



## شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی پلیمر غیرنیوتنی در محیط‌های متخلخل برای ازدیاد برداشت نفت

مجید سیاوشی<sup>1\*</sup>، بهروز زارع وامرزانی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* msiavashi@iust.ac.ir, 16765-163

### چکیده

در این مقاله جریان سیال غیرنیوتنی در یک مخزن نفتی برای حالت دوفاز مخلوط نشدنی به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. جریان موردنظر در یک محیط متخلخل بصورت تراکم‌پذیر شبیه‌سازی شده است. معادله ساختاری کاربو- یاسودا به عنوان مدل موردنظر برای شبیه‌سازی سیال غیرنیوتنی استفاده شده است. از روش IMPES که میدان فشار را به صورت کاملاً ضمنی و معادله اشباع را به صورت صریح در نظر می‌گیرد، برای حل عددی بهره گرفته شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی در نرخ برش صفر تأثیر زیادی بر بازده جاروب شدن مخزن و جلوگیری از کانالیزه شدن سیال تزریقی و رشد پدیده انگشتی شدن آن در مخزن دارد. همچنین مشاهدات نشان می‌دهند که افزایش ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی باعث افزایش بازده و تولید تجمعی نفت و کاهش اثر انگشتی شدن سیال تزریقی در نفت مخزن می‌گردد. ثابت زمانی سیال کاربو- یاسودا که مشخص کننده خاصیت الاستیک سیالات غیرنیوتنی می‌باشد به ازای مقادیر کم تراوایی مخزن تأثیر چندانی روی مشخصه‌های جریان سیال ندارد و افزایش نفوذپذیری مخزن باعث محسوس شدن تأثیر آن روی جریان ایجاد شده در محیط متخلخل می‌گردد. افزایش دبی حجمی تزریقی به مخزن نفتی باعث افزایش دبی حجمی سیال تولیدی می‌گردد، اما مقدار دبی تزریقی دارای یک بازه بهینه برای برداشت بهینه نفت می‌باشد. علاوه بر این، مدت زمان رسیدن اولین المان سیال تزریقی به چاه تولید با تغییر خواص مؤثر سیال تزریقی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج ارائه شده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 30 اردیبهشت 1395  
پذیرش: 29 خرداد 1395  
ارائه در سایت: 02 مرداد 1395

کلید واژگان:

جریان دوفازی  
سیال غیرنیوتنی  
کاربو-یاسودا  
پلیمر  
ازدیاد برداشت  
محیط‌های متخلخل

## Numerical simulation of two-phase non-Newtonian polymer flooding in porous media to enhance oil recovery

Majid Siavashi\*, Behrouz Zare Vamerzani

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16765-163, Tehran, Iran, msiavashi@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 19 May 2016  
Accepted 18 June 2016  
Available Online 23 July 2016

### Keywords:

Two-phase flow  
Non-Newtonian fluid  
Carreau-Yasuda model  
Polymer  
Enhanced oil recovery  
Porous media

### ABSTRACT

In this paper, the non-Newtonian immiscible two-phase polymer flow in a petroleum reservoir has been investigated numerically. The fluid flow in a porous medium is simulated as a compressible flow. The Carreau-Yasuda constitutive equation is employed as the model of non-Newtonian fluid. The IMPES method is used for numerical simulation, in which the pressure equation is discretized and solved by an implicit approach and the saturation equation is solved by an explicit method. Results reveal that zero-shear rate viscosity has a high impact on the sweep efficiency of the reservoir and also controls the channeling and viscous fingering effects. In addition, increasing the viscosity of non-Newtonian fluid improves cumulative oil production and diminishes the viscous fingering phenomenon caused by injected fluid. The relaxation time of Carreau-Yasuda fluid, which is the elastic characteristic of the non-Newtonian fluid, cannot influence flow characteristics inside the reservoir for low permeability values, however, for higher permeability values its effect becomes more sensible. Increasing the injection rate leads to the increase of fluid production, while the injection rate has an optimum range to reach the optimum oil production. In addition, the effect of variation of the injected fluid properties on the polymer breakthrough time has been investigated and results presented.

### 1-مقدمه

محیط‌های متخلخل می‌باشد [1]. در صنایع مواد غذایی، نساجی، پیل‌های سوختی و ساخت فیلترها و غشاهای محیط‌های متخلخل دارای کاربرد زیادی می‌باشند. از این‌رو، تاکنون تحقیقات تحلیلی، عددی و تجربی بسیاری در بررسی آن‌ها صورت گرفته است [2].

سابقه مطالعه روی محیط‌های متخلخل به نیمه دوم قرن نوزدهم میلادی

مطالعه جریان در محیط‌های متخلخل یکی از مهم‌ترین زمینه‌های علوم مهندسی می‌باشد که کاربرد گسترده‌ای در صنعت و آکادمیک را به خود اختصاص داده است. موضوع اصلی رشته‌های خاک‌شناسی، زمین‌شناسی، مهندسی آب و مهندسی مخازن نفت و گاز نیز مطالعه پدیده‌های مختلف در

Please cite this article using:

M. Siavashi, B. Zare Vamerzani, Numerical simulation of two-phase non-Newtonian polymer flooding in porous media to enhance oil recovery, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 297-307, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برمی‌گردد. از ابتدایی‌ترین مطالعات می‌توان به آزمایش داری<sup>1</sup> برای اندازه‌گیری هدایت هیدرولیکی خاک در سال 1856 اشاره داشت [3]. در نیمه اول قرن بیستم، اولین تلاش برای مدل‌سازی جریان چند فازی در محیط‌های متخلخل (جریان سیال در خاک اشباع نشده) صورت گرفته است. در نیمه دوم قرن بیستم، به موازات پیشرفت‌های مدل‌های فیزیکی و همزمان با گسترش محبوبیت استفاده از روش‌های عددی در شاخه‌های مختلف علوم، تعداد زیادی از پژوهش‌های صورت گرفته به تحلیل عددی جریان در محیط‌های متخلخل پرداختند. کوکرتی و راجاپاکسا [4] جریان دوفازی مخلوط نشدنی در حالت تراکم‌ناپذیر در محیط متخلخل را به صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها از تئوری المان محدود برای شبیه‌سازی و برای حل ماتریس ضرایب از روش گالرکین<sup>2</sup> استفاده کردند. مرگان و همکاران [5] جریان دوفازی مخلوط نشدنی را در یک محیط متخلخل با استفاده از روش متناوب المان محدود شبیه‌سازی کردند.

همان‌طور که بیان شد، مخازن نفتی به‌عنوان محیط متخلخل شناخته می‌شوند. این مخازن در دوره دوم و سوم عمر خود برای استخراج نفت خام نیاز به اجرای عملیات‌های ازدیاد برداشت دارند [6]. یکی از روش‌های مورد استفاده در عملیات ازدیاد برداشت از مخازن نفتی، بهره‌گیری از مکانیزم تزریق پلیمر می‌باشد. در این روش با اضافه کردن پلیمر به یک سیال نیوتنی که غالباً آب می‌باشد، یک محلول پلیمری یا همان سیال غیرنیوتنی حاصل می‌گردد. مزیت اصلی تزریق محلول پلیمری پایداری نفت جابجا شده و کاهش ناهمگونی‌های ایجاد شده در قسمت جبهه سیال جابجا کننده می‌باشد [7-9]. توماس و همکاران [10] در مورد ویژگی‌های مخازن و چاه‌هایی که نسبت آب به نفت آن‌ها زیاد است مطالعه کرده‌اند. کنترل آب خروجی از چاه‌های تولید نفت و به حداقل رساندن تولید آب از این چاه‌ها به‌عنوان یکی از هدف‌های اصلی در مطالعات مربوط به ارزیابی روش‌های ازدیاد برداشت می‌باشد. چرا که در این صورت هزینه جداسازی آب تزریق شده از نفت تولیدی کاهش می‌یابد و علاوه بر این، هزینه تزریق آب نیز به حداقل می‌رسد. بلانت و آلسوفی [11-13] شبیه‌سازی عددی تزریق سیال غیرنیوتنی در یک مخزن نفتی را با روش خطوط جریان<sup>3</sup> انجام دادند. آن‌ها به بهبود روش خطوط جریان برای شبیه‌سازی سیال غیرنیوتنی در محیط متخلخل پرداختند. چرا که پروفیل فشار مخزن به ویسکوزیته سیال تزریقی مربوط می‌باشد و در سیالات غیرنیوتنی ویسکوزیته با تغییرات نرخ برش تحمیل شده به سیال تغییر می‌کند. سربقت [14] در سال 2010 پژوهشی روی تزریق سیال پلیمری به جهت بازیافت نفت در مخزن خاصی که برای اجرای روش‌های حرارتی مانع داشت را انجام داده است. نتایج او حاکی از این بود که ویسکوزیته سیال پلیمری نقش بسیار زیادی روی خواص رئولوژی سیال تزریقی و بازده جاروب شدن نفت مخزن دارد. این نتیجه‌گیری در این پژوهش بصورت مفصل مورد بررسی قرار گرفته است و صحت آن تأیید شده است. کلارک و همکاران [15] در یک مطالعه آزمایشگاهی نشان دادند که تزریق سیال پلیمری باعث افزایش جابجایی سیال مخزن و در نتیجه افزایش بازده جاروب شدن مخزن می‌گردد. مجموعه آزمایشگاهی آن‌ها شامل یک میکرو مدل بوده است که جریان سیال تزریقی از یک سو وارد و سیال مخزن از سمت دیگر خارج می‌شده است. محلول‌های پلیمری مورد استفاده در این مقاله پلی اکریلامید<sup>4</sup> و گزانتان<sup>5</sup> بوده است. آن‌ها اثرات جرم مولکولی سیال

