ضریب لغزش در عرض چرخ را به خوبی پیش‌بینی کرده است. بعلاوه همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، تغییرات در عرض خروجی چرخ قابل توجه هستند.

توزیع سرعت نسبی و بردارهای سرعت منطبق بر آن در صفحه پره‌ها (وسط هاب و شروود) برای پنج وضعیت مختلف در دیهای  $Q^*=1$ ,  $Q^*=1.2$ ,  $Q^*=0.45$ ,  $Q^*=0.6$ ,  $Q^*=0.8$  در شکل 10 نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود برای دیهای نامی، سرعت نسبی به طور یکنواخت از سطح فشار پره<sup>4</sup> تا سطح مکش پره<sup>5</sup> افزایش می‌یابد. اما با کاهش دیهای ناحیه واماندگی<sup>6</sup> که با سرعت نسبی صفر (ناحیه سیاه رنگ) قابل شناسایی است، در نزدیکی سطح مکش شروع به رشد کردن می‌کند.

مکان و میزان وسعت ناحیه واماندگی بر روی هر پره با توجه به موقعیت قرارگیری پره نسبت به زبانه حزلونی<sup>7</sup> متفاوت است. وجود این ناحیه باعث شکل‌گیری یک گرادیان فشار و تغییر مسیر ناگهانی ذرات سیال خروجی از کانال بین پره‌ها و در نتیجه خروج سیال با زاویه کمتری است که به معنی تقویت اثر لغزش و کاهش هر چه بیشتر ضریب لغزش است. جزئیات این اثر در شکل (10-ج) قابل مشاهده است. با کاهش هر چه بیشتر دیهی جریان



شکل 8 مقایسه تغییرات سرعت نصف‌النهاری در عرض خروجی چرخ برای حل عددی و داده‌های آزمایشگاهی ( $S^* = s/b_2$ )



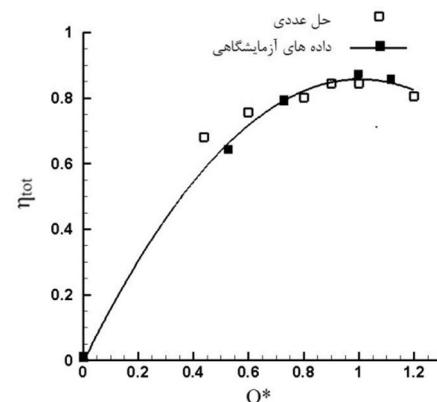
شکل 9 مقایسه تغییرات ضریب لغزش موضعی در عرض خروجی چرخ برای حل عددی و داده‌های آزمایشگاهی ( $S^* = s/b_2$ )

$$\eta = \left( \frac{1}{\eta_h \eta_v} + \frac{\Delta P_d}{\rho g Q H} + 0.03 \right)^{-1} \quad (16)$$

که در رابطه (16)،  $\Delta P_d$  تلفات دیسکی،  $\eta_h$  راندمان حجمی<sup>1</sup> و مقدار  $\eta_v$ <sup>2</sup> اضافه شده اثر تلفات در باتاقان‌ها و آبپنددها را نشان می‌دهد. جزئیات محاسبه هر کدام از پارامترهای فوق در بخش پیوست قابل مشاهده است. شکل 7 راندمان کل محاسبه شده از حل عددی را با مقدار اندازه‌گیری شده مقایسه می‌کند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، نتایج حل عددی به خوبی بر نتایج آزمایشگاهی منطبق هستند. بیشترین مقدار خطا نیز در کمترین دیهی بررسی شده رخ داده است که علت این امر را می‌توان به ماهیت واپسیه به زمان، برای جریان در دیهای کم و ناتوانی فرض حالت دائم در تشخیص اثرات مرتبط به آن نسبت داد.