پلیمری تزریقی، نرخ برداشت سیال و غلظت پلیمر مورد استفاده را بررسی کردند. تحقیقات آن‌ها نشان می‌دهد که، تزریق محلول پلیمری ویسکوالاستیک باعث افزایش بازیابی نفت خام مخازن می‌گردد. این افزایش بازیابی بوسیله پلیمر ویسکوالاستیک به دلیل تغییر در پروفیل جریان سیال در مخزن می‌باشد که به صورت یکنواخت‌تر پیشروی می‌نماید. پیشروی یکنواخت‌تر سیال پلیمری تزریقی منجر به کاهش ایجاد مسیرهای کانالیزه شده (مسیرهایی که سبب انتقال مستقیم سیال تزریقی از چاه تزریق به چاه تولید، بدون حرکت دادن نفت می‌شود) بین چاه تزریق و تولید برای انتقال سیال تزریقی در مخزن شده و در نتیجه بازده جاروب شدن سیال مخزن را افزایش می‌دهد. وانگ و همکاران [16] دریافتند که تزریق محلول پلیمری ویسکوالاستیک باعث افزایش بازیابی بیشتر نفت استحصال شده در مخازن می‌گردد. نوروزی و شوقی [17] در همین زمینه به صورت عددی جابجایی مخلوط شدنی سیال غیرنیوتنی را در یک محیط ناهمسانگرد به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با بهره‌گیری از روش‌های طیفی تبدیلات هارتلی<sup>6</sup> توانستند جریان سیال غیرنیوتنی را در یک سلول هل-شاو<sup>7</sup> شبیه‌سازی نمایند. آن [18] به بررسی پدیده انگشتی‌های تولیدی در مخازن نفتی پرداخت. وی فاکتورهای تحرک‌پذیری و نرخ ویسکوزیته را به‌عنوان عوامل مؤثر بر کنترل طول انگشتی‌های تولیدی معرفی کرد. همچنین شرایطی که نسبت ویسکوزیته سیال جاروب کننده به نفت نزدیک یک باشد را بهترین حالت برای کاهش طول انگشتی‌های تولیدی دانست. به‌علاوه، شبیه‌سازی انگشتی‌های تولیدی در یک سلول دوبعدی هل-شاو به صورت آزمایشگاهی بررسی شده است [19, 20]. در این تحقیقات از روش تصویربرداری از یک سلول هل-شاو به-عنوان محیط متخلخل شفاف استفاده شده است. لت و همکاران [21] تزریق محلول پلیمری را به جهت ازدیاد برداشت از مخزن نفتی به صورت آزمایشی روی یک چاه اجرا کردند. محلول پلیمری ابتدایی مورد آزمایش آن‌ها دارای ویسکوزیته 40 cp بوده است. نتایج حاصل از مشاهدات آن‌ها نشان می‌داد که بازده جاروب شدن مخزن به‌ازای ویسکوزیته کمتر از 160 cp بهبود می‌یابد. آن‌ها نشان دادند که تزریق محلول پلیمری چالش خاصی را به دنبال ندارد چرا که امکان کنترل این فرآیند وجود دارد.

با توجه به مرور تحقیقات گذشته مشاهده می‌شود که استفاده از محلول‌های پلیمری در فرآیند ازدیاد برداشت از مخازن نفتی دارای کاربردهای گسترده‌ای است، اما مطالعات کمی به شبیه‌سازی و بررسی تزریق عددی محلول‌های پلیمری در مخازن نفتی به انتشار رسیده است. با توجه به دسترسی آسان و ارزان سیالات غیرنیوتنی، مطالعه اثر استفاده از آن‌ها به-عنوان سیال جاروب کننده نفت در مخازن از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشند. همچنین ساخت سیالات غیرنیوتنی و محلول‌های پلیمری با ویسکوزیته‌های مختلف قابل دسترس می‌باشد. این موضوع با توجه به وجود نفت خام با ویسکوزیته مختلف بسیار حائز اهمیت است.

در این مقاله شبیه‌سازی جریان دوفازی مخلوط نشدنی سیال غیرنیوتنی در یک محیط متخلخل ناهمگون نفتی به صورت عددی بررسی شده است. مدل مخزن استفاده شده یک لایه از مدل مخزن SPE-10 [22] می‌باشد که برگرفته از یک مخزن واقعی در دریای شمال است. یک کد محاسباتی به روش عددی IMPES<sup>8</sup> [23] توسعه یافته است که به محاسبه توزیع فشار به-صورت کاملاً ضمنی و اشباع محلول پلیمری به صورت صریح می‌پردازد.

<sup>1</sup> Xanthan<sup>2</sup> Hartley transform<sup>3</sup> Hele-Shaw<sup>4</sup> Implicit Pressure/Explicit Saturation<sup>1</sup> Henry Philibert Gaspard Darcy (June 10, 1803- January 3, 1858)<sup>2</sup> Galerkin<sup>3</sup> Streamline-based method<sup>4</sup> polyacrylamide

دارد که هر کدام مزایا و معایب مخصوص به خود را دارند، ولی در این میان برخی از این مدل‌ها نسبت به سایر آن‌ها قابلیت‌ها و سازگاری مناسب‌تری با واقعیت‌ها دارند. مدل شناخته شده توانی<sup>3</sup> به‌طور گسترده‌ای برای بیان رفتار غیرنیوتنی سیالات در صنایع و تحقیقات به‌کار می‌رود. این مدل در نرخ برش‌های بسیار کوچک، منجر به ویسکوزیته‌های بی‌نهایت می‌شود، از این‌رو فقط برای بازه محدودی از نرخ برش‌ها قابل استفاده است. اما معادله ساختاری کاربو- یاسودا قادر است که مقدار ویسکوزیته را برای نرخ‌های برش خیلی کم و یا خیلی زیاد بخوبی مدل نماید. از این‌رو، با توجه به متخلخل بودن مخازن نفتی و وجود نرخ برش‌های پایین، در بسیاری از شبیه‌سازی‌های سیالات غیرنیوتنی در مخازن نفتی از این مدل استفاده شده است. معادله ساختاری این مدل بصورت رابطه (5) قابل بیان می‌باشد [25]:

$$\frac{\mu_p - \mu_{\infty,p}}{\mu_{0,p} - \mu_{\infty,p}} = [1 + (\lambda\gamma)^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad (5)$$

در معادله (5)،  $\mu_p$  ویسکوزیته محلول غیرنیوتنی (پلیمری)،  $\mu_{0,p}$  و  $\mu_{\infty,p}$  به ترتیب ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی در نرخ برش صفر و ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی در نرخ برش بی‌نهایت می‌باشد.  $\lambda$  ثابت زمانی،  $\gamma$  نرخ برش وارده بر سیال غیرنیوتنی،  $n$  شاخص توانی است که شیب نمودار تغییرات  $\mu(\gamma)$  را نشان می‌دهد. همچنین  $a$  پارامتر بی‌بعدی است که انتقال از ناحیه نرخ برش صفر به ناحیه توانی را مشخص می‌کند. در این مقاله سعی شده است که تأثیر هریک از این ضرایب بر دبی برداشت و بازده سیلابزنی مخزن (نسبت حجم نفت تولید شده به حجم پلیمر تزریق شده) بررسی شود که در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد. تانسور نرخ برش ( $\gamma$ ) نیز به‌صورت رابطه (6) قابل تعریف می‌باشد.

$$\gamma = \frac{1}{2} (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T) \quad (6)$$

از آن‌جایی که این مسأله با زمان تغییر می‌کند بنابراین ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی تزریق شده برای هر سلول محاسباتی متغیر با زمان می‌باشد. برای حل معادله فشار و اشباع آب از روش IMPES استفاده شده است. این روش بدین صورت عمل می‌کند که معادله فشار را به‌صورت کاملاً ضمنی گسسته‌سازی نموده و از تغییرات اشباع در طی حل معادله فشار صرف‌نظر می‌شود. پس از آن معادله اشباع آب با بهره‌گیری از مقادیر فشار محاسبه شده از گام قبلی و بهره‌گیری از روش صریح، گسسته‌سازی می‌شود و تغییرات آن در طی یک گام زمانی محاسبه می‌گردد. جزئیات بیشتر در مورد این روش در مراجع [27,26,23] موجود است. با گسسته‌سازی معادله فشار (2) به‌صورت ضمنی و ساده‌سازی آن داریم:

$$\begin{aligned} (V_b \phi_{c_t})_{i,j} \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} &= \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{px} \rho_p)^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) - \right. \\ &\quad \left. p_{i,j}^{n+1} - (T_{px} \rho_p)^{n+1}_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i-1,j}^{n+1}) \right) + \\ &\quad \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{py} \rho_p)^{n+1}_{i,j+\frac{1}{2}} (p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) - \right. \\ &\quad \left. (T_{py} \rho_p)^{n+1}_{i,j-\frac{1}{2}} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j-1}^{n+1}) \right) + \\ &\quad \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} \left( (T_{ox} \rho_o)^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) - \right. \\ &\quad \left. (T_{ox} \rho_o)^{n+1}_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i-1,j}^{n+1}) \right) + \\ &\quad \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} \left( (T_{oy} \rho_o)^{n+1}_{i,j+\frac{1}{2}} (p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) - \right. \end{aligned} \quad (7)$$

سرعت بیشتر این روش در مقایسه با روش‌های حل همزمان (که در آن هر دو معادله فشار و اشباع به‌صورت همزمان حل می‌شوند) از جمله نقاط قوت آن می‌باشد. برای مدل‌سازی سیال غیرنیوتنی تزریق شده در محیط متخلخل مد نظر از معادله ساختاری کاربو- یاسودا<sup>1</sup> استفاده شده است. به‌منظور بررسی صحت نتایج مربوط به کد محاسباتی، با توجه به این‌که نرم‌افزارهای تجاری موجود فاقد معادله ساختاری کاربو- یاسودا هستند، در ابتدا صحت نتایج به دست آمده برای یک سیال نیوتنی تزریقی در مخزن با نتایج حاصل از نرم‌افزار تجاری CMG<sup>2</sup> صحت‌گذاری شده و پس از آن اقدام به حل مسائل مربوط به تزریق پلیمر غیرنیوتنی شده است. اثر پارامترهای مختلف نظیر ویسکوزیته محلول پلیمری در نرخ برش صفر، زمان رهایی از تنش محلول پلیمری، ضریب شکل و ضریب توان مدل روی پروفیل فشار مخزن، توزیع اشباع محلول پلیمری و دبی تولیدی از چاه‌ها بررسی و مورد بحث قرار گرفته است. از سوی دیگر، تغییرات مدت زمان موردنیاز جهت رسیدن اولین المان سیال تزریقی به چاه‌های تولید با تغییر پارامترهای موجود بررسی شده است. نتایج این تحقیق می‌تواند اطلاعات ارزشمندی را برای تولید محلول‌های پلیمری مناسب به منظور ازدیاد برداشت از مخازن نفتی در اختیار قرار دهد.

## 2- معادلات حاکم و حل عددی

معادله فشار برای جریان تراکم‌پذیر با صرف‌نظر از اثرات موینگی به‌صورت رابطه (1) قابل ارائه می‌باشد [23].

$$\begin{aligned} \frac{S_p}{\rho_p} \frac{\partial (\phi \rho_p)}{\partial t} + \frac{S_o}{\rho_o} \frac{\partial (\phi \rho_o)}{\partial t} \\ = \frac{1}{\rho_p} \nabla \cdot \left( \frac{\rho_p k_{rp}}{\mu_p} k(\vec{\nabla} p - \rho_p \vec{g}) \right) \\ + \frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot \left( \frac{\rho_o k_{ro}}{\mu_o} k(\vec{\nabla} p - \rho_o \vec{g}) \right) + \frac{q_p}{\rho_p} + \frac{q_o}{\rho_o} \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه بالا  $\phi$ ،  $\rho$  و  $\mu$  به ترتیب بیانگر اشباع، ضریب تخلخل، چگالی و لزجت هستند.  $k$  و  $k_{r\alpha}$  نیز بیانگر تراوایی مطلق محیط متخلخل و تراوایی نسبی فاز  $\alpha$  می‌باشند.  $q_\alpha$  نشان‌دهنده دبی جرمی سیال فاز  $\alpha$  به ازای واحد حجم محیط متخلخل می‌باشد. در این مقاله، پایین نویس  $o$  نشان دهنده فاز نفت و  $p$  مشخص کننده فاز محلول پلیمری تزریقی می‌باشد. می‌توان نشان داد که معادله فشار به صورت رابطه (2) قابل بازنویسی است [13]:

$$\begin{aligned} \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\rho_p} \nabla \cdot \left( \frac{\rho_p k_{rp}}{\mu_p} k(\vec{\nabla} p - \rho_p \vec{g}) \right) \\ + \frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot \left( \frac{\rho_o k_{ro}}{\mu_o} k(\vec{\nabla} p - \rho_o \vec{g}) \right) + \frac{q_p}{\rho_p} + \frac{q_o}{\rho_o} \end{aligned} \quad (2)$$

ضرایب  $c$  بیانگر تراکم‌پذیری هستند و  $c_R$  ضریب تراکم‌پذیری سنگ می‌باشد.  $c_t$  تراکم‌پذیری کل را نشان می‌دهد که به‌صورت رابطه (3) تعریف می‌شود:

$$c_t = (S_p c_p + S_o c_o + c_R) \quad (3)$$

معادله بقای جرم فاز سیال غیرنیوتنی (یا معادله اشباع آن) با در نظر گرفتن تراکم‌پذیری سیال بصورت رابطه (4) ارائه می‌شود [24]:

$$\frac{\partial (\phi \rho_p S_p)}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{\rho_p k_{rp}}{\mu_p} k(\vec{\nabla} p - \rho_p \vec{g}) \right) + q_p \quad (4)$$

در این مقاله، سیال پلیمری تزریقی که حاصل ترکیب سیال نیوتنی و یک افزودنی پلیمری می‌باشد با استفاده از مدل کاربو- یاسودا شبیه‌سازی شده است. مدل‌های زیادی برای بیان رفتار رئولوژیکی در سیالات غیرنیوتنی وجود

<sup>1</sup> Carreau-Yasuda model

<sup>2</sup> Computer Modeling Group LTD

<sup>3</sup> Power law

$$\frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{i,j+1}} = -\frac{1}{(\rho_w)_{i,j}} (T_{py}\rho_p)^l_{i,j+\frac{1}{2}} - \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} (T_{oy}\rho_o)^l_{i,j+\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{i,j-1}} = -\frac{1}{(\rho_w)_{i,j}} (T_{py}\rho_p)^l_{i,j-\frac{1}{2}} - \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} (T_{oy}\rho_o)^l_{i,j-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{ij}} = & \frac{V_b \phi c_t}{\Delta t} + \\ & \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{px}\rho_p)^l_{i+\frac{1}{2},j} + \right. \\ & (T_{px}\rho_p)^l_{i-\frac{1}{2},j} + (T_{py}\rho_p)^l_{i,j+\frac{1}{2}} + \\ & \left. (T_{py}\rho_p)^l_{i,j-\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} \left( (T_{ox}\rho_o)^l_{i+\frac{1}{2},j} + \right. \\ & (T_{ox}\rho_o)^l_{i-\frac{1}{2},j} + (T_{oy}\rho_o)^l_{i,j+\frac{1}{2}} + \\ & \left. (T_{oy}\rho_o)^l_{i,j-\frac{1}{2}} \right) - \frac{Wl_{p,i,j}}{(\rho_p)_{i,j}} - \frac{Wl_{o,i,j}}{(\rho_o)_{i,j}} \quad (15) \end{aligned}$$

معادله (10) برای تمامی سلول‌های محاسباتی نوشته شده و این معادلات تشکیل یک دستگاه معادلات 5 قطری می‌دهند که با حل آن مقادیر  $\delta p^{l+1}$  محاسبه می‌شوند.

با گسسته‌سازی معادله اشباع به روش صریح داریم:

$$\begin{aligned} \phi \frac{(s_p)_{i,j}^{n+1} - (s_p)_{i,j}^n}{\Delta t} = & \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{px}\rho_p)^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - \right. \\ & \left. p_{i,j}^{n+1}) - (T_{px}\rho_p)^{n+1}_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} - \right. \\ & \left. p_{i,j}^{n+1}) \right) + \\ & \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{py}\rho_w)^n_{i,j+\frac{1}{2}} (p_{i,j+1}^{n+1} - \right. \\ & \left. p_{i,j}^{n+1}) - (T_{py}\rho_w)^n_{i,j-\frac{1}{2}} (p_{i,j-1}^{n+1} - \right. \\ & \left. p_{i,j}^{n+1}) \right) + \left( \frac{Q_p}{\rho_p} \right)_{i,j}^{n+1} \quad (16) \end{aligned}$$

با توجه به جداسازی معادلات فشار و اشباع و حل صریح معادله اشباع، به منظور تضمین پایداری حل ضروری است تا گام‌های زمانی کنترل شوند. بدین منظور، چن [23] رابطه (17) را برای انتخاب گام‌های زمانی پیشنهاد نمود.

$$\Delta t = \frac{\Delta S_{p,max}}{(\partial S_p / \partial t)_{max}^{n+1}} \quad (17)$$

در رابطه فوق،  $(\partial S_p / \partial t)_{max}^{n+1}$  از طریق محاسبه سمت راست رابطه (16) و تقسیم آن بر ضریب تخلخل قابل محاسبه است. با محاسبه مقدار این عبارت در تمامی سلول‌ها و مقایسه آن‌ها با یکدیگر، بیشترین مقدار محاسبه شده به عنوان مقدار  $(\partial S_p / \partial t)_{max}^{n+1}$  انتخاب و در رابطه (17) استفاده می‌شود. همچنین  $\Delta S_{p,max}$  بیشترین مقدار تغییرات اشباع در هر گام زمانی است که باید به‌عنوان ورودی به کد محاسباتی داده شود تا به ازای آن گام زمانی مطلوب محاسبه گردد، که در این مقاله مقدار 0.03 به آن اختصاص داده شده است. این رابطه تضمین می‌کند که مقدار تغییرات اشباع در طی یک گام زمانی در هیچ سلولی بیشتر از مقدار  $\Delta S_{p,max}$  نخواهد شد و کنترل تغییرات اشباع در طی گام‌های زمانی و محدود نمودن آن منجر به تضمین پایداری حل می‌گردد.

### 3-تعریف مسأله

در این مقاله یک مدل مخزن هیدروکربوری دو بعدی و ناهمگن (براساس یک لایه از مدل مخزن SPE-10 [22]) با ابعاد  $548.64 \times 1005.84 \times 9.14 \text{ m}^3$  به کار گرفته شده است که در شرایط اولیه، فشار و اشباع آب درون آن به ترتیب برابر  $S_w = 0.2$  و  $p_{ini} = 10 \text{ MPa}$  می‌باشد. توزیع تراوایی مخزن به صورت ناهمگن (براساس شکل 1) می‌باشد و تراوایی در راستاهای  $x$  و  $y$  با هم برابر هستند  $(k_x = k_y)$ . در وسط مخزن مورد نظر یک چاه تزریق با دبی تزریقی ثابت  $200 \text{ m}^3/\text{day}$  به درون مخزن پلیمر تزریق می‌کند و در چهار گوشه آن چهار

$$\begin{aligned} & (T_{oy}\rho_o)^{n+1}_{i,j-\frac{1}{2}} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j-1}^{n+1}) + \left( \frac{Q_p}{\rho_p} \right)_{i,j}^{n+1} + \\ & \left( \frac{Q_o}{\rho_o} \right)_{i,j}^{n+1} \end{aligned}$$

در رابطه فوق،  $T_{ax} = k_{r\alpha} A_x k / \mu_\alpha \Delta x$  که در آن  $A_x = \Delta y \cdot \Delta z$  است.  $V_b = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  حجم یک سلول است و  $Q_\alpha$  دبی حجمی فاز  $\alpha$  است که به صورت رابطه (8) محاسبه می‌گردد:

$$(Q_\alpha)_{i,j}^{n+1} = WI \left( \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \right)_{i,j}^{n+1} \left( p_{bh}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1} - \rho_\alpha g (z_{i,j} - z_{bh}) \right); \alpha = p, o \quad (8)$$

در رابطه (8)، WI مشخصه چاه می‌باشد و براساس مدل ارائه شده توسط پیسمن، قابل محاسبه است [28,24]. با توجه به وابستگی ضرایب معادله (7) به فشار، این معادله یک معادله غیرخطی است و حل آن در هر گام زمانی نیازمند چندین مرتبه تکرار می‌باشد. بدین صورت که برای محاسبه فشار در زمان  $n+1$  ام برای مقادیر آن یک حدس اولیه (بالانویس  $l$ ) ایجاد می‌شود و با استفاده از روش عددی مورد استفاده  $\delta p^{l+1}$  به دست می‌آید و مقادیر فشار با استفاده از رابطه  $p^{l+1} = p^l + \delta p^{l+1}$  اصلاح می‌گردد. این محاسبات آنقدر ادامه می‌یابد که مقادیر باقیمانده  $(R_{ij}^l)$  از خطای موردنظر کاربر کمتر شود. بدین ترتیب مقادیر فشار در گام زمانی  $n+1$  محاسبه می‌شود.