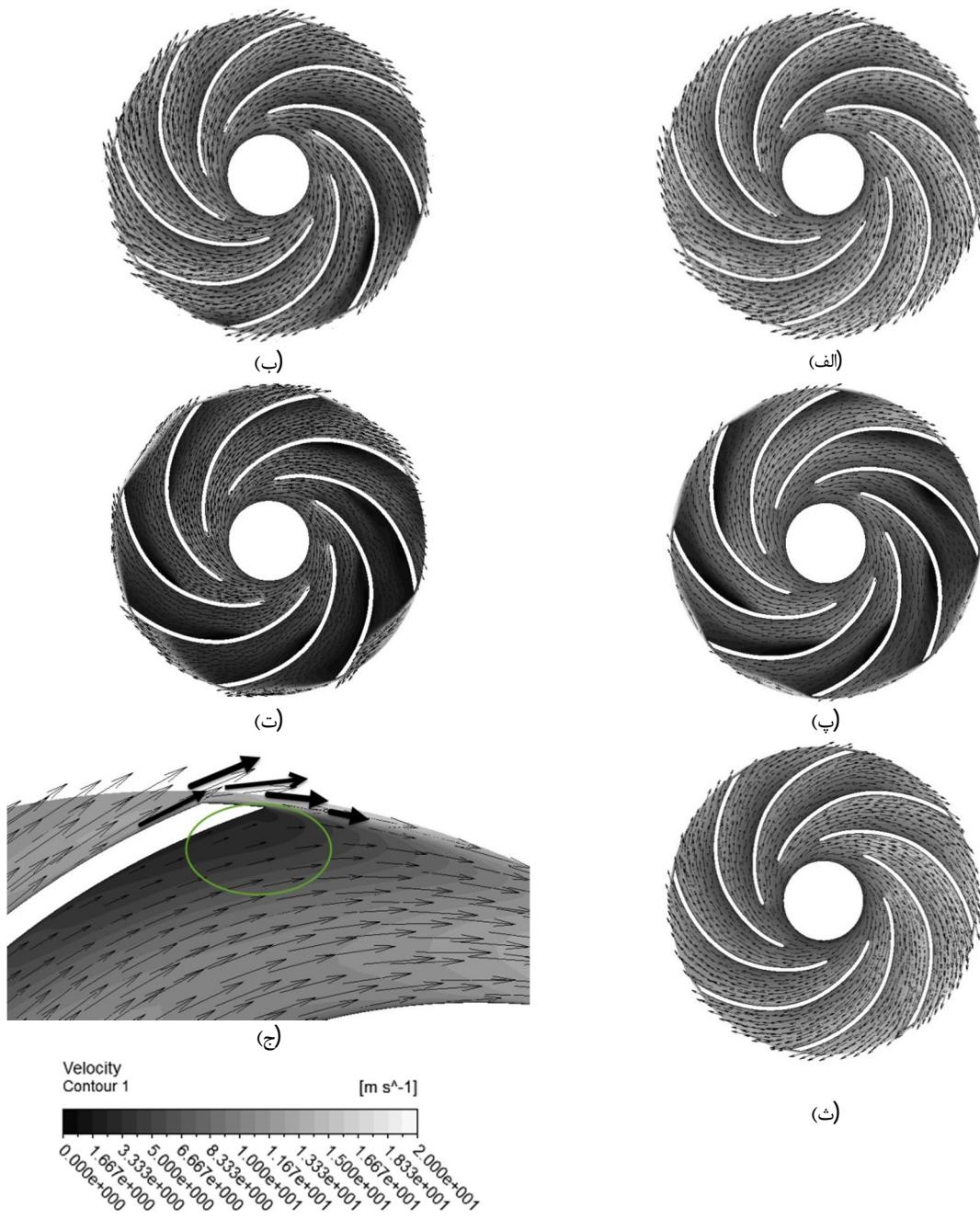
توزیع جریان در خروجی چرخ‌های شعاعی و نیمه شعاعی حتی با فرض جریان ایده‌آل یکنواخت نیست. این توزیع غیریکنواخت هم در نمای پره‌ها<sup>2</sup> هم در نمای نصف‌النهاری<sup>3</sup> قابل مشاهده است [10]. چگونگی تغییرات سرعت در خروجی یک چرخ را می‌توان نتیجه برهمنکش مجموعه‌ای از عوامل مختلف دانست. جریان‌های ثانویه، نیروهای کوریولیس، اثرات لایه مرزی، پروفیل سرعت ورودی چرخ، برهمنکش اجزای ثابت و دور و جریان نشی از دیوارهای جانبی چرخ هر کدام به نوبه خود در تعیین پروفیل نهایی سرعت اثرگذارند. به دلیل پیچیدگی مسیر حرکت ذرات سیال و گستردگی علل موثر در تعیین توزیع سرعت، امکان پیش‌بینی تغییرات سرعت به صورت تحلیلی وجود ندارد. این در حالیست که ارزیابی توانایی میدان جریان‌های پیچیده، در این مورد نیز قابل بحث و بررسی است.