بر همین اساس، معادله باقیمانده برای معادله فشار به فرم زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} R_{ij}^l = & \left( V_b \phi c_t \frac{p^l - p^n}{\Delta t} \right)_{i,j} \\ & - \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{px}\rho_p)^l_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+\frac{1}{2},j}^l - p_{i,j}^l) - \right. \\ & \left. (T_{px}\rho_p)^l_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i,j}^l - p_{i-\frac{1}{2},j}^l) \right) - \\ & \frac{1}{(\rho_p)_{i,j}} \left( (T_{py}\rho_p)^l_{i,j+\frac{1}{2}} (p_{i,j+1}^l - p_{i,j}^l) - \right. \\ & \left. (T_{py}\rho_p)^l_{i,j-\frac{1}{2}} (p_{i,j}^l - p_{i,j-1}^l) \right) - \\ & \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} \left( (T_{ox}\rho_o)^l_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+\frac{1}{2},j}^l - p_{i,j}^l) - \right. \\ & \left. (T_{ox}\rho_o)^l_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i,j}^l - p_{i-\frac{1}{2},j}^l) \right) - \\ & \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} \left( (T_{oy}\rho_o)^l_{i,j+\frac{1}{2}} (p_{i,j+1}^l - p_{i,j}^l) - \right. \\ & \left. (T_{oy}\rho_o)^l_{i,j-\frac{1}{2}} (p_{i,j}^l - p_{i,j-1}^l) \right) \\ & - \left( \frac{Q_p}{\rho_p} \right)_{i,j}^l - \left( \frac{Q_o}{\rho_o} \right)_{i,j}^l \quad (9) \end{aligned}$$

با استفاده از بسط تیلور تابع باقیمانده و استفاده از جملات مرتبه اول داریم:

$$\begin{aligned} R_{ij}^{l+1} = & R_{ij}^l + \frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{j-1}} \delta p_{j-1}^{l+1} + \frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{j+1}} \delta p_{j+1}^{l+1} \\ & + \frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{i-1}} \delta p_{i-1}^{l+1} + \frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{i+1}} \delta p_{i+1}^{l+1} + \frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{ij}} \delta p_{ij}^{l+1} + \dots \quad (10) \end{aligned}$$

مقادیر مشتقات مانده به صورت تحلیلی و به وسیله روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{i+1,j}} = -\frac{1}{(\rho_w)_{i,j}} (T_{px}\rho_p)^l_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} (T_{ox}\rho_o)^l_{i+\frac{1}{2},j} \quad (11)$$

$$\frac{\partial R_{ij}^l}{\partial p_{i-1,j}} = -\frac{1}{(\rho_w)_{i,j}} (T_{px}\rho_p)^l_{i-\frac{1}{2},j} - \frac{1}{(\rho_o)_{i,j}} (T_{ox}\rho_o)^l_{i-\frac{1}{2},j} \quad (12)$$

<sup>1</sup> Well index

<sup>2</sup> Residual

#### 4-نتایج

در این بخش مقادیر میدانی فشار و اشباع سیال غیرنیوتنی تزریقی به همراه حجم استخراج شده از چهار چاه تولیدی که در گوشه‌های مخزن حفر شده‌اند برای 1500 روز کاری مخزن نفتی شبیه‌سازی و ارائه شده است. تمامی پارامترهای مؤثر بر ویژگی‌های سیال غیرنیوتنی در حال تزریق که با استفاده از مدل ساختاری کاربو-یاسودا شبیه‌سازی شده بررسی می‌گردد. به عبارت دیگر اثر تمام پارامترهای این مدل روی تولید نفت، توزیع فشار و اشباع سیال تزریقی تحقیق می‌شود.

#### 4-1- اعتبارسنجی کد محاسباتی

در این قسمت اقدام به صحت‌سنجی نتایج به‌دست آمده از کد عددی نوشته شده می‌شود. برای این منظور با توجه به این‌که نرم‌افزارهای تجاری موجود توانایی حل جریان غیرنیوتنی با استفاده از مدل کاربو-یاسودا را ندارند، ضرایب این مدل به نحوی تنظیم می‌شوند که منجر به جریان نیوتنی آب شوند. نتایج به‌دست آمده برای تزریق آب با ویسکوزیته  $\mu_w = 1 \text{ cp}$  و چگالی  $\rho_w^0 = 998 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. ویسکوزیته و چگالی نفت و سایر خصوصیات مخزن در بخش 3 بیان شده است.

برای صحت‌گذاری بر نتایج به‌دست آمده با استفاده از کد عددی مقادیر مربوط به توزیع اشباع آب و دبی حجمی نفت تولیدی از 4 چاه تولید برای 1500 روز کاری با نتایج به‌دست آمده از نرم‌افزار تجاری CMG-IMEX مقایسه شده است. در "شکل‌های 2 و 3" به ترتیب نتایج به‌دست آمده برای توزیع اشباع آب و تولید تجمعی نفت در طی 1500 روز کاری با استفاده از کد عددی نوشته شده به زبان فرترن با نتایج حاصل از شبیه‌سازی نرم‌افزار تجاری مقایسه شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که تطابق قابل قبولی بین نتایج حاصل از شبیه‌سازی با بهره‌گیری از نرم‌افزار و نتایج کد عددی وجود دارد. این نتایج مشخص می‌کند که کد عددی نوشته شده دارای اعتبار بوده و جواب‌های به‌دست آمده از آن قابل اطمینان می‌باشند.

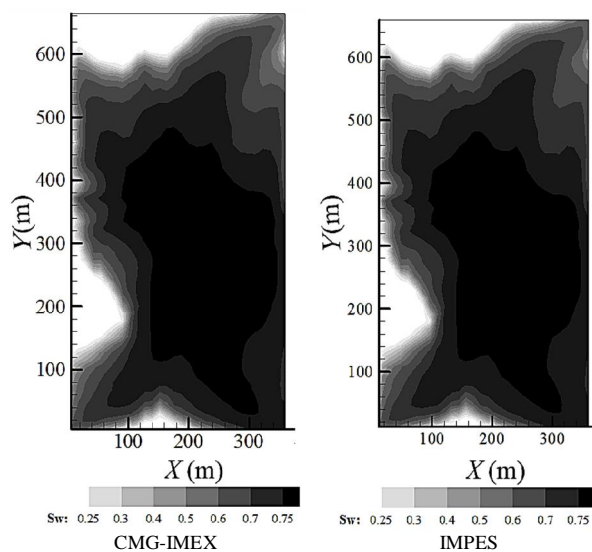


Fig. 2 Comparison of results of IMPES code to predict water saturation after 1500 days with those obtained from CMG-IMEX

شکل 2 مقایسه نتایج بدست آمده از کد IMPES برای پیش بینی توزیع اشباع آب بعد از 1500 روز کاری و مقایسه آن با نتایج CMG-IME

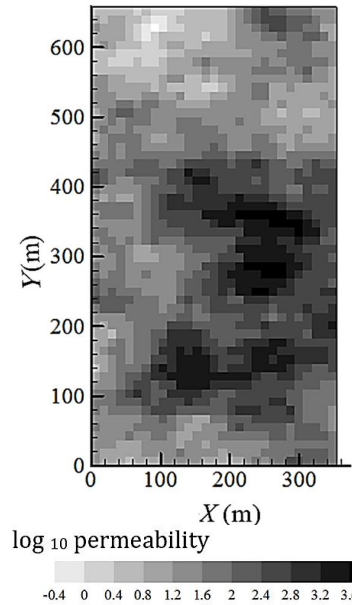


Fig. 1 Absolute permeability distribution of the reservoir model (in mDarcy)

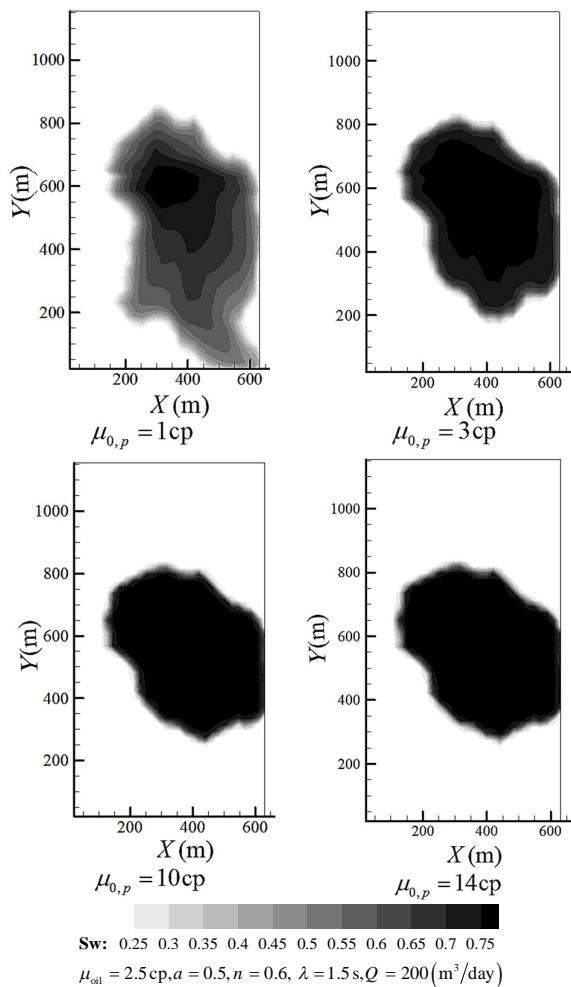
شکل 1 توزیع تراوایی مطلق در مدل مخزن (واحدها برحسب میلی داری)

چاه تولید با فشار ته‌چاهی ثابت  $p_{bh} = 27 \text{ MPa}$  قرار دارند. تمامی چاه‌ها در وسط سلول‌های محاسباتی جای گرفته‌اند و شعاع آن‌ها برابر  $r_w = 0.0762 \text{ m}$  می‌باشد.

پلیمر غیرنیوتنی به عنوان سیال تزریقی و از چاه تزریق پمپاژ شده و نفت به همراه پلیمر از چاه‌های تولید خارج می‌شوند. پلیمر و نفت در فشار مرجع  $p_0 = 100 \text{ kPa}$  به ترتیب دارای چگالی  $\rho_p^0 = \rho_o^0 = 998 \text{ kg/m}^3$  و  $850 \text{ kg/m}^3$  می‌باشند و فرض شده است که ضریب تراکم‌پذیری هردو سیال ثابت و برابر  $c_p = c_o = 4.3 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$  باشد. همچنین لزجت نفت  $\mu_o = 0.77 \text{ cp}$  در نظر گرفته شده و لزجت پلیمر از مدل کاربو-یاسودا محاسبه می‌شود [15]. برای حل مسأله از یک شبکه که ابعاد عرضی، طولی و ارتفاعی مخزن را به ترتیب به  $I=30, J=55, K=1$  بخش مساوی تقسیم نماید، استفاده شده است. فرض شده است که چاه تزریق در وسط سلول  $i=15$  و  $j=28$  قرار دارد. همچنین برای تعریف خصوصیات سنگ، ضریب تخلخل آن در فشار مرجع برابر با  $\phi^0 = 0.25$  و ضریب تراکم‌پذیری آن  $c_R = 1.45 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$  در نظر گرفته شده است. علاوه بر این از اثرات فشار موینگی نیز صرف‌نظر شده است. بنابراین فشار کلیه فازهای سیال با هم برابر خواهند بود.

$$p_{cow} = 0 \rightarrow p_o = p_w = p \quad (18)$$

به‌منظور حل عددی مسئله حاضر، یک کد محاسباتی به زبان فرترن تولید شده است و معادله غیرخطی فشار گذرا در محیط متخلخل به همراه معادله اشباع حل می‌شود. اگرچه مقادیر تراکم‌پذیری در مسئله حاضر کم است اما کد محاسباتی حاضر به نحوی نوشته شده که قابلیت ارتقاء برای حل مسائل با تراکم‌پذیری بالا را نیز داشته باشد و در آینده به‌وسیله این کد می‌توان اثر تراکم‌پذیری سیالاتی با تراکم‌پذیری بیشتر را نیز بررسی کرد. در ادامه ابتدا اقدام به صحت‌گذاری نتایج به‌دست آمده از کد محاسباتی شده و پس از آن با استفاده از کد محاسباتی ایجاد شده، تاثیر پارامترهای مختلف پلیمر غیرنیوتنی در بازدهی فرآیند سیلابزنی بررسی می‌شود.

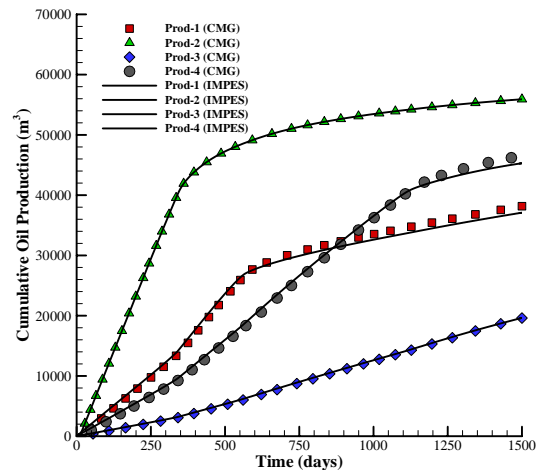


**Fig. 4** Variation of saturation distribution of polymeric fluid against viscosity at zero-shear rate

شکل 4 توزیع اشباع سیال پلیمری تزریق شده با تغییرات ویسکوزیته در نرخ برش صفر

می‌یابد. دلیل اصلی این موضوع به مقاومتی که محیط متخلخل در مقابل حرکت سیال ایجاد می‌کند برمی‌گردد. هرچه ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی در حال تزریق افزایش یابد مقاومت ایجاد شده رشد کرده و فشار داخلی مخزن افزایش می‌یابد. افزایش بیش از حد فشار می‌تواند موجب آسیب به لایه‌های مختلف مخزن شده و علاوه بر این بر هزینه فرآیند تزریق پلیمر می‌افزاید. بنابراین لازم است تا از پلیمری استفاده شود که ضمن بهبود عملکرد فرآیند تزریق پلیمر، موجب افزایش چشمگیر در مقادیر فشار مخزن نگردد. بر همین اساس و با مقایسه نتایج به‌دست آمده در "شکل 4 و 5"، مشاهده می‌شود که  $\mu_{0,p} = 3\text{cp}$  علاوه بر بهبود مناسب فرآیند سیلابزنی، موجب افزایش اندکی در مقادیر فشار در مقایسه با حالت  $\mu_{0,p} = 1\text{cp}$  می‌شود و می‌تواند به‌عنوان گزینه مناسبی برای فرآیند ازدیاد برداشت نفت مطرح گردد.

یکی دیگر از پارامترهای مهم در محلول‌های پلیمری زمان رهایی از تنش می‌باشد. این پارامتر عبارتست از مدت زمانی که نیاز است تا سیال غیرنیوتنی از تنش وارده بر آن رها گردد. بالا بودن مقدار زمان رهایی از تنش نشان دهنده این است که سیال غیرنیوتنی مدت زمان بیشتری برای آسوده شدن<sup>3</sup>



**Fig. 3** Comparison of results of IMPES code to predict cumulative oil production over 1500 days with those obtained from CMG-IMEX

شکل 3 مقایسه نتایج به‌دست آمده از کد IMPES برای پیش بینی تولید تجمعی نفت در طی 1500 روز کاری و مقایسه آن با نتایج CMG-IMEX

لازم به ذکر است که در حوزه شبیه‌سازی مخزن شبکه محاسباتی تنها براساس مدل زمین‌شناسی تولید می‌شود و در این مسائل بررسی استقلال از شبکه صورت نمی‌گیرد که در تایید آن می‌توان به مراجع [29,31-31] اشاره نمود. تولید مدل مخزن، فرآیند پیچیده‌ای است که براساس اطلاعات زمین‌شناسی و نمونه برداری‌های صورت گرفته در بخش‌های مختلف یک مخزن هیدروکربوری و همچنین فرآیندهای پیچیده‌ای همچون تطبیق تاریخچه<sup>1</sup> صورت می‌گیرد. ریز کردن شبکه محاسباتی نیازمند ریز کردن اطلاعات زمین‌شناسی مخزن است (که عملاً در اختیار نیستند). بر همین اساس در مسائل مطرح شده در این مقاله نیز بررسی استقلال نتایج از شبکه صورت نمی‌گیرد.

#### 4-2- بررسی تاثیرات به‌کارگیری سیال غیرنیوتنی در ازدیاد برداشت

یکی از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر در سیالات غیرنیوتنی ویسکوزیته سیال در نرخ برش صفر می‌باشد. غالباً ویسکوزیته محلول‌های پلیمری که تشکیل سیال غیرنیوتنی را می‌دهند با افزایش نرخ برش کاهش پیدا می‌کنند. از این‌رو به این‌گونه از سیالات غیرنیوتنی باریک شونده<sup>2</sup> گفته می‌شود. در "شکل 4" توزیع اشباع سیال غیرنیوتنی در حال تزریق که باعث جابجا شدن نفت خام می‌شود به نمایش گذاشته شده است. مشاهده می‌شود ویسکوزیته محلول پلیمری دارای مقادیر 1، 3، 10 و 14 cp می‌باشد. با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت با افزایش ویسکوزیته در نرخ برش صفر محلول پلیمری تزریقی، بازده جاروب شدن مخزن نفتی افزایش می‌یابد. برای  $\mu_{0,p} = 1\text{cp}$  مشاهده می‌شود که پلیمر تزریقی به سرعت به چاه تولید رسیده و به جای حرکت دادن نفت، مسیر کانالیزه شده‌ای برای خروج پلیمر ایجاد می‌شود. اما با افزایش مقدار  $\mu_{0,p}$  توزیع پلیمر در مخزن یکنواخت‌تر شده، بازدهی تزریق پلیمر بهبود می‌یابد و پلیمر تزریق شده موجب بهتر حرکت دادن نفت و تولید نفت بیشتری می‌شود.

در "شکل 5" پروفیل‌های فشار برای مقادیر متفاوت ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی نشان داده شده در "شکل 4"، ترسیم شده است. مشاهده می‌شود، با افزایش ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی بیشینه فشار مخزن نیز افزایش

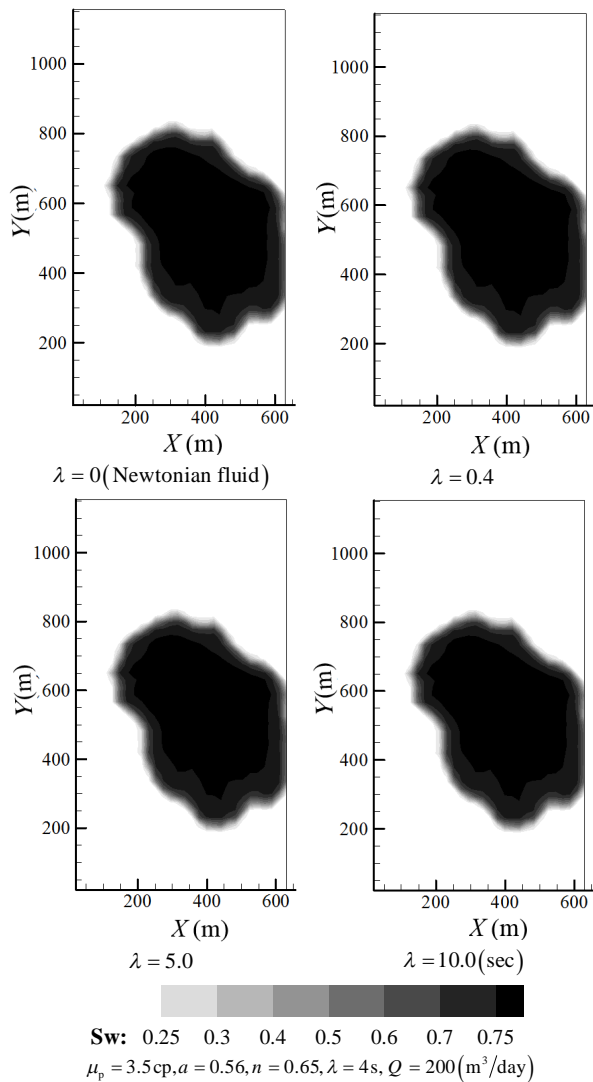
<sup>1</sup> History matching

<sup>2</sup> Shear thinning

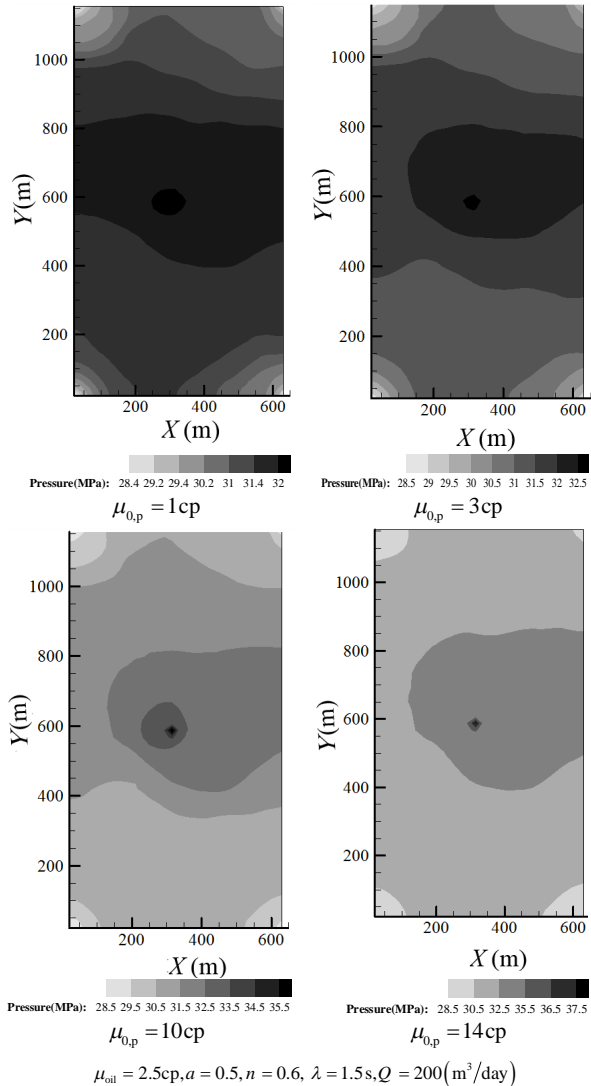
<sup>3</sup> Relaxation

سیال در حال تزریق سبب افزایش تولید تجمعی نفت خام می‌شود. به گونه‌ای که پلیمر نمونه چهارم دارای حدود 18% بهبود در تولید نفت نسبت به نمونه اول در مدت زمان مشابه می‌باشد. این بدان معنی است که با تزریق سیال نمونه اول به میزان سیال تزریقی از چاه‌های تولیدی نفت خارج می‌شود. البته مشخص است که هر چه دبی تجمعی نفت برای یک مدت زمان مشخص بیشتر باشد عملیات ازدیاد برداشت از مخزن بهتر صورت گرفته و بازده جاروب شدن آن بهبود می‌یابد. از سوی دیگر کاهش تولید سیال جاروب کننده که همراه نفت از چاه‌های تولید خارج می‌شوند افزایش بهره‌وری و کاهش هزینه برای جداسازی این سیالات از نفت خام را به دنبال دارد. به عبارت دیگر از لحاظ اقتصادی کاهش تولید سیال تزریقی بسیار مهم و اساسی می‌باشد.