شکل 8 تغییرات سرعت نصف‌النهاری در عرض خروجی چرخ را برای دیهای نامی پمپ نشان می‌دهد که در آن هر نقطه از میانگین‌گیری مکانی حول محیط و در خروجی چرخ محاسبه شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، پروفیل سرعت اندازه‌گیری شده دارای دو نقطه ماکریزم در نزدیکی هاب و شروود است که حل عددی موقعیت این نقاط را به خوبی تشخیص داده است. هر چند روند این تغییرات از طریق حل عددی به درستی پیش‌بینی شده است، اما اختلافات اندکی بین پروفیل‌های اندازه‌گیری شده و عددی وجود دارد که می‌توان آن را به اثر جریان نشی که در روش عددی مد نظر قرار نگرفته، نسبت داد [14].



شکل 7 مقایسه منحنی مشخصه راندمان کل - دیهی برای حل عددی و داده‌های آزمایشگاهی

4- Blade pressure side  
5- Blade suction side  
6- Stall region  
7- Volute tongue



شکل ۱۰ بردارها و کانتورهای سرعت نسبی برای دبی‌های مختلف (الف)  $Q^*=0.45$  (ب)  $Q^*=0.6$  (پ)  $Q^*=0.8$  (ت)  $Q^*=1.2$  (ج) جزئیات در خروجی پره و اثر واماندگی جریان بر مسیر حرکت ذرات سیال و ضریب لغزش

این نوسانات فشار و توزیع نامتوازن فشار در محیط چرخ در کنار سایر عوامل ذکر شده باعث شکل‌گیری جریان غیرمتقارن و غیرقابل پیش‌بینی در خروجی پره‌ها می‌شود که امکان ارائه یک رابطه تحلیلی واحد برای توزیع سرعت در دبی‌های کم را بیش از پیش دشوار می‌کند. برای دبی‌های بیشتر از دبی نامی، جریان جدا شده داخل چرخ ملاحظه نمی‌شود که همان‌گونه که در قسمت بعد نشان خواهیم داد این امر سبب می‌شود تغییرات ضریب لغزش در این محدوده حداقل انحراف را از ضریب لغزش نقطه طرح داشته باشد.

مقایسه پیش‌بینی روند تغییرات ضریب لغزش با دبی توسط روش‌های مختلف در شکل ۱۱ نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود، از

وسعت ناحیه استال افزایش می‌یابد، تا اینکه در  $Q^*=0.45$  برخی از کانال‌های بین پره‌ها مسدود<sup>1</sup> شده و عمل جریانی را از خود عبور نمی‌دهند. در نزد جریان ذکر شده، علاوه‌بر اثر انسداد، پدیده جت و ویک<sup>2</sup> در نزدیکی شرود قابل ملاحظه است. این پدیده باعث به وجود آمدن ناحیه گردابی در خروجی چرخ و بازگشت جریان در برخی از نقاط خواهد شد. علاوه‌بر موارد فوق الذکر، با کاهش دبی میزان برهم کنش بین پره‌ها و زبانه حلزونی افزایش می‌یابد که این امر باعث به وجود آمدن نوسانات فشاری در این محدوده خواهد شد [25].

1- Blade blockage  
2- Jet & Wake

سرعت در خروجی چرخ نشان داد که تغییرات عرضی سرعت و به تبع آن ضریب لغزش موضعی به خوبی قابل پیش‌بینی است. اثر تغییر دبی بر ضریب لغزش از طریق ترسیم کانتورها و بردارهای سرعت در فضای بین پره‌ها مورد تفسیر و بررسی قرار گرفت. این اشکال نشان داد که وجود ناحیه سیال وamanده در حوالی خروجی پره عامل اصلی تشدید لغزش در دبی‌های کمتر از دبی نامی است. علاوه‌بر آن، توانایی حل عددی در پیش‌بینی تغییرات کلی ضریب لغزش به صورت تابعی از نرخ جریان مورد ارزیابی قرار گرفت و نتایج آن با مدل‌های پرکاربرد و رایج مقایسه شد که نتایج ارائه شده حاکی از دقت بالای حل عددی (حداکثر خطای ۵%) در پیش‌بینی ضرایب لغزش در شرایط کاری مختلف است. این دقت بالا را می‌توان به روش محاسبه ضریب لغزش از طریق میانگین‌گیری جرمی سرعت نسبت داد که در آن تمامی آثار مربوط به غیریکنواخت بودن پروفیل سرعت در تعیین ضریب لغزش لحاظ می‌شود. تکرار روند تحلیل عددی ارائه شده برای پمپ‌های مختلف و بررسی تک تک پارامترهای موثر در لغزش می‌تواند در یافتن یک رابطه واحد برای ضریب لغزش در کارهای آینده مورد توجه بیشتری قرار گیرد.

## 9- فهرست علائم

<i>b</i>	عرض کانال چرخ (mm)
<i>c</i>	سرعت مطلق ( $m s^{-1}$ )
<i>g</i>	شتات گرانش ( $m s^{-2}$ )
<i>H</i>	هد (m)
<i>K</i>	انرژی جنبشی جریان مغشوش
<i>M</i>	گشتاور روی چرخ (Nm)
<i>p</i>	فشار (pa)
<i>Q</i>	دبی ( $m^3 s^{-1}$ )
<i>r</i>	بردار مکان (m)
<i>U</i>	سرعت دورانی پره ( $m s^{-1}$ )
<i>w</i>	سرعت نسبی ( $m s^{-1}$ )
علائم یونانی	
$\beta$	زاویه پره در خروج (درجه)
$\epsilon$	نرخ اتلاف
$\eta$	راندمان
$\mu$	ویسکوزیته ( $pa s$ )
$\mu_t$	ویسکوزیته آشفتگی ( $pa s$ )
$\rho$	چگالی سیال ( $kg m^{-3}$ )
$\sigma$	ضریب لغزش
$\phi$	ضریب دبی
$\Psi$	ضریب هد ( $\Psi = \frac{gH}{u^2}$ )
$\omega$	سرعت زاویه‌ای چرخ ( $rads^{-1}$ )

### زیرنویس‌ها

- ∞ با فرض تعداد پره بینهایت (بدون لغزش)
- 2 خروجی پره
- m جهت تصفیلهاری
- بالاترین\*
- \* مقدار بدون بعد شده توسط پارامترهای نقطه طراحی

## 10- پیوست‌ها

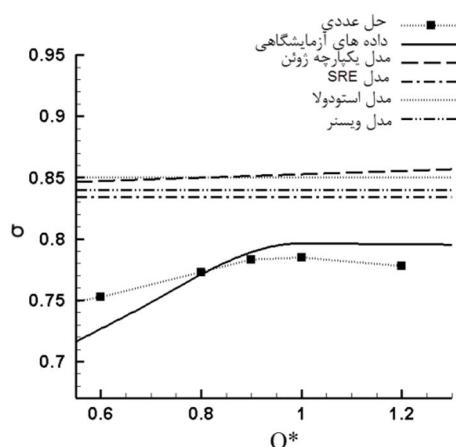
### مدل استودولا [1]

$$\sigma = 1 - \frac{\pi \sin(\beta_{2b})}{Z}$$

آنچایی که مدل‌های استودولا، ویسنر و SRE تنها با درنظر گرفتن پارامترهای هندسی پره ضریب لغزش را پیش‌بینی می‌کنند، برای تمامی شرایط کاری یک مقدار ثابت را نتیجه می‌دهند. بنابراین، استفاده از آن‌ها در دبی‌های کمتر یا بیشتر از دبی نامی توصیه نمی‌شود. هر چند برای این پمپ خاص ضریب لغزش برای دبی‌های بیشتر از نقطه طرح تقریباً ثابت است، ولی این روند برای بقیه پمپ‌ها قابل تعمیم نیست و بسته به میزان تلفات داخلی پمپ تعیین می‌شود. از سوی دیگر، مدل یکپارچه ژوئن با درنظر گرفتن اختنای داخلی پره روند تغییرات ضریب لغزش را برای محدوده نشان داده شده با دقت نه چندان مناسب پیش‌بینی می‌کند. همان‌گونه که قابل مشاهده است، در میان روش‌های موجود حل عددی نزدیک ترین تقریب به نتایج آزمایشگاهی را برای ضرایب لغزش ارائه می‌کند. حداکثر خطا در بازه نشان داده شده به حدود ۵% می‌رسد. علت دقت بالای حل عددی را می‌توان در میانگین‌گیری جرمی از توزیع سرعت حل عددی دانست که به سیله آن تمامی آثار مربوط به توزیع غیریکنواخت سرعت، جریان‌های بازگشته و اثرات لایه مرزی، که توسط تحلیل عددی پیش‌بینی شده، درنظر گرفته شده‌اند. البته، باید توجه داشت که بیشینه خطا در کمترین دبی مورد بررسی رخ می‌دهد (همان‌گونه که پیش‌تر نیز استدلال شد دلیل آن عدمتاً بدواسطه ضعف فرض حالت دائم در پیش‌بینی دقیق میدان جریان است). نتایج عددی هم برای دبی‌های کمتر از نقطه کار پمپ و هم برای دبی‌های بیشتر از آن به خوبی از نتایج آزمایشگاهی پیروی می‌کند و دقیق ترین پیش‌بینی را بین مدل‌های موجود ارائه می‌کند. تکرار این روش برای پمپ‌های مختلف در کارهای آتی این امکان را فراهم می‌کند که بدون انجام آزمایش‌های زمان‌بر، نظیر روندی که در مرجع [10] انجام شده، و تنها با استفاده از مدل عددی ارائه شده، پارامترهای موثر در لغزش را بررسی نمود.