تا به این‌جا، دبی تزریق شده در چاه تزریق به جهت جابجا کردن نفت موجود در مخزن، مقدار ثابت  $200 \text{ m}^3/\text{day}$  فرض شده است. در این قسمت به بررسی تغییرات دبی تزریق پرداخته شده است. مشخص است که به ازای دبی تزریقی بیشتر دبی تولیدی نیز افزایش می‌یابد اما نکته قابل ملاحظه این



**Fig. 6** Variation of polymer saturation against relaxation times  
 شکل 6 تغییرات توزیع اشباع پلیمر نسبت به تغییرات زمان رهایی از تنش



**Fig. 5** Pressure distribution inside the reservoir after 500 days for different viscosities of injected polymer

شکل 5 توزیع فشار در مخزن مورد نظر بعد از 500 روز کاری با تغییرات ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی تزریق شده

نیاز دارد. لازم به ذکر است که زمان رهایی از تنش سیالات نیوتنی برابر با صفر می‌باشد. در "شکل‌های 6 و 7" به ترتیب توزیع اشباع سیال پلیمری و پروفیل فشار سیالات داخل مخزن نسبت به تغییرات زمان رهایی از تنش نمایش داده شده است. این نتایج حاکی از آن است که تغییرات زمان رهایی از تنش سیال غیرنیوتنی که برای جابجایی نفت درون مخزن استفاده می‌شود تأثیر چندانی روی پروفیل توزیع فشار و اشباع آن ندارد.

تولید تجمعی نفت از چاه‌ها با گذشت زمان یکی از پارامترهای مهم در فرآیند ازدیاد برداشت از مخازن نفتی می‌باشد. از این‌رو، در "شکل 8" به بررسی حجم تولید تجمعی نفت به‌واسطه تزریق چهار نمونه سیال غیرنیوتنی پرداخته شده است. برای درک بهتر تفاوت تولید نفت و مقایسه آن‌ها بر روی یک نمودار ابعاد مخزن به  $365.76 \times 670.56 \times 6.10 \text{ m}^3$  کاهش یافته و مدت زمان تزریق سیال جابجا کننده 500 روز کاری در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از "شکل 8" نشان می‌دهد که، افزایش خاصیت غیرنیوتنی



است که این دبی تولیدی شامل تولید مجموع فازهای نفت و پلیمر می‌باشد و ممکن است تولید نفت افزایش نیابد. به عبارت دیگر، با افزایش دبی تزریقی، سیال تزریقی می‌تواند کانالیزه شده و زودتر به چاه‌های تولیدی برسد. به محض مشاهده چنین رخدادی، بازده سیلابزنی مخزن کاهش می‌یابد و این روند ادامه می‌یابد. در "شکل 9" پروفیل توزیع اشباع پلیمر در داخل مخزن نسبت به تغییرات دبی تزریقی سیال جاروب کننده رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش دبی تزریقی، برای نمونه  $50 \text{ m}^3/\text{day}$ ، توزیع پلیمر درون مخزن کم بوده و تخلیه مخزن با سرعت بسیار کمی در حال پیگیری می‌باشد. با افزایش دبی تزریقی حجم بیشتری از پلیمر در داخل مخزن نفوذ می‌کند و تولید نفت از چاه‌های موجود افزایش می‌یابد. افزایش تولید نفت از مخزن مورد نظر تا زمانی که با افزایش دبی تزریقی ادامه می‌یابد که اولین کانال تولیدی از سیال تزریقی به چاه تولید برسد. در این زمان افزایش دبی تزریقی سبب تولید بیشتر نفت نمی‌گردد، بلکه مازاد پلیمر تزریق شده به جای نفوذ در مخزن از چاه تولید به همراه نفت خارج می‌شود. برای تفهیم بهتر این موضوع خاطر نشان می‌شود که همواره سیال راحت‌ترین مسیر را دنبال می‌کند. به محض این‌که سیال تزریقی یک مسیر که غالباً در قسمتی که دارای

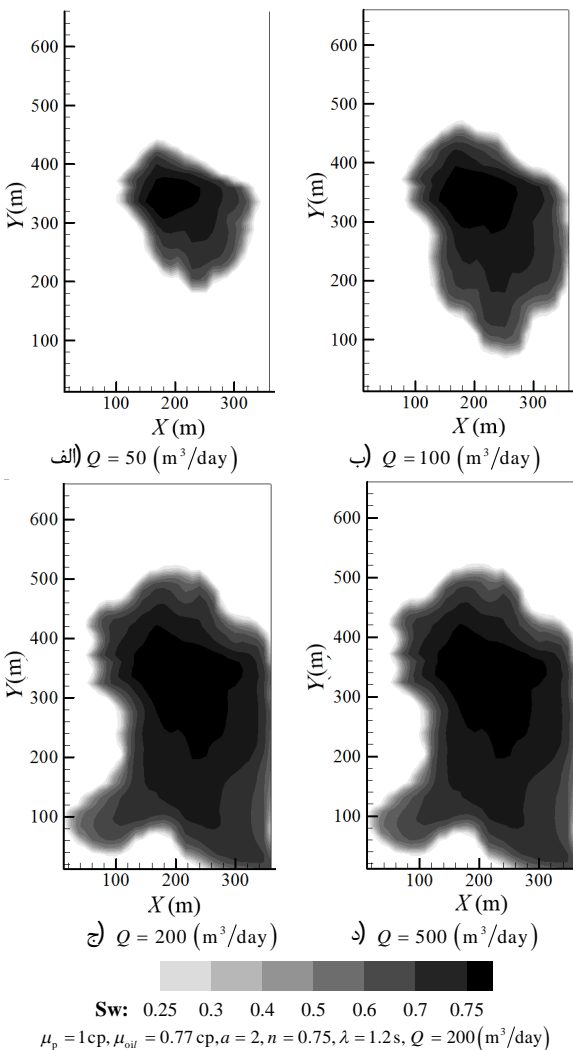


Fig. 9 Comparison of polymer saturation against injection flow rates. شکل 9 مقایسه پروفیل اشباع پلیمر نسبت به تغییرات دبی تزریقی.

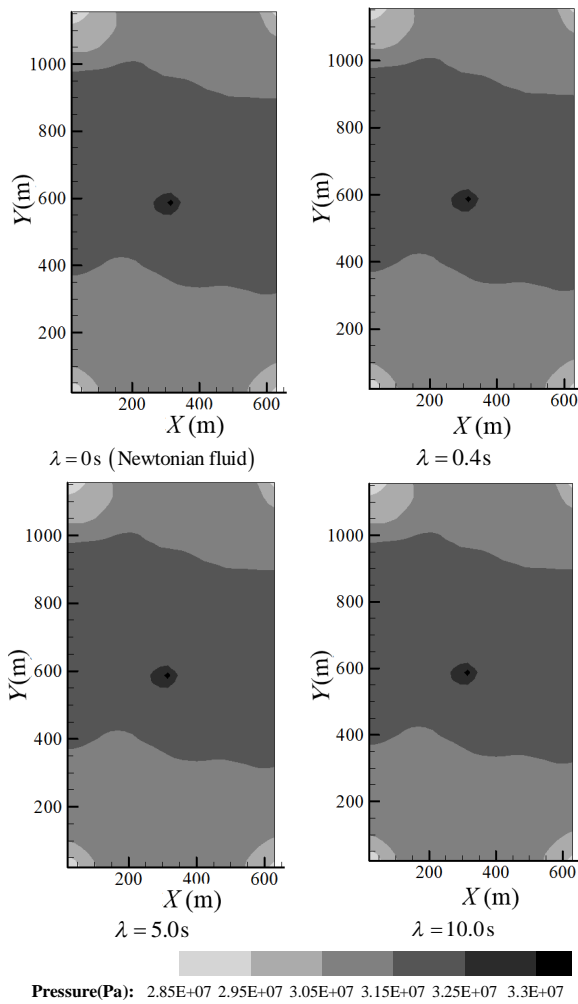


Fig. 7 Variation of pressure distribution for different relaxation times. شکل 7 تغییرات توزیع فشار نسبت به تغییرات زمان رهایی از تنش.

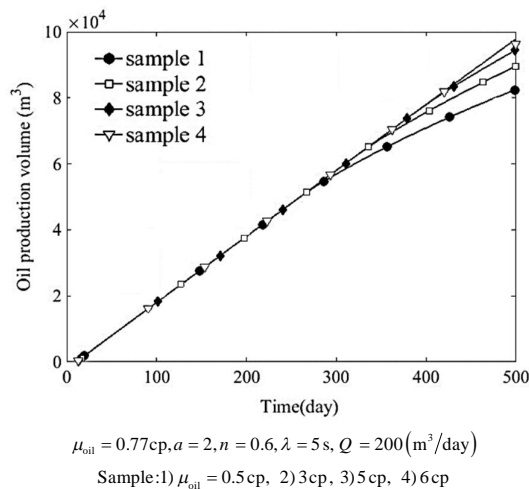
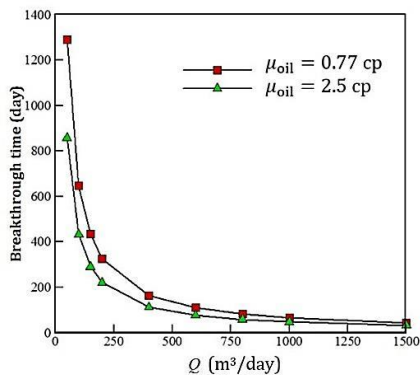


Fig. 8 Investigation of variation of cumulative oil production for four sample liquids during 500 days. شکل 8 بررسی تغییرات تولید تجمعی نفت برای چهار نمونه سیال تزریقی در مدت 500 روز کاری.





$$\mu_p = 1 \text{ cp}, \mu_{oil} = 0.77 \text{ cp}, n = 0.75, a = 2, \lambda = 1.2 \text{ s}, Q = 200 (\text{m}^3/\text{day})$$

Fig. 10 Investigation of variation of the breakthrough times during polymer flooding process

شکل 10 بررسی تغییرات زمان میان گذر در طی فرآیند تزریق پلیمر

در جدول 2 اثر پارامتر زمان رهایی از تنش سیال غیرنیوتنی بر روی زمان میان‌گذر بررسی شده است. همچنین، پروفیل نمودار مربوط به این جدول، در "شکل 11" نمایش داده شده است. در "شکل 11" مشاهده می‌شود روند تغییرات زمان میان‌گذر نسبت به تغییرات زمان رهایی از تنش، دارای تابع خطی نمی‌باشد. در ابتدا شیب تابع دارای مقدار زیادی است ولی شیب آن با افزایش زمان رهایی از تنش کاهش می‌یابد. مشاهده می‌شود که افزایش پارامتر زمان رهایی از تنش سیال غیرنیوتنی با وجود ثابت بودن دبی تزریقی، مدت زمان موردنیاز برای رسیدن پلیمر به چاه تولید را کاهش می‌دهد. برای محسوس بودن این قضیه و افزایش نرخ برش در سیال و تأثیر بیشتر اثرات غیرنیوتنی بودن سیال تزریقی، مقادیر تراوایی مطلق نشان داده شده در "شکل 1" برای همه نقاط 10 برابر شده است. علت این امر آن است که، هر چه سیال غیرنیوتنی راحت‌تر بتواند حرکت کند تغییرات سرعت بیشتر خواهد شد و در نتیجه نرخ برش افزایش می‌یابد. افزایش نرخ برش سبب توزیع غیریکنواخت‌تر ویسکوزیته در مجموعه محاسباتی می‌گردد. از این‌رو، می‌توان تأثیر پارامترهای موجود در مدل ساختاری سیال غیرنیوتنی که در این‌جا مدل کاریو-یاسودا می‌باشد را بهتر تشریح نمود.

در "شکل 12" تأثیر پارامتر تخلخل محیط برای دو مقدار ویسکوزیته نفت نسبت به زمان میان‌گذر نمایش داده شده است. نکته قابل توجه در این نمودار رابطه خطی تخلخل با زمان مورد نظر می‌باشد. البته این رابطه قابل

جدول 2 تأثیر زمان رهایی از تنش سیال غیرنیوتنی روی زمان میان‌گذر

Table 2 The effect of non-Newtonian fluid relaxation time on the breakthrough time.

$$\mu_p = 1 \text{ cp}, a = 0.5, n = 0.6, \phi = 0.5, Q = 200 (\text{m}^3/\text{day})$$

زمان رهایی از تنش $\lambda$ (s)	مدت زمان میان‌گذر (day)	
	ویسکوزیته نفت $\mu_{oil} = 0.77 \text{ cp}$	ویسکوزیته نفت $\mu_{oil} = 2.5 \text{ cp}$
0	647.29	430.27
2	644.12	428.13
5	642.01	427.06
10	640.89	424.98
20	637.74	422.87
50	632.44	417.67
100	627.12	414.38

بیشترین نفوذپذیری است پیدا کند، پیشروی آن به نقاط دیگر بسیار کند و نزدیک به صفر می‌شود. با توجه به نکات مذکور، انتخاب دبی تزریقی بهینه می‌تواند از نظر فنی و اقتصادی بسیار مؤثر باشد. با توجه به "شکل 9" مشاهده می‌شود که تقریباً دبی  $200 \text{ m}^3/\text{day}$  در مقایسه با سایر دبی‌های به کار رفته در این تحقیق حالت بهینه را به جهت برداشت نفت از این میدان دارا می‌باشد، چرا که تغییرات پروفیل اشباع برای دبی‌های تزریقی بیشتر از این مقدار تقریباً ثابت می‌باشد (شکل 9-d). توجه به این نکته نیز حائز اهمیت است که افزایش دبی در زمانی که هنوز هیچ سیال تزریقی به چاه تولید نرسیده است می‌تواند مؤثر باشد. از این‌رو، در جدول 1 مدت زمان لازم برای رسیدن اولین المان سیال تزریقی به چاه تولید (زمان میان‌گذر<sup>1</sup>) نمایش داده شده است.

در "شکل 10" نمودار مدت زمان رسیدن سیال تزریقی به چاه تولید نسبت به دبی تزریقی برای دو مقدار ویسکوزیته نفت خام رسم شده است. مشاهده می‌شود روند کاهش زمان میان‌گذر نسبت به افزایش دبی تزریقی، ماهیتی لگاریتمی دارد. در ابتدا با افزایش دبی تزریقی، سرعت کاهش زمان موردنظر شیب تندی را دارا می‌باشد. ولی با ادامه روند افزایش دبی، شیب کاهش زمان میان‌گذر به تدریج کاهش می‌یابد. این موضوع از این جهت حائز اهمیت است که دبی تزریقی برای جابجا کردن نفت داخل مخزن دارای مقداری بهینه می‌باشد که با استفاده از پارامترهای مختلف و تأثیرگذار باید محاسبه گردد. همچنین همان‌طور که در جدول 1 بیان شد، در "شکل 10" مشخص است که افزایش ویسکوزیته نفت خام، موجب افزایش نرخ ویسکوزیته شده و در نتیجه مدت زمان رسیدن سیال تزریقی به چاه‌های تولید را کاهش می‌دهد.

با توجه به داده‌های موجود در جدول 1 مشاهده می‌شود که با افزایش ویسکوزیته نفت داخل مخزن زمان میان‌گذر کاهش می‌یابد. زیرا افزایش این مقدار باعث افزایش نرخ ویسکوزیته (نسبت ویسکوزیته نفت خام به ویسکوزیته سیال در حال تزریق) می‌گردد. زمانی که نرخ ویسکوزیته بزرگتر از یک باشد سیال تزریقی توانایی بیشتری برای ایجاد مسیری کانالیزه شده برای رسیدن به چاه تولید را دارا می‌باشد. از این‌رو، افزایش ویسکوزیته نفت نسبت به ویسکوزیته سیال تزریقی که 1 cp در نظر گرفته شده است، باعث کاهش زمان میان‌گذر می‌گردد.

جدول 1 مقایسه زمان میان‌گذر در طی فرآیند تزریق پلیمر

Table 1 Comparison of breakthrough times during polymer flooding  
 $\mu_p = 1 \text{ cp}, \mu_{oil} = 0.77 \text{ cp}, n = 0.75, a = 2, \lambda = 1.2 \text{ s}, Q = 200 (\text{m}^3/\text{day})$

دبی تزریقی ( $\text{m}^3/\text{day}$ )	مدت زمان میان‌گذر (day)	
	ویسکوزیته نفت $\mu_{oil} = 0.77 \text{ cp}$	ویسکوزیته نفت $\mu_{oil} = 2.5 \text{ cp}$
50	1290.29	857.53
100	648.08	433.24
150	433.84	291.13
200	326.90	221.33
400	164.07	112.79
600	109.64	76.63
800	82.58	58.58
1000	66.26	48.00
1500	44.44	32.98

<sup>1</sup> Breakthrough time

برای یک گام زمانی در طی یک فرآیند تکراری حل می‌شود و پس از آن معادله اشباع فاز پلیمر به‌صورت ضمنی گسسته‌سازی شده و حل می‌گردد. نتایج حاصل از کد محاسباتی در ابتدا با نتایج یک نرم‌افزار تجاری اعتبارسنجی شدند. سپس اقدام به بررسی پارامترهای مختلف سیال نیوتنی بر روی بازدهی فرآیند ازدیاد برداشت به کمک پلیمر شد. نتایج حاصل از حل عددی نشان می‌دهد که افزایش ویسکوزیته در نرخ برش صفر سیال غیرنیوتنی تزریقی، بازده جاروب کردن مخزن را افزایش و شانس کانالیزه شدن جریان سیال تزریقی در نفت موجود در مخزن را به‌شدت کاهش می‌دهد. بنابراین، سیال تزریقی مدت زمان بیشتری نیاز دارد تا به چاه‌های تولید برسد که این امر باعث افزایش تولید تجمعی نفت خام در این مدت می‌گردد. از سوی دیگر در چنین شرایطی فشار مخزن نیز افزایش می‌یابد و منجر به افزایش هزینه تزریق پلیمر و آسیب به لایه‌های مخزن می‌گردد. مشاهده شد که یک مقدار بهینه می‌توان برای ویسکوزیته در نرخ برش صفر پلیمر بدست آورد. نتایج عددی نشان می‌دهند که زمان‌هایی از تنش به ازای مقادیر کوچک نفوذپذیری دارای تأثیر کمی روی توزیع اشباع و دیگر مشخصات سیال تزریقی می‌باشد، چرا که در صورت کوچک بودن نفوذپذیری محیط متخلخل، نرخ برش ایجاد شده کم می‌باشد. در مقابل، با افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل تانسور نرخ برش افزایش یافته و تأثیر زمان‌هایی از تنش محسوس‌تر می‌گردد. بدین صورت که، با افزایش زمان‌هایی از تنش مدت زمان رسیدن سیال تزریقی به چاه تولید کاهش یافته و بازده سیلابزنی کاهش پیدا می‌کند. همچنین در این پژوهش تأثیر تغییرات دبی پمپاژ پلیمر از چاه تزریق نسبت به پروقیل اشباع سیال تزریقی مورد بررسی قرار گرفت. مشاهدات عددی حاکی از این است که با افزایش دبی تزریقی مدت زمان رسیدن سیال تزریقی به چاه تولید کاهش پیدا کرده است. اما از نظر کمی دبی تزریقی دارای مقداری بهینه می‌باشد تا بتواند از یک سو بیشترین میزان برداشت نفت را ایجاد نماید و از سوی دیگر بازده سیلابزنی را بالا ببرد. در صورت افزایش دبی تزریقی و فاصله گرفتن از مقدار بهینه، دبی تجمعی سیال تزریقی از چاه‌های تولید افزایش می‌یابد و این بدان معنی می‌باشد که مسیرهایی کانالیزه شده برای خروج پلیمر ایجاد می‌شود که موجب افت بازدهی تزریق پلیمر می‌گردد.