## 8- خلاصه و نتیجه‌گیری

هدف اصلی از این مقاله بررسی قابلیت دینامیک سیالات محاسباتی در تخمین ضرایب لغزش پمپ گریز از مرکز در شرایط کاری مختلف است. در این راستا، جریان عبوری از یک پمپ گریز از مرکز صنتعی با فرض حالت دائم و بهره‌گیری از مدل آشفتگی  $\epsilon = RNG k$  در بازه ۴۵% تا ۱۲۰% دبی نامی شبیه‌سازی شده است. پس از اطمینان از استقلال نتایج تحلیل عددی از شبکه محاسباتی، منحنی‌های مشخصه پمپ تست شده با نمونه شبیه‌سازی شده مقایسه شد و انطباق بین نتایج عددی و داده‌های آزمایشگاهی صحت مدل عددی را تأیید کرد. در ادامه، مقایسه نتایج عددی و تجربی برای پروفیل



شکل 11 بررسی تغییرات ضریب لغزش با دبی توسط مدل‌های مختلف

- [6] F. Wiesner, A review of slip factors for centrifugal impellers, *Journal for Engineering for Power*, Vol. 89, No. 4, pp. 558-566, 1967.
- [7] X. Qiu, D. Japikse, J. Zhao, M. R. Anderson, Analysis and validation of a unified slip factor model for impellersat design and off-design conditions, *Journal of Turbomachinery*, Vol. 133, No. 4, pp. 041018, 2011.
- [8] T. W. von Backström, A unified correlation for slip factor in centrifugal impellers, *Journal of turbomachinery*, Vol. 128, No. 1, pp. 1-10, 2006.
- [9] T. D. Short, R. Oldach, Solar powered water pumps: the past, the present-and the future, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 125, pp. 76-82, 2003.
- [10] M. Memardezfouli, A. Nourbakhsh, Experimental investigation of slip factors in centrifugal pumps, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 33, No. 5, pp. 938-945, 2009.
- [11] A. Whitfield, Slip factor of a centrifugal compressor and its variation with flow rate, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 188, No. 1, pp. 415-421,1974.
- [12] E.M. Guo, K.Y. Kim, Three-dimensional flow analysis and improvement of slip factor model for forward-curved blades centrifugal fan, in *Proceeding of, American Society of Mechanical Engineers*,Vol. 75, pp. 1203-1211,2004.
- [13] W.G. Li, Effects of flow rateand viscosity on slip factor of centrifugal pump Handling Viscous Oils, *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 2013, pp. 112-120, 2013.
- [14] J. A. Caridad, F. Kenyery, Slip factor for centrifugal impellers under single and two-phase flow conditions, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127, No. 2, pp. 317-321, 2005.
- [15] Y.L. Zhang, Z.C. Zhu, H.S. Dou, B.L. Cui, Y. Li, J.J. Xiao, A Method to determine the slip factor of centrifugal pumps through experiment, *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, Vol 21, pp. 131-138, 2014.
- [16] A. J. Stepanoff, Centrifugal and axial flow pumps, 1948.
- [17] C. Guohui, W. Fujun, Applicability of turbulence models in numerical simulationof vortex flow in pump sump, *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, Vol. 2008,No. 6, pp. 75-83, 2008.
- [18] B. Jafarzadeh, A. Hajari, M. M. Alishahi, M. Akbari, The flow simulation of a low specific speed high speed centrifugal pump, *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 35, pp. 242-249, 2011.
- [19] A. Inc, Ansys CFX solver theory guide, 2013.
- [20] M. Asuaje, F. Bakir, S. Koudri, F. Kenyery, R. Rey, Numerical modelization of the flow in centrifugal pump: volute influence in velocity and pressure fields, *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 2005, No. 3, pp. 244-255, 2005.
- [21] C. Freitas, U. Ghia, I. Celik, P. Roache, P. Raad, ASME's quest to quantify numerical uncertainty, *AIAA Paper*, Vol. 627, pp. 2003, 2003 .
- [22] D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*: DCW industries La Canada, CA, 1998 .
- [23] M. T. Stickland, T. J. Scanlon, E. Blanco-Marigorta, J. Fernandez-Franco, J. González-Pérez, C. Santolaria-Morros, Numerical flow simulation in a centrifugal pump with impeller-volute interaction, in *Proceeding of,ASME*, pp.147-154, 2010.
- [24] M. Tan, S. Yuan, H. Liu, Y. Wang, K. Wang, Numerical research on performance prediction for centrifugal pumps, *Chinese journal of mechanical engineering*, No. 1, pp. 21-28, 2010.
- [25] R. Barrio, J. Parrondo, E. Blanco, Numerical analysis of the unsteady flow in the near-tongue region in a volute-type centrifugal pump for different operating points, *Computers & Fluids*, Vol. 39, pp. 859-870, 2010.