#### 6- فهرست علائم

$a$	پارامتر بی‌بعد مدل کار یو-یاسودا
$A$	سطح مقطع ( $m^2$ )
$c$	ضریب تراکم پذیری $kPa^{-1}$
$g$	شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )
$k$	تانسور نفوذ پذیری مطلق (mDarcy)
$k_x$	مولفه نفوذ پذیری مطلق در راستای x (mDarcy)
$k_y$	مولفه نفوذ پذیری مطلق در راستای y (mDarcy)
$k_r$	نفوذ پذیری نسبی
$n$	ثابت توانی مدل کار یو- یاسودا
$p$	فشار (Pa)
$q_\alpha$	دبی جرمی فاز $\alpha$ به ازای واحد حجم ( $kgm^{-3}s^{-1}$ )
$Q_w$	دبی جرمی آب ( $kg s^{-1}$ )
$Q_o$	دبی جرمی نفت ( $kg s^{-1}$ )
$r_w$	شعاع حلقه چاه (m)
$R$	باقیمانده

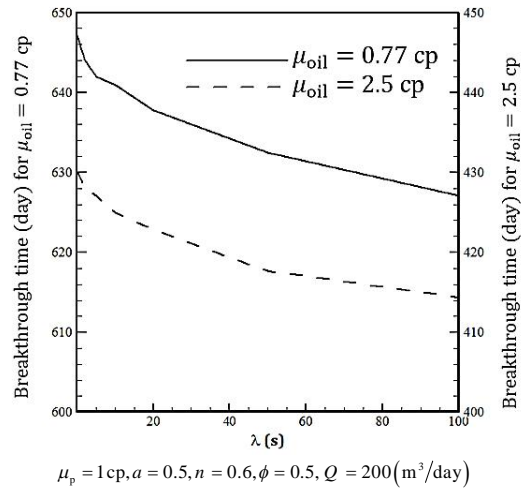


Fig. 11 The effect of relaxation time of non-Newtonian fluid on breakthrough time for oils with viscosity  $\mu_{oil} = 0.77$  cp and  $\mu_{oil} = 2.5$  cp

شکل 11 تأثیر زمان‌هایی از تنش سیال غیرنیوتنی روی زمان میان گذر برای نفت با ویسکوزیته  $\mu_{oil} = 2.5$  cp و  $\mu_{oil} = 0.77$  cp

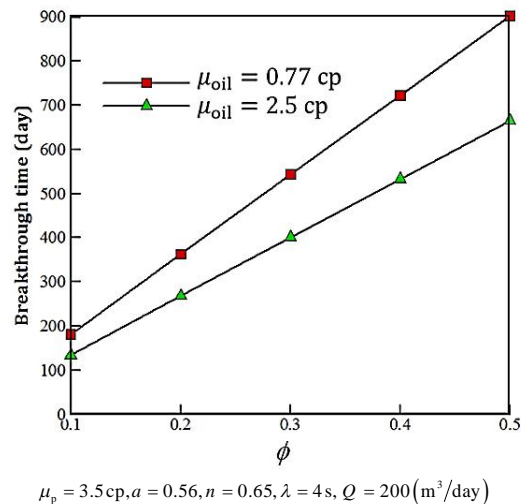


Fig. 12 The effect of porosity on the breakthrough time

شکل 12 بررسی تأثیر مقدار تخلخل محیط روی زمان میان گذر

پیش‌بینی می‌باشد چرا که در معادله اشباع سیال تزریقی، تخلخل در تغییرات اشباع نسبت به زمان ضرب شده است و به‌صورت خطی در رابطه اشباع وارد شده است.

#### 5- جمع‌بندی

در این پژوهش حل عددی جریان دوفازی مخلوط نشدنی در محیط متخلخل بررسی شده است. محیط متخلخل مورد نظر یک مخزن نفتی دوبعدی می‌باشد. سیال تزریقی مورد استفاده به‌صورت یک محلول غیرنیوتنی در نظر گرفته شده است. از مدل ساختاری کار یو-یاسودا برای مدل‌سازی رفتار سیال غیرنیوتنی بهره‌گیری شده است. از روش حل عددی IMPES به‌منظور حل میدان فشار و توزیع اشباع پلیمر استفاده شده است. به‌طوری‌که معادله فشار به‌صورت کاملاً ضمنی گسسته‌سازی شده و دستگاه معادلات غیرخطی آن

production, *Journal of Canadian Petroleum Technology*, Vol. 39, No. 04, pp. 25-29, 2000.

[11] A. M. AlSofi, M. J. Blunt, Polymer flooding design and optimization under economic uncertainty, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 124, No. 01, pp. 46-59, 2014.

[12] M. J. Blunt, B. Bijeljic, H. Dong, O. Gharbi, S. Iglauer, P. Mostaghimi, A. Paluszny, C. Pentland, Pore-scale imaging and modelling, *Advances in Water Resources*, Vol. 51, No. 01, pp. 197-216, 2013.

[13] M. Siavashi, M. J. Blunt, M. Raisee, P. Pourafshary, Three-dimensional streamline-based simulation of non-isothermal two-phase flow in heterogeneous porous media, *Computers & Fluids*, Vol. 103, No. 01, pp. 116-131, 2014.

[14] R. Seright, Potential for polymer flooding reservoirs with viscous oils, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Vol. 13, No. 04, pp. 730-740, 2010.

[15] A. Clarke, A. M. Howe, J. Mitchell, J. Staniland, L. A. Hawkes, How viscoelastic-polymer flooding enhances displacement efficiency, *Proceeding of SPE Asia Pacific Enhanced Oil Recovery Conference*, Kuala Lumpur, Malaysia, August 11-13, 2015.

[16] D. Wang, G. Wang, H. Xia, Large scale high visco-elastic fluid flooding in the field achieves high recoveries, *Proceeding of SPE Enhanced Oil Recovery Conference*, Kuala Lumpur, Malaysia, July 19-21, 2011.

[17] M. Norouzi, M. R. Shogh, Nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 415-425, 2015. (in Persian)

[18] M. B. Allen III, Numerical modeling of multiphase flow in porous media, *Advances in Water Resources*, Vol. 8, No. 1, pp. 162-187, 1985.

[19] S. Enjamoori, J. Azaiez, B. Maini, Viscous fingering instability in the displacements of oil in water emulsions, *Proceeding of 7th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Turkey, July 19-21, 2010.

[20] S. Malhotra, M. M. Sharma, Impact of fluid elasticity on miscible viscous fingering, *Chemical Engineering Science*, Vol. 117, No. 01, pp. 125-135, 2014.

[21] M. S. Let, K. Priscilla, R. N. Manichand, R. S. Seright, Polymer Flooding a ~500-cp Oil, *Proceeding of SPE Improved Oil Recovery Symposium*, Tulsa, USA, April 14-18, 2012.

[22] M. A. Christie, M. J. Blunt, Tenth SPE comparative solution project: A comparison of upscaling techniques, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 308-317, 2001.

[23] Z. Chen, *Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery*, pp: 5.83-5.99, Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2007.

[24] Z. Chen, G. Huan, Y. Ma, *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*, pp. 150-176, Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2006.

[25] F. A. Morrison, *Constitutive Modeling of Viscoelastic Fluids-Rheology*, Volume I, pp. 180-204, New York: EOLSS, 2010.

[26] J. H. Abou-Kassem, S. M. F. Ali, M. R. Islam, *Petroleum Reservoir Simulation: A Basic Approach*, pp: 235-250, Houston, Texas, USA: Gulf Publishing Company, 2006.

[27] M. R. Islam, S. H. Moussavizadegan, S. Mustafiz, J. H. Abou-Kassem, *Advanced Petroleum Reservoir Simulation*, pp. 467, New Jersey, USA: John Wiley, 2010.

[28] D. W. Peaceman, Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability, *SPE Journal*, Vol. 23, No. 3, pp. 531-543, 1983.

[29] A. M. Alsofi, M. J. Blunt, Streamline-based simulation of non-newtonian polymer flooding, *SPE Journal*, Vol. 15, No. 4, pp. 895-905, 2010.

[30] H. Cheng, I. Osako, A. Datta-Gupta, M. J. King, A rigorous compressible streamline formulation for two- and three-phase black-oil simulation, *SPE Journal*, Vol. 11, No. 4, pp. 407-417, 2006.

[31] Y.-S. Wu, K. Pruess, Numerical simulation of non-isothermal multiphase tracer transport in heterogeneous fractured porous media, *Advances in Water Resources*, Vol. 23, No. 7, pp. 699-723, 2000.

$S_w$	اشباع آب
$t$	زمان (s)
$T_{ax}$	قابلیت انتقال سیال در جهت محور x ( $m^4 kg^{-1} s$ )
$T_{ay}$	قابلیت انتقال سیال در جهت محور y ( $m^4 kg^{-1} s$ )
$V_b$	حجم سلول ( $m^3$ )
$\vec{v}$	بردار سرعت سیال غیرنیوتنی ( $ms^{-1}$ )
WI	مشخصه چاه
$z$	عمق (m)

علامه یونانی

$\Delta t$  گام زمانی

$\phi$  ضریب تخلخل

$\gamma$  تانسور نرخ برش ( $Pa \cdot s$ )

$\lambda$  ثابت زمانی (s)

$\mu$  لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )

$\rho$  چگالی ( $kgm^{-3}$ )

بالانویس‌ها

$n$  گام زمانی

$l$  مرتبه تکرار

زیرنویس‌ها

bh ته چاهی

o نفت

p پلیمر

R سنگ

t کل

w آب

7-مراجع

[1] S. Whitaker, Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy's law, *Transport in Porous Media*, Vol. 1, No. 1, pp. 3-25, 1986.

[2] M. Kayhani, R. Mohebi, Numerical investigation of fluid flow and heat transfer on the porous media between two parallel plates using the Lattice Boltzmann method, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 9, No. 1, pp. 63-76, 2013. (in Persian)

[3] H. Darcy, *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application*, pp. 50-120, Paris: Victor Dalmont, 1856.

[4] A. R. Kukreti, Y. Rajapaksa, A numerical model for simulating two-phase flow through porous media, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 13, No. 5, pp. 268-281, 1989.

[5] K. Morgan, R. W. Lewis, P. Roberts, Solution of two-phase flow problems in porous media via an alternating-direction finite element method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 8, No. 6, pp. 391-396, 1984.

[6] M. J. Choobineh, M. Siavashi, A. Nakhaee, Optimization of oil production in water injection process using ABC and SQP algorithms employing streamline simulation technique, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 227-238, 2015. (in Persian)

[7] L. W. Lake, *Enhanced Oil Recovery*, First Edition, pp. 156-192, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989.

[8] W. Littmann, *Polymer flooding*, pp. 15-46, New York: Elsevier, 1988.

[9] K. S. Sorbie, *Polymer-improved oil recovery*, pp. 26-79, New York: Springer Science & Business Media, 2013.

[10] F. B. Thomas, D. B. Bennion, G. Anderson, B. Meldrum, W. Heaven, Water shut-off treatments-reduce water and accelerate oil