مدل ویسنر [6]

$$\sigma = \begin{cases} 1 - \frac{\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}{Z^{0.7}} RR \leq \varepsilon_{lim} \\ \left(1 - \frac{\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}{Z^{0.7}}\right) \left[1 - \left(\frac{RR - \varepsilon_{lim}}{1 - \varepsilon_{lim}}\right)^3\right] RR > \varepsilon_{lim} \\ \varepsilon_{lim} = \frac{1}{\ln^{-1}(8.16\sin(\beta_{2b})/Z)} \end{cases}$$

مدل یکپارچه ژوئن [7]

$$\sigma = 1 - \frac{F\pi \sin(\beta_{2b}) \sin(\gamma_2)}{Z} - \frac{F\left(\frac{\pi D_2}{Z}\right)\phi}{4\sin(\beta_{2b})} \left(\frac{d\beta}{dm}\right)_2 + \frac{F\phi\left(\frac{\pi D_2}{Z}\right)\cos(\beta_{2b})}{4\rho_2 b_2} \left(\frac{dp}{dm}\right)_2$$

$$F = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right) \sin\left(\frac{\pi}{Z} - \frac{\pi}{2} + \beta_{2b}\right) \sin(\beta_{2b}) \sin(\gamma_2) - \frac{t_2}{\left(\frac{\pi D_2}{Z}\right) \sin(\beta_{2b})}$$

مدل SRE [8]

$$\sigma = \begin{cases} 1 - \frac{1}{1 + 5\frac{(1-RR)Z}{2\pi\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}} RR \geq 0.5 \\ 1 - \frac{1}{1 + \frac{2.5Z}{2\pi\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}} RR < 0.5 \end{cases}$$

محاسبه بازده از رابطه نیمه تجربی مرجع [24]

$$\Delta P_d = \begin{cases} 1.1 \times 75 \times 10^{-6} \rho g u_2^3 D_2^2 N_s > 65 \\ 0.133 \times 10^{-3} \rho [2.5 \times 10^5 \omega D_2^2]^{0.134} \omega^3 \frac{D_2^5}{8} N_s < 65 \end{cases}$$

$$N_s = \frac{3.65N(rpm)\sqrt{Q(m^3/s)}}{H^{0.75}(m)}$$

$$\eta_v = \frac{1}{1 + 0.68 \cdot N_s^{-2/3}}$$

## - 11 - منابع

- [1] A. Stodola, Steam and gas turbines, 1927, McGraw-Hill, New York, 1945 .
- [2] C. Pfleiderer, *Der mehrstufige Verdichter*, in: *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase*, Eds., pp. 498-555: Springer, 1961.
- [3] B. Eck, R. S. Azad, D. R. Scott, *Fans: Design and Operation of Centrifugal, Axial-Flow, and Cross-Flow Fans*: Pergamon Press Oxford-New York, 1973.
- [4] J. Stanitz, Some theoretical aerodynamic investigations of impellers in radial and mixed flow centrifugal compressors, *Trans. ASME*, Vol. 74, No .,pp. 473-497, 1952.
- [5] A. Busemann, Das Förderhöhenverhältnis radiauer Kreiselpumpen mit logarithmisch-spiraligen Schaufeln, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 8, No. 5, pp. 22-27, 1928